



ВЛИЯНИЕ ХАОСА НА ВРЕМЯ УДЕРЖАНИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В МАГНИТНОЙ ЛОВУШКЕ

В.Б. Байбурин, А.В. Юдин

Проведено численное моделирование поведения заряженной частицы в магнитном поле ловушки открытого типа. Показана связь между временем удержания заряженной частицы в ловушке и степенью хаотичности ее траектории. На основе исследования фурье-спектров представлены области существования хаотических колебательных режимов. Построены карты динамических режимов в плоскостях фазовых переменных системы.

Идея магнитного удержания плазмы активно исследуется в первую очередь применительно к осуществлению управляемой реакции термоядерного синтеза [1-6 и др.]. Сложный характер переноса частиц и энергии, приводящий к уходу заряженных частиц на стенки камеры до сих пор мало изучен и затрудняет осуществление самоподдерживающейся термоядерной реакции. Для магнитного удержания плазмы применяют так называемые «магнитные ловушки», которые обычно разделяют на открытые, область удержания в которых ограничена в направлении силовых линий магнитного поля, и замкнутые, где область удержания имеет форму тора. Традиционные достоинства открытых ловушек – простота геометрии, возможность получения высокого давления плазмы в умеренном магнитном поле, стационарность и др. [4]. Это позволяет проводить исследования коллективных свойств плазмы в магнитных ловушках открытого типа. Однако малоизученным остается характер отдельных траекторий заряженных частиц в условиях удерживающего магнитного поля.

В известной работе [7] уравнения движения заряда сводятся к одномерному уравнению возмущенного линейного осциллятора. Однако в реальных устройствах траектории зарядов безусловно имеют трехмерный характер. В работе [8] была показана возможность существования хаотических колебательных режимов в системе «заряд в скрещенных электромагнитных полях» в условиях однородного и радиально изменяющегося магнитных полей. В ловушках открытого типа силовые линии

магнитного поля имеют существенно более сложную структуру, поэтому представляет интерес исследование траекторий заряженных частиц в условиях магнитных полей, имеющих место в типичных конструкциях магнитных ловушек.

Движение заряженной частицы в магнитном поле описывается уравнением

$$\frac{d\mathbf{V}}{dt} = \frac{e}{m}(\mathbf{V} \times \mathbf{B}), \quad (1)$$

где $\frac{e}{m}$ – заряд и масса исследуемой частицы, \mathbf{V} – вектор скорости и \mathbf{B} – вектор индукции магнитного поля. В прямоугольной системе координат (x, y, z) данное уравнение можно представить в следующем виде:

$$\begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{e}{m}(B_z \frac{dy}{dt} - B_y \frac{dz}{dt}), \\ \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{e}{m}(B_x \frac{dz}{dt} - B_z \frac{dx}{dt}), \\ \frac{d^2z}{dt^2} = \frac{e}{m}(B_y \frac{dx}{dt} - B_x \frac{dy}{dt}). \end{cases} \quad (2)$$

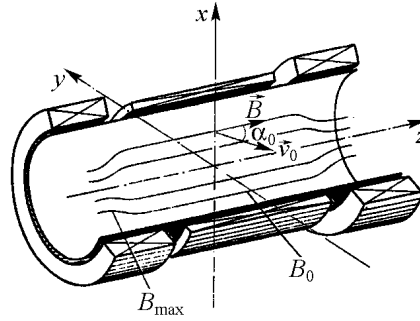


Рис. 1. Постановка моделируемой задачи. В прямоугольной системе координат указаны величина и направление вектора индукции магнитного поля и начальные значения фазовых переменных

Системе (2) соответствует фазовое пространство с переменными $x, y, z, V_x = dx/dt, V_y = dy/dt, V_z = dz/dt$. Само магнитное поле в ловушках открытого типа имеет трехмерную пространственную структуру. Типичные силовые линии поля и магнитная система, их формирующая, представлены на рис. 1. Выражения для модуля вектора индукции магнитного поля, соответствующего рисунку, и для угла между вектором индукции \mathbf{B} и осью z могут быть записаны следующим образом:

$$|\mathbf{B}| = \begin{cases} B_0, & \text{при } |z| < z_a, \\ B_{\max}, & \text{при } |z| > z_b, \\ B_0 + (B_{\max} - B_0) \frac{|z| - z_a}{z_b - z_a}; \end{cases}$$

$$\hat{(\mathbf{B}, \mathbf{Z})} = -\arctg \left(\pi \frac{C \sin A \sqrt{x^2 + y^2}}{(C \cos A + \frac{B_{\max}}{B_0} + 1)(z_b - z_a)} \right), \quad (3)$$

$$A = \pi \frac{|z| - z_a}{z_b - z_a}, \quad C = \frac{B_{\max}}{B_0} - 1,$$

где x, y, z – координаты точки пространства, в которой рассчитывается магнитное поле; z_a, z_b – координаты начала и конца области «магнитного зеркала»; B_0 – значение магнитного поля внутри ловушки; B_{\max} – значение магнитного поля за пределами ловушки. Для численного решения поставленной задачи и определения величин фазовых переменных использовался метод Рунге – Кутты.

Была рассмотрена система со следующими параметрами: $B_0 = 0.5$ Тл, $B_{\max} = 1.0$ Тл, продольный размер ловушки $h = 0.1$ м. Начальные значения фазовых переменных соответствовали условиям инжекции заряженной частицы в центр магнитной ловушки под углом к линиям магнитного поля ($x_0 = 0.01$ м, $y_0 = z_0 = 0$ м, $Vx_0 = -|\mathbf{V}| \sin \alpha$; $Vy_0 = 0$; $Vz_0 = |\mathbf{V}| \cos \alpha$). Значения модуля вектора скорости заряженной частицы $|\mathbf{V}|$ и угла между вектором скорости и линиями магнитного поля α варьировались. Соотношение $\frac{e}{m} = 9.57 \cdot 10^7$, что соответствует иону водорода.

Типичный вид траекторий заряда представлен на рис. 2. В однородном магнитном поле заряд совершает движения по спирали с радиусом, равным ларморовскому радиусу заряженной частицы. В магнитных ловушках открытого типа магнитное поле неоднородно и возрастает по краям ловушки, в области так называемых магнитных зеркал. При попадании в область магнитных зеркал продольная скорость частицы уменьшается (за счет увеличения перпендикулярной составляющей скорости) и частица либо отражается от магнитного зеркала и движется в обратном направлении, либо покидает магнитную ловушку. Поведение заряженных частиц после отражения от краев магнитной ловушки позволяет разделить их на два больших класса: движущихся по регулярной траектории и движущихся по хаотической траектории. Для регулярных частиц после отражения от магнитного зеркала характеристики траектории (радиус орбиты и траектория центра) практически не изменяются – частица продолжает движение по траектории с прежним ларморовским радиусом и вдоль

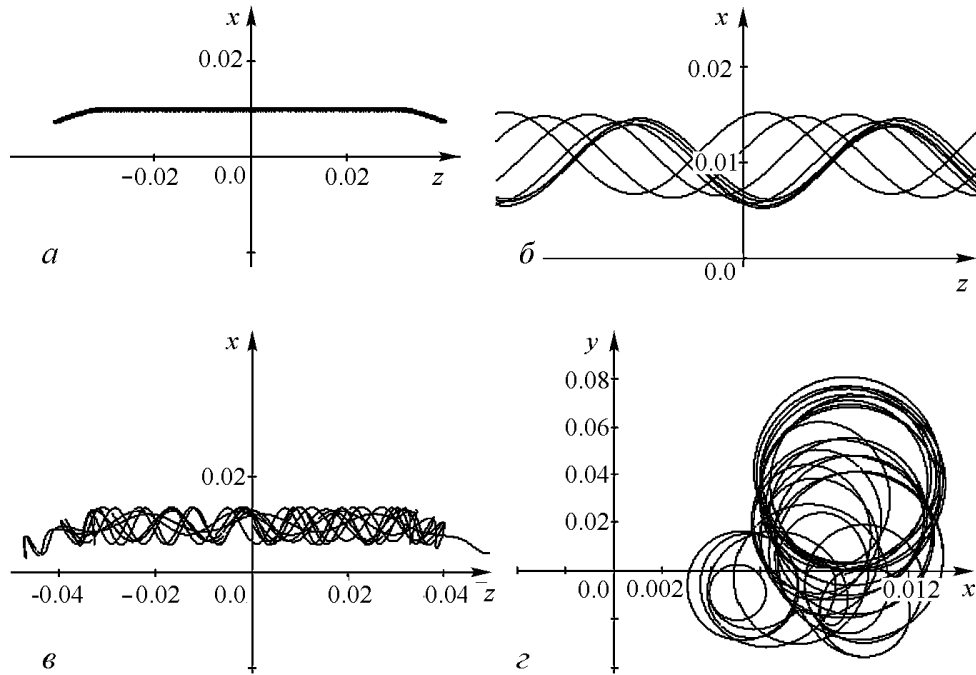


Рис. 2. Типичные траектории зарядов для системы с магнитными зеркалами $z \approx \pm 0.05$: *a* – регулярные траектории ($\alpha = 45^\circ$; $|\mathbf{V}| = 10000$); *b* – регулярные траектории в увеличенном масштабе; *c* – хаотические траектории ($\alpha = 45^\circ$; $|\mathbf{V}| = 100000$); *d* – вид на хаотические траектории со стороны оси z (вдоль линий магнитного поля)

прежней траектории центра (при длительном наблюдении имеет место медленное вращение центра спирали вокруг продольной оси магнитной ловушки). Для хаотических частиц характеристики траектории после отражения меняются непредсказуемо и существенно: ларморовский радиус частицы может увеличиться или уменьшиться в несколько раз и центр спирали может сместиться в произвольном направлении. Хаотичность заряженной частицы определяется уже на начальном этапе траектории и сохраняется во времени. Расчеты также показали, что время удержания частицы в ловушке зависит от степени хаотичности ее движения, а именно, хаотически движущаяся заряженная частица достаточно быстро покидает магнитную ловушку.

На рис. 3 показана зависимость времени удержания заряженной частицы в магнитной ловушке от параметров инжектирования. Видно, что длительное удержание возможно лишь при небольших значениях модуля вектора скорости, при которых наблюдаются регулярные траектории. Согласно [1, 2], условием длительного удержания заряженной частицы в ловушке является

$$\sin \alpha_0 > \sqrt{B_0/B_{\max}}. \quad (4)$$

Рис. 3, б подтверждает, что при выбранных параметрах подобным критическим значением является $\alpha_0 = 45^\circ$.

Для того чтобы определить, каким образом изменяется степень хаотичности траектории частицы для различного времени удержания, необходимо ввести некий критерий оценки степени хаотичности. Традиционно используемый в таких случаях расчет показателей Ляпунова не подходит, так как он основывается на скорости расхождения фазовых траекторий, исходящих из близких фазовых точек, но в условиях однородного магнитного поля (в которых происходит инжекция частиц) даже существенно удаленные друг от друга фазовые траектории не будут расходиться. В качестве возможного критерия оценки степени хаотичности траектории удобно использовать оценку числа экстремумов спектра мощности.

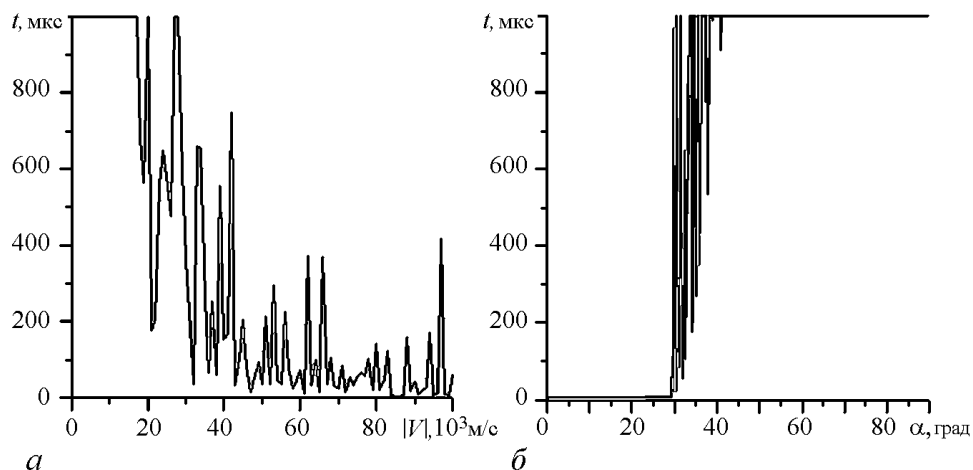


Рис. 3. Зависимость времени удержания заряда в магнитной ловушке от параметров системы: а – от модуля вектора скорости $|V|$; б – от угла α между вектором скорости и линиями магнитного поля

На рис. 4 представлены примеры спектров мощности для различных начальных значений фазовых переменных. Расчеты показывают, что при произвольных величинах угла инжекции и модуля скорости траектории зарядов остаются регулярными до первого отражения от зеркал (при этом спектр мощности аналогичен рис. 4, а).

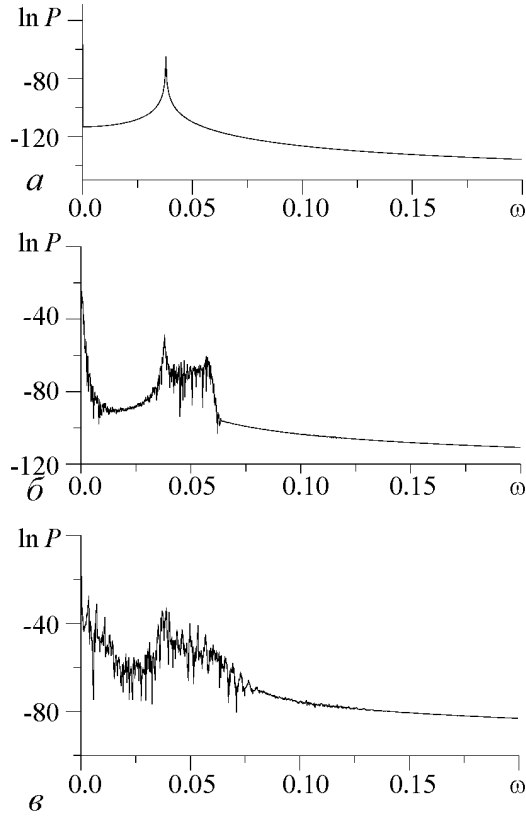


Рис. 4. Вид спектральных характеристик при различных $|V|$: 1000 (а), 10000 (б), 100000 (в)

Как видно из рис. 3 и 5, зависимость степени хаотичности от начальных значений фазовых переменных (рис. 5) согласуется с зависимостью времени удержания от этих же параметров (рис. 3). «Регулярные» спектры мощности (то есть спектры с малым числом пиков, получаемые для регулярных траекторий), так же как и длительное удержание, возможны только при небольших значениях модуля вектора скорости. Малым углом между вектором скорости и линиями магнитного поля соответствуют регулярные спектры, так как не выполняется критерий (4) и частица вылетает из магнитной ловушки, ни разу не отразившись. При больших углах α_0 спектр имеет также регулярный вид, так как из-за малой величины продольной составляющей скорости заряженная частица вращается практически на одном месте и отражается от магнитного зеркала очень быстро, не успев войти в область сильного магнитного поля.

Представилось целесообразным построить карты динамических режимов в плоскостях различных параметров системы для демонстрации взаимосвязи степени хаотичности спектра мощности траектории и времени удержания заряженной частицы в ловушке. На рис. 6, а, 7, а, 8, а представлены карты степени хаотичности.

Разделение траекторий зарядов на регулярные и хаотические происходит в области магнитных зеркал, где возрастает кривизна силовых магнитных линий и увеличивается значение модуля напряженности магнитного поля. Если в пределах ларморовской орбиты кривизна силовых линий магнитного поля меняется несущественно, то происходит отражение заряда от магнитного зеркала, и его движение в обратном направлении идет практически по той же траектории. Если же кривизна силовых магнитных линий меняется существенно, то в процессе отражения также существенно изменяются указанные выше параметры траектории. Траектория становится хаотической и ей соответствует спектр мощности, аналогичный рис. 4, в. Видно, что при возрастании степени хаотичности траектории число пиков спектра мощности увеличивается. Для расчета спектральных характеристик использовалось изменение модуля радиуса-вектора спирали траектории вдоль одной из координат.

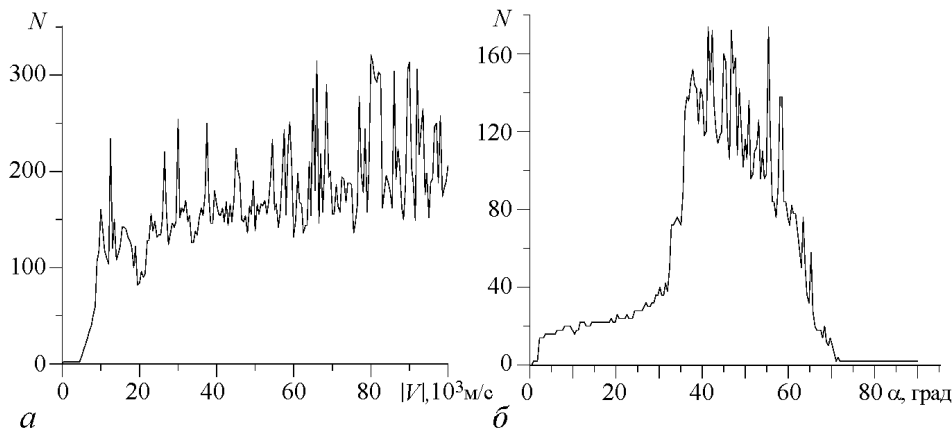


Рис. 5. Зависимость степени хаотичности траекторий заряда от параметров системы: a – от модуля вектора скорости $|\mathbf{V}|$; b – от угла α между вектором скорости и линиями магнитного поля

Белый цвет на них соответствует регулярному спектру мощности, градации серого и черный цвет – многочастотным и хаотическим колебаниям. Для расчета спектров мощности использовались траектории за период времени, достаточный для 3-4 отражений частицы от магнитных зеркал, поскольку степень хаотичности, характерная для исследуемой частицы, устанавливается уже на начальном этапе траектории. На рис. 6, b , 7, b , 8, b показаны карты времени удержания. Черный цвет на них соответствует частицам, вылетевшим из ловушки, а белый – частицам, не покинувшим магнитную ловушку за период времени наблюдения. Для построения карт времени удержания траектория заряженной частицы рассчитывалась в течение времени, достаточного для 100-500 отражений частицы. Видно, что карты, построенные на расчете степени хаотичности и времени удержания, топологически совпадают. Исключение составляют области с малым углом α_0 , однако здесь, как указывалось выше, причиной выхода частицы из ловушки является не возникновение хаоса.

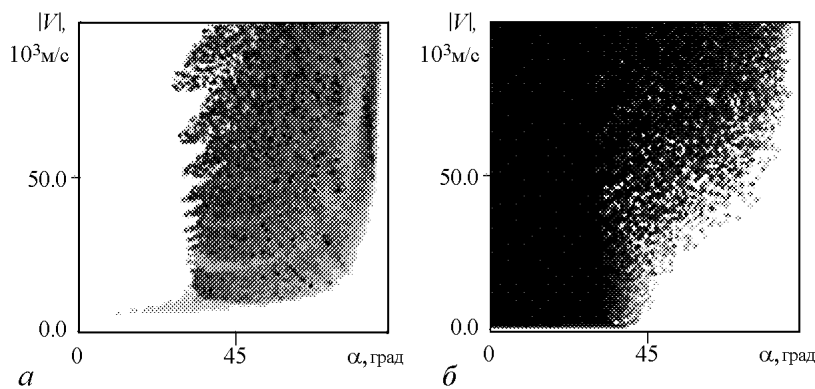


Рис. 6. Карты динамических режимов в плоскости параметров $|\mathbf{V}|, \alpha$: a – степень хаотичности; b – время удержания в ловушке

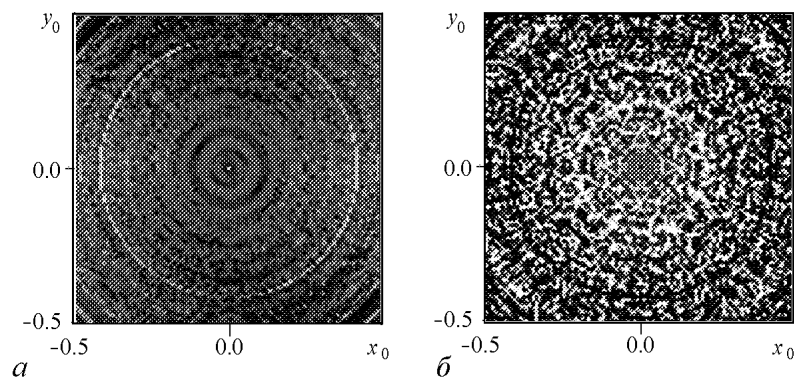


Рис. 7. Карты динамических режимов в плоскости начальных координат (x_0, y_0) : a – степень хаотичности; b – время удержания в ловушке

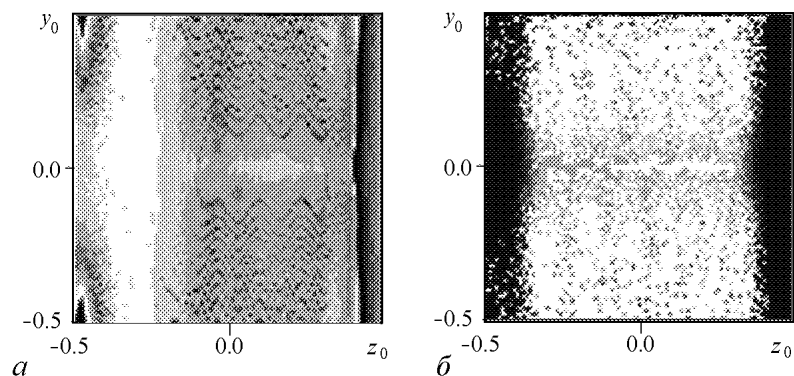


Рис. 8. Карты динамических режимов в плоскости начальных координат (y_0, z_0) : a – степень хаотичности; b – время удержания в ловушке

Для понимания характера хаотических колебаний в моделируемой системе важно рассмотреть еще несколько видов зависимостей. На рис. 9 показано изменение ларморовского радиуса заряженной частицы во времени. Видно, что, за исключением сложного поведения в области магнитных зеркал, частица, движущаяся по регулярной траектории, практически не меняет свой ларморовский радиус. Хаотические частицы, напротив, движутся по спирали с постоянно изменяющимся радиусом. Аналогичное поведение подтверждает рис. 10. Для регулярных траекторий время пролета заряженной частицы между зеркалами остается неизменным на протяжении всего периода наблюдения за системой; частица, движущаяся по хаотической траектории, преодолевает расстояние между магнитными зеркалами каждый раз за различное время. В этом и состоит основная особенность хаоса, возникающего в магнитных ловушках открытого типа: параметры хаотической траектории меняются при каждом отражении заряженной частицы от магнитного зеркала. Частица будет находиться в ловушке до тех пор, пока после очередного отражения перестанет выполняться критерий (4) и частица пройдет сквозь магнитное зеркало.

Таким образом, проведенные расчеты показали, что продолжительность удержания заряженной частицы в ловушке связана со степенью хаотичности траекто-

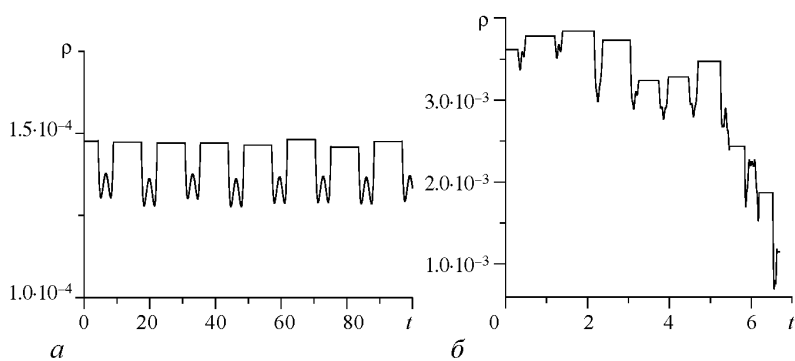


Рис. 9. Изменение ларморовского радиуса заряженной частицы со временем: *a* – для регулярной траектории; *б* – для хаотической траектории

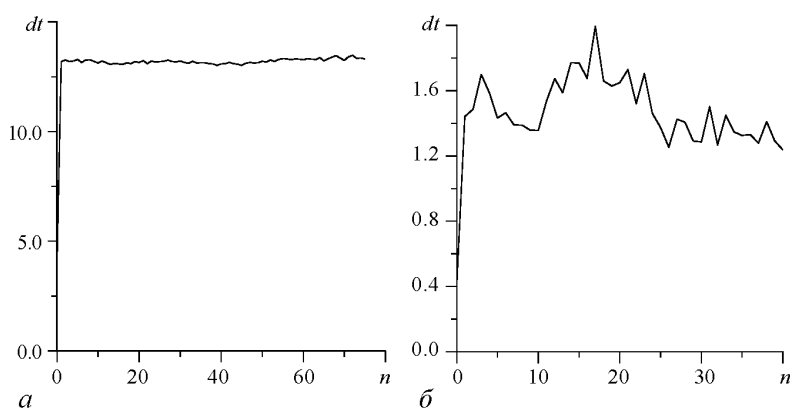


Рис. 10. Изменение времени пролета частицы между зеркалами: *a* – для регулярной траектории; *б* – для хаотической траектории

рии частицы и, следовательно, регуляризация колебаний способна увеличить время удержания в магнитной ловушке. Необходимо отметить, что в реальных устройствах силы, действующие на заряженную частицу в магнитной ловушке (поля пространственного заряда, кулоновское взаимодействие заряженных частиц), усложняют траекторию отдельной частицы. Однако можно ожидать, что и в этих условиях связь между хаотическим движением заряда и временем удержания частицы сохранится.

Библиографический список

1. Арцимович Л.А. Элементарная физика плазмы. М.: Атомиздат, 1969.
2. Арцимович Л.А., Лукьянов С.Ю. Движение заряженных частиц в электрических и магнитных полях. М.: Наука, 1978.
3. Ленерт Б. Динамика заряженных частиц / Пер. с англ. М.: Атомиздат, 1967.
4. Рюттов Д.Д. Открытые ловушки // УФН. 1988. Т. 154, № 4. С. 565.
5. Леонтович М.А., Кадомцев Б.Б. Вопросы теории плазмы. М.: Энергоиздат, 1982.
6. Рожанский В.А. Удержание плазмы в магнитных ловушках // Соросовский образовательный журнал. 2000. Т. 6, № 10. С. 80.

7. Заславский Г.М., Сагдеев Р. З., Усиков Д.А., Черников А.А. Слабый хаос и квазирегулярные структуры. М.: Наука, 1991.
8. Байбурин В.Б., Мантуров А.О., Юдин А.В. Хаотическое поведение зарядов в скрещенных полях // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2002. Т. 10, № 6. С. 62.
9. Поршнев С.В. Динамическая неустойчивость движения заряженных частиц в постоянном неоднородном магнитном поле // Журнал радиоэлектроники. 2000. № 11.
10. Заславский Г.М., Сагдеев Р.З. Введение в нелинейную физику: от маятника до турбулентности и хаоса. М.: Наука, 1988.
11. Шустер Г. Детерминированный хаос. М.: Мир, 1988.
12. Воронцов Г.С. Штурм термоядерной крепости. М.: Наука, 1985.

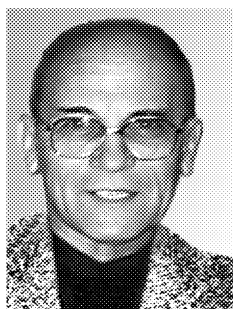
Саратовский государственный
технический университет

Поступила в редакцию 15.12.2004

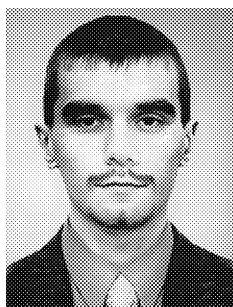
INFLUENCE OF CHAOS FOR CONFINEMENT PERIOD OF CHARGED PARTICLES IN MAGNETIC TRAP

V.B.Bayburin, A.V.Yudin

Numerical modeling of behavior of the charged particle in a magnetic field of an open trap is carried out. Correlation between confinement period of charged particle in a trap and degree of a randomness of trajectory is shown. On the basis of study of power spectra domains of existence of chaotic oscillatory modes are submitted. Maps of dynamic modes are constructed in the phase variables planes.



Байбурин Вил Бариевич – родился в Оренбурге (1935). Окончил физический факультет Саратовского государственного университета (1957). Защитил диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук в СГУ (1969) и доктора физико-математических наук в ИРЭ РАН в Москве (1984) в области электроники СВЧ. Заведующий кафедрой Саратовского государственного технического университета, профессор, заслуженный деятель науки РФ, действительный член РАЕН. Области научных интересов - компьютерное моделирование, электроника СВЧ, сканирующая зондовая микроскопия, применение СВЧ-энергии в технологических процессах. Автор более 300 научных публикаций, в том числе 6 монографий.



Юдин Андрей Витальевич – родился в Саратове (1981). Окончил факультет электронной техники и приборостроения Саратовского государственного технического университета (2003). Аспирант кафедры программного обеспечения вычислительной техники и автоматизированных систем СГТУ. Области научных интересов – компьютерное моделирование физических явлений, интерактивная машинная графика.