

От редактора

Книга ничего не описывает и не выражает; она оказывает действие. Описать или выразить – значит, сделать лишь первый шаг, опереться на что-то. Все остальное еще впереди.

Л. Флашен. Эссе

Недавно мне попала в руки книга Иэна Стюарта «Величайшие математические задачи» (М.: Альпина нон фикшн, 2015, 460 с.). Из семи задач тысячелетия, изложенных в книге, две относятся к прикладной математике и современной математической физике: «Глава 8. Орбитальный хаос. Задача трех тел» и «Глава 12. Потокое мышление. Уравнение Навье–Стокса». Обе темы близки нашему журналу, но больше меня заинтересовала глава о турбулентности. Я вспомнил, что проблемам нелинейной гидродинамической неустойчивости был посвящен отдельный выпуск нашего журнала (Изв. вузов. ПНД, 1993, т. 3, № 2). Более того, вспомнил я и другую книгу – «Современная гидродинамика. Успехи и проблемы гидродинамики» (М.: Мир, 1984), а в ней статью английского физика Г. Моффата «Некоторые направления развития теории турбулентности» с его воспоминаниями. Вот отрывок из воспоминаний.

«В 1961 году в Марселе был проведен важный коллоквиум по случаю открытия Института статистических методов турбулентности: Там были Карман, а также А.Н. Колмогоров и Дж. Тейлор. Я вспоминаю, что Карман в своем выступлении на открытии конференции сказал, что когда он, наконец, предстанет перед Создателем, первое, о чем он попросит, будет раскрытие тайн турбулентности».

Неужели до сих пор тайны не раскрыты? – удивился я. Широко известно, что для решения уравнения Навье–Стокса в практических целях существуют компьютерные программы, которые применяются при конструировании автомобилей, расчета аэродинамики самолетов, расчета тока крови в организме человека и т.п. В чем же дело? Решение есть, что еще нужно? Ответ находим в книге Иэна Стюарта (с. 308).

«Задача тысячелетия не просит математиков найти явные решения уравнения Навье–Стокса, поскольку это, по существу, невозможно. Не имеет она отношения и к численным методам решения этих уравнений, несмотря на всю их важность. Вместо этого в задаче требуется найти доказательство фундаментального теоретического свойства: *существования* решений. При заданном состоянии жидкости в определенный момент времени – при известных характеристиках ее движения – существует ли решение уравнения Навье–Стокса, верное для всего будущего времени, начиная с рассматриваемого момента?»

Иными словами, вопрос ставится так: *существует ли точное решение*, аппроксимацией которого являются компьютерные расчеты.

Далее еще одна цитата из Стюарта (стр. 315).

«Именно этим объясняется включение уравнения Навье–Стокса в число задач тысячелетия. Его официальное описание на сайте Института Клея состоит из четырех отдельных задач. Решения любой из них будет достаточно для получения приза. Во всех четырех задачах жидкость считается несжимаемой. Вот эти задачи.

1. *Существование и гладкость решений в трех измерениях.* Здесь предполагается, что жидкость занимает бесконечное пространство целиком. При заданном первоначальном гладком поле скорости требуется доказать, что для любого положительного момента времени существует гладкое решение уравнения, совпадающее с заданным первоначальным полем.
2. *Существование и гладкость решений на трехмерном плоском торе.* Тот же вопрос, но теперь в предположении, что пространство представляет собой плоский тор – прямоугольник с отождествленными противоположными сторонами. В этой версии обходятся потенциальные проблемы, связанные с бесконечным пространством, о котором шла речь в первой версии; это пространство не соответствует реальности и может вызвать неправильное поведение системы по причинам, не имеющим непосредственного отношения к задаче.
3. *Опровержение существования решений в трех измерениях.* Опровергнуть пункт 1. Иными словами, найти начальное поле, для которого не существует гладкого решения в любой положительный момент времени, и доказать это утверждение.
4. *Опровержение существования решений на трехмерном плоском торе.* Доказать, что пункт 2 неверен.

Те же вопросы остаются открытыми и для уравнения Эйлера, которое, в сущности, эквивалентно уравнению Навье–Стокса, но не учитывает вязкости. За ответы на вопросы по уравнению Эйлера, однако, никто никаких призов не обещает.»

Может быть, кто-то из читателей журнала захочет заняться решением этих задач, а кто-то и решит их?

Желаю успеха!

Научный руководитель ИРЭ РАН,
академик РАН

Ю.В. Гуляев