Изв. вузов «ПНД», т.11, № 1, 2003 УДК 537

КОЛМОГОРОВ И ТЕОРИЯ КАМ: ЗАМЕТКИ К ИСТОРИИ ЕЕ СОЗДАНИЯ

Р.Р. Мухин

Кратко рассмотрено развитие концепций интегрирования уравнений классической динамики. Показана эволюция этих концепций от всегда интегрируемой до неинтегрируемой системы и возникновение «основной проблемы» динамики. Изложено решение «основной проблемы» в теории КАМ, уделено особое внимание вкладу Колмогорова в создание этой теории. Рассмотрено влияние теории КАМ на формирование современных взглядов на проблему неинтегрируемости и применение теории в различных областях физики.

В этом году исполняется сто лет одному из крупнейших математиков XX века Андрею Николаевичу Колмогорову. Областью интересов Колмогорова была практически вся математика и ее необъятные приложения. Так, Г. Харди считал его специалистом по тригонометрическим рядам, Т. фон Карман относил к механикам, портрет Колмогорова помещен в галерею основателей классической механики. Трудно найти, по словам П.С. Александрова, математика современности с таким воздействием на математические вкусы и на развитие математики [1]. В свое время Бурбаки писали, когда задавались вопросом о существовании одной математики или нескольких математик: «Нет такого математика, даже среди обладающих самой обширной эрудицией, который бы не чувствовал себя чужеземцем в некоторых областях огромного математического мира; что же касается тех, кто подобно Пуанкаре или Гильберту оставляет печать своего гения почти во всех его областях, то они составляют даже среди наиболее великих редчайшее исключение» [2]. Это же в полной мере относится и к Колмогорову, которого с его широтой интересов и глубиной охвата предмета скорее можно поставить в один ряд с великими естествоиспытателями прошлого, чем с представителями современной науки с ее узкой специализацией.

Общепризнана роль Колмогорова в создании современной теории вероятностей, где он был мировым лидером. Теория вероятностей долгое время не входила в число фундаментальных математических дисциплин, Д. Гильберт, например, относил ее к физике. Не очень широко известно, что аксиоматическое построение теории вероятностей, где основные результаты принадлежат Колмогорову, сформулированы в 6-й проблеме Гильберта [3]. Работы Колмогорова в огромной степени способствовали обретению теорией вероятностей прав гражданства в математике. Но роль Колмогорова здесь намного более весома. В своих воспоминаниях [4, с. 101] В.М. Тихомиров пишет о двух математических мирах - мире упорядоченности и мире случая, и Колмогоров не только внес значительный вклад в развитие каждого из них, но был одним из тех, кто перебросил между ними мост: идеи и методы теории вероятностей, теории случайных процессов ныне пронизывают все здание математики и математического естествознания, образуя сложные переплетения с другими науками.

Колмогоров является одним из основателей современной теории динамических систем, которая ныне проникает в самые разные области знания - от естественных наук до экологии и социологии. Хочется еще раз посмотреть на основные вехи появления и развития одного из самых замечательных достижений науки ушедшего века - теории Колмогорова - Арнольда - Мозера (КАМ) и дополнить картину некоторыми не замеченными ранее штрихами.

Попытки проследить хоть с какой-то степенью полноты предпосылки теории КАМ, перечислить имена ученых, имевших отношение к данной проблеме, вместе с их основными результатами, проанализировать понятия и методы этого раздела науки потребовали бы не одной книги. Отсюда встает вопрос разумной достаточности и целесообразно коснуться лишь ключевых моментов. Традиционно небесная механика предоставляла задачи, привлекавшие внимание крупнейших математиков, в ее недрах зарождались идеи и методы, впоследствии вошедшие неотъемлемой частью в арсенал физики. Одной из таких задач является знаменитая проблема трех тел.

Нахождение в явном виде решений уравнений динамики еще со времен И. Ньютона находилось в центре внимания. На начальном этапе интегрируемость уравнений воспринималась как само собой разумеющееся. Эта идея была определяющей в течение длительного периода, вплоть до работ А. Пуанкаре. Даже необычайная сложность проблемы трех тел не поколебала убеждения в принципиальной разрешимости задачи - все сводится к искусству вычислителя. Надо отметить, что само понятие интегрируемости претерпело длительную эволюцию. От рассмотрения решения в виде комбинаций известных функций пришли к решениям в квадратурах, затем решения представлялись в виде бесконечных рядов. Применительно к задаче трех тел последнее непосредственно связано с теорией возмущений. Когда было осознано, что, по-видимому, в явном виде задача трех тел неразрешима, стали разрабатываться приближенные методы. Использование теории возмущений с ее широкой сферой применимости оказалось эффективным в небесной механике. Кульминационным моментом здесь стали исследования У. Леверье и Д. Адамса. Эти методы прекрасно работают при рассмотрении на небольшом интервале времени. Однако наличие секулярных членов, неограниченно растущих со временем, приводит к расходимости. Был разработан вариант теории возмущений, не содержащий секулярных членов, но, как показал Пуанкаре [5], эти ряды также оказались расходящимися.

Расширение круга рассматриваемых задач, накопившиеся трудности привели в конечном итоге к коренному пересмотру сложившихся представлений. Этот концептуальный переворот во взглядах был подготовлен гигантским трудом многих исследователей из разных стран, но поворотным пунктом стали работы Пуанкаре. Речь идет о его знаменитом мемуаре «Проблема трех тел» (1890) и последовавших за ним «Новых методах небесной механики» (1892-1899) [5]. Последнее, по существу, представляет собой итог исследований XIX века по данной проблеме, и в мировой научной литературе найдется не так много трудов, столь богатых глубокими идеями и плодотворными методами. Каждое значительное продвижение, каждое крупное открытие не только раздвигает наши горизонты, но и избавляет от прежних иллюзий и заблуждений. Можно и таким образом воспринимать развитие науки. Сказанное в полной мере относится к нашему предмету. Обратимся к одному фундаментальному результату, полученному Пуанкаре в этих работах.

В противовес господствовавшим представлениям об интегрируемости Пуанкаре показал, что в подавляющем большинстве динамические системы неинтегрируемы, интегрируемые системы образуют относительно небольшое число «счастливых» случаев. Говоря современным языком, это означало смену парадигмы, которая была воспринята научным сообществом довольно болезненно. Здесь надо отметить следующее обстоятельство. Исследования Пуанкаре по проблеме трех тел теснейшим образом соприкасаются с его более ранними работами по качественной теории дифференциальных уравнений. По словам самого Пуанкаре, «... в громадном большинстве случаев, с которыми нам приходится иметь дело, эти уравнения не могут быть проинтегрированы с помощью известных нам функций, определяемых квадратурами. И если бы мы захотели ограничиться только теми случаями, которые можно изучить при помощи определенных или неопределенных интегралов, то область наших исследований оказалась бы чрезвычайно суженной, и огромное большинство вопросов, встречающихся в приложениях, осталось бы нерешенным. Необходимо, следовательно, изучать функции, определяемые дифференциальными уравнениями, сами по себе, не пытаясь сводить их к более простым функциям, так же как это было сделано по отношению к алгебраическим функциям, которые сначала пытались свести к радикалам, а теперь изучают непосредственно» [6]. Другими словами, без интегрирования, лишь по виду правой части уравнения нужно построить картину расположения кривых, удовлетворяющих этому уравнению. После этих работ стало ясно, что интегрируемость связана с качественным поведением траекторий во всем фазовом пространстве или в окрестности инвариантного множества. Осознание этой идеи имело первостепенное значение для последующего развития. Во всех прежних исследованиях преобладал локальный подход к изучению динамических систем. Корни такого подхода прослеживаются с глубокой древности, когда разложение изучаемого объекта на относительно простые составные части и их изучение позволяло сделать выводы о целом объекте. Подобно этому динамическая система описывалась с помощью ряда теории возмущений и обычно исследователи ограничивались несколькими первыми членами этого ряда. Подход Пуанкаре был интегральным и его результаты привели к постепенному пониманию того, что следует отказаться от локального подхода и адекватное описание динамических систем требует рассмотрения их как целого.

Пуанкаре выдвинул как «основную проблему» динамики задачу о влиянии возмущений на интегрируемую гамильтонову систему [5, т. 1]. В последующие десятилетия неоднократно были предприняты попытки исследований в этом направлении, и, несмотря на ряд значительных результатов, ни один из них не может претендовать на решение проблемы. Вряд ли можно считать искомым решением работу Сундмана по проблеме трех тел [7], где решение дано в виде чрезвычайно медленно сходящихся степенных рядов. Для получения точности, необходимой для астрономии, нужно взять $10^{8000000}$ членов в этих рядах [5, т. 1]. Было ясно, что для решения указанной задачи требуются кардинально новые идеи.

Мимо внимания Колмогорова, конечно, не могла пройти фундаментальная проблема, поставленная Пуанкаре. Исследования Колмогорова по нелинейной динамике распадаются на два цикла, в которых рассмотрены два предельных случая динамических систем: теория КАМ рассматривает случай максимальной устойчивости движения; случай максимальной неустойчивости относится к эргодической теории. Оба цикла работ были выполнены в 1950-е годы, которые оказались одними из самых плодотворных в научной биографии Колмогорова. Как пишет В.И. Арнольд в статье «Об А.Н. Колмогорове», сам Колмогоров так вспоминает о происхождении работ, приведших к созданию теории КАМ:

«Главным было то, что в 1953 году появилась надежда. От этого я почувствовал какой-то необыкновенный подъем. О задачах небесной механики я думал давно, с детства, с Фламмариона, а потом - читая Шарлье, Биркгофа, механику Уиттекера, работы Крылова и Боголюбова, Шази, Шмидта. Несколько раз пытался, но не получалось. А тут начало получаться» [8, с. 654]. Общая обстановка в стране в 1950-е годы немало способствовала расцвету отечественной математической школы. В интервью, данном S.H. Lui [8, с. 714], Арнольд вспоминает: «Плеяда великих математиков, собранных на одном факультете (мехмат МГУ) представляла собой явление совершенно исключительное, и мне не приходилось встречать ничего подобного более нигде. Колмогоров, Гельфанд, Петровский, Понтрягин, П. Новиков, Марков, Гельфонд, Люстерник, Хинчин и П.С. Александров учили таких студентов, как Манин, Синай, С. Новиков, В.М. Алексеев, Аносов, А.А. Кириллов и я сам. И все эти математики были столь непохожи друг на друга!». Атмосфера, в которой развивалась в то время отечественная математика, подробно описана в книге «Golden Years of Moscow Mathematics» [4], изданной совместно с Американским математическим обществом и Лондонским математическим обществом в 1993 году. Само появление этой книги знаменательно, ведь из предыдущих пяти выпусков четыре целиком посвящены американской математике.

Появление замечательных работ произошло в характерном для Колмогорова стиле [1,4]. Сначала шел скрытый период работы, который мог продолжаться годами, затем он сменялся взрывом творческой активности, длившейся одну-две недели, когда смутные до этого мысли, ассоциации приобретали отчетливость, обходились непреодолимые до этого трудности. Но как только после решающего прорыва, создания новых методов и преодоления принципиальных трудностей ситуация прояснялась, он терял интерес к предмету своих занятий и оставлял полученное другим, а его мысли были уже направлены к новым целям. Примером такого прорыва в новую область были работы Колмогорова по классической механике [9,10]. По словам самого Колмогорова [11], они возникли под воздействием работ Д. фон Неймана по спектральной теории динамических систем [12] и, в особенности, под влиянием классической работы Н.М. Крылова и Н.Н. Боголюбова [13]. Заметим, что упомянутые работы относятся еще к 1930-м годам.

Внешним толчком для работ [9,10] послужила задача, предложенная Колмогоровым для своего студенческого семинара [8, с.654,715]. Он рассматривал интегрируемую гамильтонову систему с двумя степенями свободы, в которой происходит условно периодическое движение по двумерным торам. Это навело его на мысль изучить неинтегрируемую систему на торе, имеющему лишь интегральный инвариант: можно ли как в интегрируемом случае, ввести на торе равномерно меняющиеся со временем фазы? Этот вопрос был решен в заметке [14], в которой содержатся некоторые результаты, использованные затем в фундаментальных работах [9,10]. В [14] было показано, что почти всегда можно ввести равномерно меняющиеся фазы за исключением бесконечно редко встречающегося случая, когда возможно перемешивание. Этот случай не казался особенно важным, однако именно он и послужил источником работ [9,10].

В интегрируемых системах перемешивание не встречается, оно может происходить лишь в неинтегрируемых системах. Для нахождения инвариантного тора в неинтегрируемой системе Колмогоров обращается к системе, близкой к интегрируемой, которую рассматривает исходя из теории возмущений. Все применявшиеся варианты теории возмущений приводили к расходящимся рядам. Здесь содержится ключевой момент - для преодоления расходимости вместо разложения по малому параметру был использован метод Ньютона в функциональном пространстве, предложенный Л.В. Канторовичем. По словам Арнольда, «... «метод ускоренной сходимости» Колмогорова был придуман вовсе не ради тех замечательных приложений в классических проблемах механики, к которым он приводит, а ради исследования возможности реализации специальной теоретико-множественной патологии в системах на двумерном торе (перемешивания)» [8, с. 656].

Колмогоров рассматривает возмущенную систему, гамильтониан которой представляется в виде суммы интегрируемого члена и возмущения. В невозмущенной интегрируемой системе фазовое пространство расслоено на инвариантные торы, движение по которым является условно периодическим. Торы с рационально независимыми частотами называются нерезонансными; траектории всюду плотно обматывают такие торы. Остальные торы называются резонансными. Колмогоров показал, что происходит с нерезонансными торами при действии возмущения. Главный результат можно сформулировать следующим образом: для большинства начальных условий и невырожденности невозмущенного движения при достаточно малом возмущении большинство нерезонансных торов не разрушается, а лишь немного деформируется, сохраняя на себе траектории условно периодических движений с постоянными частотами. Эти инвариантные торы образуют большинство, то есть дополнение к ним имеет меру, стремящуюся к нулю при стремлении к нулю величины возмущения. Резонансные торы под действием возмущения разрушаются, траектории становятся стохастическими. Цитирую Колмогорова: «... дело идет по существу о некоторой переработке широко дискутировавшейся в литературе по небесной механике идеи о возможности избежать появления ненормально «малых знаменателей» при расчете возмущенных орбит. Однако в отличие от обычной теории возмущений я получаю точные результаты, а не вывод о сходимости рядов того или иного приближения конечного порядка» [10].

Итак, имеются два различных вида траекторий: немного изменившиеся условно периодические траектории, обматывающие нерезонансные торы, и стохастические траектории, которые возникли при разрушении резонансных торов.

Исходная задача о существовании инвариантных торов, несущих перемешивающие вдоль них потоки, в фазовом пространстве гамильтоновой системы, близкой к интегрируемой, осталась нерешенной. Впоследствии об этой задаче и не вспоминали. В работе «От суперпозиций до теории КАМ» Арнольд пишет: «Интересно отметить, что «частичный» успех работы 1954 года (результат которой сейчас известен как КАМ-теорема) гораздо более важен, чем технический вопрос о перемешивании, на который Колмогоров безуспешно пытался ответить. Достижение Колмогорова подобно достижению Колумба, попытка которого найти западный путь в Индию закончилась неудачей» [8, с. 728]. И еще, в статье «Об А.Н. Колмогорове»: «Физики говорят (я слышал это от М.А. Леонтовича), что новая физика чаще всего начинается с уточнения последнего десятичного знака. Новая математика, как мы только что видели, тоже может рождаться при уточнении мелких технических деталей предшествующих работ» [8, с. 657].

Выше уже говорилось о стиле работы Колмогорова. Ему было неинтересно развивать проблему, когда принципиальная сторона дела уже была ясна. Вместо этого он предпочитал сосредоточиться на получении новых результатов. В 1950-е годы Колмогоров прочел на мехмате МГУ курс лекций по динамическим системам с изложением работ [9,10,14], где были отчетливо представлены все идеи. Формального доказательства не было и оно никогда не было им полностью опубликовано. Видимо, объяснение этому надо искать в описанных выше особенностях стиля работы Колмогорова. Первое подробное изложение метода доказательства было дано в статье Арнольда [15]. Само доказательство, в высшей степени нетривиальное, было представлено Арнольдом в докладе, прочитанном в аудитории 02 главного здания МГУ на торжественном заседании механико-математического факультета и Московского математического общества 25 апреля 1963 года в честь шестидесятилетия Колмогорова, что стало своеобразным подарком юбиляру [1, 16]. О результате, полученном Колмогоровым, в начале доклада говорится: «Простая и новая идея, комбинация весьма классических и вполне современных методов, решение 200-летних проблем, ясная геометрическая картина и широкие горизонты - таковы достоинства этой работы». И еще одна оценка: «Теория Исаака Ньютона о движении планет привела к возникновению многих интересных математических задач. Возможно, самой тонкой и самой сложной из них является задача об устойчивости движения планет... Работа Колмогорова, Арнольда и Мозера (КАМ-теория) является наиболее важным продвижением в решении этой задачи с XVII столетия, когда она была сформулирована» [17].

Отсутствие полного доказательства в [9,10] стимулировало появление замечательной работы Ю. Мозера [18]. Мозер дал свое доказательство сходимости, главным отличием которого было то, что вместо аналитических возмущений у Колмогорова, в работе Мозера возмущение имело конечную гладкость. Колмогоров и Арнольд приветствовали это достижение Мозера, обобщение результата Колмогорова на случай гладких функций было совершенно неожиданным. Любопытно, что Мозер хотел восстановить доказательство Колмогорова, но поскольку это ему удалось сделать лишь для случая гладких функций, он считал свою работу провалом.

Что касается доказательства Колмогорова, в этом вопросе нет полной ясности. Цитирую Д. Мезера [17]: «...Синай рассказал мне, что Колмогоров представил свое доказательство на семинаре в Москве в 50-х годах. Я считаю, что доказательство Колмогорова не было доступно ни для кого на Западе. Холодная война сильно затрудняла научное общение между советскими и западными учеными». И еще одно замечание: в американской литературе в 1960-е годы публиковались статьи с доказательствами «аналитического варианта теоремы Мозера», что, конечно, представляло теорему Колмогорова об инвариантных торах. Сам Мозер никогда не поддерживал эти попытки приписать ему авторство теоремы Колмогорова [8, с. 737]. Дальнейшие подробности о вкладе Арнольда и Мозера в создание теории КАМ можно найти в литературе [8,18].

Работы Колмогорова имели счастливую судьбу, они быстро получили всеобщее признание. Конечно, здесь сказалось то, что результаты были изложены на Международном конгрессе математиков в Амстердаме в 1954 году и сразу стали достоянием математического мира. Особое впечатление произвел предложенный Колмогоровым метод сверхсходимости, разрешивший проблему малых знаменателей. В этом докладе Колмогоровым была выдвинута целая программа изучения динамических систем с применением методов современного анализа и теории вероятностей. Может быть, в определенной степени символично, что конгресс открывался докладом фон Неймана, с именем которого связано наступление эры вычислительных машин и вычислительного эксперимента не только в приложениях, но и в самой математике, а заключительный доклад был сделан Колмогоровым. Симбиоз вычислительных методов и современной математики оказал решающее воздействие на бурный прогресс нелинейной динамики в последующие годы.

Создание такой математически строгой теории, как теория КАМ, привело к новым представлениям концептуального характера. Со времен Пуанкаре на неинтегрируемые системы смотрели как на досадную помеху, воздвигнутую природой на пути получения достоверных знаний. Сегодня можно сказать, что теория КАМ весьма существенным образом дополнила то видение мира, которое начало складываться после фундаментальных работ Пуанкаре. Согласно прежней концепции подавляющее большинство динамических систем неинтегрируемо и оставалось только примириться с этим печальным фактом. Сейчас же неинтегрируемость рассматривается как конструктивный фактор, обусловливающий развитие. Неинтегрируемость систем означает невозможность исключить взаимодействие между ними. Если бы мир состоял только из интегрируемых систем, в нем не было бы места самоорганизации и развитию, а в конечном итоге - жизни.

Теория КАМ является одним из самых сильных и эффективных методов изучения динамических систем. Она позволила рассмотреть с единых позиций методы усреднения, теорию возмущений, адиабатические инварианты. С появлением теории КАМ различные задачи физики и механики, рассмотренные с помощью этих методов, получили строгое обоснование. Обрело твердую почву то, что раньше основывалось только на интуиции. Даже краткое рассмотрение новых результатов, полученных с помощью теории КАМ, потребовало бы непомерного увеличения объема этих заметок. Среди них вопросы устойчивости планетных систем, динамика заряженных частиц в ускорителях, магнитные ловушки для удержания плазмы, сохранение адиабатических инвариантов. Большое количество примеров приложения теории КАМ приведено в книге [19]. В комментарии Арнольда [20] изложено дальнейшее развитие теории КАМ и проверка ее выводов. Остановимся только на двух пунктах. Боголюбов и Мозер обобщили теорию КАМ на негамильтоновы системы, что особенно важно для изучения пути перехода к стохастизации движения в различных диссипативных системах (гидродинамики и т.д.). Далее, после появления теории КАМ была проведена большая серия вычислительных экспериментов с целью ее проверки. Эти эксперименты подтвердили:

- большинство колмогоровских торов не разрушается при малом возмущении;
- с увеличением возмущения происходит быстрый рост меры областей с хаотическим движением, где траектории экспоненциально расходятся.

Методы и приложения теории возмущений все более разрастаются, захватывая новые «территории», образуя связи с прежде разрозненными областями. Теория КАМ в этом процессе занимает одно из центральных мест. Я хочу закончить словами самого Колмогорова, написанными в Послесловии к его книге: «В некоторых направлениях сделанное мной представляется мне достаточно цельным и законченным, так что в моем 82-летнем возрасте я с удовольствием оставляю сделанное продолжателям» [21].

В заключение хочу выразить благодарность Ю.А. Данилову, прочитавшему статью и сделавшему ряд полезных замечаний.

Бибилиографический список

1. *Успенский В.А.* Труды по НЕматематике. М.: ОГИ, 2002.

2. *Бурбаки Н.* Очерки по истории математики / Пер. с франц. М.: Изд-во иностр. лит., 1965. Архитектура математики. С.245.

3. Проблемы Гильберта. М.: Наука, 1969.

4. Golden Years of Moscow Mathematics // History of Mathematics. Vol. 6 / Eds S. Zdravkovska, P.L. Duren. 1993.

5. *Пуанкаре А.* Новые методы в небесной механике // Избр. труды: В 3 т. / Пер. с франц. М.: Наука, 1971, т. 1; 1972, т. 2.

6. *Пуанкаре А.* О кривых, определяемых дифференциальными уравнениями / Пер. с франц. М., Л.: ОГИЗ, 1947.

7. *Sundman K.F.* Mémoire sur le problème des trois corps // Acta math. 1913. Vol. 36. P. 105.

8. В.И. Арнольд. Избранное - 60. М.: Фазис, 1997. XLVIII+770 с.

9. *Колмогоров А.Н.* О сохранении условно периодических движений при малом изменении функции Гамильтона // Докл. АН СССР. 1954. Т. 98, №4. С. 527.

10. *Колмогоров А.Н.* Общая теория динамических систем и классическая механика // Proc. Intern. Congr. Math. 1954. Amsterdam. Vol. 1. P. 315. То же в кн.: А.Н. Колмогоров. Математика и механика. М.: Наука, 1985. С. 316.

11. *Колмогоров А.Н.* К работам по классической механике // А.Н. Колмогоров. Математика и механика. М.: Наука, 1985. С. 433.

12. *Neumann von Y*. Mathematische Grundlagen der Quanten mechanic. Berlin, 1932.

13. *Kryloff N., Bogoliouboff N.* La théorie générale de la mesure dans son applications à l'étude des systèmes dynamiques de la mécanique non linéaire // Ann. Math. 1937. Vol. 38. P. 65.

14. *Колмогоров А.Н.* О динамических системах с интегральным инвариантом на торе // Докл. АН СССР. 1953. Т. 93. С. 763.

15. *Арнольд В.И.* Малые знаменатели. I. Отображение окружности на саму себя // Изв. АН СССР. Сер. Математика. 1961. Т. 25, № 1. С. 21.

16. *Арнольд В.И.* Доказательство теории А.Н. Колмогорова о сохранении условно периодических движений при малом изменении функции Гамильтона // Успехи мат. наук. 1963. Т. 18, вып. 5. С. 13.

17. *Мезер Д.* Введение ко второму тому избранных работ Юргена Мозера // *Мозер Ю.* КАМ-теория и проблемы устойчивости / Пер. с англ. М.: НИЦ РХД, 2001.

18. *Moser J.* On invariant curves of area-preserving mappings of an annulus. Nachr. Akad. Wiss. Göttingen Math.-Phys., 1962. P. 1-20.

19. *Арнольд В.И., Козлов В.В., Нейштадт А.И.* Математические аспекты классической и небесной механики. М.: ВИНИТИ, 1985.

20. *Арнольд В.И.* Классическая механика // А.Н. Колмогоров. Математика и механика. М.: Наука, 1985. С. 433.

21. *Колмогоров А.Н.* Теория информации и теория алгоритмов. М.: Наука, 1987.

Старооскольский технологический институт

Поступила в редакцию 13.11.02

KOLMOGOROV AND KAM-THEORY: REMARKS ON THE HISTORY OF THE THEORY CREATION

R.R. Mukhin

This article is devoted to Kolmogorov's 100-th anniversary. The development of concepts of classical dynamic equations is discussed. Evolution of these concepts from always integrable to nonintegrable systems and also the origin of «the principal problem»

of dynamics are shown. The solution of «the principal problem» in KAM-theory is elucidated. The special attention to Kolmogorov's contribution in the creation of this theory is given. The influence on the formation of modern point of view on nonintegrable systems and application of KAM-theory in physics are considered.

Мухин Равиль Рафкатович -родился в Челябинской области (1947), окончил Московский инженерно-физический институт (1976). После защиты кандидатской диссертации (1991, Институт органического синтеза и углехимии АН Казахстана) работал в Карагандинском государственном университете. В настоящее время работает в Старооскольском технологическом институте (Старый Оскол Белгородской области). Сейчас область научных интересов - история физики, в особенности история нелинейной динамики. Имеет 34 публикации.