



ГЕНЕРАЦИЯ И СИНХРОНИЗАЦИЯ КОЛЕБАНИЙ В СИСТЕМАХ С «МНОГОМАСШТАБНЫМ» ХАОСОМ

Учебное пособие

М.В. Иванченко

©М.В. Иванченко, 2007

©Нижегородский госуниверситет им. Н.И. Лобачевского, 2007

Нижний Новгород: Издательство Нижегородского госуниверситета, 2007. 138 с.

ISBN 978-5-91326-012-3

Теория синхронизации регулярных и хаотических колебаний – одна из фундаментальных проблем нелинейной физики. В настоящее время для периодических и близких к периодическим хаотических колебаний она хорошо разработана и весьма исчерпывающе представлена в ряде учебных пособий, монографий и обзоров. Однако для хаотических колебаний с несколькими характерными временными масштабами подобное изложение отсутствует. Данное пособие частично восполняет этот пробел. В нем приводятся методы исследования хаотической фазовой синхронизации в системах с «многомасштабным» хаосом, рассматриваются ее основные закономерности, а также процессы генерации и синхронизации таких колебаний в модельных нейронных ансамблях.

Предназначено для широкой аудитории – от студентов до квалифицированных исследователей в области физики, прикладной математики и математической биологии.

Оглавление

Введение

Глава 1. Анализ синхронизации в системах с «многомасштабным» хаосом

1.1. Хаотическая синхронизация. 1.2. Объединение временных масштабов. 1.3. Разделение временных масштабов. 1.4. Синхронизация лазеров в режиме генерации берстов 1.5. Синхронизация колебаний на различных временных масштабах.

Глава 2. Коллективная генерация «многомасштабных» колебаний в нейронных ансамблях

2.1. Собственная и коллективная «многомасштабная» динамика нейронных систем. 2.2. Неустойчивость фазовой хаотической синхронизации спайков. 2.2.1. Цепочки нейронов с электрическими синапсами. 2.2.2. Ансамбли с химическими синапсами. 2.2.3. Ансамбли со сложной топологией связей.

Глава 3. Синхронизация и образование структур в ансамблях с конкуренцией

3.1. Постановка задачи. 3.2. Динамика автономного нейрона. 3.3. Коллективная динамика. 3.4. Структурная устойчивость. 3.5. Бифуркации.

Заключение

Приложение I. Математическая модель Ходжкина–Хаксли для нейрона

Приложение II. Иллюстрации

Список литературы

Введение

К настоящему времени достигнут значительный прогресс в изучении и понимании процессов синхронизации, десинхронизации и структурообразования в ансамблях регулярных и хаотических осцилляторов. Результаты этих исследований используются для решения весьма различных прикладных задач: от передачи информации с помощью динамического хаоса и исследования колебательных режимов в решетках микро- и наномеханических осцилляторов до анализа способов обработки и кодирования информации биологическими нейронными ансамблями. В этом промежутке лежат задачи разработки широкополосных радиолокационных систем на базе динамического хаоса и криптографических алгоритмов.

Исследование явления синхронизации на протяжении многих лет остается актуальной задачей нелинейной физики. Теория синхронизации регулярных колебаний была в основном построена в 30-60-х годах XX века и исчерпывающе описывала вынужденную синхронизацию автогенератора внешним периодическим сигналом и взаимную синхронизацию двух автоколебательных систем. Эта теория была положена в основу решения многих прикладных задач радиофизики, среди которых задачи когерентного приема в системах связи, построения радиолокационных и навигационных систем, исследования динамики ансамблей сверхпроводящих джозефсоновских контактов и т.д. Тем не менее в последние два десятилетия наблюдается крайне высокая активность в исследованиях синхронизации и связанных с ней динамических процессов, в частности, образования пространственных структур. Это продиктовано как интересом к процессам синхронизации сложных и хаотических колебаний, так и появлением целого ряда задач, требующих анализа коллективной динамики больших ансамблей со сложной топологией связи.

Во-первых, большое число физических систем может рассматриваться как класс распределенных, пространственно дискретных или непрерывных нелинейных активных колебательных систем, обладающих некоторым спектром колебательных мод. Примерами служат системы с турбулентностью, ансамбли многомодовых лазеров, джозефсоновских контактов, микро- и наномеханических осцилляторов. Одним из распространенных коллективных эффектов в таких системах является синхронизация большого числа взаимодействующих, зачастую хаотических, нелинейных мод.

Во-вторых, явление динамического хаоса – сложного, квазислучайного поведения полностью детерминированной системы, по-видимому, может быть использовано для разработки новых подходов в задаче передачи и обработки информации.

Преимущества хаотического сигнала над регулярным заключаются в его широкополосности (и, как следствие, большей помехоустойчивости и информационной емкости). Синхронизация идентичных или слабо неидентичных хаотических колебаний позволяет реализовать когерентный прием в схемах для передачи с помощью динамического хаоса, управлять распределением фаз в радиолокационных системах, декодировать сообщения, зашифрованные с помощью хаотического сигнала.

Наконец, идеи и методы радиофизики сейчас находят применение в анализе способов передачи, хранения и обработки информации биологическими нейронными сетями. Здесь одним из ключевых вопросов является механизм координации активности отдельных нейронов. Многочисленные экспериментальные и теоретические исследования отводят эту роль процессам синхронизации. Поскольку значительная часть нейронов может генерировать хаотические колебания, наиболее адекватной постановкой задачи, сформулированной в терминах теории колебаний, здесь является изучение процессов хаотической синхронизации в больших ансамблях хаотических автоколебательных систем со сложной, нерегулярной топологией связи.

Следует отметить, что под синхронизацией регулярных колебаний всегда понималось совпадение их *частот* в результате взаимодействия. С другой стороны, хаотические колебания обладают *непрерывным* спектром частот и классическое понятие синхронизации к ним неприменимо. Известны, однако, процессы *координации* хаотических колебаний, в результате которых некоторые их характеристики могут становиться идентичными. Более того, совпадение этих характеристик является необходимым и достаточным условием синхронизации периодических колебаний. Это обусловило возникновение термина «хаотическая синхронизация» и его использование применительно к нескольким типам координации хаотических колебаний взаимодействующих систем. Здесь мы будем рассматривать исключительно *фазовую хаотическую синхронизацию*, критерием которой является совпадение средних частот колебаний, как наиболее близкую к синхронизации регулярных колебаний и позволяющую достаточно полно описывать коллективные процессы в интересующих нас системах.

Несмотря на обширную литературу, посвященную исследованию фазовой хаотической синхронизации, большинство работ ограничивается случаем, когда автоколебания во взаимодействующих системах слабо хаотичны, имеют ярко выраженный максимум в спектре мощности, соответствующий некоторой средней частоте колебаний. Синхронизация таких систем имеет много общего с классическим случаем синхронизации периодических осцилляторов. Фактически, явление состоит в захвате частот из интервала вокруг выделенной частоты. Необходимо отметить, что класс слабо хаотичных осцилляторов (а следовательно, и область применения данного подхода) весьма ограничен.

В то же время дальнейшее распространение идей теории синхронизации на системы с более развитым хаосом, спектр мощности которых имеет несколько ярко выраженных максимумов, сталкивается с серьезными трудностями. Основная причина заключается в том, что неприменимым здесь оказывается даже понятие синхронизации в смысле средних частот – поскольку средняя частота, в общем случае, не совпадает ни с одной из выделенных частот. Сколько-нибудь полная теория фазовой синхронизации колебаний на нескольких характерных временных масштабах в настоящее время отсутствует, хотя в ряде работ этот вопрос и затрагивается. Следует

отметить цикл работ А.А. Короновского и А.Е. Храмова, в котором была предложена концепция синхронизации временных масштабов, предполагающая применение критериев фазовой синхронизации к динамике вейвлет-образов реализации «многомасштабных» колебаний.

Коллективная динамика ансамблей «многомасштабных» осцилляторов, в том числе характеризующихся сложной, нерегулярной топологией связи, является на настоящий момент одной из наиболее актуальных задач нелинейной динамики и радиофизики. Она имеет принципиальное значение для понимания основных закономерностей синхронной динамики распределенных активных систем с колебаниями на нескольких временных масштабах, таких как нейронные ансамбли, модели сердечной активности, цепочки связанных лазеров, модели турбулентных сред.

Развитие методов исследования и анализ основных свойств фазовой хаотической синхронизации, образования структур в ансамблях осцилляторов с хаотическими колебаниями на нескольких временных масштабах и генерации таких колебаний за счет эффектов синхронизации являются основными вопросами, исследуемыми в этом пособии. Оно состоит из трех глав.

Первая глава посвящена фазовой хаотической синхронизации систем, в которых «многомасштабные» колебания уже присутствуют. В ней рассматриваются два подхода к определению и анализу синхронизации, имеющих весьма общий характер. С их помощью изучаются основные черты фазовой синхронизации «многомасштабных» систем, они применяются для исследования динамики связанных лазеров в режиме генерации берстовых импульсов. Наконец, показана возможность практически значимой синхронизации между колебаниями на *сильно различных* временных масштабах, дополняющая предыдущий случай синхронизации близких (вследствие малой неидентичности систем) временных масштабов.

Во второй главе изучается влияние синхронизации на генерацию «многомасштабных» колебаний в динамических моделях нейробиологических систем. Обнаруженный коллективный механизм возникновения «многомасштабных» колебаний в ансамблях изначально слабохаотичных нейронных осцилляторов заключается в неустойчивости режима синхронизации спайков при усилении связи. Показано существование такого механизма в ансамблях с различными типами связи, различной – регулярной и нерегулярной – топологией.

В развитие проблемы в третьей главе рассматриваются принципы взаимодействия собственных и коллективных механизмов генерации. Здесь, как и во второй главе, основными действующими лицами являются процессы синхронизации, десинхронизации и образования пространственно-временных структур. Выявлено, что взаимодействие механизмов может носить как кооперативный, так и конкурентный характер. Также обсуждается предполагаемая роль этих явлений в биологических нейронных ансамблях.