

## ДВЕ ТЫСЯЧИ ШЕСТОЙ ГОД В ДАТАХ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ\*

*Д.И. Трубецков*

### «Электронные» даты как зеркало нелинейной науки

**Джозеф Джон Томсон – 150 лет со дня рождения.** Естественно начать с главного действующего героя электроники – электрона и его открывателя Дж. Дж. Томсона. В кратком предисловии к книге Т. Гнединой «Открытие Джи-Джи» [1] есть такое повествование.

«Итак, перенесемся в "тихий" девятнадцатый век, когда в увитом дикой розой старинном кирпичном доме, в лаборатории, запыленной еще со времен Максвелла, было проведено исследование, перевернувшее в научном мире все.... Прислушаемся к неторопливому старческому голосу, легко начинающему рассказ о своей жизни.

"...Я родился в Четеми, пригороде Манчестера, 18 декабря 1856 года. И время, и место были весьма удачны, ибо это был один из самых интересных периодов мировой истории. Монархии падали одна за другой, их сменяли республики, а иной раз – диктатуры. Открытия и изобретения производили все большие изменения в жизни общества.

Когда я был маленьким мальчиком, в нашем городе не было ни велосипедов, ни автомобилей, ни аэропланов, ни электрического освещения, ни телефонов, ни радио, ни граммофона, ни электротехники, ни рентгеновских снимков, ни микробов – по крайней мере, доктора их не находили..."»

О Джозефе Джоне Томсоне можно рассказывать много и по-разному: он знал великих ученых своего времени, дружил с художниками, спортсменами, политическими деятелями, деловыми людьми, был страстным футбольным болельщиком и неплохим нападающим, играл в гольф, лапту, крокет, совершал межконтинентальные путешествия, увлекался ботаникой, любил бывать в обществе, охотно позировал художникам, писавшим его портреты.

Но больше всего он любил науку.

Результаты первых экспериментов Томсона были опубликованы в 1897 году в журнале «Philosophical Magazine and Journal of Science». Они подтвердили предположение, что катодные лучи несут отрицательный заряд. Томсон начинает обращаться с катодными лучами так, как будто уже знает, что они состоят из совокупности

\*Начало см. в журнале «Известия вузов. ПНД», 2007, т. 15, № 1, с. 103.

заряженных частиц, обладающих кинетической энергией  $mv^2/2$  и электрическим зарядом  $e$ . Он собирается измерить отношение  $e/m$  и предлагает для этого ряд методов, реализацию которых можно увидеть и в современных учебных университетских лабораториях по физической электронике. Впоследствии вместе с Вильсоном и Таунсеном Томсон нашел метод непосредственного измерения заряда электрона. Участвовал в работе и Резерфорд.

В конечном счете Томсон, возвращаясь к катодным лучам, сделал следующий вывод.

«Создание отрицательного электричества связано с расщеплением атома. В настоящее время мы еще не располагаем данными о том, какова физическая природа массы этих отрицательных частиц: обусловлена ли она целиком электрическим зарядом». И далее.

«Я представляю себе атом, состоящий из большого числа малых частиц, которые я буду называть корпускулами. Масса этих корпускул равна массе отрицательного иона в газе, то есть  $3 \cdot 10^{-26}$  грамма. В нормальном атоме этот ансамбль корпускул образует электрически нейтральную систему...»

Так появилась модель атома Томсона, в которой отрицательные частицы нейтрализуются равномерно распределенным положительным зарядом («пудинг с изюмом»).

Когда Томсон начал публиковать результаты своих открытий, второму герою нашего созвездия «электронных» дат Ирвингу Ленгмюру (иногда пишут Лангмюр) исполнилось шестнадцать лет, а когда появилась модель атома Томсона, Ленгмюр окончил университет.

**Ирвинг Ленгмюр – 125 лет со дня рождения.** Ирвинг Ленгмюр родился 31 января 1881 года в аристократическом Бруклине. Отец Ирвинга то терял, то наживал скромные состояния и жил постоянным ожиданием богатства. Сначала Ирвинг учился в местной начальной школе, но, когда ему исполнилось одиннадцать лет, семья переехала в Париж, поближе к старшему сыну, который собирался в Германии изучать химию. Ирвинг начал учиться в небольшом пансионе на окраине Парижа, где один из учителей стал поощрять его самостоятельные занятия по изучению логарифмов и тригонометрии.

В книге Митчела Уилсона [2] есть любопытный эпизод, связанный с этим периодом жизни Ирвинга.

- 
1. И. Ленгмюр показывает Уитни одно из своих изобретений – пливотрон, 1920 год.
  2. И. Ленгмюр дома, 1906 год.
  3. И. Ленгмюр, 1930-е годы.
  4. И. Ленгмюр, Дж.Дж. Томсон и Кулидж во время посещения Томсоном Лаборатории электрических исследований в Schenectady, Нью Йорк.
  5. И. Ленгмюр, В. Шефер и К.Блоджет в лаборатории.
  6. Дружеский шарж на метеорологические исследования Ирвинга Ленгмюра и Гилберта Ньютона Льюиса, 1930-е годы.
  7. И. Ленгмюр, Б. Воннегут и В. Шеффер в лаборатории общих электрических исследований, Соккоро, Нью Мехико, 1940-е годы.

φωτο

«В огромной толпе парижан, вышедшей проводить похоронный кортеж великого ученого Пастера, стоял юный американский школьник.

Безмолвная скорбь сотысячной толпы, оплакивающей смерть своего кумира, стала одним из самых памятных и волнующих впечатлений его жизни и укрепила в мальчике стремление стать ученым».

Ирвинг-мальчик с удивительной энергией отдавался любому интересующему его делу. Он расспрашивал своего любимого старшего брата о химии, младшему рассказывал все, что узнал об электричестве, и все время узнавал что-то новое.

Семья Ленгмюров вернулась в Штаты после получения старшим сыном Артуром степени доктора. Ирвинг стал учиться в Академии Честнат Хилл в Филадельфии. И поистине, «он знал одной лишь думы власть, одну, но пламенную страсть» – страсть к науке. Так, за шесть недель он самостоятельно изучил дифференциальное и интегральное исчисления. В четырнадцать лет поступил в институт Пратта в Бруклине, а в семнадцать стал студентом Колумбийской горной школы, где изучал технику. Наконец, в 1906 году в Геттингене Ленгмюр получил диплом доктора физики, после чего институт Стивенса в Хобокене пригласил его преподавать химию, что он и делал почти три года. К концу третьего года работы в институте Стивенса Ленгмюр вместо обычного отдыха в горах решил провести летнее время в Скенектеди в новых лабораториях фирмы «Дженерал электрик». И остался там до конца своей научной карьеры. К этому времени «Дженерал электрик» была одной из крупнейших американских корпораций, и ее директора приняли решение, что компания не может дольше использовать только знания XIX века, а должна вносить вклад в фундаментальные знания. Для создания нового типа лабораторий был приглашен профессор Массачусетского технологического института Виллис Р. Уитни, который предложил Ленгмюру ознакомиться с лабораториями и с тем, что там исследуют, после чего выбрать себе «тему по душе». Впоследствии Ленгмюр писал: «Когда я стал работать в лаборатории, я обнаружил, что там гораздо больше "академической свободы", нежели в любом университете».

Приведем большую цитату из упоминавшейся выше книги Митчела Уилсона.

«В то время как Ленгмюр изучал лаборатории, Уитни изучал Ленгмюра. Уитни приглядывался к нему в течение лета и понял, что нашел в Ленгмюре редкое сочетание пронизательности и догадки, педантичности и воображения. Исследование казавшейся незначительной темы, которую выбрал Ленгмюр в то лето, открыло впоследствии пути во многих направлениях. Оно повлекло за собой:

- 1) значительное усовершенствование обычной электрической лампочки;
- 2) совершенствование триодов, которые изобрел де Форест;
- 3) развитие теории элементов в химических соединениях;
- 4) развитие учения об особом двухмерном мире плоскости и его применение в химии, физике и биологии;
- 5) объяснение замечательного явления катализа;
- 6) такие метеорологические опыты, как воздействие на тучи, вызывающее дождь.

В течение своей долгой карьеры Ленгмюр никогда не брался специально за исследования, преследуя прямую практическую цель. Все эти полезные результаты были просто побочными продуктами изучения основных загадок природы. Ленгмюра часто спрашивали, почему он начал то или иное исследование, и он неизменно отвечал: "Меня это забавляет".

Двумя столетиями раньше Горэс Уолпол назвал "искусство использовать неожиданные случайности – serendipity".

Талант Ленгмюра в этом искусстве целых пятьдесят лет давал ему немало возможностей "позабавиться", принес ему почетные дипломы, медали и Нобелевскую премию. Ленгмюр же открыл миру больше увлекательных подступов к новым областям знаний, чем любой другой из его современников – американцев».

Его первые исследования в «Дженерал электрик» были связаны с изучением вольфрамовых нитей для лампочек, которые давали более яркий свет, чем нити из других металлов, но были негибкими и ломкими. Первая идея Ленгмюра заключалась в том, что неприятности с вольфрамовой нитью связаны с чрезмерным количеством газа в металле, остающемся при его изготовлении. Но идея оказалась неверной. По этому поводу Ленгмюр писал следующее (цит. по [2]).

«В то лето я узнал, что стеклянные поверхности, которые предварительно не подвергались длительному прогреванию в вакууме, медленно выделяют водяной пар. Он вступает в реакцию с вольфрамом и выделяет водород.

Среди инженеров-электриков существовало мнение, что если бы можно было повысить вакуум в лампе, лампа стала бы работать значительно лучше... Однако я не знал, как добиться большего разрежения, и вместо этого предложил изучить отрицательное действие газов, наполняя газами лампу. Я надеялся, что таким образом настолько хорошо изучу воздействие газа, что смогу экстраполировать до нулевого давления газа и тем самым предсказать, не ставя на самом деле эксперимента, насколько улучшится работа лампы при идеальном вакууме».

Три года работы, и Ленгмюр устанавливает, что эмиссия электронов из вольфрамовой нити зависит только от ее температуры и не зависит от количества газа в лампе. Он идет на разрушение установившихся представлений и наполняет лампу азотом; это приводит к тому, что она горит ярче и становится прочнее всех предыдущих ламп. Результатом этих же исследований является вывод, что триоды де Фореста будут иметь высокую чувствительность при высоком вакууме. Чтобы достичь нужной степени вакуума, Ленгмюр изобретает вакуумный насос, в 100 раз более мощный, чем существовавшие.

Исследования Ленгмюра физики электрических разрядов в газах и термоионной эмиссии были использованы при конструировании различных электронных приборов, в частности, он построил газотронный выпрямитель. В 1911 году Ленгмюр получил атомарный водород и предложил процесс сварки металлов в водородном пламени. В 1913 году установил закон термоионной эмиссии (закон Богуславского–Ленгмюра–Чайльда). Напомним этот закон на примере плоского диода, используя анализ размерностей и ограничиваясь нерелятивистским приближением.

В рамках гидродинамического подхода (модель электронной жидкости для электронного потока) в число определяющих величин войдут  $j$  – плотность анодного тока,  $e/m$  – удельный заряд электрона,  $V_a$  – анодное напряжение,  $D$  – расстояние между катодом и анодом,  $\sqrt{v^2}$  – корень квадратный из среднеквадратического значения тепловой скорости. В системе LMT матрица размерности имеет вид:

	$e/m$	$V_a$	$D$	$\sqrt{v^2}$	$j$
$L$	$3/2$	$1/2$	$1$	$1$	$-1/2$
$M$	$-1/2$	$1/2$	$0$	$0$	$1/2$
$T$	$-1$	$-1$	$0$	$-1$	$-2$

Перейдем к новым основным единицам  $e/m$ ,  $D$ ,  $V_a$ , размерности которых, как легко видеть, являются независимыми, и, следовательно, из пяти определяющих величин можно составить две безразмерные комбинации – критерии подобия.

Заметим, что выбранные нами новые единицы определяют характерные масштабы задачи:  $D$  – характерный масштаб длины;  $\sqrt{2\frac{e}{m}V_a}$  – характерный масштаб скорости.

Находим далее

$$\frac{[j]}{\left[\frac{e}{m}\right]^\alpha [V_a]^\beta [D]^\gamma} \rightarrow \frac{L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}}{L^{\frac{3}{2}\alpha + \frac{1}{2}\beta + \gamma} M^{-\frac{1}{2}\alpha + \frac{1}{2}\beta} T^{-\alpha - \beta}} = 1,$$

$$\left. \begin{array}{l} -\frac{1}{2} = \frac{3}{2}\alpha + \frac{1}{2}\beta + \gamma \\ \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}\alpha + \frac{1}{2}\beta \\ -2 = -\alpha - \beta \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} \alpha = \frac{1}{2} \\ \beta = \frac{3}{2} \\ \gamma = -2 \end{array} \rightarrow \prod_j = \frac{jD^2}{\left(\frac{e}{m}\right)^{\frac{1}{2}} V_a^{\frac{3}{2}}},$$

$$\frac{\sqrt{v^2}}{\left[\frac{e}{m}\right]^{\alpha_1} [V_a]^{\beta_1} [D]^{\gamma_1}} \rightarrow \left. \begin{array}{l} 2 = 3\alpha_1 + \beta_1 + 2\gamma_1 \\ 0 = -\alpha_1 + \beta_1 \\ 1 = \alpha_1 + \beta_1 \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} \alpha_1 = \frac{1}{2} \\ \beta_1 = \frac{1}{2} \\ \gamma_1 = 0 \end{array} \rightarrow \prod_{\sqrt{v^2}} = \frac{\sqrt{v^2}}{\left(\frac{e}{m} V_a\right)^{\frac{1}{2}}}.$$

Используя  $\prod$ -теорему в виде

$$\prod_{r+k} = f(1, 1, \dots, 1; \prod_{r+1}, \dots, \prod_{r+k-1}, \prod_{r+k+1}, \dots, \prod_n),$$

где  $r$  – число определяющих величин с независимыми размерностями, находим

$$j = \frac{\left(\frac{e}{m}\right)^{\frac{1}{2}} V_a^{\frac{3}{2}}}{D^2} f\left(\frac{\sqrt{v^2}}{\left(\frac{e}{m} V_a\right)^{\frac{1}{2}}}\right).$$

Очевидно, что при  $\sqrt{v^2} = 0$  получаем знаменитый закон трех вторых, поскольку  $f = C_0$ . Если  $\frac{\sqrt{v^2}}{\left(\frac{e}{m} V_a\right)^{\frac{1}{2}}} \ll 1$ , то

$$j = \frac{\left(\frac{e}{m}\right)^{\frac{1}{2}} V_a^{\frac{3}{2}}}{D^2} \left\{ C_0 + C_1 \frac{\sqrt{v^2}}{\left(\frac{e}{m} V_a\right)^{\frac{1}{2}}} \right\}.$$

Последнюю формулу можно уточнить, введя в число определяющих величин  $(V_a - V_m)$  вместо  $V_a$  и  $(D - x_m)$  вместо  $D$ , где  $V_m < 0$  – значение потенциала в потенциальном минимуме при  $x = x_m$ . Тогда получим формулу

$$j = \frac{\left(\frac{e}{m}\right)^{\frac{1}{2}} (V_a - V_m)^{\frac{3}{2}}}{(D - x_m)^2} f \left\{ \frac{\sqrt{v^2}}{\sqrt{\frac{e}{m} (V_a - V_m)}} \right\},$$

в которой  $x_m$  зависит от тока эмиссии.

С открытием закона 3/2 связано и имя русского физика-теоретика Сергея Анатольевича Богуславского (1883–1923). Он родился в Москве, учился во Фрейбургском и Геттингенском университетах, в 1915–1916 годах сдал магистерские экзамены в Петербургском университете. В 1918–1921 годах преподавал в Саратовском университете, заведя кабинетом теоретической физики. С 1921 года работал в Московском университете. Его научные работы посвящены статистической теории кристаллов, гидродинамике, молекулярной физике, термодинамике, исследованию движения зарядов в электромагнитных полях.

В замечательной книге В.Д. Зернова\* «Записки русского интеллигента» [3] есть описание появления Богуславского в Саратове.

«Когда мы жили в институте, в Саратове появился Сергей Анатольевич Богуславский, которого я пригласил на кафедру теоретической физики, он же читал вначале и теоретическую механику. Для Саратовского университета это было большое приобретение. Сергей Анатольевич был человеком с заграничным образованием. Он докторировался в Геттингене и, возвратясь в Россию, уже во время войны защитил магистерскую диссертацию. Так как Богуславский долгое время жил за границей, то и вид у него был европейский. Мы уже ходили в валенках и "бурках" – обуви, сшитой из старой солдатской шинели, а летом на даче – так даже в лаптях. Сергей Анатольевич же в отличие от нас был одет в отлично сшитый заграничный костюм и лаковые туфли.

Утром мы сидели в моем институтском кабинете и пили чай (вернее – отвар какой-то из листьев) с вареной картошкой. Вдруг отворяется дверь и входит интересный, полуседой человек. Он, как-то немного театрально "расшаркавшись", представился: "Я Богуславский". Я был очень ему рад. И для факультета он был необходим, и мне понравились его вид и его европейские повадки.

Вначале Сергей Анатольевич появился в Саратове совершенно один, и о нем приходилось заботиться: к практической жизни, в особенности в наступивших революционных условиях, он был мало приспособлен. Потом в Саратов переехала мать Богуславского, а еще позднее и его сестра Елена Анатольевна...»

Я умышленно привел эту цитату, чтобы было понятно, в каких неравных условиях работали Ленгмюр и Богуславский. Неслучайно, видимо, Богуславский прожил такую короткую жизнь.

Заметим, что вклад в закон каждого из трех авторов распределяется следующим образом.

Чайльд [4] для бесконечно протяженных плоских электродов без учета начальных скоростей электронов получил формулу

$$j = \frac{\sqrt{2} (e/m)^{\frac{1}{2}} V_a^{\frac{3}{2}}}{9\pi D^2},$$

то есть в нашей формуле  $C_0 = \sqrt{2}/(9\pi)$  и  $C_1 = 0$ .

\*Владимир Дмитриевич Зернов (1878–1946), доктор физико-математических наук, один из семи первых профессоров – учредителей Саратовского университета, его ректор с 1918 по 1921 год.

Ленгмюр [5] для модели бесконечно длинных коаксиальных цилиндрических электродов (внутренний цилиндр – катод) для тока с единицы длины цилиндра нашел выражение

$$j = \frac{2\sqrt{2}}{9} \left(\frac{e}{m}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{V_a^{\frac{3}{2}}}{r\beta^2},$$

где  $\beta$  – табулированная функция отношения  $r$  к  $r_0$ ,  $r$  и  $r_0$  – радиусы внешнего и внутреннего цилиндров.

Богуславский впервые точно вычислил значения  $\beta$  (см. [6]; статья была опубликована уже после его смерти).

Влияние начальных скоростей на распределение потенциала между электродами и на вольт-амперную характеристику диода исследовали Шотки (1914), Бурсиан (1919) и Ленгмюр (1923). Основным результатом этих исследований – появление феномена виртуального катода.

В 1929 году Ленгмюр и Леви Тонкс назвали плазмой ионизованный газ в газоразрядной трубке. Заметим, что словом плазма (греч. – оформленное) в середине XIX века стали именовать бесцветную часть крови (без красных и белых телец) и жидкость, наполняющую живые клетки.

Ленгмюру принадлежит следующее определение плазмы (цитируется по книге Л.А. Арцимовича [7]). *Собрание свободно движущихся разноименно заряженных частиц, то есть ионизованный газ, называется плазмой, если дебаевская длина мала по сравнению с размерами объема, занимаемого газом.*

Напомним с помощью простых оценок, что такое радиус Дебая и плазменная (ленгмюровская) частота. В общем случае плазму можно рассматривать как смесь трех компонентов – свободных электронов, положительных ионов и нейтральных атомов и молекул. Квазинейтральность плазмы, то есть приблизительное равенство плотностей электронов и ионов определяется электрическими силами, которые вызывают отрицательные и положительные заряды в плазме. При смещении группы электронов относительно ионов, то есть при разделении зарядов возникают электрические поля, стремящиеся восстановить квазинейтральность.

Пусть в некотором объеме после возмущения остались заряды одного знака, что соответствует полному разделению зарядов. Если объемная плотность заряда  $\rho = ne$ , где  $n$  – концентрация частиц,  $e$  – заряд частицы, то поле в выделенной области удовлетворяет уравнению

$$\operatorname{div} \vec{E} = 4\pi\rho.$$

Тогда для области с линейными размерами порядка  $x$  имеем  $\operatorname{div} \vec{E} \sim \frac{E}{x} = 4\pi ne$  и  $E \sim 4\pi nex$ , что соответствует изменению потенциала плазмы в области разделения зарядов на величину  $V \sim 4\pi nex^2$ .

Л.А. Арцимович приводит следующий цифровой пример для полностью ионизованной водородной плазмы. Водород первоначально находился при нормальной температуре и давлении 1 мм рт. ст. В  $1 \text{ см}^3$  такой плазмы будет  $7 \cdot 10^{16}$  ионов и электронов. Поэтому, если резкое нарушение квазинейтральности происходит в объеме диаметром порядка 1 мм, то электрическое поле превзойдет  $10^{10} \text{ В}\cdot\text{см}^{-1}$  и в пределах этого объема возникнет разность потенциалов порядка  $10^9 \text{ В}$ . Ясно, что разделение зарядов в такой ситуации нереально.

Таким образом, если разность потенциалов  $V$  велика, то разделения зарядов не будет: сильное поле вытолкнет из объема, где нарушена квазинейтральность, частицы с зарядом одного знака и втянет частицы другого знака. Что будет, если выделенный в плазме объем настолько мал, что поле, созданное избытком в нем частиц одного знака, слабо и не может существенно изменить движение частиц? В таком объеме, для которого  $x \ll r_D$  ( $r_D$  – характерный линейный размер), при заданных концентрации и температуре плазмы возможно нарушение квазинейтральности; если же  $x \gg r_D$ , то концентрации частиц противоположных знаков в указанном объеме должны быть почти одинаковы. Оценим  $r_D$ .

Если в области с линейным размером  $r_D$  произошло полное разделение зарядов, то потенциальная энергия заряженной частицы имеет порядок тепловой энергии частиц, то есть  $W = eV \sim 4\pi n e^2 r_D^2 \sim k_B T$  ( $k_B$  – постоянная Больцмана,  $T$  – температура плазмы, которая принята одинаковой и для электронного и для ионного компонентов). Таким образом,

$$r_D = \left\{ \frac{k_B T}{4\pi n e^2} \right\}^{\frac{1}{2}} \sim \left( \frac{T}{n} \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Эту величину, как известно, называют радиусом Дебая или радиусом экранирования (используется термин «дебаевская длина»). Почему радиус экранирования? Дело в том, что при введении в плазму пробного точечного заряда вокруг него образуется область сильного электрического поля, ограниченная сферой, радиус которой равен  $r_D$ . Таким образом, радиус Дебая – характерный пространственный масштаб областей декомпенсации плазмы.

Время  $t$ , в течение которого сохраняются области декомпенсации, пропорционально  $r_D/v_e$ , где скорость  $v_e$  электронов (наиболее быстрых частиц) определяется из соотношения

$$\frac{m_e v_e^2}{2} \sim k_B T,$$

где  $m_e$  – нерелятивистская масса электрона, и  $v_e \sim \{k_B T/m_e\}^{\frac{1}{2}}$ . Тогда характерный временной масштаб декомпенсации

$$t \sim \frac{\{k_B T/(4\pi n e^2)\}^{\frac{1}{2}}}{\{k_B T/m_e\}^{\frac{1}{2}}} \sim \left[ \frac{m_e}{4\pi n e^2} \right]^{\frac{1}{2}}.$$

Замечательно, что это время от температуры уже не зависит. Соответствующая этому времени частота

$$\omega_p = \left( \frac{4\pi n e^2}{m_e} \right)^{\frac{1}{2}}$$

называется плазменной или ленгмюровской частотой.

Пусть в некотором тонком плоском слое плазмы создается избыток электронов. Ионы плазмы будем считать неподвижными. Из-за избытка заряда возникает возвращающая сила  $F_{\text{возвр}} = eE_x$ , обусловленная декомпенсацией зарядов. Величину  $E_x$

мы уже оценивали: если электроны сместились на величину  $\tilde{x}$ , то  $F_{\text{возвр}} \sim 4\pi n e^2 \tilde{x}$ . Эта сила сообщает им ускорение

$$\ddot{\tilde{x}} = -\frac{4\pi n e^2}{m_e} \tilde{x},$$

то есть движение группы смещенных электронов описывается уравнением гармонических колебаний с плазменной частотой  $\omega_p$

$$\ddot{\tilde{x}} + \omega_p^2 \tilde{x} = 0.$$

Такие колебания называются плазменными или ленгмюровскими колебаниями в «холодной» бесстолкновительной плазме.

Ленгмюровские колебания могут распространяться в плазме в виде волн с частотой  $\omega$ , которая не зависит от длины волны, причем фазовая скорость этих волн  $v_\phi = \omega/k$  ( $k$  – волновое число) возрастает с увеличением длины волны. При больших значениях  $k$  (малые длины волн) следует учесть влияние обычного звукового эффекта, связанного с изменением давления в плазме, то есть две упругих силы нужно сложить. Тогда

$$\frac{\omega^2}{k^2} = \frac{4\pi n_e e^2}{m_e k^2} + \frac{dp_e}{d\rho_e} \quad \text{и} \quad \omega^2 = \omega_p^2 + k^2 \frac{dp_e}{d\rho_e},$$

где  $n_e$ ,  $p_e$ ,  $\rho_e$  – концентрация, давление, плотность электронного газа;  $\rho_e = n_e m_e$ ,  $m_e$  – масса электрона. Именно в такой форме дисперсионное уравнение плазмы было получено Ленгмюром, который исходил из аналогии со звуковыми волнами и пользовался уравнениями гидродинамики.

Ленгмюр при вычислении  $dp_e/d\rho_e$  для адиабатического сжатия положил  $\gamma = 5/3$  в уравнении состояния  $p_e/n_e^\gamma = \text{const}$ , считая электронный газ одноатомным, что справедливо, если в процессе колебаний все время успевают устанавливаться равнораспределение тепловой энергии между тремя степенями свободы поступательного движения. Однако в любой плазме равнораспределение не устанавливается, поскольку за один период колебаний  $2\pi/\omega$  электроны не испытывают столкновений. На основе теории кинетического уравнения А.А. Власов показал, что  $\gamma = 3$ , то есть  $dp_e/d\rho_e = 3k_B T_e/m_e$ . Уравнение  $p_e \sim n_e^3$  – уравнение состояния газа в случае одномерного адиабатического сжатия и может быть получено из термодинамики. С учетом сказанного выше окончательно имеем

$$\omega^2 = \omega_p^2 + \frac{3k_B T_e}{m_e} k^2,$$

но

$$\frac{k_B T_e}{(4\pi n_e \frac{e^2}{m_e}) m_e} = r_D^2 = \frac{k_B T_e}{\omega_p^2 m_e},$$

поэтому

$$\omega^2 = \omega_p^2 [1 + 3k^2 r_D^2].$$

Это дисперсионное уравнение справедливо только для длинноволновых возмущений, когда  $kr_D \ll 1$  или  $r_D \ll \lambda$ . Электроны смещаются за период  $2\pi/\omega$  на расстояние, меньшее, чем длина волны; сжатие должно быть адиабатическим.

И здесь можно отметить еще одну дату.

60 лет назад Л.Д. Ландау обнаружил, что даже в отсутствие столкновений (то есть сил трения) электронные колебания затухают. Этот эффект известен как «затухание Ландау» [8]. Если скорость электронов меньше фазовой скорости волны, но близка к ней, то электроны забирают энергию у волны и колебания затухают. Чем больше будет таких резонансных частиц, тем больше будет затухание. Если функция распределения для плазмы монотонно спадает со скоростью (например, при максвелловском распределении), то электронов, отстающих от волны (отбирающих энергию), будет больше, чем обгоняющих (отдающих энергию). Своеобразным аналогом этого эффекта в сверхвысокочастотной электронике является условие полного подавления сигнала в лампе бегущей волны (Kompfner dip condition).

Для физики плазмы есть еще одна знаменательная дата.

50 лет назад в 1956 году И.В. Курчатова сделал в Харуэлле доклад о термоядерных исследованиях в СССР.

Но вернемся к творчеству Ленгмюра.

В любом учебнике по электрическим явлениям в газах и вакууме излагается метод Ленгмюра (см., например, [9]) – метод зондовых вольт-амперных характеристик, который позволяет определять концентрацию и энергию носителей заряда в плазме, а также потенциал плазмы относительно некоторого электрода (опорного). Потенциал этого электрода не меняется в процессе измерений. Напомним, что под электрическим зондом понимают электрод, который вводится в жидкие газообразные среды, а также в вакуум для определения характеристик электрического поля, заряда и тока в различных точках пространства.

Переход к исследованию явлений на поверхности произошел у Ленгмюра фактически случайно. Взятая им нить, изготовленная Кулиджем для каких-то особых целей, продемонстрировала большую эмиссию. Оказалось, что эта вольфрамовая нить была пропитана окисью тория. Дальнейшие исследования показали, что нить обладает наилучшими свойствами, если она покрыта мономолекулярным слоем окиси тория. Сам Ленгмюр писал по этому поводу следующее (цитируется по книге М.Уилсона).

«...Я наполнил баллон азотом, водородом и кислородом и разогрел нить накаливания до 3000°C. Произошло нечто удивительное. Прежде всего, кислород образовал пленку на поверхности нити. Пленка эта была такой прочной, что могла бы выдержать даже нагревание до 1500°C в течение нескольких лет... Я наткнулся еще на несколько подобных явлений. Я обнаружил, что мономолекулярный слой окиси тория на вольфраме может увеличить эмиссию электронов из вольфрамовой нити в вакууме в 100 тысяч раз».

Ленгмюр был уверен, что атомы и молекулы – реальные объекты, хотя в те годы это не было еще общепризнанным фактом, и сказал себе: «...Если это так, доведи эту мысль до конца».

Вот как описывает его эксперименты Митчел Уилсон.

«Ленгмюр наблюдал за поведением нерастворимых веществ на поверхности жидкости. То были обыкновенные пленки смазочного масла, плавающие в тазу с водой, но Ленгмюр сумел претворить свои наблюдения в проницательные выводы относительно размеров и формы молекул и их химии.

Капля маслянистого вещества, помещенная на поверхности жидкости, может вести себя двояко: сохраниться как компактный шарик или разлиться по поверхности в тонкую пленку. Идею о том, что такая пленка будет распространяться по поверхности жидкости, пока не достигнет толщины в одну молекулу, впервые высказал Ленгмюр (об этом ду-

мал еще Франклин. – Д.И.Т.). Сила сцепления молекул не позволит пленке растекаться дальше этого предела.

Прибором ему служил таз с водой. На поверхности воды плавал легкий стержень. Когда образовывалась маслянистая пленка, Ленгмюр перемещал стержень боком, сжимая пленку. Динамометр – прибор для измерения силы – показывал ему, какая сила требовалась, чтобы сжать пленку. Даже самое ничтожное усилие можно было измерить. При перемещении стерженька Ленгмюр обнаружил, что до определенного предела площадь маслянистой пленки уменьшается почти без приложения силы. Однако при сокращении площади наступал момент, когда пленка оказывала существенное сопротивление. Динамометр регистрировал резкое возрастание прикладываемой силы».

Ленгмюр начинал опыты с органических кислот, имеющих длинные углеводородные молекулы, которые представляли собой цепи, содержащие от 14 до 34 атомов углерода в каждой. Он следующим образом описывает свои эксперименты (цитируется по М. Уилсону).

«Я думаю о молекулах на воде, как о реальных предметах. Видите ли, в тот момент, когда вы пытаетесь представить их себе, как представляет химик-органик, вы думаете о них, как о чем-то, имеющем форму, длину, объем. Не следует рассматривать эти углеводородные цепи, как твердые негнущиеся цепочки. Их надо представлять себе, как куски обычной железной якорной цепи... Молекула... может принимать различные формы, в которых атомы углерода всегда расположены в одну линию. Поэтому, когда вы сжимаете пленку... цепи приобретают вертикальное положение.

Тогда молекулы займут минимальную площадь; и когда молекулы сжаты вместе и растянуты до максимальной длины, измерение этой площади дает возможность высчитать их поперечное сечение.

Что же происходит затем? Ну, прежде всего, когда вы увеличиваете длину цепи, покрывая воду пленкой, составленной из молекул, имеющих более длинную углеводородную цепь, это не изменяет площади пленки, но изменяет ее толщину. Объем, поделенный на площадь, равен толщине, так что можно высчитать толщину».

Но толщина пленки в этом случае равна длине одной молекулы, поэтому, по Ленгмюру, «общая площадь, поделенная на количество молекул, равна площади, занимаемой каждой молекулой».

Начав подобные измерения в 1917 году, Ленгмюр определил размеры многих молекул и получил сведения о расположении молекул в сложных молекулах белка. Чтобы нагляднее проиллюстрировать логику Ленгмюра, решим на уровне оценок следующую бытовую задачу (конечно, это лишь некая логическая аналогия). *Наливая в стакан молоко, вы пролили часть на клеенку и обнаружили, что под слоем молока еле заметен рисунок клеенки. Полагая, что молоко представляет собой взвесь маленьких шариков жира в воде, оцените размер этих шариков.* Пусть шарики жира в молоке имеют одинаковые размеры, распределены равномерно по объему жидкости, а их количество можно определить, вспомнив, что жирность молока бывает от 1 до 6%. Предположим, что она равна 3%. Поскольку плотность жира не очень сильно отличается от плотности воды, будем считать, что жир составляет 3% от общего объема. Пусть радиус шарика  $r$ , а толщина слоя пролитого молока  $h$ . Число шариков  $N$ , которое содержится в лужице молока площадью  $S$ , легко найти из очевидного соотношения

$$\frac{4}{3}\pi r^3 N = 0.03Sh.$$

Своим поперечным сечением шарики полностью перекрывают площадь лужицы. Но они распределены хаотически и поэтому частично перекрываются между собой.

Чтобы учесть это, возьмем удвоенную площадь лужицы, что, впрочем, не сильно изменит результат. Тогда

$$\pi r^2 N = 2S.$$

Поделив первое соотношение на второе, получим

$$r \approx 0.01h.$$

Из опыта известно, что  $h \sim 1...2$  мм (хотя можно сделать оценку, используя известные значения коэффициента поверхностного натяжения). Окончательно имеем:  $r \sim 0.01...0.02$  мм.

В 1916 году Ленгмюр вывел простейшее уравнение изотермы мономолекулярной адсорбции (уравнение Ленгмюра). Известно также уравнение Ленгмюра – Саха, устанавливающее зависимость степени поверхностной ионизации от температуры поверхности металла, его работы выхода и потенциала ионизации ионизирующихся атомов.

Ирвинг Ленгмюр в 1932 году был удостоен Нобелевской премии по химии «за открытия и исследования по химии поверхностных явлений».

На языке сегодняшнего дня Ленгмюр занимался нанотехнологиями. Правда, в его время такого термина не было; он появился в новейшей истории. В 1959 году Ричард Фейнман прочитал лекцию с интригующим названием «Внизу полным-полно места: приглашение войти в новый мир физики, в мир миниатюризации» [10]. В ней он рассказал о фантастических перспективах, которые могут появиться при изготовлении материалов и устройств на атомном или молекулярном уровне. Японский физик Н. Танигучи в 1974 году впервые употребил термин «нанотехнология», сказав, что к 2000 году точность обработки материалов перейдет в нанометровый диапазон.

Одна из задач нанотехнологий – создание слоя прогнозируемой структуры. Так вот, одной из привлекательных технологий для решения подобных задач оказался метод, который описан выше, метод, созданный И. Ленгмюром и его ученицей К. Блуджетт. Он долгое время был не востребован, и к нему вернулись только после второй мировой войны. В последующие годы поток исследований по пленкам Ленгмюра – Блуджетт возрастал лавинообразно. Достаточно сказать, что стал выходить специальный журнал «Langmuir». Есть ли еще примеры, когда сделанное ученым оценивается столь высоко?!

В 1919 году Ленгмюр предложил модель атома – усовершенствованную модель Бора – Резерфорда, которая объясняла активность и инертность элементов и удовлетворяла потребностям химиков. Ему принадлежит также теория химической валентности (теория Льюиса – Ленгмюра).

Ленгмюр был страстным альпинистом, что вызвало у него интерес к структуре облаков и к задаче создания искусственного снегопада и дождя из охлажденных облаков. Он провел ряд экспериментов, вводя различные кристаллы в переохлажденный воздух, считая, что кристалл может стать ядром для цепной реакции конденсации.

Глобальный эксперимент в этом направлении М. Уилсон описывает так.

«21 июля 1949 года Армейский корпус связи и Управление морских исследований в Нью-Мексико предоставили Ленгмюру и его персоналу возможность провести испытания.

В пять тридцать утра наземный генератор Ленгмюра начал испускать йодизированный дым. Через три часа можно было видеть большое облако, сгущавшееся над генератором. В 9 часов 57 минут экраны радара отметили дождевые капли в туче. Вскоре после этого сверкнула молния, загрохотал гром, и полился обильный дождь, шедший на большом пространстве в течение нескольких часов. Последующие испытания не были столь эффективными, может быть потому, что от них ждали слишком много».

Умер Ленгмюр 6 августа 1957 года.

**Ли де Форест, триод и ламповый генератор.** 100 лет назад, в 1906 году Ли де Форест изобрел триод. Будущий великий изобретатель родился 26 августа 1873 года в семье Мэри и Генри Свифта де Форестов. Отец его окончил Йельский университет и Эндоверскую духовную семинарию и был священником в городе Кансил Блафс штата Айова. Через шесть лет доктор де Форест был назначен на пост директора школы Американской миссионерской ассоциации, «открытой для всех лиц обоюбого пола независимо от национальности, расы или цвета кожи» в городе Талладегу штата Алабама. Фактически это была школа для детей недавно освобожденных рабов, и Ли был в ней одним из немногих белых учеников.

Митчел Уилсон [2] так описывает Ли в этот период в главе с соответствующим названием – «Душевный пыл».

«Все окружавшее мальчика приводило его в восторг. Увидав доменную печь, он тут же изготовил ее модель из старого мусорного ведра. Воздушный компрессор он сделал из старинных кузнечных мехов, хранившихся в семье в память о каком-то предке. Стоило ему увидеть паровоз, как он стал мастерить свой собственный из старых ящиков, бочек из-под сахара и консервной банки вместо свистка. Ему казалось, что его паровоз великолепен. Он гонял мяч вместе с другими детьми, любил купаться в ручье, научился играть на кларнете, выписывал журнал «Спутник молодежи» и из напечатанных в нем объявлений узнал о тысяче разнообразных способах нажить капитал. В дождливые дни, расположившись на полу гостиной, он чертил сложные детали цилиндров и клапанов для огромных своих грез».

В Йельском университете для двух поколений семейства де Форестов (его окончили дед и отец Ли) существовала особая стипендия. В 16 лет Ли горячо желал стать студентом Шеффилдской научной школы, а не «семейного» факультета искусств Йельского университета. Доказательство тому – его письмо отцу; лично объясниться с родителем он не посмел. Далее письмо цитируется по книге М. Уилсона.

- 
1. После защиты докторской диссертации, 1899 год.
  2. 1902 год.
  3. 1910-е годы.
  4. Вакуумный триод Ли де Фореста.
  5. Схема звукового генератора из патента 1915 года.
  6. Мастерская Ли де Фореста, 1904 год.
  7. Чикаго, 1944 год.
  8. В рабочем кабинете, 1950-е годы.

φωτο

«Дорогой сэръ, не соблаговолите ли Вы уделить мне внимание в течение нескольких минут и прочесть нижеследующее? Я хочу изложить свои намерения и цели. Я собираюсь стать... изобретателем, так как обладаю большими способностями в этой области... И поскольку это факт, зачем же препятствовать моим занятиям, имеющим целью подготовить меня к будущей профессии?»

Я пишу эти строчки без злого намерения, а лишь уверовав в то, что настало время принять решение и выбрать учебное заведение в соответствии с ним.

Ваш послушный сын, Ли де Форест».

Пройдя через множество трудностей, Ли окончил университет в 1896 году и стал аспирантом великого Джозайи Уилларда Гиббса. По этому поводу Ли писал в дневнике: «Я должен заявить со всей страстностью, что решимостью сделать исследовательскую работу и изобретательство делом моей жизни я целиком обязан влиянию и вдохновению со стороны Уилларда Гиббса».

В 1899 году Ли де Форест защитил докторскую диссертацию, связанную с недавно открытыми волнами Герца, после чего стал целиком отдавать себя делу, которое по-настоящему интересовало его, – беспроводному телеграфу, получив в 1900 году место в лаборатории пионера беспроводного телеграфа Джонсона.

Но жизненные трудности преследовали де Фореста, и только в 1907 году он организовал корпорацию под названием «Де Форест Радиотелефон Компани» с капиталом в 2 миллиона долларов. Казалось бы, дела пошли на лад, но... Вот что пишет об этом периоде жизни де Фореста М. Уилсон.

«Командование флота США тут же передало де Форесту заказ на двадцать семь радиоустановок для флотилии, которая отправлялась в кругосветное плавание.

В 1910 году де Форест провел первую в истории музыкальную радиопередачу из театра "Метрополитен Хауз", где давалась опера с участием Карузо. Тогда же он начал ежедневные музыкальные передачи, которые слушало все возрастающее число радиолюбителей.

В 1911 году правительство предприняло крестовый поход против распространителей акций радиоконпаний, и де Форест, лишившись новых источников средств, обанкротился. Чтобы компенсировать потери, де Форест вернулся к работе над изобретением, запатентованным им еще в 1906 году. Именно об этом изобретении много лет спустя лауреат Нобелевской премии И.И. Раби писал, что оно стоит в одном ряду с величайшими открытиями всех времен».

Речь идет о трехэлектродной лампе – триоде, которую де Форест назвал аудион. Изобретение не было озарением, и путь к нему начался в 1900 году. В 1903 году де Форест сконструировал лампу с угольной нитью и платиновой пластинкой, которая была расположена вблизи нее. Де Форест предполагал присоединить пластинку к источнику высокого напряжения. Он думал, что радиоволны будут ионизировать газ в баллоне лампы; последнее привело бы к колебаниям внутреннего сопротивления лампы в соответствии с колебаниями радиосигнала. Для увеличения влияния радиоволн на газ де Форест обернул баллон лампы куском фольги, создав третий электрод, соединенный с антенной, на которую попадал радиосигнал. Он писал так о своих дальнейших действиях: «В этот момент я сообразил, что эффективность лампы может быть еще увеличена, если этот третий электрод поместить внутри... Очевидно, что этот третий электрод не должен быть сплошной пластиной... Чтобы упростить конструкцию, я решил изготовить третий электрод в форме решетки из простого куска проволоки,

изогнутого в различных направлениях, и поместить его как можно ближе к нити накаливания». Так в триоде появилась сетка, а сам он стал прототипом миллиардов радиоламп, изготовленных с тех пор. Конечно, первые «вакуумные» аудионы позднее (скажем, во времена Ленгмюра) называли бы газонаполненными.

С 1906-м годом связаны еще две «электронные» даты. 1906 – год смерти Александра Степановича Попова, о котором написано очень много. На мой взгляд, лучшее – лекция М.А. Миллера «Об изобретении радио... и не только», прочитанная на открытии летней физматшколы в Зеленом городе 4 августа 1997 года (см. [11]).

В этом же году родился Габриэль Семенович Горелик (08.12.1906 – 27.06.1957) – крупный специалист в области физики колебаний, теории флуктуаций. Широкою известность получила его книга «Колебания и волны» (М.; Л., 1950).

Когда очередная компания де Фореста обанкротилась, он переехал в Сан-Франциско и стал заниматься усовершенствованием аудиона с целью добиться максимального усиления сигнала.

Дальнейшее развитие событий, как пишет Уилсон, выглядит так: «Осенью 1913 года "Телефон Компани" заплатила 50 тысяч долларов за право пользоваться аудионными усилителями для телефонной связи... Через год, в октябре 1914 года, "Вестерн Электрик" уплатила 90 тысяч долларов за право пользоваться аудионом для радиосвязи, а затем откупила у де Фореста все остальные права на аудион. Окончательно цена, уплаченная компанией "Вестерн Электрик", достигла четверти миллиона долларов».

После окончания войны в США начался всеобщий радиобум: все стали делать самодельные радиоприемники, магазины были завалены серийными радиоприемниками со шкалой настройки, начались развлекательные радиопередачи, пошли финансовые битвы и слияния компаний. Ли де Форест был больше не нужен гигантским компаниям, но чувство личной независимости не позволило ему довольствоваться положением инженера с месячным жалованием, и он начинает успешно заниматься звуковым кино, которое называет «фонофильм». Вскоре началась «кинолихорадка», но и здесь крупные компании обманывают де Фореста, безвозмездно пользуясь его новыми изобретениями. Личная жизнь де Фореста также складывалась не лучшим образом: он часто влюблялся, был дважды неудачно женат.

Когда данная статья уже была написана, в сети Интернет мы нашли дополнительную информацию еще об одном замечательном изобретении Ли де Фореста – генераторе с положительной обратной связью.

«Ли де Форест получил первый патент на генератор с положительной обратной связью в 1915 году. На рисунке (рис. 5 коллажа, стр. 105. – *Ред.*), воспроизводящем пояснения к патенту, показана схема взаимодействия лампового триода и колебательного контура с переключаемыми конденсаторами, катушкой индуктивности и блоком резисторов. Амплитуда колебаний управлялась с помощью выключателя, замыкающегося на один из резисторов, подсоединенных между сеткой и катодом лампового триода. Частота вибрации зависела от номиналов использованных в системе конденсаторов. В патентной документации де Форест указал, что, плавно изменяя емкость конденсатора колебательного контура, можно имитировать звук сирены... А в одной из статей, описывающих изобретение де Фореста, было напечатано следующее: "Высоту нот изменять чрезвычайно легко – путем изменения емкости или индуктивности в схеме. Практически, достаточно дотронуться пальцем до определенных деталей или просто приблизить кисть руки

к открытой схеме. Звуки, извлекаемые таким образом, кажутся сверхъестественными, они завораживают слушателя, увлекают его в совершенно фантастическое звуковое пространство." Эти комментарии предвосхищали появление "пространственно-управляемых" музыкальных инструментов Льва Термена.» (Лев Орлов. Основы синтеза звука. Часть 4. Журнал "Звукорежиссер", 1999, № 3).

Закончим рассказ об этом незаурядном человеке так, как заканчивает его Митчел Уилсон.

«К 1930 году Ли де Форесту было уже далеко за пятьдесят. Человек этот все еще сохранял свою независимость как память о давно ушедших днях. Он работал в своей собственной маленькой лаборатории в Калифорнии над новыми изобретениями, до поры не попавшими в поле зрения гигантских компаний – компаний, в большей степени обязанных своим появлением на свет де Форесту и его триоду.

Де Форест женился снова, и на этот раз счастливо. В течение следующих двадцати лет... де Форест сделал... более трехсот изобретений. Многие из них имели коммерческий успех, но ни одно даже не приблизилось по важности к чудесному триоду. Нельзя винить Ли де Фореста в этом, ибо изобретения, равные по значению созданию триода, случаются, от силы, два или три раза в столетие».

Как работает триод, все помнят со школы. Многие изучали его характеристики в университетских практикумах. В науке о колебаниях с триодом ассоциируется ламповый генератор – классическая автоколебательная система, исследование которой в первую очередь связано с именами ван дер Поля и Александра Александровича Андропова. В 2006 году исполнилось 105 лет со дня рождения Андропова. О его жизни, научно-педагогической деятельности рассказывается в книге В.Д. Горяченко [12].

Позволим себе некоторые напоминания об автоколебаниях\* в генераторе, изображенном на рис. 1, а, где представлена схема генератора с  $RLC$ -контуром в цепи анода. Источником энергии служит батарея с постоянным напряжением. Батарея, которая обеспечивает постоянное отрицательное смещение потенциала на сетке, не показана. На рис. 1, б приведена зависимость анодного тока  $I_a$  от напряжения  $U_g$  на сетке, которую ван дер Полю аппроксимировал кубическим полиномом. Здесь  $M$  – коэффициент взаимной индукции.

Как устанавливаются колебания в таком генераторе? Случайно возникшие в контуре малые колебания через катушку  $L'$  обратной связи, включенную в цепь сетки, управляют анодным током лампы. При определенном взаимном положении  $L$  и  $L'$  анодный ток усиливает колебания в контуре. Если потери в контуре меньше, чем вносимая в него таким образом энергия, амплитуда колебаний в контуре возрастает. С увеличением амплитуды колебаний вследствие нелинейной зависимости анодного тока от напряжения на сетке лампы (см. рис. 1, б) энергия, поступающая в контур, уменьшается и при некоторой амплитуде колебаний сравнивается с потерями. В результате устанавливается режим стационарных периодических колебаний, в котором все потери энергии компенсирует анодная батарея.

Роль нелинейности для установления автоколебаний принципиальна, поскольку она управляет поступлением и потерями энергии источника, в то время как ча-

---

\* Будем придерживаться следующего определения автоколебаний. Автоколебания – это незатухающие колебания, поддерживаемые внешними источниками энергии в нелинейной диссипативной системе, вид и свойства которых определяются самой системой и не зависят от начальных условий (по крайней мере, в конечных пределах).

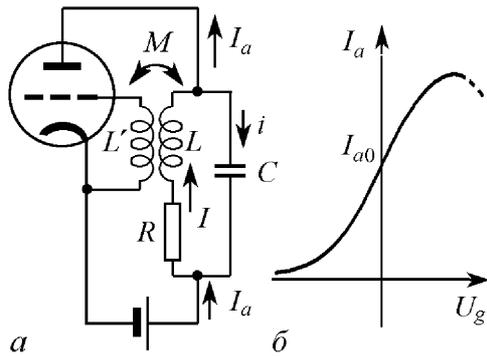


Рис. 1.

стотные характеристики источника принципиальной роли не играют. Амплитуда и частота автоколебаний определяются только параметрами системы и не зависят от начальных условий, причем фаза не существенна.

А.А. Андронов впервые связал автоколебания с предельными циклами Пуанкаре (1854–1912). *Предельный цикл – замкнутая фазовая траектория, к которой стремятся все соседние траектории.*

Рассмотренный выше качественно применительно к ламповому генератору режим возникновения автоколебаний, не требующий начального толчка, называется режимом «мягкого» возбуждения (см. фазовый портрет на рис. 2, а). Известно, что есть системы с «жестким» возбуждением, когда колебания самопроизвольно нарастают с некоторой начальной амплитуды. Для перехода систем с «жестким» возбуждением в режим стационарной генерации необходимо начальное возбуждение с амплитудой, большей некоторого критического значения (см. фазовый портрет на рис. 2, б). Из этого рисунка видно, что для выхода траектории на устойчивый предельный цикл начальная точка на фазовой плоскости должна лежать вне области притяжения устойчивого состояния равновесия. Размеры предельного цикла определяют амплитуду автоколебаний генератора, время движения изображающей точки по циклу – их период, а форма предельного цикла – форму колебаний. В конечном счете задача об исследовании периодических автоколебаний в системе сводится к задаче нахождения предельных циклов и определения их параметров.

Выше уже указывалось, что введение предельных циклов в теорию колебаний связано с именем Александра Александровича Андронова. С 1925 по 1929 год он был аспирантом Л.И. Мандельштама в Московском университете. Его диссертация носила название «Предельные циклы Пуанкаре и теория автоколебаний». Как пишет В.Д. Горяченко о работе А.А. Андронова над диссертацией, «начало работы, по рассказу Г.С. Горелика... было весьма скромным» [12]. И далее: «А.А. Андронов составил простейшие, идеализированные до предела математические модели динамики часов и лампового генератора. Он построил фазовые портреты этих систем, выяснил, что совокупность спиралей накручивается на замкнутую фазовую траекторию как изнутри, так и снаружи. Замкнутая кривая соответствует установившимся колебаниям (автоколебаниям), спирали – процессам установления. Несколько раньше (А.А. Андронов об этом знал) аналогичный фазовый портрет построил ван дер Поль при аппроксимации характеристики лампы кубической кривой».

Самое главное, что усмотрел Андронов: обнаруженные им и ван дер Полем

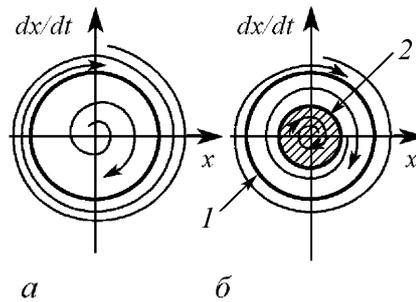


Рис. 2.

замкнутые фазовые кривые и предельные циклы, открытые Пуанкаре вне всякой связи с физикой, – одно и то же. До А.А. Андронова математики не подозревали, что предельные циклы «живут» в прикладных задачах, а физики и инженеры, занимающиеся исследованием колебаний, не знали, что уже существует математический аппарат, необходимый для общей теории колебательных процессов.

Удивительно, как в истории науки связываются имена, как сближаются, казалось бы, далекие даты.

В декабре 1881 года (сто двадцать пять лет тому назад) вышел в свет первый мемуар Пуанкаре «О кривых, определяемых дифференциальными уравнениями», в котором впервые появилось понятие предельного цикла, а в августе 1882 года – второй мемуар. Еще в докторской диссертации 1879 года и в одной из статей 1880 года Пуанкаре уделяет внимание особым точкам дифференциальных уравнений. Во всех перечисленных работах были заложены идеи и методы, составившие содержание нового раздела математики, которому Пуанкаре дал название «качественные методы теории дифференциальных уравнений».

Проанализировав множество особых точек различного рода, он приходит к выводу, что все они сводятся к четырем видам: центр, седло, фокус и узел. Не часто первая классификация чего-либо доходит до наших дней. Пуанкаре пишет: «Я изучил затем распределение этих особых точек в плоскости. Я показал при этом, что они всегда существуют (на конечном или бесконечном расстоянии) и что всегда выполняется простое соотношение между числом седел, фокусов и центров...» Стало ясно, что кривые, представляющие решения дифференциальных уравнений, либо замыкаются вокруг центра, либо неограниченными спиралями навиваются на фокус, либо удаляющаяся в одну сторону кривая упирается другим своим концом в узел, либо же кривая, исходящая из узла или фокуса, заканчивается в другом узле или фокусе. Но была и еще одна возможность, для реализации которой пришлось ввести новое понятие – предельный цикл. Определение было дано выше. В физической формулировке А.А. Андронова оно звучит так: *Предельный цикл есть геометрический образ, изображающий в фазовом пространстве периодическое движение автоколебательной системы; он представляет собой замкнутую кривую, к которой асимптотически приближаются соседние фазовые траектории.*

Пуанкаре доказал, что число предельных циклов всегда конечно, не считая некоторых исключительных случаев. Причем он разработал способы их обнаружения и дал общий метод для определения их количества.

Несколько слов о Пуанкаре – великом французском математике, физике, астрономе и философе. Нет области математики, которую он не обогатил бы результатами первостепенного значения. Он – создатель топологии, основоположник, наряду с А.М. Ляпуновым, качественной теории дифференциальных уравнений, о чем мы уже писали. В области физики работы Пуанкаре относятся к теории относительности, термодинамике, электричеству, оптике, теории упругости, молекулярной физике. Велик его вклад в небесную механику. Он построил первый вариант релятивистской теории гравитации.

В серии биографий «Жизнь замечательных людей» в 1979 году вышла интересная книга «Пуанкаре» [13], написанная доктором физико-математических наук А.А. Тяпкиным и кандидатом физико-математических наук А.С. Шибановым, в которой описан жизненный путь этого яркого и выдающегося представителя мировой науки.

Но вернемся к А.А. Андронову.

С 1929–30 гг. вполне можно говорить о школе Мандельштама–Андропова. А.А. Андронов сделал необычайно много для нелинейной физики, многое из сделанного осталось в науке навсегда, однако особое место занимает книга «Теория колебаний», написанная им вместе с А.А. Виттом и С.Э. Хайкиным [14] (впервые книга вышла в 1937 году; было еще два издания – в 1959 и 1981 годах). Ученик А.А. Андропова, профессор Н.В. Бутенин, писал по этому поводу: «Вряд ли можно переоценить значение этой книги в становлении нелинейной теории колебаний как в нашей стране, так и во всем мире. Ведь, в сущности, впервые появилась книга, где с ясной теоретической позиции излагались основы теории нелинейных колебаний как сложившейся науки; эта теория иллюстрировалась многочисленными примерами из различных областей физики и техники. Исследователи получили в руки мощное оружие для решения задач, возникающих при рассмотрении нелинейных динамических систем».

Чтобы понять масштаб личности А.А. Андропова, приведем следующие слова Г.С. Горелика: «Я лично не знал и не знаю ни одного человека, который бы отличался от моего идеала хорошего человека меньше, чем А.А. Андронов. Полное бескорыстие, абсолютное отсутствие лицемерия, мелкого «ученого» самолюбия, академического чванства, бесконечная готовность жертвовать своим спокойствием, если нужно помочь товарищу или просто человеку, деятельная доброжелательность ко всему живому и талантливому!..

Он обладал обширным умом и богатой, разносторонней культурой. В круг его непосредственных научных интересов входили: вся физика, математика, техника, астрономия. Его живейшим образом интересовало все естествознание, медицина, история, литература, живопись. Он был знатоком русской культуры. Речь А.А. Андропова была сильной, остроумной, неотразимой. Вместе с тем он был прост в обращении, отзывчив и чистосердечен. В нем не было эгоизма и неуверенного в себе мелкого самолюбия».

Вот еще небольшой штрих к портрету А.А. Андропова. До 1931 года Л.И. Мандельштам и А.А. Андронов думали, что первыми сопоставили автоколебания с предельными циклами, но вскоре обнаружили, что интуитивно это было сделано практически одновременно с открытием предельных циклов. В дальнейшем они всегда упоминали об этом. Вот выдержка из статьи А.А. Андропова с соавторами [15]: «...Для того чтобы не извращать исторической перспективы, необходимо предварительно сделать следующее замечание. За десять лет до открытия радио французский инженер Леотэ (1885) изучал автоколебания в некотором устройстве автоматического регулирования, исследовал фазовое пространство этого устройства и вычертил для него интегральные кривые и предельные циклы (не давая им этого названия, он, по-видимому, не был знаком с опубликованной несколько раньше работой Пуанкаре, в которой предельные циклы впервые появились в математике). По причинам, о которых мы здесь не будем говорить, замечательные работы Леотэ были почти полностью забыты».

Выше упоминалось имя Балтазара ван дер Поля (1889–1956). Напомним, что уравнение, носящее его имя, которое в безразмерных переменных имеет вид

$$\frac{d^2x}{d\tau^2} - \mu(1 - x^2)\frac{dx}{d\tau} + x = 0,$$

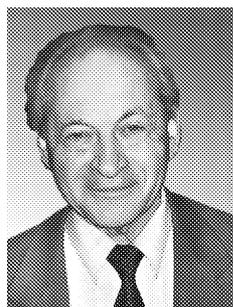
было получено для схемы лампового генератора с триодом.

## Библиографический список

1. Гнедина Т. Открытие Джи-Джи. М.: Молодая гвардия, 1973.
2. Уилсон М. Американские ученые и изобретатели. М.: Знание, 1964.
3. Зернов В.Д. Записки русского интеллигента. М.: «Индрик», 2005.
4. Child C.D. // Phys. Rev. 1911. Vol. 32, № 5. P. 49.
5. Langmuir I. // Phys. Rev. 1913. Vol. 2, ser. 2. P. 450.
6. Бозулавский С.А. // Тр. Гос. экспериментального электротехнического института, 1924, вып. 3.
7. Арцимович Л.А. Избранные труды. Атомная физика и физика плазмы. М.: Наука, 1978. С. 167.
8. Ландау Л.Д. О колебаниях электронной плазмы // ЖЭТФ. 1946. Т. 16. С. 574.
9. Грановский В.Л. Электрический ток в газе. Т. 1. М.:Л., 1952, гл. 8.
10. Feinman R. // Eng. Sci. 1960. Vol. 23. P. 22.
11. Миллер М.А. Всякая и не всякая всячина, посвященная собственному восьмидесятилетию. Н. Новгород, 2005. С. 90.
12. Горяченко В.Д. Андронов Александр Александрович. Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2001, 80 с.
13. Тяпкин А.А., Шибанов А.С. Пуанкаре. Серия ЖЗЛ. М.: Молодая гвардия, 1979. 415 с.
14. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1959.
15. Андронов А.А. и др. //УФН. 1947. Т. 33. С. 343.

*Саратовский государственный  
университет*

*Поступила в редакцию 23.01.2007*



*Трубецков Дмитрий Иванович* – родился в Саратове (1938). Окончил физический факультет Саратовского государственного университета (1960). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата (1965) и доктора физико-математических наук в СГУ (1978) в области радиофизики. Заведующий кафедрой электроники, колебаний и волн факультета нелинейных процессов СГУ, профессор, член-корреспондент Российской академии наук, заслуженный деятель науки РФ, лауреат премии Президента РФ в области образования. Научный руководитель Лицея прикладных наук и факультета нелинейных процессов СГУ. Область научных интересов: вакуумная электроника и микроэлектроника сверхвысоких частот, теория колебаний и волн, нелинейная динамика, история науки. Автор более двадцати учебных пособий и монографий, а также более двухсот статей в периодической печати.