



МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ХАОТИЧЕСКИЕ ВРЕМЕННЫЕ РЯДЫ

Б.П. Безручко, Д.А. Смирнов

© Б.П. Безручко, Д.А. Смирнов, 2005
© Саратов: ГосУНЦ «Колледж», 2005. 320 с.
ISBN 5-94409-045-6

В книге излагаются общие вопросы моделирования и проблемы создания математических моделей эволюции (движений, процессов) по временным рядам – дискретным последовательностям экспериментально измеренных значений наблюдаемых величин. Основное внимание уделяется динамическому (детерминистическому) подходу к моделированию с присущей ему претензией на точность прогноза будущей эволюции, хаотическим сигналам и нелинейным моделям. Демонстрируются описательные возможности различных видов математического аппарата. Представлены технологические приемы построения модельных разностных и дифференциальных уравнений при различных уровнях предварительной информированности об объекте.

Книга адресована тем, кто желает ввести в свою практику прогноз, количественную проверку адекватности имеющихся представлений о механизмах функционирования объекта, «измерение» недоступных прибору величин и решение других задач по экспериментальным данным. Кроме ссылок на публикации по этой проблематике и Интернет-ресурсы, на сайте авторов представлены отдельные обучающие программы и систематизированный компьютерный практикум, дополняющие изложение. Наличие этого материала и широкое использование иллюстративных примеров должны сделать книгу полезной также студентам и аспирантам.

Предисловие

Математическое моделирование всеобъемлюще. Им занимаются математики и прикладники, профессионалы и любители, физики и вооруженные компьютерами лирики. Любая книга по точным наукам затрагивает математические модели некоторого круга объектов или явлений, более или менее специфические подходы к их

построению и исследованию, или вопросы их приложений. Как и многие учебники с похожими названиями, первая часть нашей книги посвящена общим вопросам моделирования, а вторая – отражает профессиональные пристрастия авторов-физиков, долгое время занимающихся нелинейной динамикой и сосредоточившихся в последние годы на ее актуальном направлении – «реконструкции уравнений» по дискретным последовательностям экспериментальных данных (временным рядам). Под названием «идентификация систем» это направление давно развивается в рамках математической статистики и теории автоматических систем управления, а своими корнями уходит в задачу о замене (аппроксимации) набора экспериментальных точек на плоскости гладкой кривой или подходящей формулой. Благодаря современным компьютерам с большими объемами памяти и скоростями обработки данных, теперь речь идет о получении модельных систем нелинейных уравнений, об обработке сложных (даже хаотических) зашумленных сигналов, типичных для реальных объектов и ситуаций, о приложениях в различных областях человеческой деятельности – от экономики до медицины.

Книга посвящена моделированию процессов эволюции (движений, изменений во времени). Она рассчитана на читателя, нацеленного на использование техники эмпирического моделирования для решения практических задач. Поэтому в ней освещены проблемы и «технические» приемы моделирования по данным наблюдений, описаны возможные приложения, и даже представлен компьютерный практикум и отдельные обучающие программы, помещенные на сайт авторов. В книге затронуты и мировоззренческие вопросы, неизбежно возникающие при «занятиях моделированием». Содержание и стиль изложения материала сформировались в процессе научной деятельности и многолетнего чтения лекций по моделированию на факультете нелинейных процессов и физическом факультете Саратовского госуниверситета. Некоторые главы использовались при обучении будущих геологов, биологов, экономистов; планируется использование книги студентами факультета нано- и биомедицинских технологий.

Мы надеемся, что книга будет полезна широкой аудитории, поэтому ее материал имеет различный уровень сложности. Первые главы вполне доступны читателю, имеющему подготовку на уровне современной средней школы, но изложенная в ней информация о моделировании вообще, мировоззренческие вопросы и примеры современных динамических моделей, наверное, будут интересны и специалистам. Более формализованная вторая часть предназначена тем, кто намерен строить модели по временным рядам и использовать их для прогноза, проверки адекватности имеющихся представлений о динамике объекта, измерения величин, недоступных приборам, классификации сигналов, и т.д. В книге нет строгих доказательств, обсуждение математических результатов чаще ведется на уровне наглядных иллюстраций и пояснений, при необходимости даются ссылки на математические работы. Более полному освоению материала некоторых разделов должны помочь материалы, размещенные на сайтах нашей и других научных групп. Представленный список литературы по вопросам моделирования не претендует на полноту; в него включены лишь некоторые из множества статей и монографий по проблеме. При его формировании мы часто отдавали предпочтение легко доступным изданиям, особенно если их тексты имеются в Интернете, на что также даны ссылки.

Содержание

Предисловие

Введение

Часть I. Модели и прогноз

Глава 1. Понятие модели. Чем замечательны модели математические

- 1.1. Что будем называть моделью и моделированием
- 1.2. Наука, научное знание, систематизации научных моделей
- 1.3. Обман чувств и интуиция. Спасение математикой
- 1.4. Сколько моделей может быть у одного объекта
- 1.5. Как рождаются модели
- 1.6. Структурная схема процесса математического моделирования
- 1.7. Выводы из исторической практики моделирования. Показательная судьба моделей механики

Глава 2. Два подхода к моделированию и прогноз

- 2.1. Основные понятия и особенности динамического моделирования
Определение динамической системы. Нестрогий пример. Переменные и параметры. Фазовое пространство. Консервативные и диссипативные системы. Аттракторы, мультистабильность, бассейны притяжения. Характеристики аттракторов. Пространство параметров. Бифуркации. Комбинированные пространства, бифуркационные диаграммы
- 2.2. Основания для объявления процессов случайными
Теоретико-множественный подход. Признаки случайности, традиционные для физиков. Алгоритмический подход. Случайность как непредсказуемость
- 2.3. Концепция частичной детерминированности
- 2.4. Ляпуновские показатели и пределы предсказуемости
Практическая оценка дальности прогноза. Предсказуемость и ляпуновский показатель: случай малых возмущений
- 2.5. Масштабы рассмотрения: как они определяют оценку свойств процесса (сложная динамика или случайность)
- 2.6. Пример с монетой

Глава 3. Динамические модели эволюции

- 3.1. Терминология
Оператор, отображение, уравнение, оператор эволюции. Функции, непрерывное и дискретное время. Отображение последования, итерация. Потоки и каскады, сечение и отображение Пуанкаре. Иллюстративный пример
- 3.2. Систематизация некоторых видов модельных уравнений
- 3.3. Явные функциональные зависимости
- 3.4. Линейность и нелинейность
Линейность и нелинейность функций и уравнений. Природа нелинейности. Иллюстрация на маятниках
- 3.5. Модели – обыкновенные дифференциальные уравнения
Виды решений. Популярный класс модельных уравнений – осцилляторы. «Стандартная форма» обыкновенных дифференциальных уравнений
- 3.6. Модели – точечные отображения
Введение. Эталонные нелинейные отображения. Место дискретных моделей

- 3.7. Модели пространственно развитых систем
Решетки связанных отображений. Клеточные автоматы. Дифференциальные уравнения с запаздыванием. Дифференциальные уравнения в частных производных
- 3.8. Искусственные нейронные сети
Стандартный формальный нейрон. Архитектура и классификации нейронных сетей. Основные свойства и решаемые задачи. Обучение

Глава 4. Стохастические модели эволюции

- 4.1. Элементы теории случайных процессов
Понятие случайного процесса. Характеристики случайного процесса. Стационарность и эргодичность случайных процессов. Статистические оценки характеристик случайных процессов
- 4.2. Базовые модели случайных процессов
- 4.3. Уравнения эволюции распределения вероятностей
- 4.4. Процессы авторегрессии – скользящего среднего
- 4.5. Стохастические дифференциальные уравнения и белый шум

Часть II. Моделирование по временным рядам

Глава 5. Постановки задач моделирования по рядам

- 5.1. Схема процесса построения модели по временному ряду
- 5.2. Систематизация задач по объему априорной информации
- 5.3. Особенности задач эмпирического моделирования
Прямые и обратные задачи. Корректно и некорректно поставленные задачи. Плохо обусловленные задачи

Глава 6. Ряды наблюдаемых – источник данных для моделирования

- 6.1. Наблюдаемые и модельные величины
Наблюдения и измерения. Методы увеличения и уменьшения числа характеризующих величин
- 6.2. Аналого-цифровые преобразователи
- 6.3. Временные ряды
Термины. Примеры
- 6.4. Элементы анализа временных рядов
Визуальный экспресс-анализ. Методы спектрального анализа (фурье-анализ и вейвлеты). Фаза сигнала и разложение на эмпирические моды. Анализ на стационарность/нестационарность. Анализ взаимной зависимости (корреляция, когерентность, синхронизация)
- 6.5. Экспериментальный пример вместо заключения

Глава 7. Восстановление временных зависимостей

- 7.1. Оценка параметров
Методы оценивания. Сопоставление методов. Оптимальное оценивание. Устойчивое оценивание. Выводы
- 7.2. Аппроксимация
Две постановки задачи и термины. Расчет параметров. Выбор размера модели, переобучение и «брита Оккама». Выбор класса аппроксимирующих функций
- 7.3. Диагностическая проверка модели
Проверка независимости остатков. Проверка нормальности остатков
- 7.4. Примеры применения моделей
Прогноз. Численное дифференцирование

Глава 8. Модельные уравнения: оценка параметров

8.1. Оценки параметров и их точность

Динамический шум. Измерительный шум

8.2. Скрытые переменные

Методы. Что дают успехи и какая польза от неудач моделирования?

Глава 9. Модельные уравнения: восстановление нелинейных характеристик

9.1. Процедуры восстановления и особенности задачи

9.2. Оптимизация структуры модели

9.3. Восстановление характеристик нелинейного элемента электрической цепи

9.4. Специфические подходы к выбору структуры модели

Системы под регулярным внешним воздействием. Системы с запаздыванием

Глава 10. Реконструкция уравнений: «черный ящик»

10.1 Реконструкция фазовой траектории.

Теоремы Такенса. Практические алгоритмы реконструкции

10.2. Аппроксимация функций многих переменных

Модельные отображения. Модельные дифференциальные уравнения

10.3. Прогноз с помощью различных видов моделей

10.4. Диагностическая проверка модели

Глава 11. Практические приложения эмпирических моделей

11.1. Сегментация нестационарных временных рядов

11.2. Конфиденциальная передача информации

11.3. Определение характера связи между осцилляторами

11.4. Другие приложения

Заключение

Библиографический список