



ДИНАМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В СВЯЗАННЫХ СИСТЕМАХ С ФАЗОВЫМ УПРАВЛЕНИЕМ

В.П. Пономаренко

На примере динамической модели двух взаимодействующих систем с фазовым управлением исследуются свойства коллективного поведения связанных систем управления в случае, когда одна из подсистем характеризуется простой регулярной динамикой, а другая автономно демонстрирует наряду с регулярными и хаотические режимы. Установлено расположение областей параметров с различными динамическими состояниями системы, исследованы сценарии преобразования автоколебательных режимов при изменении параметров. Выяснена возможность управления свойствами и областями существования этих режимов изменением величин параметров системы.

Введение

В последние годы значительно возрос интерес к исследованию регулярных и хаотических колебательных процессов в нелинейных системах управления. Этот интерес стимулирован имеющейся тенденцией к расширению функциональных возможностей систем путем целенаправленного использования свойственных им разнообразных колебательных состояний и динамических явлений. В частности, считается перспективным использование явлений нелинейной стохастизации колебаний в системах для формирования широкополосных хаотических сигналов. Ясно, что получить широкий набор многообразных автоколебательных движений можно только в тех системах, которые обладают достаточно сложной динамикой. К таким системам относятся связанные системы с фазовым управлением, привлекательные тем, что в них благодаря нелинейности и инерционности цепей управления и связям между парциальными системами создаются возможности для возбуждения сложных колебаний, проявления явлений динамического хаоса и эффективного воздействия на свойства и области существования формируемых колебаний. Для реализации этих возможностей необходимо всестороннее исследование режимов динамического поведения систем и бифуркационных переходов, приводящих к возникновению различных типов автоколебательных движений.

В данной работе в указанном аспекте рассматривается динамика модели двухконтурной следящей системы (ДСС), объединяющей взаимодействующие подсистемы фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) и автоподстройки

задержки (АПЗ) во времени [1,2]. Системы управления с такой структурой интересны тем, что представляют собой схемную реализацию оптимальных оценочно-корреляционных алгоритмов следящей оценки фазового угла $\vartheta(t)$ и задержки во времени $T(t)$ сигналов с псевдослучайной фазовой манипуляцией при некогерентной обработке [3]. Основными элементами рассматриваемой ДСС являются управляемые генераторы, с помощью которых синтезируется опорный сигнал с параметрами $\vartheta^*(t)$ и $T^*(t)$ (оценками изменяющихся параметров $\vartheta(t)$ и $T(t)$), нелинейные дискриминаторы рассогласований $\varphi = \vartheta(t) - \vartheta^*(t)$ и $\eta = T(t) - T^*(t)$ и цепи управления с фильтрами низких частот (ФНЧ). Взаимодействие подсистем реализуется через связь с выхода АПЗ на вход ФАПЧ, необходимую для демодуляции входного сигнала, и через связь по цепям управления, посредством которой сигнал о фазовом рассогласовании, образующийся в петле фазовой автоподстройки, передается в цепь управления задержкой.

В рассматриваемой ДСС процесс слежения за параметрами ϑ и T реализуется путем использования сигналов рассогласований, вырабатываемых дискриминаторами, для коррекции параметров ϑ^* и T^* в сторону уменьшения рассогласований φ и η до достижения стационарного состояния, в котором величины φ и η имеют минимальные значения. Это состояние принято называть состоянием синхронизации системы по входному сигналу (синхронным режимом). Синхронному режиму отвечает устойчивое состояние равновесия в фазовом пространстве соответствующей динамической модели. Асинхронные режимы ДСС с непостоянными величинами рассогласований φ и η , то есть автоколебательные движения, определяются устойчивыми предельными циклами и хаотическими аттракторами соответствующей динамической модели. В задаче следящей оценки параметров ϑ и T асинхронные режимы играют вредную роль, но при решении задачи формирования сложных хаотических колебаний они являются основными рабочими процессами. Для обеих этих задач исследование механизмов возбуждения и процессов развития автоколебательных движений при изменении параметров системы имеет принципиальное значение, так как позволяет выяснить способы воздействия на динамику колебаний, обеспечивающего приближение системы к требуемому режиму или разрушение нежелательного режима, хаотизацию или дехаотизацию колебательных режимов.

Модель системы

Уравнения динамики рассматриваемой ДСС, записанные в операторной форме ($p = d/dt$) для рассогласований φ и η , имеют вид [1,2]

$$\begin{aligned} p\varphi/k_1 &= \gamma - K_1(p)R(x)\sin\varphi, \\ x &= \sigma - k_2K_2(p)(D(x) + k_3R(x)\sin\varphi), \end{aligned} \quad (1)$$

где $x = \eta/\Delta$ (Δ - длительность одного элемента манипулирующего псевдослучайного сигнала); k_1 и k_2 - коэффициенты усиления по цепям управления подсистем; k_3 - степень связи через управляющие сигналы; $\gamma = p\vartheta/k_1$ и $\sigma = (T - T_0)/\Delta$ - начальная частотная и временная расстройка (T_0 - начальное значение задержки сигнала, формируемого в подсистеме АПЗ); $K_1(p)$ и $K_2(p)$ - операторы, определяемые коэффициентами передачи ФНЧ; $R(x)$ и $D(x)$ - нелинейности, определяемые зависимостями [3]

$$R(x) = \begin{cases} 1+x, & -1 < x \leq 0, \\ 1-x, & 0 < x \leq 1, \\ 0, & |x| \geq 1, \end{cases} \quad D(x) = \begin{cases} -2-x, & -2 < x \leq -1, \\ x, & -1 \leq x \leq 1, \\ 2-x, & 1 \leq x < 2, \\ 0, & |x| \geq 2. \end{cases}$$

В уравнениях (1) $R(x)$ - корреляционная функция манипулирующего сигнала, а функции $\sin\varphi$ и $D(x)$ представляют характеристики дискриминаторов рассогласований фаз и задержек.

Процессы, развивающиеся в ДСС, во многом зависят от вида операторов $K_1(p)$ и $K_2(p)$, которые, в свою очередь, определяются используемыми моделями динамики параметров $\vartheta(t)$ и $T(t)$. В работах [1,2] исследовалась динамика ДСС, описываемой уравнениями (1), в случае использования в цепях управления подсистем ФАПЧ и АПЗ фильтров соответственно первого и второго порядка. Парциальные системы с такими ФНЧ характеризуются регулярной, достаточно простой динамикой. В этом случае показано, что взаимодействие подсистем ФАПЧ и АПЗ приводит к появлению новых колебательных режимов и к существенно более сложной картине бифуркационных переходов, не свойственных одиночным подсистемам и обязанных своим происхождением наличию связей между ними. В данной работе, являющейся продолжением исследований [1,2], рассматриваются особенности динамики ДСС с фильтром второго порядка в цепи управления ФАПЧ и фильтром первого порядка в цепи управления АПЗ ($K_1(p) = 1/(1+(T_1+T_2)p+T_1T_2p^2)$, $K_2(p) = 1/(1+T_3p)$, T_1 , T_2 и T_3 - постоянные времени). В рассматриваемой ДСС подсистема АПЗ автономно демонстрирует только регулярное поведение, а в автономной подсистеме ФАПЧ наряду с регулярными возможны хаотические динамические режимы.

Вводя безразмерные время $\tau = k_1 t$ и параметры $b = k_2/\Delta$, $\alpha = k_3 b$, $\varepsilon_1 = (T_1+T_2)k_1$, $\mu = T_1 T_2 k_1^2$ и $\varepsilon_2 = T_3 k_1$, из (1) получим следующие уравнения динамики ДСС

$$\begin{aligned} d\varphi/d\tau &= y, \\ dy/d\tau &= z, \\ \mu dz/d\tau &= \gamma - R(x)\sin\varphi - y - \varepsilon_1 z, \\ \varepsilon_2 dx/d\tau &= \sigma - x - bD(x) - \alpha R(x)\sin\varphi. \end{aligned} \quad (2)$$

Система (2) имеет цилиндрическое фазовое пространство $U = \{\varphi(\text{mod}(2\pi), y, z, x)\}$. Динамика автономной подсистемы АПЗ описывается последним уравнением модели (2), если в нем положить $\alpha=0$; режимы ее поведения определяются состояниями равновесия этого уравнения, автоколебательные процессы невозможны. Поведение автономной подсистемы ФАПЧ определяется тремя первыми уравнениями модели (2), в которых надо положить $R(x)=1$; ее динамические состояния определяются [4-6] предельными циклами и хаотическими аттракторами колебательного, вращательного и колебательно-вращательного типов. Цель данной работы состоит в изучении на основе модели (2) основных закономерностей коллективной динамики ДСС с такими свойствами индивидуального поведения подсистем ФАПЧ и АПЗ.

Движения модели (2), развивающиеся в фазовом пространстве U , зависят от семи параметров. Основное внимание в работе уделено исследованию процессов возникновения и преобразования динамических режимов при изменении начальной расстройки γ и параметра инерционности μ , который характеризует степень влияния ФНЧ второго порядка в цепи управления подсистемы ФАПЧ на режимы поведения ДСС. Модель (2) инвариантна относительно замены $(\varphi, y, z, x, \sigma) \rightarrow$

$\rightarrow(-\varphi, -y, -z, -x, -\sigma)$, поэтому достаточно рассмотреть ее при значениях параметра $\sigma \geq 0$. В силу существенной нелинейности модели (2) ее нелокальное исследование сопряжено с большими трудностями. По этой причине для исследования динамики модели (2) применено компьютерное моделирование, которое базируется на качественно-численных методах анализа нелинейных динамических систем [5] и использовании программного комплекса [7], обеспечивающего решение задач обнаружения периодических и хаотических движений и исследование их бифуркаций в динамических моделях с цилиндрическим фазовым пространством.

В качестве характеристик движений привлекались временные реализации колебаний, проекции фазовых портретов аттракторов, мультипликаторы периодических движений, сечение Пуанкаре.

Устойчивость синхронного режима

Система (2) при значениях параметров $(\sigma, \gamma, b, \alpha) \in C_0$, где

$$\begin{aligned} C_0 &= \{\max(\sigma_2, \sigma_3) < \sigma < \min(\sigma_1, \sigma_4)\}, \\ \sigma_1 &= (1+b)(1-\gamma) + \alpha\gamma, \quad \sigma_2 = -(1+b)(1-\gamma) + \alpha\gamma, \\ \sigma_3 &= -(1+b)(1+\gamma) + \alpha\gamma, \quad \sigma_4 = (1+b)(1+\gamma) + \alpha\gamma, \end{aligned} \quad (3)$$

имеет два состояния равновесия $A_1(\varphi_1, 0, 0, x_1)$ и $A_2(\varphi_2, 0, 0, x_2)$, расположенные в области $-1 < x < 1$, $-\pi < \varphi < \pi$ фазового пространства U . Координаты состояний равновесия определяются равенствами

$$\varphi_1 = \arcsin(\gamma / (1 - x_1 \operatorname{sign}(\sigma - \alpha\gamma))), \quad x_1 = (\sigma - \alpha\gamma) / (1 + b), \quad \varphi_2 = \pi - \varphi_1, \quad x_2 = x_1. \quad (4)$$

Состояние равновесия A_1 может быть как устойчивым, так и неустойчивым; состояние равновесия A_2 - неустойчивое седлового типа. Условия устойчивости A_1 определяем из анализа коэффициентов характеристического уравнения

$$\lambda^4 + c_1 \lambda^3 + c_2 \lambda^2 + c_3 \lambda + c_4 = 0 \quad (5)$$

где

$$c_1 = \varepsilon_1 / \mu + b_1, \quad c_2 = (1 + \varepsilon_1 b_1) / \mu, \quad c_3 = (b_1 + b_2), \quad c_4 = (1 + b) b_2 / (\mu \varepsilon_2),$$

$$b_1 = \varepsilon_2^{-1} (1 + b - \alpha\gamma \operatorname{sign}(\sigma - \alpha\gamma) / (1 - (\sigma - \alpha\gamma) \operatorname{sign}(\sigma - \alpha\gamma) / (1 + b))),$$

$$b_2 = ((1 - (\sigma - \alpha\gamma) \operatorname{sign}(\sigma - \alpha\gamma) / (1 + b))^2 - \gamma^2)^{1/2}.$$

Состояние равновесия A_1 устойчиво при значениях параметров, удовлетворяющих неравенствам

$$c_1, c_2, c_3, c_4 > 0, \quad c_3(c_1 c_2 - c_3) - c_4 c_1^2 > 0. \quad (6)$$

При выполнении условий (6) в исследуемой ДСС существует синхронный режим, определяемый состоянием равновесия A_1 , при этом величины φ_1 и x_1 , определяемые (4), характеризуют точность слежения за параметрами входного сигнала. Область значений параметров C_s , в которой выполняются условия (6), соответствует области удержания синхронного режима при изменении $\sigma, \gamma, b, \alpha$.

Бифуркационная диаграмма динамических режимов

Рассмотрим динамические процессы, разрывающиеся в модели (2) с изменением параметров μ и γ при фиксированных значениях остальных параметров. Для этого обратимся к результатам численного исследования, выполненного при значениях $\sigma=1$, $b=5$, $\alpha=2$, $\varepsilon_1=1$, $\varepsilon_2=2$. По этим результатам на рис. 1 построена бифуркационная диаграмма на плоскости параметров (μ, γ) . Охарактеризуем построенные на рис. 1 кривые.

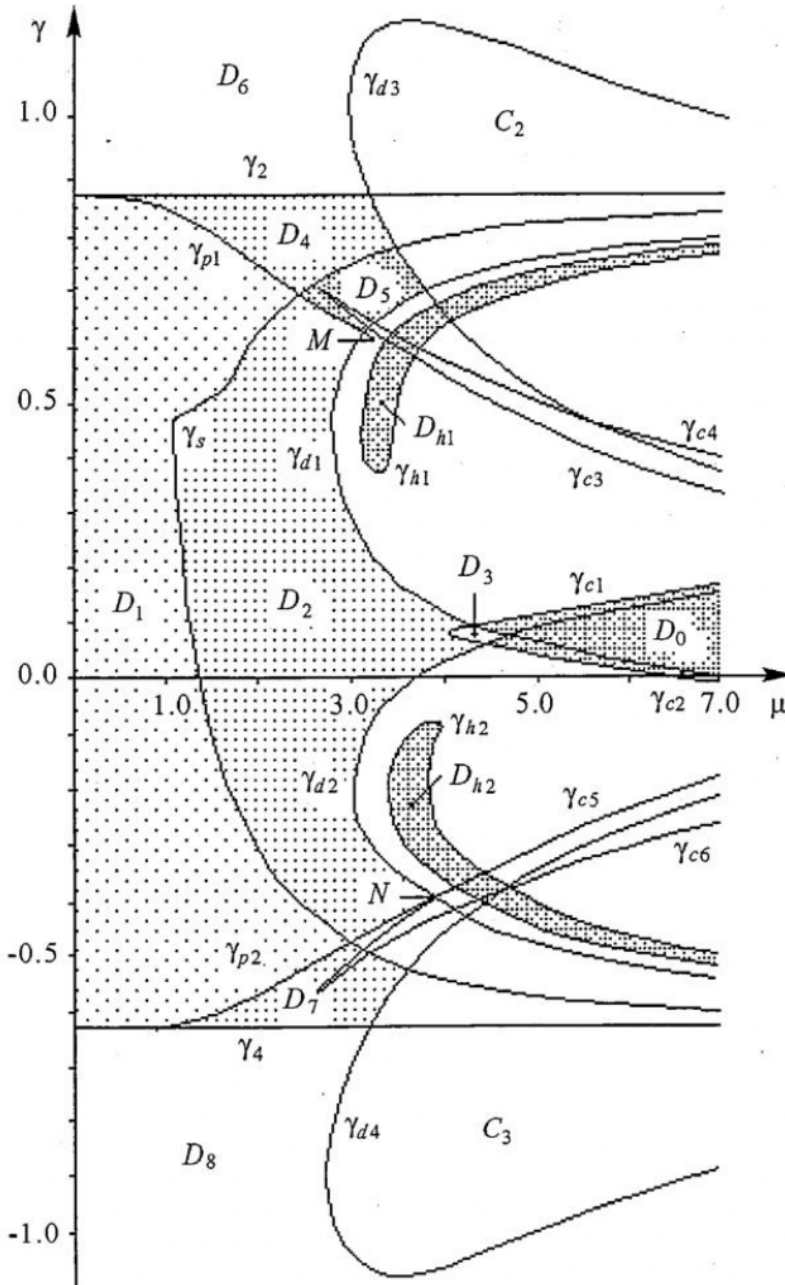


Рис. 1. Области динамических режимов ДСС

Линии γ_2 и γ_4 , определяемые из выражений для σ_2 и σ_4 в (3), ограничивают область $C_0 = \{\gamma_4 < \gamma < \gamma_2\}$ существования состояний равновесия модели (2). Кривая γ_s - граница области C_s устойчивости состояния равновесия A_1 , определяемой условиями (6); область C_s заключена между кривой γ_s и линиями γ_2 и γ_4 . При переходе с увеличением μ через кривую γ_s в модели (2) наблюдается бифуркация Андронова - Хопфа, когда в решении характеристического уравнения (5) появляется пара комплексно-сопряженных корней с положительной реальной частью. В результате этой бифуркации в фазовом пространстве U мягко рождается устойчивый предельный цикл O_1 , соответствующий режиму периодических колебаний относительно ставшего неустойчивым состояния равновесия A_1 . Переходу модели (2) к предельному циклу колебательного типа O_1 отвечает установление в ДСС квазисинхронного режима с периодической автомодуляцией управляемых генераторов.

Режим цикла O_1 существует в области значений параметров μ и γ , заключенной между кривой γ_s и частями кривых γ_{d1} , γ_{d2} , γ_{c1} и γ_{c2} . Кривые γ_{c1} и γ_{c2} отвечают седло-узловым бифуркациям колебательных предельных циклов (мультипликатор цикла обращается в +1 [8,9]). Линии γ_{d1} и γ_{d2} соответствуют потере устойчивости колебательных предельных циклов в результате бифуркации удвоения периода (мультипликатор цикла обращается в -1 [8,9]).

Кривые γ_{p1} и γ_{p2} соответствуют бифуркации однообходных петель сепаратрис Π_φ^+ и Π_φ^- седло-фокуса A_2 ($\text{Re} \lambda_{1,2} < 0$, $\text{Im} \lambda_{1,2} \neq 0$, $\lambda_3 < 0$, $\lambda_4 > 0$, где $\lambda_{1,2,3,4}$ - корни характеристического уравнения (5) для точки A_2) с отрицательной седловой величиной $\sigma_c = \lambda_i + \text{Re} \lambda_i$, $i=1,2,3$. При переходе с увеличением (с уменьшением) γ через кривую γ_{p1} (γ_{p2}) в фазовом пространстве U из петли Π_φ^+ (Π_φ^-) появляется устойчивый 2π -периодический по φ предельный цикл вращательного типа L_1 (L_2). В точке M на кривой γ_{p1} и в точке N на кривой γ_{p2} седловая величина σ_c обращается в ноль. Ветвь кривой γ_{p1} справа от точки M и ветвь кривой γ_{p2} справа от точки N (не построенные на рис. 1) соответствуют петлям сепаратрисы седло-фокуса A_2 с положительной седловой величиной σ_c . Согласно результатам [10,11] в окрестности этих ветвей кривых γ_{p1} и γ_{p2} существует счетное множество бифуркационных кривых, соответствующих петлям сепаратрисы возрастающей обходности, и имеется также бесконечное число бифуркационных кривых, соответствующих негрубым периодическим движениям с мультипликаторами +1 и -1. При этом в фазовом пространстве существует область, содержащая счетное множество седловых периодических движений.

Кривые γ_{c3} , γ_{c4} , γ_{c5} и γ_{c6} соответствуют седло-узловым бифуркациям, а кривые γ_{d3} и γ_{d4} - бифуркациям удвоения периода вращательных предельных циклов модели (2).

Исследование модели (2) в областях значений параметров μ и γ , выделенных перечисленными бифуркационными кривыми, показывает, что в областях D_1, \dots, D_8 система демонстрирует регулярные режимы поведения. При значениях параметров из области D_1 , ограниченной частями кривых γ_2 , γ_{p1} , γ_s , γ_{p2} и γ_4 , аттрактором модели (2) в фазовом пространстве U служит состояние равновесия A_1 . Следовательно, в области D_1 в ДСС реализуется синхронный режим независимо от начального состояния системы. Для параметров из области D_2 , заключенной между частями кривых γ_s , γ_{p1} , γ_{d1} , γ_{c1} , γ_{c2} , γ_{d2} и γ_{p2} , в системе при любых начальных условиях устанавливается квазисинхронный режим колебательного предельного цикла O_1 .

В области D_3 , ограниченной частями кривых γ_{c1} , γ_{d1} , γ_{c2} и γ_{d2} , в фазовом пространстве U существуют два предельных цикла колебательного типа O_1 и O_2 . Цикл O_2 рождается при пересечении с увеличением γ кривой γ_{c2} или при переходе с уменьшением γ через кривую γ_{c1} . При значениях μ и γ из области D_3 в ДСС реализуется один из квазисинхронных режимов в зависимости от начальных

условий. При выходе из области D_3 через кривую γ_{d1} предельный цикл O_1 претерпевает бифуркацию удвоения периода, а предельный цикл O_2 продолжает существовать в области параметров, ограниченной частями кривых γ_{d1} , γ_{c1} и γ_{d2} . При выходе из области D_3 через кривую γ_{d2} предельный цикл O_2 испытывает бифуркацию удвоения периода, а цикл O_1 продолжает существовать в области параметров, заключенной между частями кривых γ_{c2} , γ_{d1} и γ_{d2} .

В области параметров D_4 , ограниченной частями кривых γ_{p1} , γ_s , γ_2 , γ_{d3} , в фазовом пространстве модели (2) одновременно существуют устойчивое состояние равновесия A_1 и вращательный предельный цикл L_1 . Циклу L_1 соответствует асинхронный режим ДСС с вращением фазы и периодическими колебаниями переменных x , y , z относительно некоторых средних значений. Реализация синхронного или асинхронного режима цикла L_1 определяется начальным состоянием системы.

В области D_5 , заключенной между частями кривых γ_{p1} , γ_{d1} , γ_s и γ_{d3} , одновременно существуют режимы предельных циклов O_1 и L_1 . Кроме этого, при переходе в области D_5 через кривую γ_{c3} с увеличением γ или через кривую γ_{c4} с уменьшением γ в фазовом пространстве U появляется еще один вращательный предельный цикл L_3 . Следовательно, в области D_5 для значений μ и γ между кривыми γ_{c3} и γ_{c4} в ДСС в зависимости от начальных условий реализуется один из несинхронных режимов предельных циклов O_1 , L_1 или L_3 .

В области D_6 , ограниченной частями кривых γ_2 и γ_{d3} , в ДСС реализуется асинхронный режим на предельном цикле L_1 . В области D_7 , заключенной между частями кривых γ_4 , γ_{d4} , γ_{p2} и γ_s , в ДСС наблюдаются либо синхронный режим, либо асинхронные режимы вращательных предельных циклов L_2 и L_4 ; цикл L_4 появляется в фазовом пространстве при переходе через кривую γ_{c5} с уменьшением γ или через кривую γ_{c6} с увеличением γ . В области D_8 , ограниченной частями кривых γ_4 и γ_{d4} , ДСС демонстрирует асинхронный режим предельного цикла L_2 .

Для значений μ и γ из области $D_c = \{C_0 \setminus C_1\} \cup C_2 \cup C_3$ наряду с регулярными реализуются хаотические квазисинхронные и асинхронные режимы ДСС (область $C_1 = UD_i$, $i=1,2,3,4,5,7$, область C_2 ограничена частями кривых γ_{d3} и γ_2 ($\gamma > \gamma_2$), область C_3 ограничена частями кривых γ_{d4} и γ_4 ($\gamma < \gamma_4$)). Линии γ_{h1} и γ_{h2} ограничивают в D_c области параметров D_{h1} и D_{h2} , для которых в фазовом пространстве U существуют хаотические аттракторы модели (2) колебательного типа. Эти аттракторы формируются при переходе из области существования предельного цикла O_1 в области D_{h1} и D_{h2} в результате последовательности бифуркаций удвоения периода предельного цикла O_1 . Численное исследование модели (2) показывает, что при выходе с увеличением μ из областей D_{h1} и D_{h2} колебательный хаотический аттрактор разрушается, система переходит к асинхронному режиму на вращательном или колебательно-вращательном предельном цикле.

Полная картина расположения бифуркационных кривых в области D_c достаточно сложна. Результаты исследования сценариев развития динамических режимов при изменении параметров μ и γ дают основание сделать заключение о неоднородной сложной структуре области D_c , содержащей чередующиеся области регулярных и хаотических режимов ДСС.

Развитие динамики системы при изменении параметров

Рассмотрим примеры поведения модели (2) при изменении параметров μ и γ в области D_c , обратившись для этого к однопараметрическим бифуркационным диаграммам точечного отображения плоскости $\varphi = \varphi^0$ в плоскость $\varphi = \varphi^0 + 2\pi$, порождаемого траекториями модели (2). На рис. 2 приведена бифуркационная

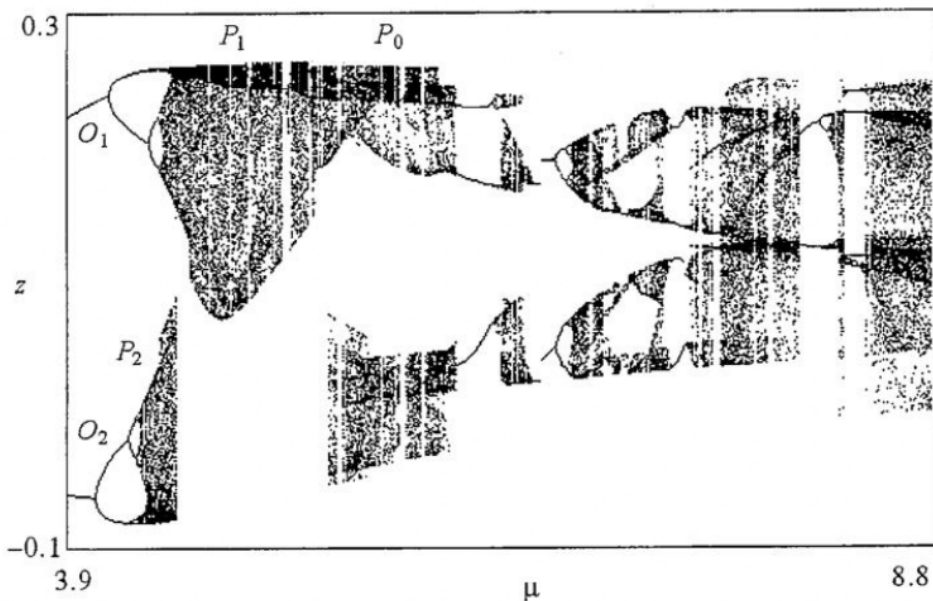


Рис. 2. Эволюция режимов предельных циклов O_1 и O_2 при увеличении μ ($\gamma=0.085$)

диаграмма $\{\mu, z\}$, построенная для значения $\gamma=0.085$. Она характеризует эволюцию режимов колебаний на предельных циклах O_1 и O_2 при изменении параметра μ в области $D_0 = \{\gamma_{c2} < \gamma < \gamma_{c1}\}$ и примечательна тем, что в достаточно широком интервале значений μ в исследуемой системе реализуются регулярные и хаотические квазисинхронные режимы, соответствующие колебательным аттракторам модели (2). На рис. 3, а приведены (φ, y) -проекции предельных циклов O_1 и O_2 . Из $\{\mu, z\}$ -диаграммы (см. рис. 2) видно, что при увеличении μ циклы O_1 и O_2 преобразуются в хаотические аттракторы P_1 и P_2 (рис. 3, б, в) через бифуркации удвоения периода. При достижении параметром μ величины 4.519 происходит жесткий переход от режима колебаний на аттракторе P_2 к колебаниям на аттракторе P_1 , которые поддерживаются в системе до значения $\mu=5.388$.

При $\mu > 5.388$ в фазовом пространстве модели (2) формируется хаотический двухспиральный аттрактор P_0 колебательного типа, динамический диапазон которого по переменной φ превосходит 2π (рис. 3, г). Траектории на аттракторе P_0 имеют витки как вокруг каждого из состояний равновесия $A_1(\varphi_1, 0, 0, x_1)$ и $A_1'(\varphi_1 - 2\pi, 0, 0, x_1)$, так и вокруг всех трех состояний равновесия A_1, A_2 и A_1' . Образование аттрактора P_0 свидетельствует о существовании в фазовом пространстве двух областей притяжения, в которых система совершает хаотические колебания и нерегулярным образом переходит из одной области притяжения в другую. На рис. 3, д приведена временная реализация $\varphi(\tau)$, соответствующая аттрактору P_0 . С увеличением μ в системе имеет место чередование хаотических колебаний на аттракторе P_0 и регулярных колебаний на сложных предельных циклах, сохраняющих характер колебаний на аттракторе P_0 . При этом в структуре колебательных аттракторов наблюдается уменьшение числа витков траекторий вокруг A_1 и A_1' и увеличение числа витков вокруг A_1, A_2 и A_1' . На рис. 3 е, ж приведены фазовые портреты хаотического аттрактора и предельного цикла, не имеющих витков траекторий вокруг A_1 и A_1' . Переходы между регулярными и хаотическими режимами осуществляются как жестким образом, так и через прямые и обратные бифуркации удвоения периода.

При переходе с увеличением μ через значение 8.41 возникает хаотический

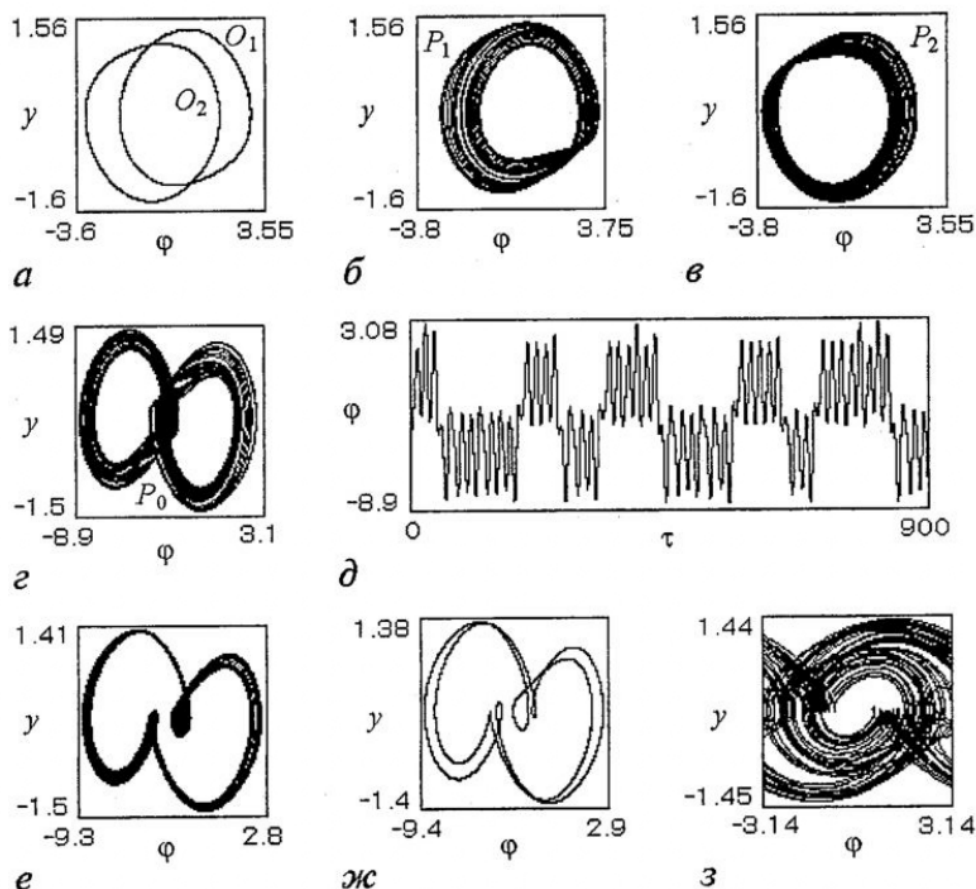


Рис. 3. Фазовые портреты и временная реализация аттракторов модели (2) для различных значений μ : а - 3.9; б - 4.7; в - 4.4; г, д - 5.5; е - 6.9; ж - 7.35; з - 8.55

аттрактор колебательно-вращательного типа. Для движений на таком аттракторе характерно нерегулярное чередование колебаний относительно неустойчивого состояния равновесия A_1 и колебаний с вращением разности фаз φ . В области значений $\mu > 8.41$ система демонстрирует регулярные и хаотические режимы поведения, соответствующие колебательно-вращательным аттракторам модели (2). На рис. 3, з дан фазовый портрет хаотического аттрактора такого типа.

Анализ $\{\mu, z\}$ -диаграмм, построенных при других значениях параметра γ , показывает, что как при увеличении, так и при уменьшении γ наблюдается уменьшение интервала значений μ , соответствующих квазисинхронным режимам. Рассмотрим процесс преобразования режимов ДСС при изменении μ в случае, когда $\gamma = 0.5$. Бифуркационная диаграмма $\{\mu, y\}$, соответствующая этому случаю, приведена на рис. 4; она отражает процесс преобразования режима предельного цикла O_1 в режим колебательно-вращательного аттрактора при изменении μ от 2.3 до 8.0. В интервале значений $2.3 < \mu < 2.997$ в системе наблюдаются чередующиеся регулярные и хаотические квазисинхронные режимы. В интервале $2.997 < \mu < 3.969$ реализуются асинхронные режимы, соответствующие хаотическим аттракторам и предельным циклам колебательно-вращательного типа. На рис. 5, а, б, в даны фазовые портреты колебательно-вращательных аттракторов: хаотического аттрактора W_1 , предельного цикла S_1 и хаотического аттрактора W_2 .

При значениях $3.969 < \mu < 5.224$ система демонстрирует асинхронные режимы,

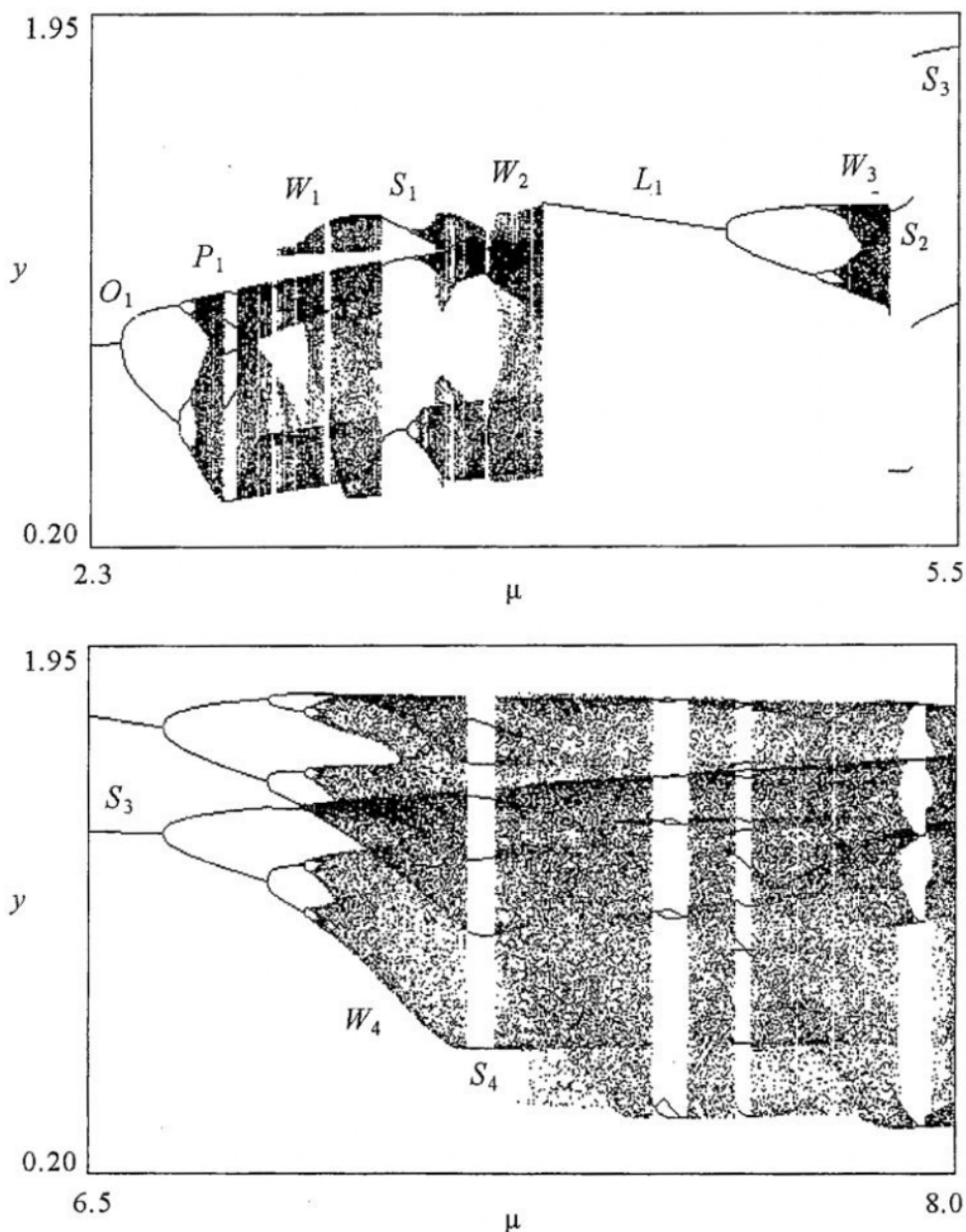


Рис. 4. Эволюция режима предельного цикла O_1 при увеличении μ ($\gamma=0.5$)

развивающиеся на базе вращательного предельного цикла L_1 (рис. 5, ε). На рис. 5, δ дан фазовый портрет хаотического аттрактора W_3 , который образуется в результате бифуркаций удвоения периода цикла L_1 . В интервале $5.224 < \mu < 8.0$ в системе снова наблюдаются режимы на аттракторах колебательно-вращательного типа. На рис. 5, e , $ж$, $з$, $и$ даны фазовые портреты предельных циклов S_2 и S_3 , хаотического аттрактора W_4 , который формируется на базе цикла S_3 через бифуркации удвоения периода, и сложного предельного цикла S_4 .

При обратном изменении параметра μ обнаруживается несколько иной вид бифуркационной диаграммы $\{\mu, y\}$ в интервале значений $0.387 < \mu < 5.326$, проявляется гистерезис в поведении системы. В этом интервале по мере уменьшения μ предельный цикл S_2 преобразуется в хаотический аттрактор W_5 через бифуркации

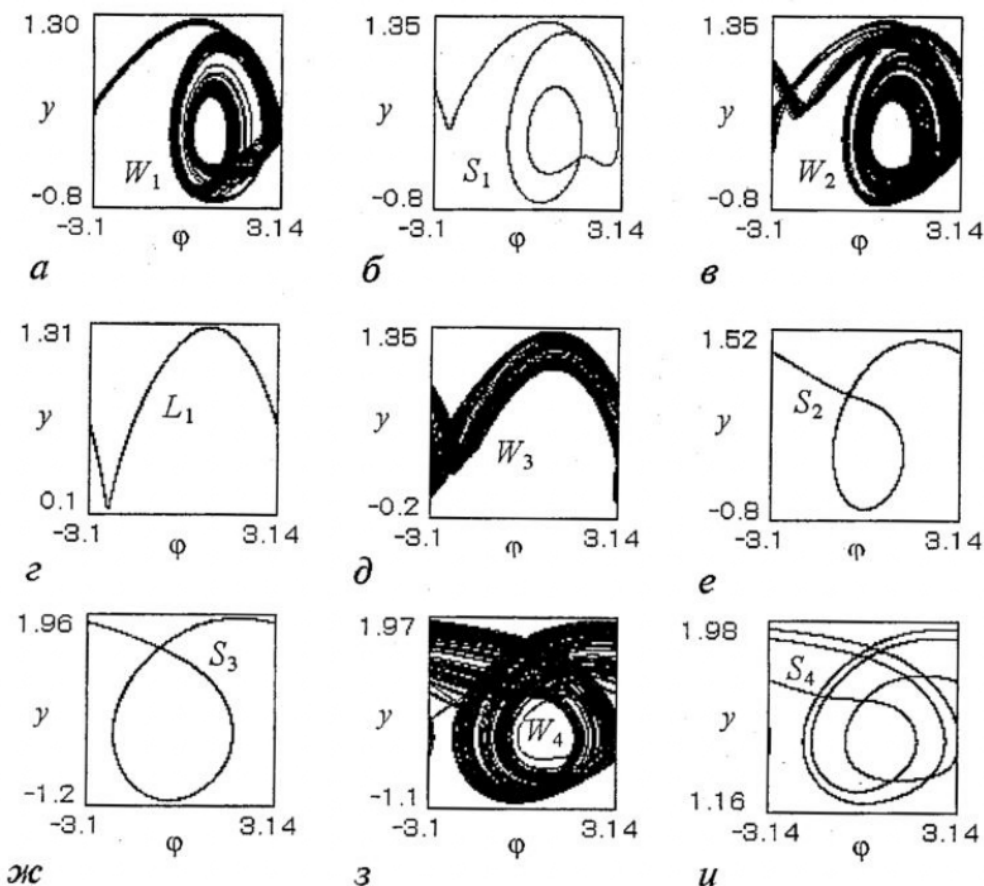


Рис. 5. Фазовые портреты, соответствующие аттракторам модели (2) для различных значений μ : а - 3.1; б - 3.4; в - 3.9; г - 4.3; д - 5.2; е - 5.25; ж - 5.35; з - 7.25; и - 7.18

удвоения периода, затем от аттрактора W_5 система снова переходит к циклу S_2 через бифуркации, обратные бифуркациям удвоения. При $\mu < 0.387$ цикл S_2 исчезает, система жестко переходит к режиму хаотического аттрактора W_2 . Таким образом, в интервале $0.387 < \mu < 5.326$ система (2) демонстрирует бистабильное поведение, обусловленное одновременным существованием колебательно-вращательных и вращательных аттракторов в фазовом пространстве. Какой режим при этом реализуется в системе - это зависит от начальных условий.

На рис. 6, а приведена бифуркационная диаграмма $\{\mu, y\}$, построенная при $\gamma = 0.7$, которая отображает развитие одновременно существующих квазисинхронного режима предельного цикла O_1 (см. рис. 3, а) и асинхронного режима вращательного предельного цикла L_1 (см. рис. 5, г) при изменении параметра μ от 3.1 до 6.1. Видно, что в интервале значений $3.1 < \mu < 4.018$ происходит преобразование регулярных колебаний в хаотические колебания на аттракторах P_1 (см. рис. 3, б) и W_3 (см. рис. 5, д). В этом интервале система демонстрирует бистабильное поведение. При достижении параметром μ значения 4.018 колебания на аттракторе P_1 разрушаются, система жестко переходит к режиму колебаний на аттракторе W_3 . При $\mu > 4.055$ аттрактор W_3 преобразуется в колебательно-вращательный хаотический аттрактор W_6 . Далее с увеличением μ наблюдается чередование хаотических колебаний на аттракторе W_6 и регулярных колебаний на сложных колебательно-вращательных предельных циклах. При этом для

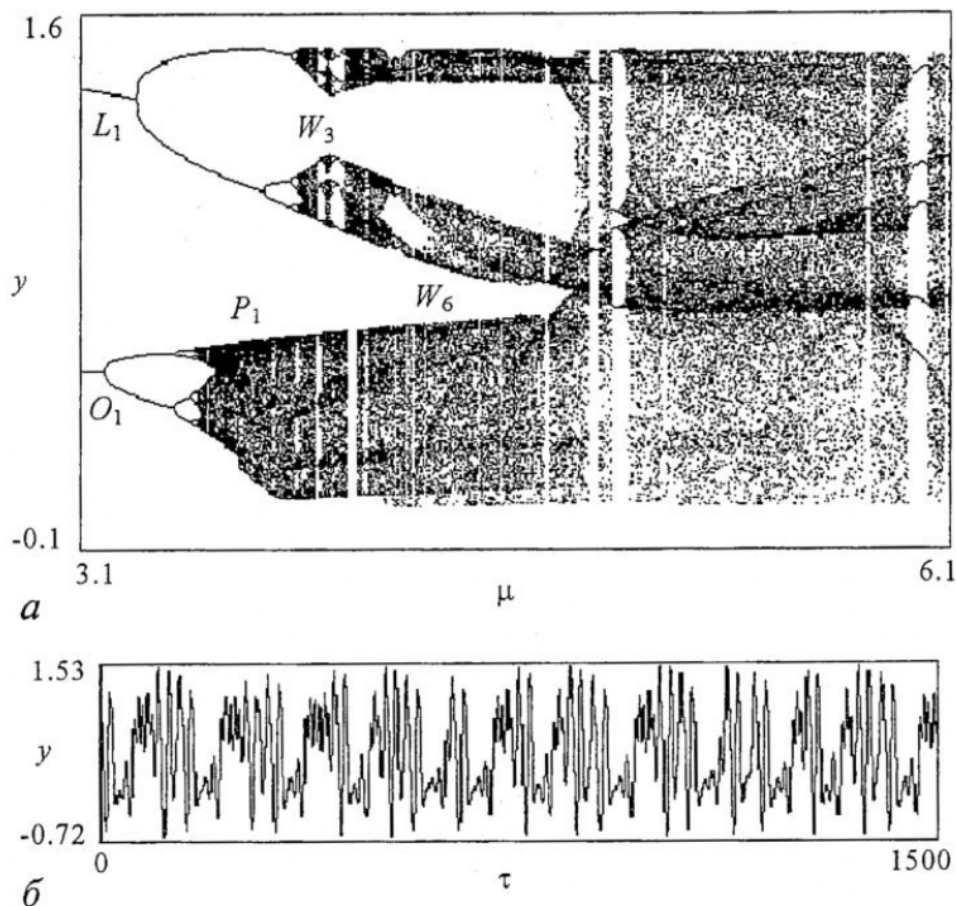


Рис. 6. Диаграмма развития квазисинхронного и асинхронного режимов при увеличении μ , соответствующая $\gamma=0.7$ (а), и временная реализация, соответствующая хаотическому режиму при $\mu=6.35$ (б)

существенно большей части интервала $4.055 < \mu < 6.1$ реализуются хаотические режимы. Для хаотических режимов характерно нерегулярное чередование колебательных, колебательно-вращательных и вращательных движений, о чем свидетельствует вид реализаций колебаний $y(\tau)$, одна из которых дана на рис. 6, б.

Приведенные результаты, обнаруживающие различный характер колебательных состояний в системе при одних и тех же значениях параметров, свидетельствуют о возможности управления режимами системы путем выбора начальных условий.

Рассмотрим влияние параметров ϵ_1 и α на поведение модели (2). Анализ бифуркационных диаграмм $\{\epsilon_1, y\}$ и $\{\alpha, y\}$, построенных при фиксированных значениях остальных параметров, показывает, что увеличение ϵ_1 и α ведет в итоге к дехаотизации колебаний системы и переходу к синхронному режиму. На рис. 7 приведена диаграмма $\{\epsilon_1, y\}$, соответствующая $\gamma=0.085$, $\mu=5.5$ и тем же значениям остальных параметров, при которых построена бифуркационная диаграмма на рис. 1, параметр ϵ_1 изменяется от 0.52 до 1.37. Стартовым состоянием системы является режим колебательно-вращательного хаотического аттрактора W_7 . С увеличением ϵ_1 этот режим преобразуется в режим колебательного хаотического аттрактора P_0 с переходами между состояниями равновесия A_1 и A_1' . При $\epsilon_1 > 0.627$ аттрактор P_0 жестко сменяется колебательным предельным циклом O_1 . В

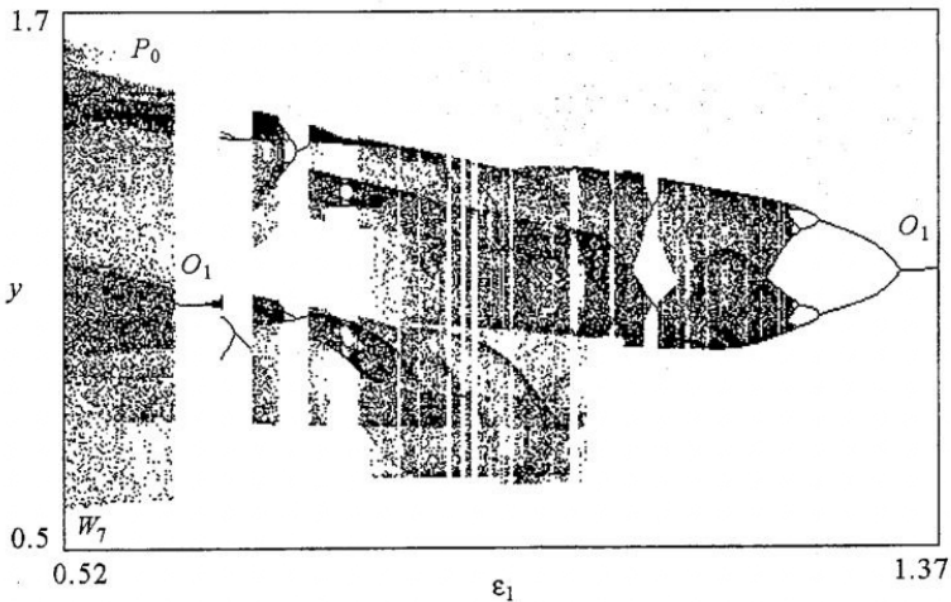


Рис. 7. Эволюция хаотического режима при увеличении ϵ_1

интервале значений $0.704 < \epsilon_1 < 1.029$ снова наблюдаются режимы на регулярных и хаотических колебательных аттракторах модели (2) с переходами между A_1 и A_1' , а в интервале $1.029 < \epsilon_1 < 1.37$ - хаотические и регулярные режимы колебаний относительно состояния равновесия A_1 . При переходе через значение $\epsilon_1 = 1.228$ происходит дехаотизация квазисинхронного режима, и в результате бифуркаций, обратных бифуркациям удвоения, при $\epsilon_1 > 1.332$ в системе устанавливается режим предельного цикла O_1 . При дальнейшем увеличении ϵ_1 режим цикла O_1 мягко преобразуется в синхронный режим. Увеличение параметра γ приводит к уменьшению и исчезновению на $\{\epsilon_1, y\}$ -диаграмме интервала значений ϵ_1 , соответствующего режимам системы на колебательных аттракторах с переходами между A_1 и A_1' .

Такой же характер процессов преобразования режимов системы обнаруживается и при увеличении параметра связи α . В качестве примера на рис. 8 приведена бифуркационная диаграмма $\{\alpha, y\}$, соответствующая $\gamma = 0.7$, $\epsilon_1 = 0.7$, $\mu = 5.5$ и прежним значениям остальных параметров. Исходным состоянием системы является режим колебательно-вращательного хаотического аттрактора. Видно, что для большей части значений α из исследуемого интервала в системе реализуются хаотические и регулярные режимы колебательно-вращательного типа. Квазисинхронные режимы наблюдаются при $2.919 < \alpha < 3.746$, причем в интервале $3.162 < \alpha < 3.746$ в системе имеет место квазисинхронный режим предельного цикла O_1 . С превышением параметром α значения 3.746 система переходит к синхронному режиму, который поддерживается, пока значение α находится в области существования состояния равновесия A_1 . После исчезновения синхронного режима система жестко переходит к вращательному асинхронному режиму. При увеличении параметра ϵ_1 область значений α , в которой наблюдаются режимы колебательно-вращательных аттракторов, уменьшается. Установленный характер влияния параметров ϵ_1 и α на поведение системы обнаруживает возможность перевода ее из несинхронного состояния в синхронный режим подходящим изменением величин этих параметров.

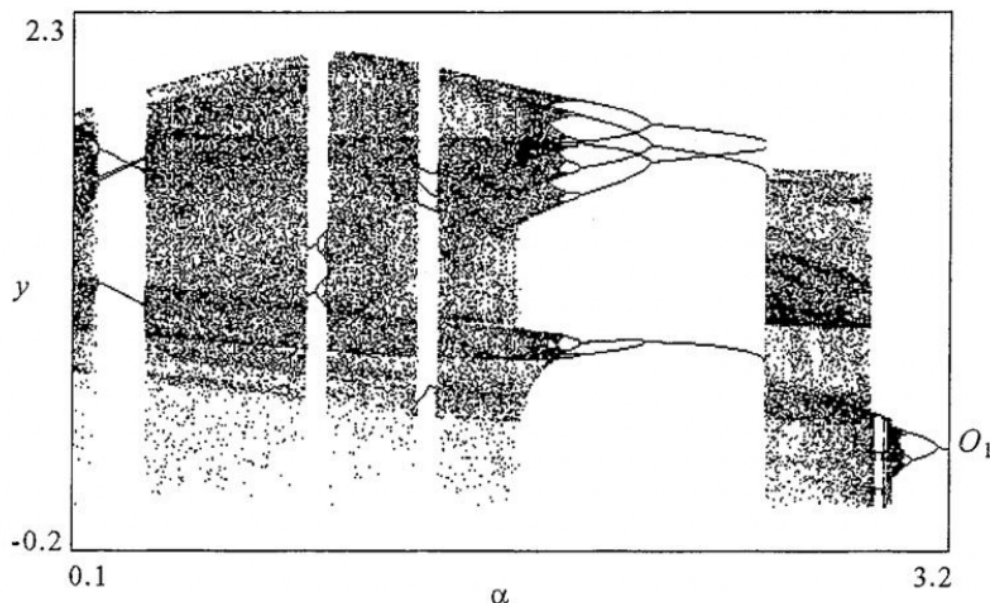


Рис. 8. Эволюция хаотического режима при увеличении α

Заключение

В данной работе на примере двух взаимодействующих систем с автоподстройкой частоты и задержки выяснены закономерности коллективного поведения связанных систем управления в случае, когда одна из подсистем характеризуется регулярной индивидуальной динамикой, а другая автономно может демонстрировать как регулярные, так и хаотические режимы. В результате исследования модели (2) установлены динамические режимы исследуемой системы: синхронный режим; регулярные квазисинхронные и асинхронные автоколебательные режимы, возникающие в результате потери устойчивости состояний равновесия, бифуркаций сепаратрис и седло-узловых предельных циклов; хаотические несинхронные режимы, формирующиеся путем бифуркаций удвоения периода, а также жестким образом в результате седло-узловых бифуркаций предельных циклов. Рассмотрены примеры сценариев преобразования динамических режимов при изменении параметров инерционности μ и ϵ_1 , начальной расстройки γ и степени связи α .

Полученные результаты обнаруживают, что нарушение устойчивости синхронного режима системы происходит при возрастании параметров μ и γ , а также при уменьшении параметра ϵ_1 . При значениях параметров вне области устойчивости рассматриваемая система управления ведет себя как автоколебательная система со сложной динамикой. Увеличение μ или уменьшение ϵ_1 приводит к возникновению квазисинхронных и асинхронных режимов, а затем к хаотизации этих режимов. Увеличение ϵ_1 и α способствует процессам дехаотизации, приводя к прекращению хаотического характера несинхронных режимов, а затем и самих таких режимов. Численное исследование модели (2) дало возможность увидеть специфику аттракторов несинхронных режимов, развивающихся в системе, и понять механизмы перехода к хаотическому поведению. Обнаружено существование хаотических и регулярных аттракторов с переходами фазовых траекторий между неустойчивыми состояниями равновесия.

Установлено сильное влияние подсистемы фазовой автоподстройки на

поведение ДСС. При этом выяснено, что в ДСС могут возбуждаться хаотические режимы при регулярной динамике автономной подсистемы ФАПЧ и регулярные режимы в случае, когда автономная подсистема ФАПЧ находится в режиме хаотической генерации. Этот результат свидетельствует о том, что подсистема АПЗ может оказывать как хаотизирующее, так и дехаотизирующее действие на коллективную динамику ДСС. Сильная зависимость динамических режимов ДСС от параметров цепей управления позволяет с помощью изменения этих параметров эффективно воздействовать на возникающие в системе несинхронные режимы: переходить от несинхронных режимов к синхронному режиму; способствовать возбуждению колебательных режимов, соответствующих различным аттракторам модели (2), и тем самым создавать широкие возможности для формирования на выходе ДСС разнообразных сигналов со спектрами различной сложности.

Работа выполнена при поддержке Научной программы «Университеты России» (проект УР.03.01.027) и РФФИ (проект № 02-02-17573).

Библиографический список

1. Пономаренко В.П. Динамика нелинейной двухконтурной следящей системы с однонаправленными связями // Изв. РАН. Теория и системы управления. 1999, № 1. С.115.

2. Пономаренко В.П., Кузовкин С.А. Колебания в двухкольцевой системе связанных управляемых генераторов // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1998. Т.6, № 5. С. 28.

3. Тузов Г.И., Сивов В.А., Прытков В.И. и др. Помехозащищенность радиосистем со сложными сигналами / Под ред. Г.И. Тузова. М.: Радио и связь, 1985.

4. Белых В.Н., Некоркин В.И. Качественные структуры и бифуркации, порождаемые нелинейным уравнением фазовой синхронизации третьего порядка // Прикладная математика и механика. 1978. Т.42, № 5. С. 808.

5. Белюстина Л.Н., Кивелева К.Г., Фрайман Л.А. Качественно-численный метод в исследовании трехмерных нелинейных СФС // Системы фазовой синхронизации / Под ред. В.В. Шахгильдяна и Л.Н. Белюстиной. М.: Радио и связь, 1982. Гл.2. С. 21.

6. Матросов В.В. Регулярные и хаотические колебания фазовой системы // Письма в ЖТФ. 1996. Т.22, № 23. С.4.

7. Пономаренко В.П., Матросов В.В. Автоматизация исследований нелинейной динамики систем синхронизации // Вестник Верхне-Волжского отделения АТН РФ. Высокие технологии в радиоэлектронике. Вып. 2(4). Н. Новгород, 1997. С. 15.

8. Неймарк Ю.И., Ланда П.С. Стохастические и хаотические колебания. М.: Наука, 1987.

9. Анищенко В.С. Сложные колебания в простых системах. М.: Наука, 1990.

10. Шильников Л.П. К вопросу о структуре расширенной окрестности грубого состояния равновесия типа седло-фокус // Матем. сборник. 1970. Т.81(123), № 1. С. 92.

11. Беляков Л.А. О бифуркационном множестве в системе с гомоклинической кривой седла // Матем. заметки. 1980. Т.28, № 6. С.911.

*НИИ прикладной математики
и кибернетики Нижегородского
государственного университета*

Поступила в редакцию 6.06.02

DYNAMICAL PROCESSES IN COUPLED SYSTEM WITH PHASE CONTROL

V.P. Ponomarenko

Properties of collective behaviour of two coupled phase-locked and delay-locked systems are investigated. One of the systems demonstrates simple regular dynamics while the other system exhibits both regular and chaotic regimes. The bifurcation diagram is determined, the regions with the state of phase synchronization, periodic and chaotic nonsynchronous regimes of interacting systems are found. Scenarios of development of nonsynchronous regimes under variation of the system parameters are established. The possibilities of control over properties and regions of existence of dynamical regimes are ascertained by changing of system's parameter values.



Пономаренко Валерий Павлович родился в Мурманске (1941), окончил Горьковский государственный университет (1963). С 1968 года работает в Научно-исследовательском институте прикладной математики и кибернетики при Нижегородском университете (НИИ ПМК при ННГУ). Защитил диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук (1972) и доктора физико-математических наук (1993) в области теории синхронизации, теории колебаний и динамики систем. С 1991 года - заместитель директора НИИ ПМК при ННГУ. Область научных интересов - теория колебаний и волн, применение нелинейной динамики в радиоавтоматике, синхронизация автоколебательных систем, математическое моделирование. Соавтор коллективных монографий «Фазовая синхронизация» и «Системы фазовой синхронизации». Опубликовал много научных

статей по направлениям, указанным выше.