

Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2021. Т. 29, № 2
Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Applied Nonlinear Dynamics. 2021;29(2)

Научная статья

УДК 530.182

DOI: 10.18500/0869-6632-2021-29-2-254-271

Нелинейный резонанс Фано в связанной системе магнанный микроволновод – резонатор

А. А. Грачев✉, Е. Н. Бегинин, А. А. Мартышкин,
А. Б. Хутиева, И. О. Фильченков, А. В. Садовников

Саратовский национальный исследовательский
государственный университет имени Н.Г. Чернышевского, Россия
E-mail: ✉stig133@gmail.com, egbegin@gmail.com, AAMartyshkin@gmail.com,
any788782@gmail.com, infachforever@gmail.com, sadovnikovav@gmail.com

Поступила в редакцию 10.09.2020, принята к публикации 22.10.2020,
опубликована 31.03.2021

Аннотация. Целью проводимых исследований является изучение характеристик резонанса Фано в связанной системе нелинейных магнанных микроволноводов и резонаторов в зависимости от геометрических параметров систем, величины связи между ними и интенсивности спиновых волн. **Методы.** В качестве объекта исследования рассмотрены линейные и нелинейные спин-волновые возбуждения в латеральных системах нерегулярных микроволноводов и резонаторов на основе пленок железиттриевого граната. С помощью микромагнитного моделирования спин-волновых возбуждений и численного интегрирования системы уравнений связанных волн рассчитаны передаточные характеристики системы «микроволновод – резонатор» и параметры резонанса Фано с учетом кубической нелинейности магнитных сред. **Результаты.** На основе численного интегрирования системы уравнений связанных волн, учитывающих кубическую нелинейность магнитной среды, проведены теоретические исследования зависимостей передаточных и фазовых характеристик системы «микроволновод – резонатор» от интенсивности поверхностных спиновых волн. Исследованы особенности проявления конструктивной и деструктивной интерференции спиновых волн при резонансе Фано. Установлены зависимости характеристик параметров нелинейного резонанса Фано (коэффициента асимметричности, сдвиг резонансных частот) от интенсивности спин-волновых возбуждений. **Обсуждение.** Полученные результаты могут быть использованы для создания на основе латеральной системы магнитных волноводов спин-волновых демультиплексеров, делителей мощности и ответвителей СВЧ-сигнала, порогового элемента для нейроморфных сетей и т. д.

Ключевые слова: спиновые волны, магنونика, магнитные структуры, Фано резонанс.

Благодарности. Работа выполнена при поддержке РФФ, грант № 20-79-10191.

Для цитирования: Грачев А. А., Бегинин Е. Н., Мартышкин А. А., Хутиева А. Б., Фильченков И. О., Садовников А. В. Нелинейный резонанс Фано в связанной системе магнанный микроволновод – резонатор // Известия вузов. ПНД. 2021. Т. 29, № 2. С. 254–271. DOI: 10.18500/0869-6632-2021-29-2-254-271

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

Nonlinear Fano resonance in a coupled system magnonic microwave-guide – resonator

A. A. Grachev[✉], E. N. Beginin, A. A. Martyshkin, A. B. Khutieva,
I. O. Filchenkov, A. V. Sadovnikov

Saratov State University, Russia

E-mail: [✉]stig133@gmail.com, egbegin@gmail.com, AAMartyshkin@gmail.com,
any788782@gmail.com, infachforever@gmail.com, sadovnikovav@gmail.com

Received 10.09.2020, accepted 22.10.2020, published 31.03.2021

Abstract. The purpose of research is to study of characteristics of the Fano resonance in a coupled system of nonlinear microwave-guides and resonators depending on geometric parameters of the systems, magnitude of the coupling between them, and the intensity of spin waves. *Methods.* Linear and nonlinear spin-wave excitations in lateral systems of irregular microwave-guides and resonators based on films of yttrium iron garnet are considered. Using micromagnetic simulation of spin-wave excitations and numerical integration of the coupled wave equation system, the transfer characteristics of the «microwave-guide – resonator» system and the Fano resonance parameters are calculated taking into account the cubic nonlinearity of magnetic media. *Results.* Based on the numerical integration of the system of equations of coupled waves that take into account the cubic nonlinearity of the magnetic media, theoretical studies have been carried out of the dependences of the transfer and phase characteristics of the «microwave-guide – resonator» system on the intensity of surface spin waves. Features of the demonstration of constructive and destructive interference of spin waves at Fano resonance are studied. Dependences of characteristics of the parameters of the Fano nonlinear resonance (asymmetry coefficient, resonance frequency shifts) on the intensity of spin-wave excitations are established. *Conclusion.* Results can be used to create spin-wave demultiplexers, power dividers and microwave couplers based on the lateral system of magnetic waveguides as a threshold element for neuromorphic networks, etc.

Keywords: spin waves, magnonics, magnetic structures, Fano resonance.

Acknowledgements. This work was supported by Russian Science Foundation, grant No. 20-79-10191.

For citation: Grachev AA, Beginin EN, Martyshkin AA, Khutieva AB, Filchenkov IO, Sadovnikov AV. Nonlinear Fano resonance in a coupled system magnonic microwave-guide – resonator. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics.* 2021; 29(2):254–271. DOI: 10.18500/0869-6632-2021-29-2-254-271

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

Введение

Резонансы Фано в общем случае проявляются во взаимодействии подсистем с непрерывным (континуум) и дискретным спектром энергетических состояний [1] и наблюдаются во многих системах различной физической природы: квантовых и наноразмерных [2], оптических и микроволновых [3–7], плазмонных [8,9], магнито-плазмонных [10], магнонных [11,12] и т. д. В настоящее время также интенсивно исследуются системы связанных Фано резонаторов [11], нелинейные эффекты [8,13], бистабильные и невзаимные свойства [14–16].

Резонансы Фано с асимметричными профилями по сравнению с традиционными резонансами с симметричными лоренцевыми формами линий обладают уникальными характеристиками. В частности, они обладают высокой чувствительностью к изменению геометрических размеров взаимодействующих подсистем, материальных параметров среды, а также резким изменением спектральной дисперсии. Резонансы Фано могут быть использованы, например, для реализации эффективных полностью оптических (all-optical) переключателей [17], устройств с инверсией спинов [10], невзаимных элементов [15] или лазеров, которые могут генерировать короткие оптические импульсы [18,19].

Выявление механизмов управления и контроля асимметричного профиля резонанса Фано в конкретных физических системах является сложной задачей и требует как разработки соответствующих теорий для понимания основных физических механизмов, так и адекватных

методов расчета. Например, для ряда систем, в том числе квантовых, резонансы Фано анализируются на основе модели двух связанных механических осцилляторов [8, 20], на основе метода матриц передачи [21], теории связанных мод [5, 17], нелинейных эффектов в рамках модели Фано–Андерсона [14].

Одним из перспективных подходов для генерации, передачи и обработки информационных сигналов является подход, основанный на использовании спиновых волн (СВ) в качестве носителей информации. По аналогии с электроникой, данная область исследований получила название «магنونика» [22–25]. СВ с модулированными информационным сигналом характеристиками (амплитудой, фазой, частотой) могут распространяться в волноводах на основе различных пленок магнитоупорядоченных материалов. В настоящее время магнитным материалом с наименьшими потерями (наименьшей шириной линии ферромагнитного резонанса) является железиттриевый гранат (ЖИГ). На основе ЖИГ реализуют тонкопленочные волноводы с малыми потерями на распространение и резонаторы СВ с высокой добротностью в СВЧ диапазоне радиоволн. Линейные и нелинейные спин-волновые возбуждения в волноводах и резонаторах исследовались в большом количестве работ [26–29], используются в устройствах обработки сигналов СВЧ-диапазона [30, 31], элементах «магنونных сетей» [32], ответвителях [33], логических и мультифункциональных нелинейных элементах [34, 35], нелинейных фазовращателях и фильтрах [36].

Потенциально спин-волновые возбуждения в силу их малого затухания в связанных системах волновод-резонатор, также могут демонстрировать резонансы Фано. Однако, в отличие от оптических систем, системы на основе магнитных материалов обладают следующей особенностью: зависимостью равновесного состояния магнитных моментов и, следовательно, внутренних статических магнитных полей от геометрических размеров и формы магнитных подсистем (волноводов и резонаторов), величины и направления внешнего магнитного поля, полей анизотропии и т. д. В частности, изменение расстояния между двумя связанными магнитными волноводами или резонаторами при неизменном внешнем магнитном поле, приводит к изменению статических внутренних магнитных полей, изменению частотных границ существования СВ, их групповых и фазовых скоростей, собственных частот резонаторов. Эта особенность существенно усложняет аналитические методы исследования резонанса Фано в таких системах. К настоящему времени линейные резонансы Фано в спин-волновых системах изучены достаточно фрагментарно в сравнительно небольшом количестве работ [37, 38].

В настоящей работе методом микромагнитного моделирования проведено исследование характеристик резонанса Фано для линейного режима распространения спиновых волн в системе связанных магнитных микроволноводов и резонаторов с учетом неоднородных внутренних статических магнитных полей, параметров диссипации СВ, различных величин намагниченности насыщения. Нелинейный и линейный резонанс Фано также исследовался на основе численного интегрирования системы дифференциальных уравнений, полученных в рамках теории связанных волн для магнитных сред с кубической нелинейностью. Исследованы зависимости характеристик резонансов Фано (коэффициента асимметричности, сдвигов резонансных частот) от интенсивности спин-волновых возбуждений и величины связи между волноведущими и резонансными спиновыми подсистемами.

1. Структура

Микромагнитное моделирование проводилось для структуры (рис. 1, *a*), выполненной на основе пленки ЖИГ толщиной 10 мкм и намагниченностью насыщения $4\pi M_0 = 1750$ Гс. Структура состоит из двух идентичных планарных сужающихся микроволноводов с ширинами $w_1 = 2500$ мкм и $w_2 = 200$ мкм. Между микроволноводами расположена система резонаторов шириной w_2 и длиной 500 мкм. Вся структура помещена во внешнее однородное магнитное поле, $H_0 = 1200$ Э, направленное вдоль оси z , обеспечивающее эффективное возбуждение поверхност-

*Грачев А. А., Бегинин Е. Н., Мартышкин А. А.,
Хутиева А. Б., Фильченков И. О., Садовников А. В.*
Известия вузов. ПНД, 2021, т. 29, № 2

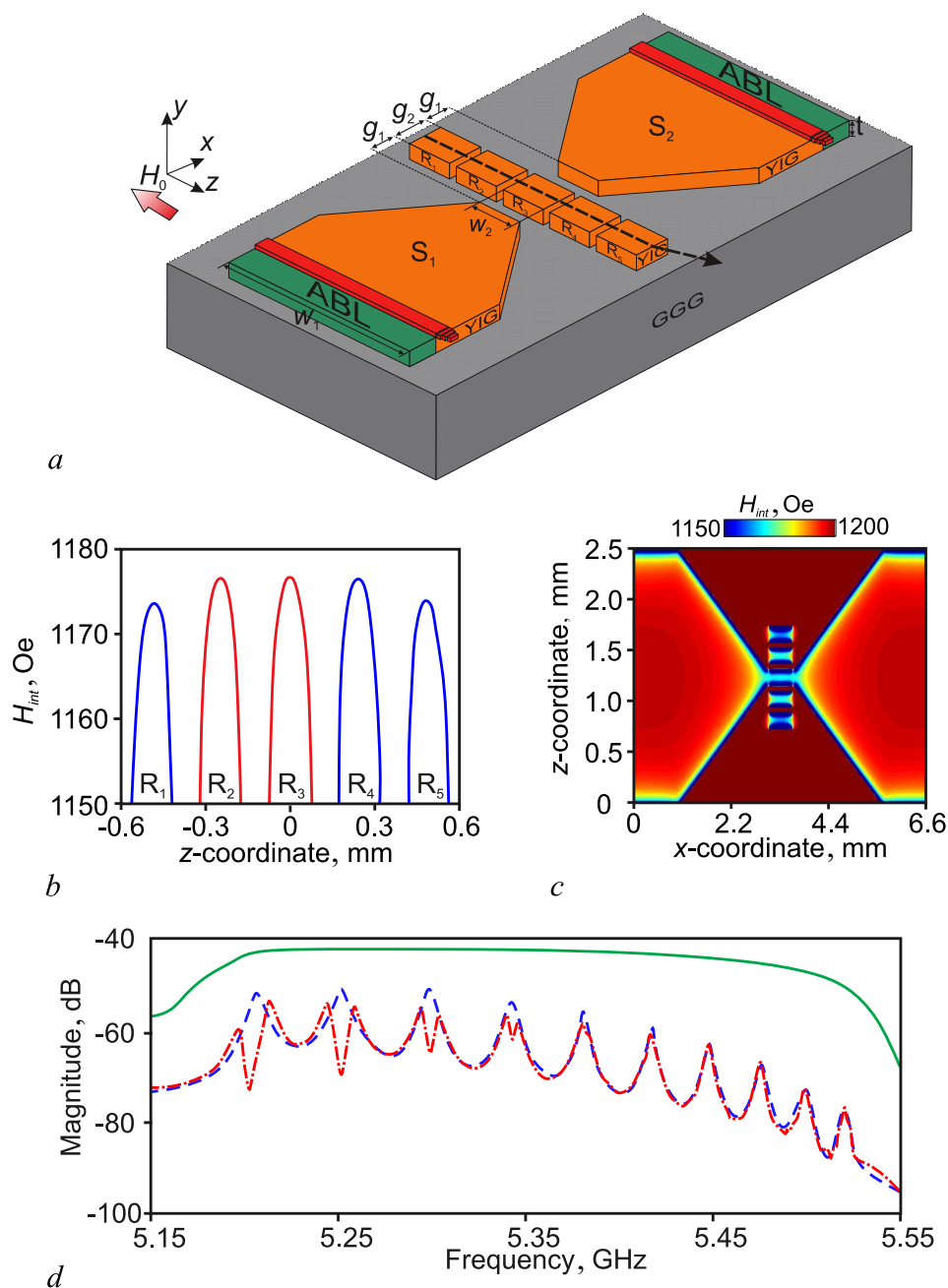


Рис. 1. *a* – Схема рассматриваемой структуры; *b* – распределение внутреннего магнитного поля $H_{int}(z)$ в центре резонаторов $R_{1,\dots,5}$; *c* – пространственное распределение внутреннего магнитного поля в латеральной структуре; *d* – амплитудно-частотная характеристика структуры без резонаторов (зеленая сплошная кривая), структуры с $\alpha = 10^{-5}$ в резонаторе R_3 (резонатор Фабри–Перо) (синяя штриховая кривая), структуры с $\alpha = 10^{-5}$ в резонаторах $R_{2,3}$ (система спин-волновых резонаторов) (красная штрихпунктирная кривая)

Fig. 1. *a* – Scheme of considered structure; *b* – distribution of internal magnetic field $H_{int}(z)$ in the center of the resonators $R_{1,\dots,5}$; *c* – spatial distribution of the internal magnetic field in the lateral structure; *d* – transmission characteristics of a structure without resonators (green solid curve), structure with $\alpha = 10^{-5}$ in the resonator R_3 (Fabry–Perot resonator) (blue dashed curve), structure with $\alpha = 10^{-5}$ in the resonators $R_{2,3}$ (system of spin-wave resonators) (red dash-dotted curve)

ных спиновых волн (PCB). В микроволноводах располагаются антенны, служащие для генерации и регистрации СВ. Для уменьшения паразитных отражений СВ от границ микроволноводов введены слои ($0 < x < 0.6$ мм и $6.0 < x < 6.6$ мм) с увеличивающимися в геометрической прогрессии параметрами диссипации α (ABL).

Качественно рассмотрим исследуемую структуру с точки зрения происходящих в ней волновых и резонансных процессов. Микроволноводы и расположенный между ними резонатор формируют резонатор Фабри–Перо (ФП) с частично отражающими стенками. Добротность ФП резонатора определяется, в частности, величиной зазоров $g_1 = 50$ мкм. Остальные резонаторы спиновых волн (PCB) через динамические магнитные поля связаны между собой резонатором ФП и микроволноводами. Коэффициент связи смежных резонаторов определяется, в первом приближении, размерами зазоров g_1 . Собственная добротность PCB может существенно превосходить добротность ФП-резонатора и при определенных параметрах рассматриваемая система может демонстрировать Фано-подобные резонансы за счет связи распространяющихся мод СВ в микроволноводах (подсистемы с непрерывным или квазинепрерывным спектром) с колебательными модами спин-волновых возбуждений в PCB (подсистемы с дискретным спектром) [1, 2].

2. Микромагнитное моделирование

Для исследования в структуре волновых и резонансных спиновых возбуждений было проведено численное моделирование на основе решения уравнения Ландау–Лифшица–Гильберта (ЛЛГ) [39]:

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\gamma[\mathbf{H}_{\text{eff}} \times \mathbf{M}] + \frac{\alpha}{M_0} [\mathbf{M} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t}], \quad (1)$$

где \mathbf{M} – вектор намагниченности, $\alpha = 10^{-5}$ – параметр диссипации, $\mathbf{H}_{\text{eff}} = \mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_{\text{demag}} + \mathbf{H}_{\text{ex}} + \mathbf{H}_a$ – эффективное магнитное поле, \mathbf{H}_0 – внешнее магнитное поле, $\mathbf{H}_{\text{demag}}$ – поле размагничивания, \mathbf{H}_{ex} – обменное поле, \mathbf{H}_a – поле анизотропии, $\gamma = 2.8$ МГц/Э – гиромагнитное отношение для ЖИГ.

Рассмотрим результаты решения статической части задачи о распределении внутренних магнитных полей. На рис. 1, *b* показано распределение компонент внутренних статических магнитных полей H_{int} вдоль оси, параллельной оси z и проходящей через геометрические центры резонаторов. Видно, что в крайних резонаторах $R_{1,5}$ внутреннее поле асимметрично и ниже, чем в резонаторах R_{2-4} . Даже при одинаковых геометрических размерах всех резонаторов собственные частоты резонаторов, зависящие от внутренних магнитных полей, будут сильно различаться. Это приводит к уменьшению эффективности энергообмена в системе резонаторов, резонансные профили отдельных резонаторов могут не перекрываться, и резонансы Фано в этом случае отсутствуют. Такая особенность резонансных частот свойственна только магнитным системам на основе магнитных материалов. Для компенсации данной особенности и выравнивания внутренних статических полей в резонаторе ФП (R_3) и боковых резонаторах PCB ($R_{2,4}$) в систему добавлены резонаторы $R_{1,5}$ (см. рис. 1, *c*). При микромагнитном моделировании спиновых возбуждений исследовался случай возбуждения и связи только резонатора ФП (R_3) и PCB (R_2) с малым параметром диссипации $\alpha = 10^{-5}$. Для подавления возбуждения СВ в резонаторах $R_{1,4,5}$ в них задавался большой параметр диссипации $\alpha = 1$.

Перейдем к результатам решения динамической задачи о СВ в структурах. На рис. 1, *d* приведён расчёт передаточных характеристик СВ в структуре, содержащей микроволноводы $S_{1,2}$, соединенные отрезком регулярного микроволновода шириной w_2 , то есть в отсутствие резонаторов. Видно, что в этом случае передаточная характеристика соответствует непрерывному спектру СВ, распространяющихся из одного микроволновода (S_1) в другой (S_2). При замене отрезка

регулярного волновода резонатором ФП на передаточной характеристике на фоне непрерывного спектра СВ появляются резонансы с центральными частотами f_n с симметричным профилем и спектр СВ становится квазинепрерывным (синяя штриховая кривая на рис. 1, d). Резонансные частоты f_n ФП в этом случае определяются из условия:

$$\frac{n\lambda(f_n)}{2} = g_2, \quad n = 1, 2, \dots \quad (2)$$

где λ – длина СВ на n -резонансной частоте, g_2 – длина резонаторов вдоль направления распространения СВ.

Добавление в систему РСВ резонатора R_2 (резонаторы $R_{1,4,5}$ не оказывают влияния на спектр СВ в системе из-за больших параметров диссипации) приводит к его связи с резонатором ФП, расталкиванию резонансных частот и формированию двухпиковых резонансных профилей (красная штрихпунктирная кривая на рис. 1, d). Наиболее явно это проявляется для низших резонансных частот. Например, резонансный профиль в окрестности частоты 5.2 ГГц ($n = 1$) имеет один минимум и два максимума: высокочастотный с симметричным профилем и низкочастотный с асимметричным профилем. Таким образом, в связанной системе ФП–РСВ наблюдается резонанс Фано. Низкочастотному максимуму соответствует конструктивная интерференция спиновых возбуждений в различных резонаторах, минимуму – деструктивная интерференция. С увеличением резонансной частоты f_n происходит уменьшение величины связи резонатора ФП и РСВ, расталкивание резонансных частот уменьшается, изменяется степень асимметричности резонанса Фано и на частотах больших 5.4 ГГц, где резонаторы практически не взаимодействуют друг с другом, в системе наблюдаются только резонансы Фабри–Перо.

Рассмотрим влияние намагниченностей насыщения M_0 в резонаторе ФП и РСВ на пространственные распределения динамической намагниченности, резонансные частоты и передаточные характеристики системы. На рис. 2, a показаны пространственные карты распределения m_y -компоненты динамической намагниченности в случае, когда намагниченности насыщения резонаторов равны $M_0=139$ Гс на частоте $f_1=5.34$ ГГц. Видно, что на длине резонаторов g_2 приблизительно укладывается три полуволны, то есть выполняется условие (2), и частота f_1 приблизительно соответствует моде колебаний с $n = 3$. На рис. 2, b показано аналогичное распределение намагниченности на частоте f_1 при меньшей величине намагниченности в резонаторах ФП и РСВ – $M_0 = 132$ Гс. Уменьшение намагниченности приводит к сдвигу начала спектра СВ в более низкочастотную область [28], возрастанию величины постоянной распространения $k(f_1)$ СВ, при этом на длине резонаторов g_2 приблизительно укладывается большее число полуволн.

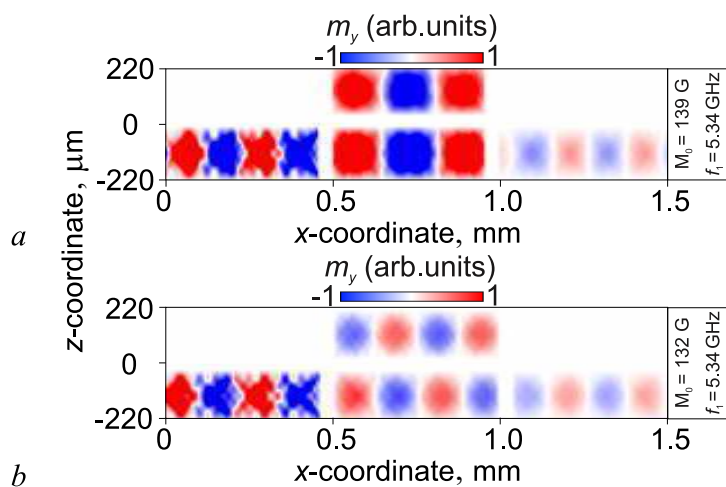


Рис. 2. Пространственные карты распределения m_y -компоненты динамической намагниченности в случае величины намагниченности насыщения $M_0 = 139$ Гс (a) и $M_0 = 132$ Гс (b) в области резонаторов $R_{2,3}$ на фиксированной частоте $f_1 = 5.34$ ГГц

Fig. 2. Spatial maps of the m_y component distribution in the case of saturation magnetization $M_0 = 139$ G (a) and $M_0 = 132$ G (b) in the region $R_{2,3}$ at a fixed frequency $f_1 = 5.34$ GHz

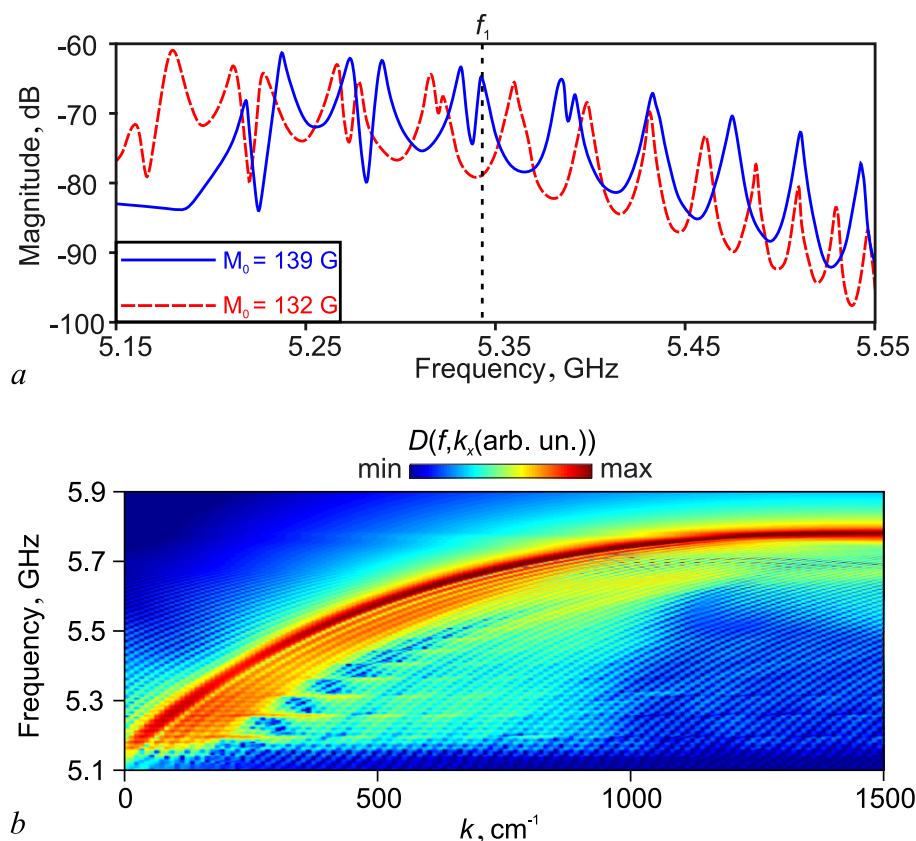


Рис. 3. *a* – Амплитудно-частотные характеристики СВ в случае величины намагниченности насыщения $M_0 = 139$ Гс (синяя сплошная кривая) и $M_0 = 132$ Гс (красная штриховая кривая) в области резонаторов $R_{2,3}$. *b* – Пространственное двумерное распределение величины $D(k_x, f)$

Fig. 3. *a* – Transmission characteristics of spin waves (SW) in the case of saturation magnetization $M_0 = 139$ G (blue solid curve) and $M_0 = 132$ G (red dashed curve) in the region of the resonators $R_{2,3}$. *b* – Spatial two-dimensional distribution of the $D(k_x, f)$ quantity

На рис. 3, *a* приведены передаточные характеристики СВ в широком диапазоне частот при различной величине намагниченности резонаторов (синяя сплошная кривая – $M_0 = 139$ Гс, красная пунктирная кривая – $M_0 = 132$ Гс). Из сравнения характеристик видно, что уменьшение M_0 приводит к смещению всех резонансов в сторону более низких частот. При этом характеристики резонанса Фано (степень асимметричности и глубина деструктивного минимума) существенно изменяются для колебательных мод резонаторов с $n < 4$. Эти изменения характеристик связаны с уменьшением величины связи резонаторов при уменьшении их намагниченности. Таким образом, асимметрией профилей и глубиной деструктивного минимума резонанса Фано можно эффективно управлять изменением намагниченности насыщения M_0 , например, за счет нагрева резонаторов оптическим или тепловым излучением [42].

С помощью микромагнитного моделирования для намагничивания $M_0 = 139$ Гс построен спектр $f(k)$ спин-волновых возбуждений (рис. 3, *b*). Спектр получен путем преобразования Фурье от пространственной реализации $m_y(x)$ при заданной частоте f вдоль продольной оси системы микроволновод – ФП резонатор. Спектр представляет собой непрерывный спектр ширинных мод СВ (набор близко расположенных кривых, монотонно возрастающих с увеличением постоянной распространения), на который наложен дискретный спектр резонансных состояний спиновых возбуждений (последовательность горизонтальных линий на частотах f_n вблизи начала непрерывного спектра СВ).

Грачев А. А., Бегинин Е. Н., Мартышкин А. А.,
Хутиева А. Б., Фильченков И. О., Садовников А. В.
Известия вузов. ПНД, 2021, т. 29, № 2

3. Численное интегрирование системы уравнений связанных волн

Микромагнитное моделирование является аналогом численного эксперимента, позволяет учесть, например, неоднородность внутренних магнитных полей, произвести расчет спин-волновых возбуждений в магнитных системах при различных параметрах и сравнить полученные данные с результатами натурального эксперимента. Однако микромагнитное моделирование плохо приспособлено к решению нелинейных задач и для получения результатов требует существенных временных затрат, напрямую зависящих от размеров расчетной сетки.

Для исследования характеристик нелинейного резонанса Фано в системе резонатор ФП–РСВ использовались методы теории связанных волн, обобщенные на среды с кубической нелинейностью. Было проведено исследование характеристик резонансов Фано для системы, подобной ранее изученной в рамках микромагнитного моделирования. Общая схема исследуемой системы с последовательностью сегментов регулярных волноводов и областью связи представлена на рис. 4, а. Подсистема 1 представляет собой волновод длиной L на основе пленки толщиной d_1 , в которой сформированы две области длиной L_2, L_4 и глубиной $s = d_1 - d_2$. Эта подсистема эквивалентна регулярному волноводу СВ с включенным в него резонатором ФП. Добротность резонатора ФП определяется коэффициентами отражения СВ, зависящими от длины сегментов L_2, L_4 , и соотношением толщин d_2 и d_1 магнитных пленок.

Подсистема 2 представляет собой соединение двух сегментов волноводов с толщиной пленки d_3 и длинами $L_1 + L_2$ с одним сегментом толщиной d_1 и длиной L_3 . Эта подсистема эквивалентна резонатору СВ. Его добротность определяется, в частности, соотношением толщин d_3 и d_1 магнитных пленок.

Связь между волновыми процессами в различных подсистемах возможна только в области резонаторов длиной L_3 . Считаем, что в резонаторах ФП и РСВ магнитная среда обладает кубической нелинейностью, в остальных частях систем среда и волновые процессы линейны. Между резонаторами вводится связь, зависящая от степени перекрытия магнитных полей собственных мод резонаторов. Далее считаем, что коэффициент связи известен.

Материальные параметры магнитных пленок (намагниченность насыщения $M_0 = 139$ Гс, параметры диссипации и т. д.) во всех частях подсистем считаем одинаковыми. Система связанных резонаторов помещена в однородное статическое магнитное поле величиной $H_0 = 1200$ Э, ориентированное вдоль оси z . Считаем, что в каждой подсистеме могут распространяться только СВ. При этом частота f и постоянная распространения k магнитоэлектростатических волн (МСВ) в регулярных волноводах толщиной d в линейном случае связаны известным дисперсионным соотношением $D(f, k, d, H_0, M_0) = 0$ [40]. Проведем исследование характеристик линейного и нелинейного отклика системы в зависимости от геометрических параметров подсистем, величины связи между ними и интенсивности СВ. В системе выделим два сечения: входное сечение с координатой $x = 0$ и выходное сечение с координатой $x = L$. В плоскости входного сечения введем комплексные амплитуды волн, где $m = 1, 2$ – индекс, определяющий подсистему, $n = 1, 2$ – индекс для падающих ($n = 1$) и отраженных волн ($n = 2$). Подобным образом введем амплитуды волн $\varphi_{mn}(L)$ в выходном сечении системы. Однако в этом случае индекс $n = 1$ соответствует прошедшим волнам, а $n = 2$ – падающим волнам. Считаем, что амплитуда a_0 падающей волны на входное сечение первой подсистемы при $x = 0$ известна. Амплитуды всех остальных падающих волн положим равными нулю. В рамках введенных обозначений граничные условия задачи для этого случая формулируются следующим образом:

$$\begin{cases} x = 0, & \varphi_{11}(0) = a_0, & \varphi_{12}(0) = 0, \\ x = L, & \varphi_{12}(L) = \varphi_{22}(0) = 0. \end{cases} \quad (3)$$

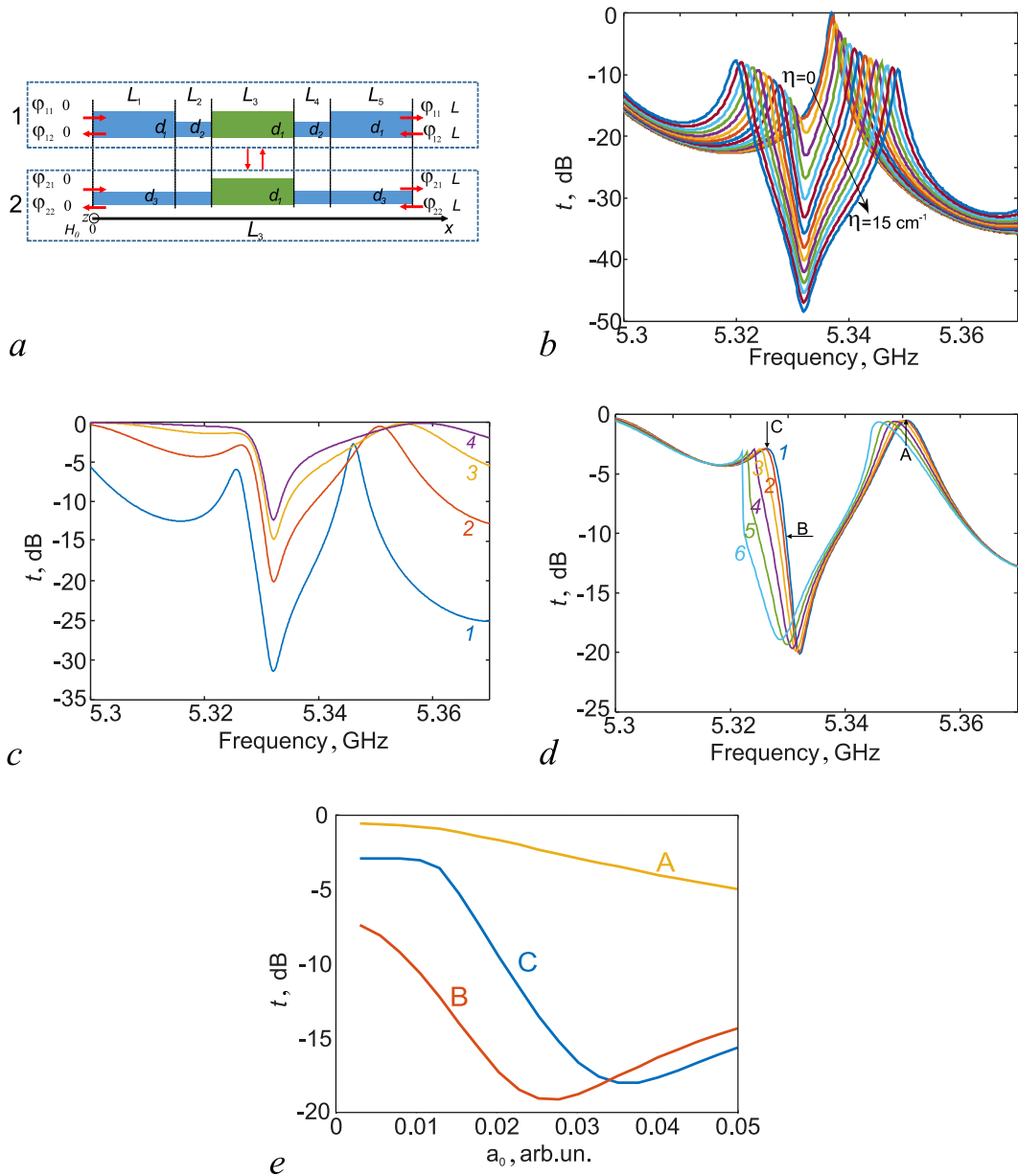


Рис. 4. *a* – Система связанных нелинейных волноводов МСВ. *b* – Зависимость частотных коэффициентов прохождения $t(f)$ вблизи нижней резонансной частоты f_1 ($d_2 = 0.3$ мкм, $\gamma = 0$). *c* – Зависимость формы резонанса Фано от толщины пленки d_2 , мкм: 0.4 (кривая 1), 0.6 (2), 0.8 (3), 1 (4); $\eta = 10$ см⁻¹. *d* – Нелинейный резонанс Фано в зависимости от амплитуды МСВ a_0 на входе: 0.003 (кривая 1), 0.0082 (2), 0.0134 (3), 0.0187 (4), 0.0239 (5), 0.0291 (6). ($\eta = 10$ см⁻¹, $d_2 = 0.6$ мкм). А, В, С – характерные частоты нелинейного резонанса. *e* – Зависимости частотных коэффициентов передачи t от амплитуды МСВ для трех частотных точек (А – 5.351 ГГц, В – 5.329 ГГц, С – 5.326 ГГц)

Fig. 4. *a* – System of coupled nonlinear waveguides. *b* – Dependence of frequency transmission coefficients $t(f)$ near lowest resonant frequency f_1 ($d_2 = 0.3 \mu\text{m}$, $\gamma = 0$). *c* – Dependence of the Fano resonance shape on the film thickness d_2 , μm : 0.4 (curve 1), 0.6 (2), 0.8 (3), 1.0 (4); $\eta = 10$ cm⁻¹. *d* – Nonlinear Fano resonance as a function of the MSW amplitude a_0 at the input: 0.003 (curve 1), 0.0082 (2), 0.0134 (3), 0.0187 (4), 0.0239 (5), 0.0291 (6). ($\eta = 10$ cm⁻¹, $d_2 = 0.6 \mu\text{m}$). А, В, С are the characteristic frequencies of nonlinear resonance. *e* – Dependences of the frequency transfer coefficients t on the MSW amplitude for three frequency points (А – 5.351 GHz, В – 5.329 GHz, С – 5.326 GHz)

Грачев А. А., Бегинин Е. Н., Мартышкин А. А.,
Хутиева А. Б., Фильченков И. О., Садовников А. В.
Известия вузов. ПНД, 2021, т. 29, № 2

Остальные амплитуды волн в различных сечениях x $\varphi_{12}(0)$, $\varphi_{22}(0)$, $\varphi_{11}(L)$, $\varphi_{21}(L)$ необходимо найти. Будем рассматривать только прошедшие и отраженные волны в первой подсистеме и введем частотные коэффициенты прохождения $t(f) = 20 \log_{10} (|\varphi_{11}(L)/\varphi_{11}(0)|)$ и отражения $r(f) = 20 \log_{10} (|\varphi_{12}(0)/\varphi_{11}(0)|)$.

Для сокращения математических выкладок рассмотрим постановку задачи только для пространственной области $L_1 + L_2 < x < L_1 + L_2 + L_3$, то есть для нелинейных участков связанных подсистем. Полные волновые поля в подсистеме с индексом m представим в виде суперпозиции волн, распространяющихся в противоположных направлениях с постоянными распространения k_1 $\varphi_m(x) = a_{m1}(x) e^{ik_1x} + a_{m2}(x) e^{-ik_1x}$, где $a_{m1}(x)$, $a_{m2}(x)$ – медленно меняющиеся комплексные амплитуды. Ранее, в приближении медленно меняющихся амплитуд на основе метода связанных волн для волноведущих систем с кубической нелинейностью, была получена соответствующая система дифференциальных уравнений первого порядка [41]. В выбранных обозначениях система уравнений для выбранного сегмента будет иметь вид:

$$\begin{cases} \frac{d}{dx} \varphi_{11} = ik_1 \varphi_{11} + i\eta \varphi_{21} + i\gamma_n (|\varphi_{11}|^2 + 2|\varphi_{12}|^2) \varphi_{11}, \\ \frac{d}{dx} \varphi_{12} = -ik_1 \varphi_{12} - i\eta \varphi_{22} - i\gamma_n (|\varphi_{12}|^2 + 2|\varphi_{11}|^2) \varphi_{12}, \\ \frac{d}{dx} \varphi_{21} = ik_1 \varphi_{21} + i\eta \varphi_{11} + i\gamma_n (|\varphi_{21}|^2 + 2|\varphi_{22}|^2) \varphi_{21}, \\ \frac{d}{dx} \varphi_{22} = -ik_1 \varphi_{22} - i\eta \varphi_{12} - i\gamma_n (|\varphi_{22}|^2 + 2|\varphi_{21}|^2) \varphi_{22}, \end{cases} \quad (4)$$

где k_1 – постоянная распространения СВ в отсутствие связи и нелинейности, η – коэффициент связи двух волн, распространяющихся в одном направлении в различных подсистемах, γ_n – коэффициент нелинейности. Аналогичную систему уравнений (4) можно записать и для остальных сегментов с учетом связи между подсистемами и нелинейных параметров среды. Например, для сегмента длиной L_1 в отсутствие связи и нелинейности система (4) на интервале $0 < x < L_1$ имеет решения вида:

$$\varphi_1(x) = \varphi_{11} e^{ik_1x} + \varphi_{12} e^{-ik_1x}, \quad \varphi_2(x) = \varphi_{21} e^{ik_3x} + \varphi_{22} e^{-ik_3x}, \quad (5)$$

где k_1, k_3 – постоянные распространения СВ в сегментах толщиной d_1 и d_3 , соответственно. Системы уравнений (4), записанные для каждого сегмента, необходимо дополнить граничными условиями на стыках соседних сегментов. В первом приближении будем считать, что граничные условия на стыках сегментов не зависят от нелинейных свойств среды и, для определенности, рассмотрим сечение $x = L_1$. В первой подсистеме в этом сечении соединяются два волновода разной толщины d_1 и d_2 с постоянными распространения k_1 и k_2 , соответственно. Во второй подсистеме волноводы имеют одинаковую толщину d_3 и постоянную распространения k_3 . Чтобы не решать сложную задачу дифракции СВ на волноводной неоднородности в виде ступеньки, заменим ее более простой задачей о распространении СВ в плоскостной магнитной среде с разными постоянными распространения k_1 и k_2 . В этом случае на границе раздела слоев непрерывными будут волновые поля и их производные вдоль оси x :

$$\begin{cases} \varphi_m^l(x)|_{x \rightarrow L_1} = \varphi_m^r(x)|_{L_1 \leftarrow x}, \\ \frac{d\varphi_m^l(x)}{dx} \Big|_{x \rightarrow L_1} = \frac{d\varphi_m^r(x)}{dx} \Big|_{L_1 \leftarrow x}, \end{cases} \quad (6)$$

где $m = 1, 2$ – индекс подсистем, φ_m^l, φ_m^r – волновые поля слева и справа от границы раздела слоев (сегментов). Таким образом из (5,6) граничные условия для $x = L_1$ в подсистемах запишутся в виде

$$\begin{cases} \varphi_{11}^l + \varphi_{12}^l = \varphi_{11}^r + \varphi_{12}^r, \\ ik_1 (\varphi_{11}^l - \varphi_{12}^l) = ik_2 (\varphi_{11}^r - \varphi_{12}^r), \\ \varphi_{21}^l = \varphi_{21}^r, \\ \varphi_{22}^l = \varphi_{22}^r. \end{cases} \quad (7)$$

Записывая систему уравнений (4) для каждого сегмента, граничные условия (7) на границах сегментов и соответствующих сечениях (3), получаем замкнутую систему уравнений для расчета коэффициентов прохождения и отражения СВ.

В расчетах использовались следующие материальные параметры и геометрические размеры подсистем: внешнее магнитное поле $H_0 = 1200$ Э, $L_1 = L_5 = 0.5$ см, $L_2 = L_4 = 0.0001$ см, $L_3 = 0.05$ см, $d_1 = 10$ мкм, $d_3 = 0.3$ мкм, остальные параметры вариативны. Вначале рассмотрим частотные характеристики системы в линейном случае ($\gamma = 0$).

На рис. 4, b представлено семейство частотных коэффициентов прохождения $t(f)$ волн от входного к выходному сечению первой подсистемы, построенных при различных величинах коэффициента связи и заданной толщине волноводов $d_2 = d_3 = 0.3$ мкм. В отсутствие связи система уравнений (4) распадается на две независимые подсистемы. Во второй подсистеме волны не распространяются, в первой подсистеме происходит возбуждение мод колебаний резонатора ФП при выполнении условий (2).

Аналогичными резонансными частотами, в силу одинаковых геометрических размеров, обладает и резонатор во второй подсистеме. На рис. 4, c представлена только частотная область вблизи низшей ($n = 1$) резонансной частоты f_1 . В отсутствие связи между подсистемами резонансная кривая имеет симметричный вид в окрестности частоты f_1 . Наличие связи ($\eta \neq 0$) приводит к энергетическому обмену между подсистемами, расталкиванию резонансных частот подсистем, формированию в более низкочастотной области второго асимметричного резонанса, то есть резонанса Фано. Таким образом, полученные результаты подобны результатам, полученным в рамках микромагнитного моделирования. Результаты расчета зависимостей $t(f)$ от параметра связи η , выполненные на основе метода связанных волн, согласуются и с результатами, полученными на основе анализа связанных линейных осцилляторов [20]. В частности, с увеличением η степень асимметрии низкочастотного резонанса уменьшается.

Рассмотрим нелинейный отклик системы при заданных параметрах $\eta = 10$ см⁻¹, $d_2 = 0.6$ мкм и коэффициенте нелинейности $\gamma = 1.7 \cdot 10^3$ см⁻¹, типичном для касательно намагниченных пленок ЖИГ толщиной d_1 в выбранной области частот. Ранее задача о нелинейном резонансе неоднократно рассматривалась для классической модели двух связанных осцилляторов с кубической нелинейностью под гармоническим внешним воздействием. Проведенные расчеты в рамках модели связанных волн выявили аналогичные закономерности, что косвенно свидетельствует об адекватности предложенной модели и методов расчета.

На рис. 4, d представлены зависимости $t(f)$ от амплитуды СВ a_0 во входном сечении первой подсистемы. При $a_0 < 0.008$ зависимости $t(f)$ практически аналогичны линейному случаю. С увеличением амплитуды форма резонансной кривой высокочастотного пика (в окрестности частоты 5.35) становится асимметричной. Резонансная частота смещается в более низкочастотную область, происходит укручение низкочастотной части кривой, и в дальнейшем (при увеличении a_0) на этой части формируется область неустойчивости, то есть проявляются характерные особенности нелинейного резонанса в системах с кубической нелинейностью. Для второго низкочастотного

резонанса аналогичные закономерности проявляются на высокочастотной части кривой. Рассмотрим зависимости величины $t(f)$ от амплитуды a_0 для трех частотных точек $f = 5.351$ ГГц (А), 5.329 ГГц (В), 5.326 (С) как показано на рис. 4, d.

Поведение $t(f)$ в указанных частотных точках представляет интерес с точки зрения создания на основе резонанса Фано управляемых нелинейных элементов волноводных трактов (например, магнанных переключателей) СВЧ-диапазона радиоволн. В точке А (см. рис. 4, e, кривая А), то есть в окрестности центральной частоты высокочастотного резонанса для линейного случая, при увеличении амплитуды в 10 раз (с 0.005 до 0.05) величина прохождения $t(f)$ уменьшается на 4 дБ. В точках В и С увеличение амплитуды в 5 раз (0.005 до 0.025) приводит к уменьшению прохождения на 11 дБ (см. рис. 4, e, кривые В, С). Причем ход кривой С имеет ясно выраженный пороговый характер: при $a_0 < 0.01$, $t(f) = \text{const}$, при $a_0 > 0.01$ практически линейно убывает. Такие особенности резонанса Фано могут быть использованы для переключения режимов распространения МСВ и реализации, например, логических операций на основе элементов магноники и спинтроники.

Заключение

В настоящей работе с помощью численных исследований продемонстрировано явление резонанса Фано в латеральном массиве ферромагнитных резонаторов и волноводов. На основе численного интегрирования системы дифференциальных уравнений, полученных в рамках теории связанных волн и учитывающих кубическую нелинейность магнитной среды, проведены теоретические исследования зависимостей передаточных характеристик системы «микроволновод – резонатор» от интенсивности поверхностных магнитостатических волн. Показаны особенности проявления конструктивной и деструктивной интерференции спиновых волн в условиях резонанса Фано. Установлены зависимости характеристик параметров нелинейного резонанса Фано (коэффициента асимметричности, сдвигов резонансных частот) от интенсивности спин-волновых возбуждений. Полученные результаты могут быть использованы для создания класса устройств обработки информации, таких как системы демультимплексирования с частотно-пространственной селективностью, управляемых одновременно магнитным полем и интенсивностью СВ.

Список литературы

1. *Fano U.* Effects of configuration interaction on intensities and phase shifts // *Phys. Rev.* 1961. Vol. 124, no. 6. P. 1866–1878. DOI: 10.1103/PhysRev.124.1866.
2. *Miroshnichenko A. E., Flach S., Kivshar Y. S.* Fano resonances in nanoscale structures // *Rev. Mod. Phys.* 2010. Vol. 82, no. 3. P. 2257–2298. DOI: 10.1103/RevModPhys.82.2257.
3. *Kamenetskii E., Sadreev A., Miroshnichenko A. E.* Fano Resonances in Optics and Microwaves. Vol. 219 of Springer Series in Optical Sciences. Springer International Publishing, 2018. 582 p. DOI: 10.1007/978-3-319-99731-5.
4. *Galli M., Portalupi S. L., Belotti M., Andreani L. C., O’Faolain L., Krauss T. F.* Light scattering and Fano resonances in high-Q photonic crystal nanocavities // *Appl. Phys. Lett.* 2009. Vol. 94, no. 7. P. 071101. DOI: 10.1063/1.3080683.
5. *Zhou W. et al.* Progress in 2D photonic crystal Fano resonance photonics // *Prog. Quantum Electron.* 2014. Vol. 38, no. 1. P. 1–74. DOI: 10.1016/j.pquantelec.2014.01.001.
6. *Chibaa A., Fujiwara H., Hotta J., Takeuchi S., Sasaki K.* Fano resonance in a multimode tapered fiber coupled with a microspherical cavity // *Appl. Phys. Lett.* 2005. Vol. 86, no. 26. P. 261106. DOI: 10.1063/1.1951049.
7. *Fan S.* Sharp asymmetric line shapes in side-coupled waveguide-cavity systems // *Appl. Phys. Lett.* 2002. Vol. 80, no. 6. P. 908–910. DOI: 10.1063/1.1448174.

8. *Butet J., Martin O. J. F.* Fano resonances in the nonlinear optical response of coupled plasmonic nanostructures // *Opt. Express*. 2014. Vol. 22, no. 24. P. 29693–29707. DOI: 10.1364/OE.22.029693.
9. *Ortuño R., Cortijo M., Martínez A.* Fano resonances and electromagnetically induced transparency in silicon waveguides loaded with plasmonic nanoresonators // *J. Opt.* 2017. Vol. 19, no. 2. P. 025003. DOI: 10.1088/2040-8986/aa51e0.
10. *Cardoso J. L., Pereyra P.* Spin inversion devices operating at Fano anti-resonances // *EPL*. 2008. Vol. 83, no. 3. P. 38001. DOI: 10.1209/0295-5075/83/38001.
11. *Djafari-Rouhani B., Al-Wahsh H., Akjouj A., Dobrzynski L.* One-dimensional magnonic circuits with size-tunable band gaps and selective transmission // *Journal of Physics: Conference Series*. 2011. Vol. 303, no. 1. P. 012017. DOI: 10.1088/1742-6596/303/1/012017.
12. *Al-Wahsh H.* Existence and collapse of Fano resonances as a function of pinning field in simple mono-mode magnetic circuits // *Eur. Phys. J. B*. 2010. Vol. 73, no. 4. P. 527–537. DOI: 10.1140/epjb/e2010-00032-7.
13. *Kroner M., Govorov A. O., Remi S., Biedermann B., Seidl S., Badolato A., Petroff P. M., Zhang W., Barbour R., Gerardot B. D., Warburton R. J., Karrai K.* The nonlinear Fano effect // *Nature*. 2008. Vol. 451, no. 7176. P. 311–314. DOI: 10.1038/nature06506.
14. *Miroshnichenko A. E., Mingaleev S. F., Flach S., Kivshar Y. S.* Nonlinear Fano resonance and bistable wave transmission // *Phys. Rev. E*. 2005. Vol. 71, no. 3. P. 036626. DOI: 10.1103/PhysRevE.71.036626.
15. *Nazari F., Bender N., Ramezani H., Moravvej-Farshi M. K., Christodoulides D. N., Kottos T.* Optical isolation via PT-symmetric nonlinear Fano resonances // *Opt. Express*. 2014. Vol. 22, no. 8. P. 9574–9584. DOI: 10.1364/OE.22.009574.
16. *Yu Y., Chen Y., Hu H., Xue W., Yvind K., Mørk J.* Nonreciprocal transmission in a nonlinear photonic-crystal Fano structure with broken symmetry // *Laser & Photonics Reviews*. 2015. Vol. 9, no. 2. P. 241–247. DOI: 10.1002/lpor.201400207.
17. *Yu Y., Heuck M., Hu H., Xue W., Peucheret C., Chen Y., Oxenløwe L. K., Yvind K., Mørk J.* Fano resonance control in a photonic crystal structure and its application to ultrafast switching // *Appl. Phys. Lett.* 2014. Vol. 105, no. 6. P. 061117. DOI: 10.1063/1.4893451.
18. *Yu Y., Xue W., Semenova E., Yvind K., Mørk J.* Demonstration of a self-pulsing photonic crystal Fano laser // *Nature Photon.* 2017. Vol. 11, no. 2. P. 81–84. DOI: 10.1038/nphoton.2016.248.
19. *Mørk J., Chen Y., Heuck M.* Photonic crystal Fano laser: Terahertz modulation and ultrashort pulse generation // *Phys. Rev. Lett.* 2014. Vol. 113, no. 16–17. P. 163901. DOI: 10.1103/PhysRevLett.113.163901.
20. *Joe Y. S., Satanin A. M., Kim C. S.* Classical analogy of Fano resonances // *Phys. Scr.* 2006. Vol. 74, no. 2. P. 259–266. DOI: 10.1088/0031-8949/74/2/020.
21. *Dogkas L., Kamalakis T., Alexandropoulos D.* Analytical model for active racetrack resonators with intracavity reflections and its application in Fano resonance tailoring // *Appl. Opt.* 2018. Vol. 57, no. 17. P. 4824–4831. DOI: 10.1364/AO.57.004824.
22. *Sander D., Valenzuela S. O., Makarov D., Marrows C. H., Fullerton E. E., Fischer P., McCord J., Vavassori P., Mangin S., Pirro P., Hillebrands B., Kent A. D., Jungwirth T., Gutfleisch O., Kim C. G., Berger A.* The 2017 magnetism roadmap // *Journal of Physics D: Applied Physics*. 2017. Vol. 50, no. 36. P. 363001. DOI: 10.1088/1361-6463/aa81a1.
23. *Khitun A., Bao M., Wang K. L.* Magnonic logic circuits // *Journal of Physics D: Applied Physics*. 2010. Vol. 43, no. 26. P. 264005. DOI: 10.1088/0022-3727/43/26/264005.
24. *Kruglyak V. V., Demokritov S. O., Grundler D.* Magnonics // *Journal of Physics D: Applied Physics*. 2010. Vol. 43, no. 26. P. 264001. DOI: 10.1088/0022-3727/43/26/264001.
25. *Никитов С. А., Калябин Д. В., Лисенков И. В., Славин А. Н., Барабаненков Ю. Н., Осокин С. А., Садовников А. В., Бегинин Е. Н., Морозова М. А., Шараевский Ю. П., Филимонов Ю. А.,*

*Грачев А. А., Бегинин Е. Н., Мартышкин А. А.,
Хутиева А. Б., Фильченков И. О., Садовников А. В.
Известия вузов. ПНД, 2021, т. 29, № 2*

- Хивинцев Ю. В., Высоцкий С. Л., Сахаров В. К., Павлов Е. С.* Магноника — новое направление спинтроники и спин-волновой электроники // УФН. 2015. Т. 185, № 10. С. 1099–1128. DOI: 10.3367/UFNr.0185.201510m.1099.
26. *Kalinikos B. A., Slavin A. N.* Theory of dipole-exchange spin wave spectrum for ferromagnetic films with mixed exchange boundary conditions // J. Phys. C Solid State Phys. 1986. Vol. 19, no. 35. P. 7013–7033. DOI: 10.1088/0022-3719/19/35/014.
 27. *Patton C. E.* Magnetic excitations in solids // Physics Reports. 1984. Vol. 103, no. 5. P. 251–315. DOI: 10.1016/0370-1573(84)90023-1.
 28. *Stancil D. D., Prabhakar A.* Spin Waves: Theory and Applications. Springer US, 2009. 348 p. DOI: 10.1007/978-0-387-77865-5.
 29. *De Wames R. E., Wolfram T.* Dipole-exchange spin waves in ferromagnetic films // J. Appl. Phys. 1970. Vol. 41, no. 3. P. 987–993. DOI: 10.1063/1.1659049.
 30. *Harris V. G., Geiler A., Chen Y., Yoon S. D., Wu M., Yang A., Chen Z., He P., Parimi P. V., Zuo X., Patton C. E., Abe M., Acher O., Vittoria C.* Recent advances in processing and applications of microwave ferrites // J. Magn. Magn. Mater. 2009. Vol. 321, no. 14. P. 2035–2047. DOI: 10.1016/j.jmmm.2009.01.004.
 31. *Chrisey D. et al.* Microwave magnetic film devices // Thin Films. 2001. Vol. 28. P. 319–374. DOI: 10.1016/S1079-4050(01)80023-5.
 32. *Beginin E. N., Sadovnikov A. V., Sharaevskaya A. Y., Stognij A. I., Nikitov S. A.* Spin wave steering in three-dimensional magnonic networks // Appl. Phys. Lett. 2018. Vol. 112, no. 12. P. 122404. DOI: 10.1063/1.5023138.
 33. *Sadovnikov A. V., Beginin E. N., Sheshukova S. E., Romanenko D. V., Sharaevskii Y. P., Nikitov S. A.* Directional multimode coupler for planar magnonics: Side-coupled magnetic stripes // Appl. Phys. Lett. 2015. Vol. 107, no. 20. P. 202405. DOI: 10.1063/1.4936207.
 34. *Rousseau O., Rana B., Anami R., Yamada M., Miura K., Ogawa S., Otani Y.* Realization of a micrometre-scale spin-wave interferometer // Sci. Rep. 2015. Vol. 5. P. 9873. DOI: 10.1038/srep09873.
 35. *Ustinov A. B., Drozdovskii A. V., Kalinikos B. A.* Multifunctional nonlinear magnonic devices for microwave signal processing // Appl. Phys. Lett. 2010. Vol. 96, no. 14. P. 142513. DOI: 10.1063/1.3386540.
 36. *Scott M. M., Patton C. E., Kostylev M. P., Kalinikos B. A.* Nonlinear damping of high-power magnetostatic waves in yttrium-iron-garnet films // J. Appl. Phys. 2004. Vol. 95, no. 11. P. 6294. DOI: 10.1063/1.1699503.
 37. *Kruglyak V. V. et al.* Graded Magnonic Index and Spin Wave Fano Resonances in Magnetic Structures: Excite, Direct, Capture. Spin Wave Confinement: Propagating Waves, Second Edition, 2017. P. 11–46. DOI: 10.1201/9781315110820.
 38. *Высоцкий С. Л., Дудко Г. М., Никитов С. А., Новицкий Н. Н., Сахаров В. К., Стогний А. И., Хивинцев Ю. В., Филимонов Ю. А.* Резонансные свойства магнитных периодических структур: резонансы Брэгга, Вуда, Фано // Материалы XX Международного симпозиума «Нанофизика и наноэлектроника», 2016. С. 170–171.
 39. *Vansteenkiste A., Leliaert J., Dvornik M., Helsen M., Garcia-Sanchez F., Van Waeyenberge B.* The design and verification of MuMax3 // AIP Advances. 2014. Vol. 4, no. 10. P. 107133. DOI: 10.1063/1.4899186.
 40. *Damon R. W., Eshbach J. R.* Magnetostatic modes of a ferromagnet slab // Journal of Physics and Chemistry of Solids. 1961. Vol. 19, no. 3–4. P. 308–320. DOI: 10.1016/0022-3697(61)90041-5.

41. Radic S., George N., Agrawal G.P. Analysis of nonuniform nonlinear distributed feedback structures: generalized transfer matrix method // IEEE Journal of Quantum Electronics. 1995. Vol. 31, no. 7. P. 1326–1336. DOI: 10.1109/3.391098.
42. Meloche E., Cottam M. G. Thermal properties of surface and bulk spin waves in uniaxial and nonuniaxial metamagnetic films // Phys. Rev. B. 2004. Vol. 70, no. 9. P. 094423. DOI: 10.1103/PhysRevB.70.094423.

References

1. Fano U. Effects of configuration interaction on intensities and phase shifts. Phys. Rev. 1961; 124(6):1866–1878. DOI: 10.1103/PhysRev.124.1866.
2. Miroshnichenko AE, Flach S, Kivshar YS. Fano resonances in nanoscale structures. Rev. Mod. Phys. 2010;82(3):2257–2298. DOI: 10.1103/RevModPhys.82.2257.
3. Kamenetskii E, Sadreev A, Miroshnichenko AE. Fano Resonances in Optics and Microwaves. Vol. 219 of Springer Series in Optical Sciences. Springer International Publishing; 2018. 582 p. DOI: 10.1007/978-3-319-99731-5.
4. Galli M, Portalupi SL, Belotti M, Andreani LC, O’Faolain L, Krauss TF. Light scattering and Fano resonances in high-Q photonic crystal nanocavities. Appl. Phys. Lett. 2009;94(7):071101. DOI: 10.1063/1.3080683.
5. Zhou W et al. Progress in 2D photonic crystal Fano resonance photonics. Prog. Quantum Electron. 2014;38(1):1–74. DOI: 10.1016/j.pquantelec.2014.01.001.
6. Chibaa A, Fujiwara H, Hotta J, Takeuchi S, Sasaki K. Fano resonance in a multimode tapered fiber coupled with a microspherical cavity. Appl. Phys. Lett. 2005;86(26):261106. DOI: 10.1063/1.1951049.
7. Fan S. Sharp asymmetric line shapes in side-coupled waveguide-cavity systems. Appl. Phys. Lett. 2002;80(6):908–910. DOI: 10.1063/1.1448174.
8. Butet J, Martin OJF. Fano resonances in the nonlinear optical response of coupled plasmonic nanostructures. Opt. Express. 2014;22(24):29693–29707. DOI: 10.1364/OE.22.029693.
9. Ortuño R, Cortijo M, Martínez A. Fano resonances and electromagnetically induced transparency in silicon waveguides loaded with plasmonic nanoresonators. J. Opt. 2017;19(2):025003. DOI: 10.1088/2040-8986/aa51e0.
10. Cardoso JL, Pereyra P. Spin inversion devices operating at Fano anti-resonances. EPL. 2008; 83(3):38001. DOI: 10.1209/0295-5075/83/38001.
11. Djafari-Rouhani B, Al-Wahsh H, Akjouj A, Dobrzynski L. One-dimensional magnonic circuits with size-tunable band gaps and selective transmission. Journal of Physics: Conference Series. 2011;303(1):012017. DOI: 10.1088/1742-6596/303/1/012017.
12. Al-Wahsh H. Existence and collapse of Fano resonances as a function of pinning field in simple mono-mode magnetic circuits. Eur. Phys. J. B. 2010;73(4):527–537. DOI: 10.1140/epjb/e2010-00032-7.
13. Kroner M, Govorov AO, Remi S, Biedermann B, Seidl S, Badolato A, Petroff PM, Zhang W, Barbour R, Gerardot BD, Warburton RJ, Karrai K. The nonlinear Fano effect. Nature. 2008; 451(7176):311–314. DOI: 10.1038/nature06506.
14. Miroshnichenko AE, Mingaleev SF, Flach S, Kivshar YS. Nonlinear Fano resonance and bistable wave transmission. Phys. Rev. E. 2005;71(3):036626. DOI: 10.1103/PhysRevE.71.036626.
15. Nazari F, Bender N, Ramezani H, Moravvej-Farshi MK, Christodoulides DN, Kottos T. Optical isolation via PT-symmetric nonlinear Fano resonances. Opt. Express. 2014;22(8):9574–9584. DOI: 10.1364/OE.22.009574.
16. Yu Y, Chen Y, Hu H, Xue W, Yvind K, Mork J. Nonreciprocal transmission in a nonlinear

*Грачев А. А., Бегинин Е. Н., Мартышкин А. А.,
Хутиева А. Б., Фильченков И. О., Садовников А. В.
Известия вузов. ПНД, 2021, т. 29, № 2*

- photonic-crystal Fano structure with broken symmetry. *Laser & Photonics Reviews*. 2015;9(2): 241–247. DOI: 10.1002/lpor.201400207.
17. Yu Y, Heuck M, Hu H, Xue W, Peucheret C, Chen Y, Oxenløwe LK, Yvind K, Mørk J. Fano resonance control in a photonic crystal structure and its application to ultrafast switching. *Appl. Phys. Lett.* 2014;105(6):061117. DOI: 10.1063/1.4893451.
 18. Yu Y, Xue W, Semenova Y, Yvind K, Mørk J. Demonstration of a self-pulsing photonic crystal Fano laser. *Nature Photon.* 2017;11(2):81–84. DOI: 10.1038/nphoton.2016.248.
 19. Mørk J, Chen Y, Heuck M. Photonic crystal Fano laser: Terahertz modulation and ultrashort pulse generation. *Phys. Rev. Lett.* 2014;113(16–17):163901. DOI: 10.1103/PhysRevLett.113.163901.
 20. Joe YS, Satanin AM, Kim CS. Classical analogy of Fano resonances. *Phys. Scr.* 2006;74(2): 259–266. DOI: 10.1088/0031-8949/74/2/020.
 21. Dogkas L, Kamalakis T, Alexandropoulos D. Analytical model for active racetrack resonators with intracavity reflections and its application in Fano resonance tailoring. *Appl. Opt.* 2018;57(17): 4824–4831. DOI: 10.1364/AO.57.004824.
 22. Sander D, Valenzuela SO, Makarov D, Marrows CH, Fullerton EE, Fischer P, McCord J, Vavassori P, Mangin S, Pirro P, Hillebrands B, Kent AD, Jungwirth T, Gutfleisch O, Kim CG, Berger A. The 2017 magnetism roadmap. *Journal of Physics D: Applied Physics*. 2017;50(36): 363001. DOI: 10.1088/1361-6463/aa81a1.
 23. Khitun A, Bao M, Wang KL. Magnonic logic circuits. *Journal of Physics D: Applied Physics*. 2010;43(26):264005. DOI: 10.1088/0022-3727/43/26/264005.
 24. Kruglyak VV, Demokritov SO, Grundler D. Magnonics. *Journal of Physics D: Applied Physics*. 2010;43(26):264001. DOI: 10.1088/0022-3727/43/26/264001.
 25. Nikitov SA, Kalyabin DV, Lisenkov IV, Slavin AN, Barabanenkov YN, Osokin SA, Sadovnikov AV, Beginin EN, Morozova MA, Sharaevsky YP, Filimonov YA, Khivintsev YV, Vysotsky SL, Sakharov VK, Pavlov ES. Magnonics: A new research area in spintronics and spin wave electronics. *Phys. Usp.* 2015;58(10):1002–1028. DOI: 10.3367/UFNe.0185.201510m.1099.
 26. Kalinikos BA, Slavin AN. Theory of dipole-exchange spin wave spectrum for ferromagnetic films with mixed exchange boundary conditions. *J. Phys. C Solid State Phys.* 1986;19(35): 7013–7033. DOI: 10.1088/0022-3719/19/35/014.
 27. Patton CE. Magnetic excitations in solids. *Physics Reports*. 1984;103(5):251–315. DOI: 10.1016/0370-1573(84)90023-1.
 28. Stancil DD, Prabhakar A. *Spin Waves: Theory and Applications*. Springer US; 2009. 348 p. DOI: 10.1007/978-0-387-77865-5.
 29. De Wames RE, Wolfram T. Dipole-exchange spin waves in ferromagnetic films. *J. Appl. Phys.* 1970;41(3):987–993. DOI: 10.1063/1.1659049.
 30. Harris VG, Geiler A, Chen Y, Yoon SD, Wu M, Yang A, Chen Z, He P, Parimi PV, Zuo X, Patton CE, Abe M, Acher O, Vittoria C. Recent advances in processing and applications of microwave ferrites. *J. Magn. Magn. Mater.* 2009;321(14):2035–2047. DOI: 10.1016/j.jmmm.2009.01.004.
 31. Chrisey D et al. Microwave magnetic film devices. *Thin Films*. 2001;28:319–374. DOI: 10.1016/S1079-4050(01)80023-5.
 32. Beginin EN, Sadovnikov AV, Sharaevskaya AY, Stognij AI, Nikitov SA. Spin wave steering in three-dimensional magnonic networks. *Appl. Phys. Lett.* 2018;112(12):122404. DOI: 10.1063/1.5023138.
 33. Sadovnikov AV, Beginin EN, Sheshukova SE, Romanenko DV, Sharaevskii YP, Nikitov SA.

- Directional multimode coupler for planar magnonics: Side-coupled magnetic stripes. *Appl. Phys. Lett.* 2015;107(2):202405. DOI: 10.1063/1.4936207.
34. Rousseau O, Rana B, Anami R, Yamada M, Miura K, Ogawa S, Otani Y. Realization of a micrometre-scale spin-wave interferometer. *Sci. Rep.* 2015;5:9873. DOI: 10.1038/srep09873.
 35. Ustinov AB, Drozdovskii AV, Kalinikos BA. Multifunctional nonlinear magnonic devices for microwave signal processing. *Appl. Phys. Lett.* 2010;96(14):142513. DOI: 10.1063/1.3386540.
 36. Scott MM, Patton CE, Kostylev MP, Kalinikos BA. Nonlinear damping of high-power magneto-static waves in yttrium–iron–garnet films. *J. Appl. Phys.* 2004;95(11):6294. DOI: 10.1063/1.1699503.
 37. Kruglyak VV et al. Graded Magnonic Index and Spin Wave Fano Resonances in Magnetic Structures: Excite, Direct, Capture. *Spin Wave Confinement: Propagating Waves, Second Edition*; 2017. P. 11–46. DOI: 10.1201/9781315110820.
 38. Vysotsky SL, Dudko GM, Nikitov SA, Novitsky NN, Sakharov VK, Stognij AI, Khivintsev YV, Filimonov YA. Resonance properties of magnetic periodic structures: Bragg, Wood, Fano resonances. *Materials of the XX International Symposium «Nanophysics and Nanoelectronics»*; 2016. P. 170–171 (in Russian).
 39. Vansteenkiste A, Leliaert J, Dvornik M, Helsen M, Garcia-Sanchez F, Van Waeyenberge B. The design and verification of MuMax3. *AIP Advances.* 2014;4(10):107133. DOI: 10.1063/1.4899186.
 40. Damon RW, Eshbach JR. Magnetostatic modes of a ferromagnet slab. *Journal of Physics and Chemistry of Solids.* 1961;19(3–4):308–320. DOI: 10.1016/0022-3697(61)90041-5.
 41. Radic S, George N, Agrawal GP. Analysis of nonuniform nonlinear distributed feedback structures: generalized transfer matrix method. *IEEE Journal of Quantum Electronics.* 1995;31(7):1326–1336. DOI: 10.1109/3.391098.
 42. Meloche E, Cottam MG. Thermal properties of surface and bulk spin waves in uniaxial and nonuniaxial metamagnetic films. *Phys. Rev. B.* 2004;70(9):094423. DOI: 10.1103/PhysRevB.70.094423.



Грачев Андрей Андреевич – родился в Саратове (1994). Получил степень бакалавра (2015) по специальности «радиофизика» и степень магистра (2017) по специальности «прикладные математика и физика» на факультете нелинейных процессов Саратовского государственного университета. Является постоянным участником научных конференций. Работает младшим научным сотрудником в лаборатории «Магнитные метаматериалы» СГУ. Научные интересы: планарные структуры, метаматериалы, системы обработки и передачи информации, бриллюэновская спектроскопия, управляемые микро- и наноструктуры. Имеет 14 научных статей в реферируемых научных журналах.

Россия, 410012 Саратов, Астраханская, 83
 Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
 E-mail: stig133@gmail.com



Бегинин Евгений Николаевич – родился в 1962 году. Окончил с отличием физический факультет СГУ (1984). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (1997) по специальности «радиофизика». С 2000 года – доцент кафедры нелинейной физики. С 2018 – заведующий кафедрой нелинейной физики. Автор 2 коллективных монографий, автор более 80 статей в центральных реферируемых отечественных и зарубежных научных журналах, более 10 патентов на изобретения и полезные модели.

Россия, 410012 Саратов, Астраханская, 83
 Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
 E-mail: ebegin@gmail.com

*Грачев А. А., Бегинин Е. Н., Мартышкин А. А.,
 Хутиева А. Б., Фильченков И. О., Садовников А. В.*
 Известия вузов. ПНД, 2021, т. 29, № 2



Мартышкин Александр Александрович – родился в рп. Ишеевка (1995). Получил степень бакалавра (2017) и степень магистра (2019) по специальности «радиофизика» на факультете нелинейных процессов Саратовского государственного университета. Является постоянным участником научных конференций. Работает младшим научным сотрудником в лаборатории «Магнитные метаматериалы» СГУ. Научные интересы: планарные структуры, метаматериалы, системы обработки и передачи информации, бриллюэновская спектроскопия, управляемые микро- и наноструктуры. Имеет 10 научных статей в реферируемых научных журналах.

Россия, 410012 Саратов, Астраханская, 83
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: AAMartyshkin@gmail.com



Хутиева Анна Борисовна – родилась в г. Кокшетау (Казахстан). Является магистрантом по специальности «прикладные математика и физика» на факультете нелинейных процессов Саратовского государственного университета. Научные интересы: планарные структуры, метаматериалы, системы обработки и передачи информации.

Россия, 410012 Саратов, Астраханская, 83
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: any788782@gmail.com



Фильченков Игорь Олегович – родился в Саратове (2000). Является студентом бакалавриата по специальности «информационные системы и технологии» на факультете нелинейных процессов Саратовского государственного университета. Научные интересы: планарные структуры, метаматериалы, системы обработки и передачи информации.

Россия, 410012 Саратов, Астраханская, 83
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: infachforever@gmail.com



Садовников Александр Владимирович – родился в Саратове (1987). Окончил с красным дипломом факультет нелинейных процессов СГУ (2009), поступил в аспирантуру по специальностям «радиофизика», «оптика». Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (2012, СГУ). Имеет более 60 статей в реферируемых научных журналах.

Россия, 410012 Саратов, Астраханская, 83
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: sadovnikovav@gmail.com