



Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2021. Т. 29, № 2
Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Applied Nonlinear Dynamics. 2021;29(2)

Научная статья

УДК 537.86; 001.891.573; 51.73; 621.376.9

DOI: 10.18500/0869-6632-2021-29-2-240-253

Возбуждение фазоуправляемого генератора импульсной последовательностью

М. А. Мищенко¹✉, Н. С. Ковалева¹, А. В. Половинкин^{1,2}, В. В. Матросов¹

¹Национальный исследовательский

Нижегородский государственный университет имени Н.И. Лобачевского, Россия

²Научно-образовательный математический центр

«Математика технологий будущего» ННГУ имени Н.И. Лобачевского, Россия

E-mail: ✉mischenko@neuro.nnov.ru, natalizhukova29@gmail.com,

polovinkin@rf.unn.ru, matrosov@rf.unn.ru

Поступила в редакцию 25.09.2020, принята к публикации 15.12.2020,

опубликована 31.03.2021

Аннотация. Цель настоящего исследования – изучить динамику фазоуправляемого генератора на основе системы фазовой автоподстройки частоты, находящегося в возбужденном состоянии, при воздействии на него последовательно-прямоугольных импульсов. Под возбужденной системой понимается динамическая система, имеющая устойчивое состояние равновесия и периодическую псевдоорбиту большой амплитуды, проходящую в окрестности состояния равновесия. **Методы.** В данной работе методами численного моделирования исследуется динамика генератора в ответ на периодическую и пуассоновскую случайную последовательность прямоугольных импульсов. Вводятся различные показатели, характеризующие возникновение откликов генератора на различное число импульсов входной последовательности. **Результаты.** Рассмотрено влияние параметров периодической стимуляции на ответ исследуемого генератора. Получена зависимость относительных частот следования откликов от амплитуды периодического стимула. Отклики фазоуправляемого генератора на стимуляцию синхронизируются с различными рациональными частотными отношениями в зависимости от амплитуды стимуляции. При этом значения межимпульсного интервала откликов не сосредоточены только в окрестности рациональных соотношений с периодом стимуляции, в отличие от значений относительных частот следования откликов. Показано, что воздействие пуассоновской импульсной последовательности приводит практически к тем же результатам, что и периодическая импульсная стимуляция. **Заключение.** Проведено детальное изучение динамики фазоуправляемого генератора под воздействием последовательности импульсов. Различные способы оценки откликов генератора на внешнее возбуждение показывают, что отклик существенно зависит от амплитуды стимулирующих импульсов и слабее зависит от периода стимуляции; это подтверждается результатами действия пуассоновской случайной последовательности. В качестве наиболее информативной характеристики откликов предложено использовать соотношение межимпульсных интервалов входной и выходной последовательностей импульсов.

Ключевые слова: нейророботный генератор, возбуждение колебаний, импульсная стимуляция.

Благодарности. Работа выполнена при поддержке РНФ в рамках проекта 18-11-00294. Часть исследования, представленная в разделе 3, выполнена при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта 18-29-23001 мк.

Для цитирования: Мищенко М. А., Ковалева Н. С., Половинкин А. В., Матросов В. В. Возбуждение фазоуправляемого генератора импульсной последовательностью // Известия вузов. ПНД. 2021. Т. 29, № 2. С. 240–253.

DOI: 10.18500/0869-6632-2021-29-2-240-253

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

Excitation of phase-controlled oscillator by pulse sequence

M. A. Mishchenko¹✉, N. S. Kovaleva¹, A. V. Polovinkin^{1,2}, V. V. Matrosov¹

¹National Research Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod, Russia

²Regional Scientific and Educational Mathematical Center «Mathematics of Future Technologies», Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod, Russia

E-mail: ✉mishchenko@neuro.nnov.ru, natalizhukova29@gmail.com,

polovinkin@rf.unn.ru, matrosov@rf.unn.ru

Received 25.09.2020, accepted 15.12.2020, published 31.03.2021

Abstract. The purpose of this work is to study the dynamics of phase-controlled oscillator in excitable mode under rectangular pulse train forcing. The excitable system is a system having a stable equilibrium and a large amplitude periodic pseudo-orbit passing near the equilibrium. *Methods.* In this paper, the dynamics of the generator under periodic or Poisson rectangular pulse train stimulation is studied by numerical simulation. Different values are proposed to characterize statistics of the oscillator's responses on different number of stimulating pulses. *Results.* The role of amplitude and period of external forcing on generator excitation is studied. Relative frequency of the oscillator responses depends on the amplitude of stimulating pulses. Phase-controlled oscillator's responses are synchronized with different rational relations to number of stimulating pulses depending on the amplitude of the pulses. The inter-pulse intervals of the oscillator are not completely rational to inter-pulse intervals of stimulating train in contrast to relative frequency of the oscillator responses. The Poisson pulse train stimulation gives nearly the same statistics of the oscillator's responses as periodic forcing. *Conclusion.* Detailed study of the dynamics of phase-controlled oscillator in excitable mode under rectangular pulse train forcing is conducted. Different ways of the oscillator's responses characterization shows the strong dependence on the amplitude of stimulating pulses but much weaker dependence on inter-pulse intervals of stimulating train. The most informative characteristics is a ratio between inter-pulse intervals of oscillator responses and stimulating train.

Keywords: neuron-like generator, excitation of oscillations, pulse stimulation.

Acknowledgements. This work was supported by The Russian Science Foundation (Grant No. 18-11-00294). Part of this work (Section 3) was supported by Russian Foundation for Basic Research, grant No. 18-29-23001 mk.

For citation: Mishchenko MA, Kovaleva NS, Polovinkin AV, Matrosov VV. Excitation of phase-controlled oscillator by pulse sequence. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2021;29(2):240–253. DOI: 10.18500/0869-6632-2021-29-2-240-253

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

Введение

Исследование активности мозга вызывает большой интерес у специалистов различных областей наук и является на сегодняшний день одной из наиболее трудных и актуальных междисциплинарных проблем современной науки. Структурно-функциональная единица мозга – нейрон, с точки зрения нелинейной динамики является нелинейным генератором, обладающим свойствами возбудимости [1, 2].

Нервные клетки взаимодействуют посредством передачи кратковременных импульсов, поэтому наибольший интерес при исследовании их динамики представляет реакция на импульсное воздействие. В ряде исследований подробно рассматриваются различные реалистичные модели нейронов под воздействием периодической импульсной стимуляции, например, модель ФитцХью – Нагумо [3, 4], модель Бонхоффера – ван дер Поля [5, 6], модель со сложнопороговым возбуждением [7, 8]. При периодических воздействиях нейронные системы способны переходить как в сложные динамические состояния с квазипериодическими или хаотическими ответами, так и в состояния фазовой синхронизации, когда сигналы на выходе и входе нейрона имеют фиксированное соотношение [3–11]. В работах [9, 10] проведена токовая периодическая стимуляция гигантского аксона кальмара и экспериментально изучены бифуркационные механизмы перехода от фазовой синхронизации к квазирегулярным и хаотическим откликам.

В данной работе рассматривается фазоуправляемый генератор на основе системы фазовой автоподстройки частоты, предложенный в работе [12] в качестве модели нейроподобного генератора. Данный генератор способен демонстрировать различные динамические режимы, характерные для нейронов: регулярную импульсную динамику, пачечные колебания (берсты), в том числе хаотические, а также возбудимую динамику, в которой отклики появляются только при подаче внешнего воздействия. Наличие возбудимого режима в рассматриваемой модели является очень важным, поскольку нейроны мозга большую часть времени находятся именно в возбудимом состоянии. Кроме того, лежащая в основе рассматриваемого генератора система фазовой автоподстройки частоты позволяет достаточно просто создать электронную схему, воспроизводящую те же динамические режимы [13]. Аппаратная модель представляет огромный интерес для создания нейроморфных устройств как для задач обработки информации, так и для медицинских приложений.

Основное внимание уделено исследованию динамики генератора, находящегося в возбудимом состоянии, при воздействии на него последовательности прямоугольных импульсов. Под возбудимой системой понимается динамическая система, имеющая устойчивое состояние равновесия и периодическую псевдоорбиту большой амплитуды, проходящую в окрестности состояния равновесия [14]. Термин «псевдо» использован здесь автором указанной статьи для уточнения, что начало и конец указанной траектории большой амплитуды близки, но могут не совпадать. Показано существование различных режимов отклика описанного в [12] генератора в ответ на импульсную стимуляцию. Получены соотношения периодов на входе и выходе нейрона в зависимости от амплитуды стимула.

1. Модель фазоуправляемого генератора

Динамика фазоуправляемого генератора описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений третьего порядка, определенной в цилиндрическом фазовом пространстве $(\varphi \bmod 2\pi, y, z)$:

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi}{d\tau} &= y, & \frac{dy}{d\tau} &= z, \\ \varepsilon_1 \varepsilon_2 \frac{dz}{d\tau} &= \gamma + I_{\text{ext}}(\tau) - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)z - (1 + \varepsilon_1 \cos \varphi)y, \end{aligned} \quad (1)$$

где φ – текущая разность фаз подстраиваемого и опорного генераторов, γ – начальная частотная расстройка, ε_1 и ε_2 – параметры фильтра в цепи управления системы фазовой автоподстройки частоты. Применительно к описанию динамики нейрона переменная y интерпретируется как описывающая изменение мембранного потенциала, параметры ε_1 и ε_2 позволяют задавать необходимый динамический режим, а γ оказывает воздействие, сходное с воздействием внешнего тока. Путем изменения параметров ε_1 , ε_2 и γ регулируются количество импульсов в пачке, интервалов между пачками, амплитуды импульсов. Слагаемое $I_{\text{ext}}(\tau)$ описывает внешнее воздействие, подаваемое на систему. Разбиение пространства параметров модели (1) на области с динамическим поведением представлено в работе [15].

Установлено, что в системе (1) при $\gamma \neq 0$ отсутствуют состояния равновесия, но могут существовать предельные циклы различной кратности, а также хаотические аттракторы. Эти движения качественно отображают некоторые режимы изменения мембранного потенциала нейрона, например, регулярную импульсную активность и пачечные разряды (берсты) с различным числом импульсов в пачке, а также хаотические колебания [16].

Модель рассматриваемого генератора, находящегося в возбудимом состоянии, подробно исследована в работе [17]. При $\gamma = 0$ и $I_{\text{ext}}(\tau) = 0$ в системе (1) существует континуум состояний равновесия $(\varphi^*, 0, 0)$, расположенных на отрезке $(-\arccos(1/\varepsilon_1) < \varphi^* < \arccos(1/\varepsilon_1))$, в одном

из которых в конечном счете оказывается система (1) при ненулевых начальных значениях y и z . Заставить генератор генерировать импульсы при $\gamma = 0$ можно с помощью подачи внешнего импульсного воздействия $I_{\text{ext}}(\tau)$, при этом ключевой характеристикой, ответственной за генерацию отклика, является площадь импульсного воздействия, несущая смысл энергии, которая может быть разделена между несколькими импульсами. Далее остановимся на анализе откликов системы (1) на внешние импульсные воздействия.

2. Динамика фазоуправляемого генератора в ответ на периодическое импульсное воздействие

Рассмотрим динамику генератора при внешнем периодическом импульсном воздействии $I_{\text{ext}}(\tau)$:

$$I_{\text{ext}}(\tau) = \begin{cases} A_{\text{st}}, & 0 + nT_{\text{st}} < \tau \leq \tau_0 + nT_{\text{st}}, \\ 0, & \tau_0 + nT_{\text{st}} < \tau < T_{\text{st}} + nT_{\text{st}}, \end{cases} \quad (2)$$

где A_{st} – амплитуда стимулирующего импульса, τ_0 – длительность входного импульса, T_{st} – период стимуляции. Зафиксируем значения параметров $\varepsilon_1 = 4$ и $\varepsilon_2 = 10$, что соответствует существованию при $\gamma \neq 0$ режима периодической активности и пачечного режима с одним импульсом в пачке. Далее будем воздействовать на генератор импульсами с различной амплитудой A_{st} и периодом T_{st} , постоянной длительностью $\tau_0 = 10$. Результат такого воздействия при $A_{\text{st}} = 0.26$ представлен на рис. 1.

Из рис. 1 видно, что для возникновения одного надпорогового отклика необходимо некоторое количество стимулов, при этом период следования откликов непостоянен и меняется в некотором диапазоне, отклики могут возникать в ответ на различное количество входных импульсов. Это связано с тем, что отклик генератора на внешний стимул зависит от значений φ^* в момент прихода внешнего стимула, при этом если стимул не вызвал отклик генератора, то он изменяет значение φ^* .

Для анализа динамики модели фазоуправляемого генератора в ответ на периодическую импульсную стимуляцию введены следующие характеристики: r – относительная частота следования откликов и T_i – межимпульсный интервал. Определим относительную частоту следования

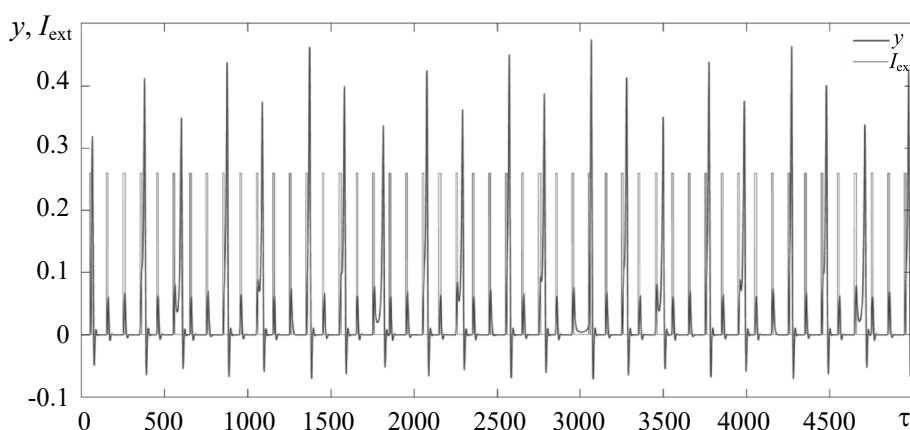


Рис. 1. Генерация импульсов генератором в ответ на периодический стимул $I_{\text{ext}}(\tau)$; $T_{\text{st}} = 100$, $A_{\text{st}} = 0.26$, $\gamma = 0$, $\varepsilon_1 = 4$, $\varepsilon_2 = 10$

Fig. 1. Pulses of the oscillator in response to periodic stimulus $I_{\text{ext}}(\tau)$; $T_{\text{st}} = 100$, $A_{\text{st}} = 0.26$, $\gamma = 0$, $\varepsilon_1 = 4$, $\varepsilon_2 = 10$

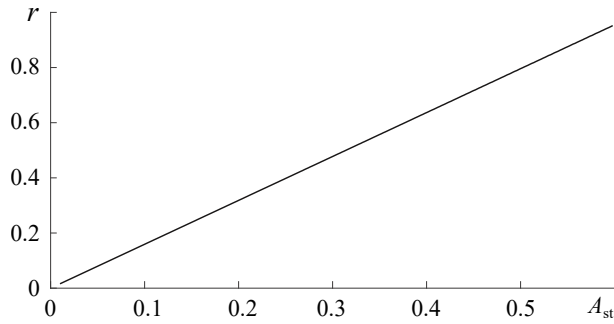


Рис. 2. Зависимость относительной частоты следования откликов нейрноподобного генератора от амплитуды внешнего воздействия при $T_{st} = 100$, $\gamma = 0$, $\varepsilon_1 = 4$, $\varepsilon_2 = 10$

Fig. 2. Dependence of relative frequency of oscillator's responses on amplitude of external stimulus with $T_{st} = 100$, $\gamma = 0$, $\varepsilon_1 = 4$, $\varepsilon_2 = 10$

практически линейный рост при увеличении амплитуды входного воздействия. При этом анализ осциллограмм на рис. 1 говорит о наличии дискретности в соотношении откликов и стимулов: на рис. 1 наблюдается случай, когда отклик возникает в ответ на три или два стимула, при этом чередование является нерегулярным. Очевидно, что представленная на рис. 2 зависимость не отображает все детали наблюдаемого процесса. Для увеличения информационной емкости вычисляемой зависимости введем другую характеристику относительной частоты следования откликов.

Разобьем временную последовательность на блоки по следующему принципу: i -й блок начинается в момент начала импульса внешнего сигнала, следующего за надпороговым откликом генератора и не вызывающего надпороговый отклик, и заканчивается с началом следующего блока. Пример разбиения сигнала на блоки представлен на рис. 3.

Определенные таким способом временные блоки позволяют найти относительную частоту следования откликов внутри одного блока следующим образом:

$$r_i = \frac{n_i}{m_i}, \quad (3)$$

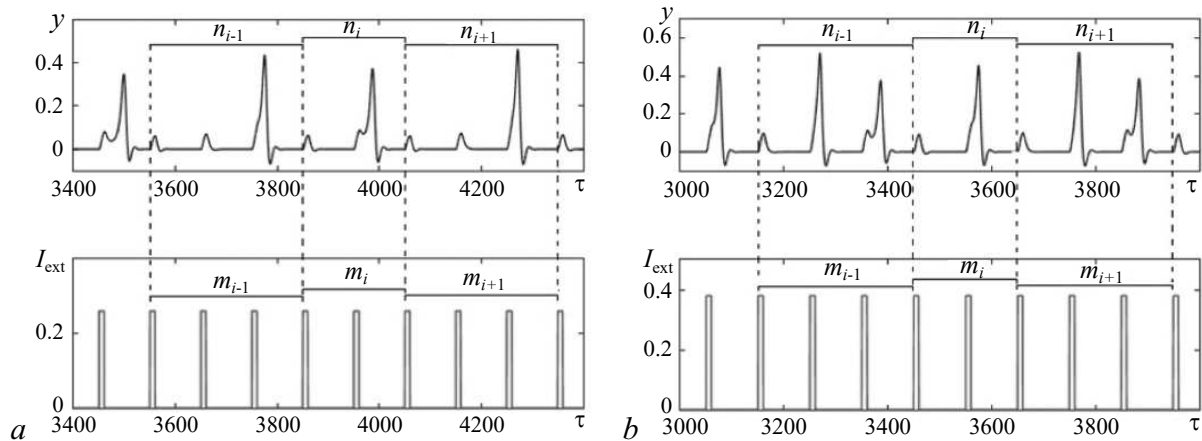


Рис. 3. Генерация импульсов генератором (1) в ответ на периодический стимул $I_{ext}(\tau)$; $T_{st} = 100$, $\gamma = 0$, $\varepsilon_1 = 4$, $\varepsilon_2 = 10$, $A_{st} = 0.26$ (a), $A_{st} = 0.38$ (b)

Fig. 3. Pulses of the oscillator (1) in response to periodic stimulus $I_{ext}(\tau)$; $T_{st} = 100$, $\gamma = 0$, $\varepsilon_1 = 4$, $\varepsilon_2 = 10$, $A_{st} = 0.26$ (a), $A_{st} = 0.38$ (b)

откликов как отношение количества надпороговых откликов генератора (1) к количеству импульсов внешней стимуляции (2) за время симуляции (за исключением переходного процесса в начале симуляции): $r = n/m$. Полученная зависимость относительной частоты следования откликов от амплитуды внешнего импульсного воздействия представлена на рис. 2.

Шаг по параметру A_{st} равен 0.002. Для оценки соотношения m/n использовался ряд длительностью $n = 1500$ внешних импульсов после $n = 2000$ внешних импульсов переходного процесса, что необходимо для исключения влияния начальных условий, особенно при малых амплитудах внешнего воздействия. Полученная зависимость на рис. 2 показывает

где m_i – количество входных импульсов, необходимых для получения n_i откликов, i – номер блока, в котором существует m_i входных импульсов и n_i откликов.

При малых амплитудах стимуляции в ответ на периодический стимул $I_{\text{ext}}(\tau)$ не следует более одного надпорогового отклика исследуемого генератора подряд, поэтому $n_i = 1$ и относительная частота следования откликов r_i определяется формулой $r_i = 1/m_i$. На рис. 3, а показан пример генерации импульсов нейроподобным генератором в ответ на периодический стимул $I_{\text{ext}}(\tau)$, когда исследуемый генератор не отвечает более, чем один раз подряд.

При бóльших амплитудах воздействия отклики начинают появляться не реже, чем на каждый второй входной стимул, и могут возникать серии из нескольких надпороговых откликов подряд, причем эти серии разделяются одним подпороговым откликом, как это представлено на рис. 3, б. Таким образом, в каждом блоке надпороговых откликов на один меньше, чем стимулов, то есть $n_i = m_i - 1$, и относительная частота следования откликов будет определяться формулой $r_i = (m_i - 1)/m_i$.

Рассмотрено, как влияет амплитуда периодической импульсной стимуляции A_{st} на относительную частоту следования откликов r при использовании разбиения временной последовательности импульсов на блоки. Получена зависимость относительных частот следования откликов r от амплитуды стимула A_{st} при $T_{\text{st}} = 100$, изображенная на рис. 4.

Из рис. 4 видно, что при увеличении амплитуды стимуляции одни относительные частоты перестают существовать и сменяются другими, затем устанавливается захват частоты внешнего сигнала нейроподобным генератором. При данных параметрах, когда $A_{\text{st}} \leq 0.314$ относительные частоты принимают значения вида $r = 1/m$. При $A_{\text{st}} = 0.314$ отклики появляются на каждый второй импульс входной периодической последовательности. Когда $A_{\text{st}} \geq 0.314$, относительные частоты принимают значения вида $r = (m - 1)/m$.

Полученная зависимость согласуется с зависимостью, представленной на рис. 2. Переход между «ступенями» с различными соотношениями частот на рис. 4 происходит при тех же значениях амплитуд, что и на рис. 2.

Для более детального изучения процесса смены относительной частоты следования импульсов генератора при изменении амплитуды стимуляции A_{st} определялся межимпульсный интервал T_i , который представляет собой временной интервал между надпороговыми откликами нейроподобного генератора, следующими в ответ на периодический стимул $I_{\text{ext}}(\tau)$. Пример определения межимпульсного интервала представлен на рис. 5.

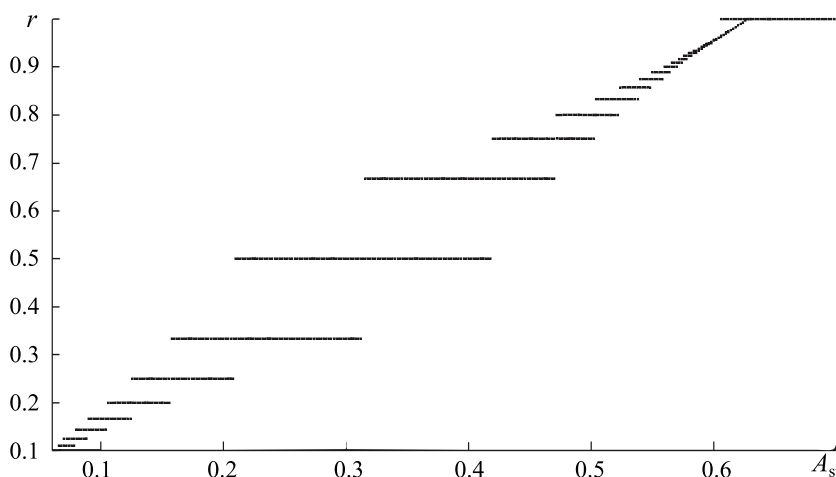


Рис. 4. Зависимость относительных частот следования откликов r от амплитуды стимула A_{st} ; $T_{\text{st}} = 100$, $\varepsilon_1 = 4$, $\varepsilon_2 = 10$

Fig. 4. Dependence of relative frequency of oscillator's responses r on amplitude of external stimulus A_{st} ; $T_{\text{st}} = 100$, $\varepsilon_1 = 4$, $\varepsilon_2 = 10$

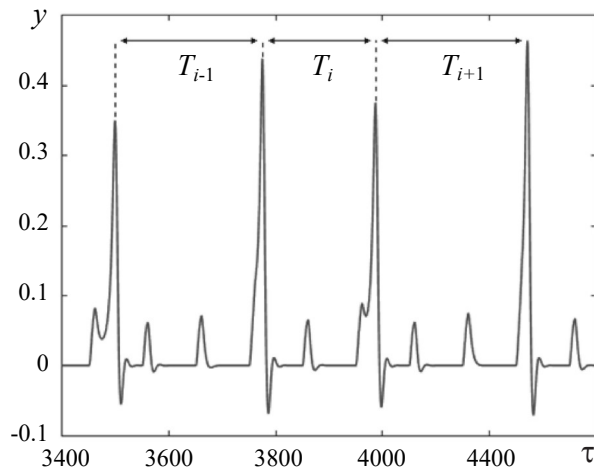


Рис. 5. Определение межимпульсного интервала при генерации нейроподобным генератором надпороговых откликов в ответ на периодический стимул $I_{\text{ext}}(\tau)$; $T_{\text{st}} = 100$, $A_{\text{st}} = 0.26$, $\varepsilon_1 = 4$, $\varepsilon_2 = 10$

Fig. 5. Definition of inter-pulse interval of supra-threshold responses of oscillator (1) in response to periodic stimulus $I_{\text{ext}}(\tau)$; $T_{\text{st}} = 100$, $A_{\text{st}} = 0.26$, $\varepsilon_1 = 4$, $\varepsilon_2 = 10$

значения межимпульсного интервала не сосредоточены только в окрестности рациональных соотношений.

При малых периодах внешнего воздействия области на рис. 6 имеют более плавные границы, то есть происходит более плавный переход к синхронизации с другим соотношением частот. При больших периодах стимула переход осуществляется более резко.

Из анализа диаграмм на рис. 4 и рис. 6 видно, что при одном значении амплитуды внешнего стимула возможны отклики с различными значениями относительной частоты следования. Для оценки вероятности возникновения надпорогового отклика нейроподобного генератора с определенной относительной частотой построены гистограммы распределения соотношений межимпульсных интервалов при постоянном значении амплитуды внешнего воздействия (рис. 7).

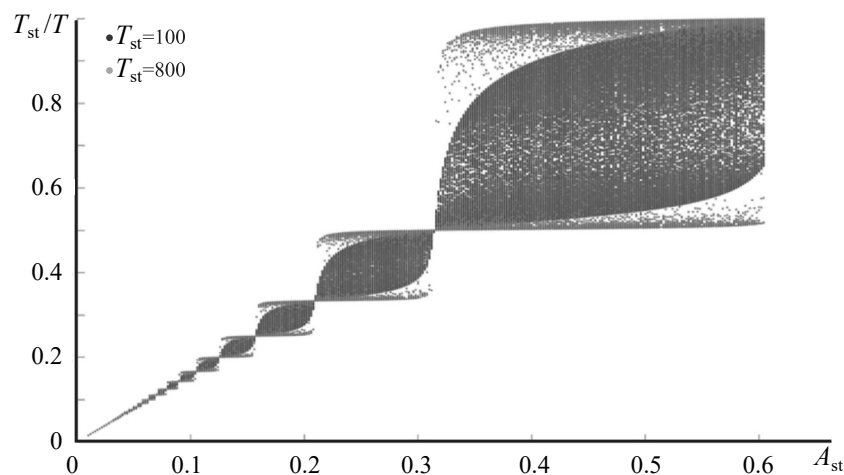


Рис. 6. Зависимость соотношений межимпульсных интервалов на входе и выходе нейроподобного генератора T_{st}/T при $T_{\text{st}} = 100$ и $T_{\text{st}} = 800$ от амплитуды стимула A_{st} ; $\varepsilon_1 = 4$, $\varepsilon_2 = 10$

Fig. 6. Inter-pulse intervals ratios on input and output of the oscillator T_{st}/T with $T_{\text{st}} = 100$ and $T_{\text{st}} = 800$ depends on stimulus amplitude A_{st} ; $\varepsilon_1 = 4$, $\varepsilon_2 = 10$

Из рис. 5 видно, что межимпульсный интервал непостоянен и меняется в некотором диапазоне. Было рассмотрено, как влияет изменение амплитуды периодической стимуляции A_{st} на разброс межимпульсных интервалов T_i . На рис. 6 представлена зависимость соотношений периодов на входе и выходе нейроподобного генератора T_{st}/T от амплитуды стимула A_{st} , где для каждого значения амплитуды стимула построены отношения периода стимула к межимпульсным интервалам T_i .

Как видно из рис. 6, при увеличении амплитуды стимула увеличивается соотношение T_{st}/T . При этом формируются определенные области: при определенном диапазоне амплитуд возможно получение откликов с некоторым ограниченным соотношением T_{st}/T . Переход к области с более высокими соотношениями периодов осуществляется при тех же значениях амплитуды стимуляции, что и на рис. 4. Однако видно, что, в отличие от зависимости на рис. 4,

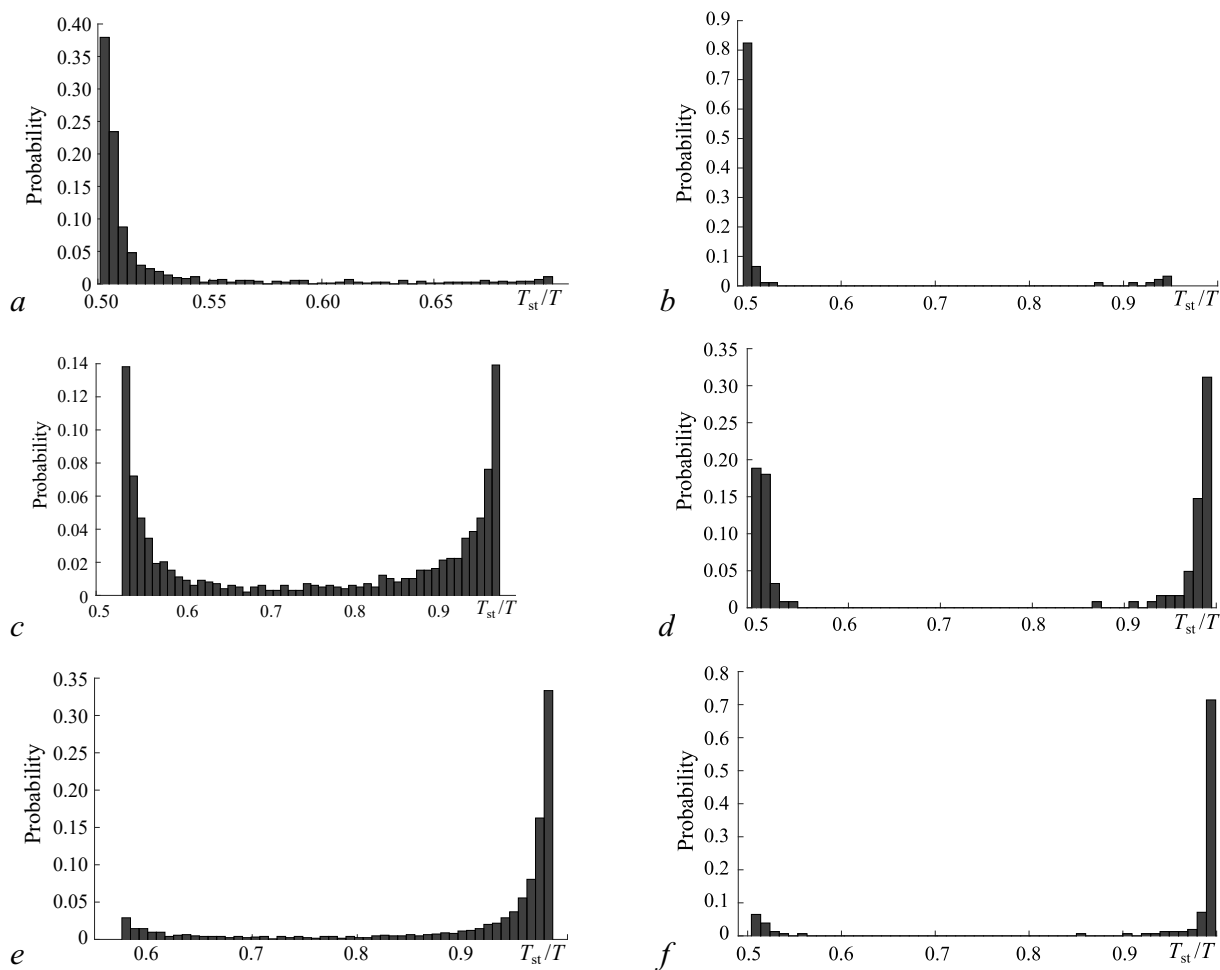


Рис. 7. Гистограммы распределения соотношений межимпульсных интервалов при постоянных значениях амплитуды внешнего воздействия при $\varepsilon_1 = 4$, $\varepsilon_2 = 10$: $T_{st} = 100$, $A_{st} = 0.328$ (a); $T_{st} = 800$, $A_{st} = 0.328$ (b); $T_{st} = 100$, $A_{st} = 0.442$ (c); $T_{st} = 800$, $A_{st} = 0.442$ (d); $T_{st} = 100$, $A_{st} = 0.558$ (e); $T_{st} = 800$, $A_{st} = 0.558$ (f)

Fig. 7. Histograms of inter-pulse intervals ratios distribution for different values of stimulus amplitudes with $\varepsilon_1 = 4$, $\varepsilon_2 = 10$: $T_{st} = 100$, $A_{st} = 0.328$ (a); $T_{st} = 800$, $A_{st} = 0.328$ (b); $T_{st} = 100$, $A_{st} = 0.442$ (c); $T_{st} = 800$, $A_{st} = 0.442$ (d); $T_{st} = 100$, $A_{st} = 0.558$ (e); $T_{st} = 800$, $A_{st} = 0.558$ (f)

3. Динамика в ответ на пуассоновскую случайную импульсную последовательность

В работе [18] показано, что суммарное воздействие от нескольких источников импульсных сигналов может быть представлено импульсной пуассоновской последовательностью. Напомним, что пуассоновским импульсным процессом называется последовательность импульсов, для которой, независимо от числа ранее возникших импульсов, вероятность $P_1(h)$ возникновения ещё одного импульса в малый интервал времени между моментами t и $t + h$ равна $\lambda h + o(h)$. Здесь $\lambda = \text{const}$ – интенсивность пуассоновского процесса. Вероятность возникновения на этом же интервале более чем одного импульса есть $o(h)$ (является величиной более высокого порядка малости по сравнению с h) [19]. Такое представление является достаточно общепринятым в моделировании входных воздействий в нейродинамике (см., например, [20]), поскольку имеет большую биологическую правдоподобность, чем регулярные импульсные последовательности. Известно, что одним из следствий указанного определения является пуассоновский закон распределения числа n импульсов, возникших на интервале фиксированной длительности T :

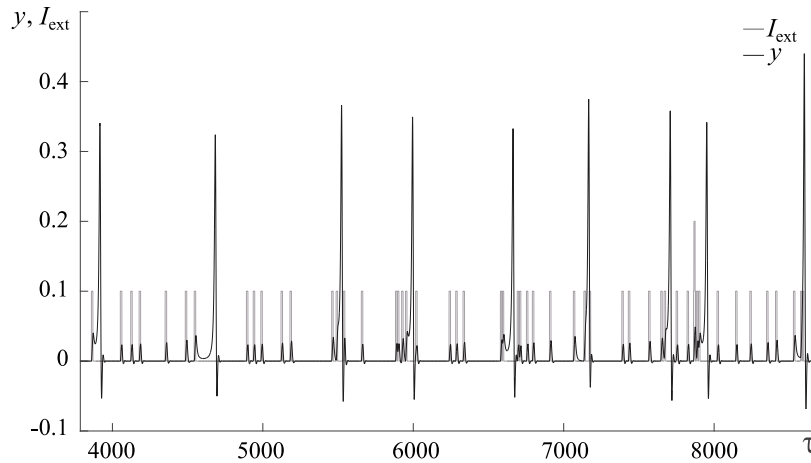


Рис. 8. Генерация импульсов генератором в ответ на стимул $I_{\text{ext}}(\tau)$ в виде пуассоновской последовательности импульсов с характерным периодом $T_{\text{st}} = 100$, $A_{\text{st}} = 0.1$, $\varepsilon_1 = 4$, $\varepsilon_2 = 10$

Fig. 8. Pulses of the oscillator in response to stimulus $I_{\text{ext}}(\tau)$ presented as a poissonian pulse sequence with mean period $T_{\text{st}} = 100$, $A_{\text{st}} = 0.1$, $\varepsilon_1 = 4$, $\varepsilon_2 = 10$

$P_n(t) = [(\lambda T)^n / n!] e^{-\lambda T}$ [19]. Другим следствием является экспоненциальное распределение времён между моментами возникновения соседних импульсов, асимптотическая применимость которого для суммы источников периодических импульсных последовательностей анализировалась в работе [18]. Это же свойство легло в основу известного алгоритма (Gillespie algorithm), который и был использован в нашей работе для моделирования пуассоновского импульсного процесса, подаваемого на невозбужденный нейрноподобный генератор (1). Пример пуассоновской последовательности импульсов и отклика генератора на сигнал с амплитудой импульсов 0.1 представлен на рис. 8.

Для изучения влияния амплитуды стимулов на появление откликов вычислялось отношение среднего межимпульсного интервала сигнала стимуляции $I_{\text{ext}}(\tau)$ между откликами к межимпульсному интервалу откликов. Полученная зависимость представлена на рис. 9.

Из сравнения рис. 6 и 9 можно увидеть качественное и количественное сходство. То есть соотношение межимпульсных интервалов для случаев периодической и пуассоновской случай-

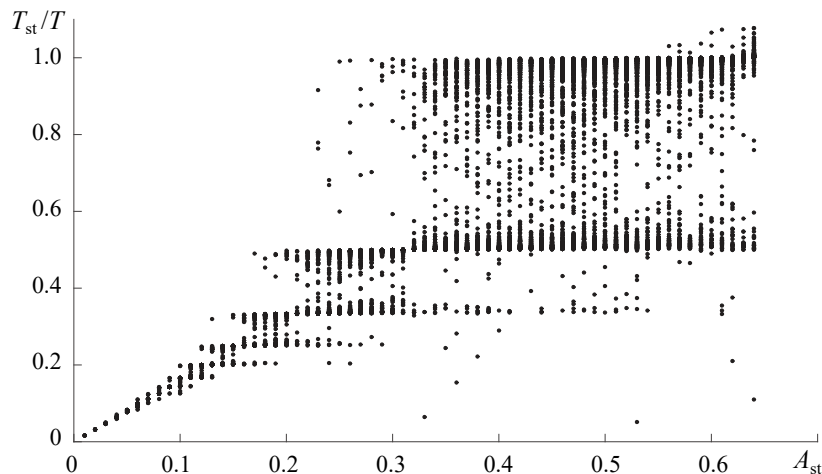


Рис. 9. Зависимость соотношений межимпульсных интервалов на входе и выходе генератора T_{st}/T от амплитуды стимула A_{st} при воздействии пуассоновской импульсной последовательности с характерным периодом $T_{\text{st}} = 800$

Fig. 9. Inter-pulse intervals ratios on input and output of the oscillator T_{st}/T under poissonian pulse sequence with mean period $T_{\text{st}} = 800$ depends on stimulus amplitude A_{st}

ной последовательности импульсов показало зависимость от амплитуды. Можно заключить, что решающим фактором, вызывающим отклик нейроподобного генератора на импульсную последовательность, является количество импульсов, практически вне зависимости от регулярности их воздействия. Однако можно отметить, что в случае пуассоновской случайной последовательности возможно наложение двух импульсов друг на друга, как это представлено на рис. 8, или поступление стимулирующего импульса в момент генерации отклика, что вызывает отклонение в соотношении межимпульсных интервалов на входе и выходе нейроподобного генератора T_{st}/T , присутствующее на рис. 9.

При различных значениях амплитуды стимулирующих импульсов также одновременно наблюдаются отклики с различным соотношением периодов, как это можно увидеть из рис. 9. При различных значениях амплитуды наблюдаются различные пропорции между откликами с фиксированными соотношениям межимпульсных интервалов, что демонстрируют гистограммы на рис. 10.

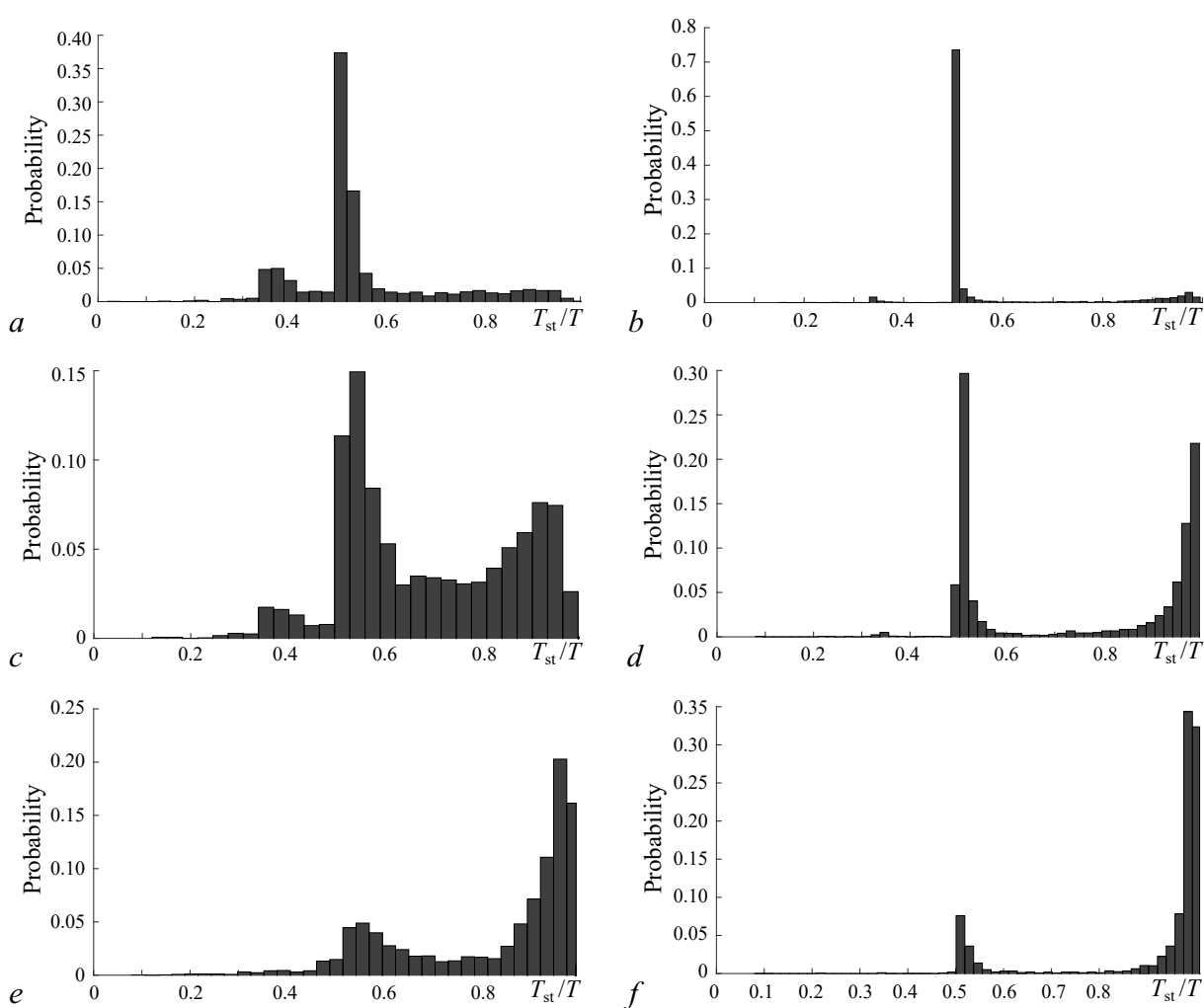


Рис. 10. Гистограммы распределения соотношений межимпульсных интервалов при постоянных значениях амплитуды пуассоновского импульсного внешнего воздействия при $\varepsilon_1 = 4, \varepsilon_2 = 10$: $T_{st} = 100, A_{st} = 0.33$ (a); $T_{st} = 800, A_{st} = 0.33$ (b); $T_{st} = 100, A_{st} = 0.44$ (c); $T_{st} = 800, A_{st} = 0.44$ (d); $T_{st} = 100, A_{st} = 0.56$ (e); $T_{st} = 800, A_{st} = 0.56$ (f)

Fig. 10. Histograms of inter-pulse intervals ratios distribution for different values of pulse amplitudes of poissonian sequence with $\varepsilon_1 = 4, \varepsilon_2 = 10$: $T_{st} = 100, A_{st} = 0.33$ (a); $T_{st} = 800, A_{st} = 0.33$ (b); $T_{st} = 100, A_{st} = 0.44$ (c); $T_{st} = 800, A_{st} = 0.44$ (d); $T_{st} = 100, A_{st} = 0.56$ (e); $T_{st} = 800, A_{st} = 0.56$ (f)

Заключение

Исследована динамика фазоуправляемого генератора, находящегося в возбужденном состоянии, в ответ на периодическое импульсное воздействие. Рассмотрено влияние параметров периодической стимуляции на ответ исследуемого генератора.

Получена зависимость относительных частот следования откликов от амплитуды периодического стимула. Отклики фазоуправляемого генератора на стимуляцию синхронизируются с различными рациональными частотными отношениями в зависимости от амплитуды стимуляции.

Рассмотрено, как влияет изменение амплитуды периодической стимуляции на разброс межимпульсных интервалов между откликами модели нейроподобного генератора. Получена зависимость отношений периода стимуляции к межимпульсным интервалам от амплитуды стимула. При этом значения межимпульсного интервала не сосредоточены только в окрестности рациональных соотношений, в отличие от значений относительных частот следования откликов.

Показано, что воздействие пуассоновской импульсной последовательности приводит практически к тем же результатам, что и периодическая импульсная стимуляция.

Проведено детальное изучение динамики фазоуправляемого генератора под воздействием последовательности импульсов. Различные способы оценки откликов генератора на внешнее возбуждение показывают, что отклик существенно зависит от амплитуды стимулирующих импульсов и слабее зависит от периода стимуляции, что подтверждается результатами действия пуассоновской случайной последовательности. В качестве наиболее информативной характеристики откликов предложено использовать соотношение межимпульсных интервалов входной и выходной последовательностей импульсов.

Полученные в работе результаты по исследованию возбуждения фазоуправляемого генератора последовательностью импульсов представляют особый интерес при использовании предложенного генератора в качестве модели нейрона. В таком случае перспективным применением результатов будет построение сложных сетей из предложенных генераторов, например, для задач обработки информации и построения нейроморфных вычислительных систем. Последовательность импульсов, поступающая на вход генератора, будет соответствовать сигналам от других элементов сети. А различная реакция на импульсы разной амплитуды может быть трактована как основа обучения такой сети за счет настройки силы взаимодействия между элементами.

Список литературы

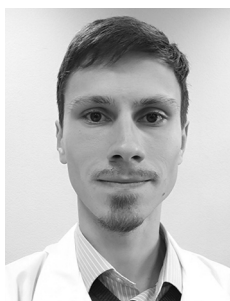
1. *Izhikevich E. M.* Dynamical Systems in Neuroscience: The Geometry of Excitability and Bursting. Cambridge: The MIT Press, 2007. 441 p.
2. *Rabinovich M. I. et al.* Dynamical principles in neuroscience // *Rev. Mod. Phys.* 2006. Vol. 78, no. 4. P. 1213–1265. DOI: 10.1103/RevModPhys.78.1213.
3. *Croisier H.* Continuation and bifurcation analyses of a periodically forced slow-fast system. Diss. Phd thesis, Academie Wallonie-Europe, Université de Liege, 2009. 126 p.
4. *Yoshino K. et al.* Synthetic analysis of periodically stimulated excitable and oscillatory membrane models // *Phys. Rev. E.* 1999. Vol. 59, no. 1. P. 956–969. DOI: 10.1103/PhysRevE.59.956.
5. *Sato S., Doi S.* Response characteristics of the BVP neuron model to periodic pulse inputs // *Math. Biosci.* 1992. Vol. 112, no. 2. P. 243–259. DOI: 10.1016/0025-5564(92)90026-S.
6. *Doi S., Sato S.* The global bifurcation structure of the BVP neuronal model driven by periodic pulse trains // *Math. Biosci.* 1995. Vol. 125, no. 2. P. 229–250. DOI: 10.1016/0025-5564(94)00035-x.
7. *Kazantsev V. B. et al.* Active spike transmission in the neuron model with a winding threshold manifold // *Neurocomputing.* 2012. Vol. 83. P. 205–211. DOI: 10.1016/j.neucom.2011.12.014.

8. *Nguetcho A. S. T. et al.* Experimental active spike responses of analog electrical neuron: beyond «integrate-and-fire» transmission // *Nonlinear Dyn.* 2015. Vol. 82, no. 3. P. 1595–1604. DOI: 10.1007/s11071-015-2263-2.
9. *Takahashi N. et al.* Global bifurcation structure in periodically stimulated giant axons of squid // *Physica D: Nonlinear Phenomena.* 1990. Vol. 43, no. 2–3. P. 318–334. DOI: 10.1016/0167-2789(90)90140-K.
10. *Kaplan D. T. et al.* Subthreshold dynamics in periodically stimulated squid giant axons // *Phys. Rev. Lett.* 1996. Vol. 76, no. 21. P. 4074–4077. DOI: 10.1103/PhysRevLett.76.4074.
11. *Farokhniaee A. A., Large E. W.* Mode-locking behavior of Izhikevich neurons under periodic external forcing // *Phys. Rev. E.* 2017. Vol. 95, no. 6. P. 062414. DOI: 10.1103/PhysRevE.95.062414.
12. *Мищенко М. А.* Нейроноподобная модель на основе системы фазовой автоподстройки частоты // *Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского.* 2011. Т. 5, № 3. С. 279–282.
13. *Мищенко М. А., Большаков Д. И., Матросов В. В.* Аппаратная реализация нейроподобного генератора с импульсной и пачечной динамикой на основе системы фазовой синхронизации // *Письма в ЖТФ.* 2017. Т. 43, № 13. С. 10–18. DOI: 10.21883/PJTF.2017.13.44806.16737.
14. *Izhikevich E. M.* Neural excitability, spiking and bursting // *Int. J. Bifurc. Chaos.* 2000. Vol. 10, no. 6. P. 1171–1266. DOI: 10.1142/S0218127400000840.
15. *Мищенко М. А., Шалфеев В. Д., Матросов В. В.* Нейроноподобная динамика в системе фазовой синхронизации // *Известия вузов. ПНД.* 2012. Т. 20, № 4. С. 122–130. DOI: 10.18500/0869-6632-2012-20-4-122-130.
16. *Matrosov V. V., Mishchenko M. A., Shalfeev V. D.* Neuron-like dynamics of a phase-locked loop // *Eur. Phys. J. Spec. Top.* 2013. Vol. 222, no. 10. P. 2399–2405. DOI: 10.1140/epjst/e2013-02024-9.
17. *Мищенко М. А., Жукова Н. С., Матросов В. В.* Возбуждение фазоуправляемого генератора импульсным воздействием // *Известия вузов. ПНД.* 2018. Т. 26, № 5. С. 6–19. DOI: 10.18500/0869-6632-2018-26-5-6-19.
18. *Cox D. R., Smith W. L.* The superposition of several strictly periodic sequences of events // *Biometrika.* 1953. Vol. 40, no. 1–2. P. 1–11. DOI: 10.2307/2333090.
19. *Феллер В.* Введение в теорию вероятностей и её приложения. Т. 1. М.: Мир, 1984. 528 с.
20. *Goldfinger M. D.* Poisson process stimulation of an excitable membrane cable model // *Biophys. J.* 1986. Vol. 50, no. 1. P. 27–40. DOI: 10.1016/S0006-3495(86)83436-1.

References

1. Izhikevich E. M. *Dynamical Systems in Neuroscience: The Geometry of Excitability and Bursting.* Cambridge: The MIT Press; 2007. 441 p.
2. Rabinovich M. I. et al. Dynamical principles in neuroscience. *Rev. Mod. Phys.* 2006;78(4): 1213–1265. DOI: 10.1103/RevModPhys.78.1213.
3. Croisier H. Continuation and bifurcation analyses of a periodically forced slow-fast system. Diss. Phd thesis, Academie Wallonie-Europe, Université de Liege; 2009. 126 p.
4. Yoshino K. et al. Synthetic analysis of periodically stimulated excitable and oscillatory membrane models. *Phys. Rev. E.* 1999;59(1):956–969. DOI: 10.1103/PhysRevE.59.956.
5. Sato S, Doi S. Response characteristics of the BVP neuron model to periodic pulse inputs. *Math. Biosci.* 1992;112(2):243–259. DOI: 10.1016/0025-5564(92)90026-S.

6. Doi S, Sato S. The global bifurcation structure of the BVP neuronal model driven by periodic pulse trains. *Math. Biosci.* 1995;125(2):229–250. DOI: 10.1016/0025-5564(94)00035-x.
7. Kazantsev VB et al. Active spike transmission in the neuron model with a winding threshold manifold. *Neurocomputing.* 2012;83:205–211. DOI: 10.1016/j.neucom.2011.12.014.
8. Nguetcho AST et al. Experimental active spike responses of analog electrical neuron: beyond «integrate-and-fire» transmission. *Nonlinear Dyn.* 2015;82(3):1595–1604. DOI: 10.1007/s11071-015-2263-2.
9. Takahashi N et al. Global bifurcation structure in periodically stimulated giant axons of squid. *Physica D: Nonlinear Phenomena.* 1990;43(2–3):318–334. DOI: 10.1016/0167-2789(90)90140-K.
10. Kaplan DT et al. Subthreshold dynamics in periodically stimulated squid giant axons. *Phys. Rev. Lett.* 1996;76(21):4074–4077. DOI: 10.1103/PhysRevLett.76.4074.
11. Farokhniaee AA, Large EW. Mode-locking behavior of Izhikevich neurons under periodic external forcing. *Phys. Rev. E.* 2017;95(6):062414. DOI: 10.1103/PhysRevE.95.062414.
12. Mishchenko MA. Neuron-like model on the basis of the phase-locked loop. *Vestnik of Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod.* 2011;5(3):279–282 (in Russian).
13. Mishchenko MA, Bolshakov DI, Matrosov VV. Instrumental implementation of a neuronlike generator with spiking and bursting dynamics based on a phase-locked loop. *Tech. Phys. Lett.* 2017;43(7):596–599. DOI: 10.1134/S1063785017070100.
14. Izhikevich EM. Neural excitability, spiking and bursting. *Int. J. Bifurc. Chaos.* 2000;10(6):1171–1266. DOI: 10.1142/S0218127400000840.
15. Mishchenko MA, Shalfeev VD, Matrosov VV. Neuron-like dynamics in phase-locked loop. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics.* 2012;20(4):122–130 (in Russian). DOI: 10.18500/0869-6632-2012-20-4-122-130.
16. Matrosov VV, Mishchenko MA, Shalfeev VD. Neuron-like dynamics of a phase-locked loop. *Eur. Phys. J. Spec. Top.* 2013;222(10):2399–2405. DOI: 10.1140/epjst/e2013-02024-9.
17. Mishchenko MA, Zhukova NS, Matrosov VV. Excitability of neuron-like generator under pulse stimulation. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics.* 2018;26(5):6–19 (in Russian). DOI: 10.18500/0869-6632-2018-26-5-5-19.
18. Cox DR, Smith WL. The superposition of several strictly periodic sequences of events. *Biometrika.* 1953;40(1–2):1–11. DOI: 10.2307/2333090.
19. Feller W. *An Introduction to Probability Theory and Its Applications.* Vol. 1, 3rd Edition. Wiley; 1968. 528 p.
20. Goldfinger MD. Poisson process stimulation of an excitable membrane cable model. *Biophys. J.* 1986;50(1):27–40. DOI: 10.1016/S0006-3495(86)83436-1.



Мищенко Михаил Андреевич – родился в городе Горьком (1987). Окончил радиофизический факультет Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского (2010). Кандидат физико-математических наук (2013). Научный сотрудник и старший преподаватель кафедры теории колебаний и автоматического регулирования радиофизического факультета Национального исследовательского Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского. Область научных интересов – нейродинамика, нелинейная динамика и синхронизация.

Россия, 603950 Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23
 Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского
 E-mail: mischenko@neuro.nnov.ru
 ORCID: 0000-0001-8801-7664



Ковалева Наталья Сергеевна – родилась в Нижнем Новгороде (1994). Окончила радиофизический факультет Национального исследовательского Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского (2018). С 2018 года является аспирантом кафедры теории колебаний и автоматического регулирования радиофизического факультета. Область научных интересов – нелинейная динамика, нейродинамика, математическое моделирование.

Россия, 603950 Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского
E-mail: natalizhukova29@gmail.com



Половинкин Андрей Владимирович – родился в 1959 году. Окончил Нижегородский государственный университет (1981). Кандидат физико-математических наук (1987). Область научных интересов: флуктуационно-индуцированные процессы в нелинейных системах и неоднородных средах. Имеет свыше 40 научных и 5 учебно-методических работ. Участник российских и международных научных проектов.

Россия, 603950 Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского
E-mail: polovinkin@rf.unn.ru



Матросов Валерий Владимирович – родился в 1960 году. Окончил Горьковский (Нижегородский) государственный университет им. Н.И. Лобачевского по специальности «прикладная математика» (1982). Защитил диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (1994) и доктора физико-математических наук (2007). Научный сотрудник НИИ прикладной математики и кибернетики при ННГУ им. Н.И. Лобачевского (1984–1999), доцент кафедры теории колебаний и автоматического регулирования (1999), профессор этой кафедры (2007), заведующий кафедрой теории колебаний и автоматического регулирования (2013), профессор этой кафедры (с 2009). Декан радиофизического факультета ННГУ им. Н.И. Лобачевского (2014). Имеет более 100 научных и методических работ, в том числе 3 монографии и 3 учебных пособия, изданных как в России, так и за рубежом. Под его руководством защищено 4 кандидатских диссертации. Член диссертационного совета Д 212.166.07 при ННГУ (радиофак); научно-методического совета исследовательской школы «Колебательно-волновые процессы в природных и искусственных средах». Награжден знаком НТОРЭС им. А. С. Попова «За заслуги в развитии радиоэлектроники и связи».

Россия, 603950 Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского
E-mail: matrosov@rf.unn.ru
ORCID: 0000-0003-3146-111X