



НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭФФЕКТЫ В ХАОТИЧЕСКИХ И СТОХАСТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

*В.С. Анищенко, В.В. Астахов, Т.Е. Вадивасова, А.Б. Нейман,
Г.И. Стрелкова, Л. Шиманский-Гайер*

© Институт компьютерных исследований, 2003
© В.С. Анищенко, 2003

Москва - Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. 544 с.
ISBN 5-93972-289-X

Настоящая книга представляет собой фундаментальный труд по основам нелинейной динамики хаотических и стохастических систем. Книга включает исчерпывающее введение в теорию динамических и стохастических систем и детальный анализ современных результатов, в основном полученных авторами. Каждая из глав книги построена таким образом, что может изучаться независимо от других. В частности, каждая глава имеет свой собственный список литературы. Все это позволяет использовать предлагаемую книгу в качестве учебника для студентов и аспирантов физико-математических специальностей (глава 1), а также специалистам в области нелинейной динамики детерминированных (глава 2) и стохастических (глава 3) систем.

*Нашим учителям и друзьям
Werner Ebeling,
Ю.И. Климонтович,
Frank Moss*

Предисловие редактора перевода

Читателю предлагается доработанный и расширенный перевод книги V.S. Anishchenko, V.V. Astakhov, A.B. Neiman, T.E. Vadivasova, L. Schimansky-Geier «Nonlinear Dynamics of Chaotic and Stochastic Systems», опубликованной в 2002 году издательством Springer. Книга посвящена современным проблемам нелинейной динамики хаотических и стохастических систем и ориентирована как на молодых ученых, так и специалистов в области исследования нелинейных колебаний и волн. Настоящее издание в своей основе соответствует оригиналу.

* V.S. Anishchenko, V.V. Astakhov, A.B. Neiman, T.E. Vadivasova, L. Schimansky-Geier. Nonlinear dynamics of chaotic and stochastic systems: Tutorial and modern developments. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 2002. 374 p.

При переводе авторами внесены в текст некоторые уточнения и исправлены опечатки в ряде формул. Во вторую главу книги добавлены три новых раздела: «Корреляционный анализ режимов детерминированного и зашумленного хаоса», «Эффекты синхронизации в цепочках связанных осцилляторов» и «Синхронизация в живых системах». Включение этих разделов естественным образом вписывается в материал второй главы и отражает наиболее интересные результаты авторов, полученные после выхода английского издания.

Мы надеемся, что книга будет с интересом воспринята широкой аудиторией читателей, интересующихся современными проблемами теории нелинейных колебаний и волн, динамическим хаосом, теорией синхронизации и индуцированными внешним шумом явлениями. Мы будем благодарны за любые замечания, которые можно направлять в адрес издательства.

Профессор В.С. Анищенко

Предисловие

Эта книга посвящена классическим основам и современным результатам нелинейной динамики детерминированных и стохастических систем. Значительное внимание в ней уделяется индуцированным шумом переходам и влиянию флуктуаций на характеристики нелинейных динамических систем в различных колебательных режимах.

С одной стороны существует обширная литература по нелинейной динамике и хаосу, представленная замечательными книгами; с другой стороны, имеется немало великолепных монографий и учебников по статистической физике неравновесных и стохастических процессов. В данной же книге предпринята попытка сочетать подход нелинейной динамики, основанный на детерминированных эволюционных уравнениях, с подходом статистической физики, базирующемся на стохастических или кинетических уравнениях. Данная работа нацелена главным образом на то, чтобы показать, какую важную роль играет шум в формировании свойств динамических режимов функционирования нелинейных диссипативных систем.

В рамках этой книги освещается определенный, ограниченный круг вопросов, относящихся к интересной, продолжающей развиваться области нелинейной динамики. В настоящее время существует огромное количество разноплановых задач, связанных с детерминированными и стохастическими динамическими системами. С целью обстоятельного и полного представления материала при написании этой книги мы руководствовались следующими тремя критериями: во-первых, динамическая модель должна быть минимальной, т.е. оптимально прозрачной в физическом и математическом смыслах; во-вторых, модель должна быть простейшей, но вместе с тем четко демонстрировать наиболее важные стороны рассматриваемого явления; наконец, в-третьих, основное внимание уделяется тем моделям и явлениям, исследуя которые, авторы накопили за последние годы определенный опыт.

Книга состоит из трех глав. *Первая глава* служит кратким введением и содержит фундаментальные положения теории нелинейных детерминированных и стохастических систем и классической теории синхронизации периодических колебаний. Сюда вошли все основные понятия и определения, необходимые для того, чтобы изучать последующие главы, не обращаясь к специальной литературе.

Вторая глава посвящена детерминированному хаосу. В ней мы рассматриваем различные сценарии возникновения хаоса, включая проблему

разрушения двух- и трехчастотного квазипериодического движения. Кроме того, в этой главе обсуждаются различные аспекты синхронизации и управления хаосом, а также методы реконструкции аттракторов и динамических систем по экспериментальным временным рядам.

В *третьей главе* особое внимание уделяется стохастическим системам, динамика которых в значительной мере определяется влиянием шума. Здесь обсуждаются некоторые явления нелинейного характера, такие как стохастический резонанс в динамической системе под воздействием гармонических и сложных сигналов и шума, стохастическая синхронизация и стохастический рэчет, представляющие собой индуцированный шумом упорядоченный и направленный перенос броуновских частиц, движущихся в бистабильных и периодических потенциалах. Особое внимание уделено роли шума в динамике возбудимых систем и сред.

Книга ориентирована на широкий круг читателей, интересующихся естественными науками. Первая глава будет полезна студентам и аспирантам, изучающим физику, химию, биологию и экономику, а также преподавателям этих предметов, проявляющих интерес к современным проблемам нелинейной динамики. Специалисты по нелинейной динамике могут использовать этот раздел в качестве расширенного справочного пособия. Вторая и третья главы предназначены для специалистов в области математического моделирования сложной динамики нелинейных систем, в том числе в присутствии шума.

Мы постарались составить книгу таким образом, чтобы любая из трех глав могла быть воспринята читателем преимущественно независимо от других. В частности, к каждой главе прилагается отдельный список литературы. Такое решение продиктовано желанием сделать книгу еще более полезной для читателя. Однако представленную нами библиографию, без сомнения, нельзя назвать исчерпывающей, поскольку существует огромное количество публикаций, посвященных вопросам, рассматриваемым в данной книге.

Эта книга явилась результатом продолжительного сотрудничества лаборатории нелинейной динамики Саратовского государственного университета с исследовательской группой по изучению прикладных стохастических процессов в Гумбольдтском университете в Берлине, а также с центром нейродинамики в Университете Миссури в Сент-Луисе.

Мы выражаем глубокую благодарность W. Ebeling, Ю.Л. Климонтовичу и F. Moss за поддержку, обмен научной информацией и постоянный интерес к нашей работе. Мы также благодарны за плодотворные дискуссии C. van den Broek, P. Hänggi, J. Kurths, A. Longtin, A. Pikovski и Ю.М. Романовскому. Книга приобрела много ценного благодаря участию наших соавторов по предыдущим работам. Мы признательны А. Баланову, R. Bartussek, V. Bucholtz, И. Дикштейну, J.A. Freund, J. Garcia-Ojalvo, M. Hasler, Н. Янсон, Т. Kapitaniak, И. Хованову, М. Kostur, П.С. Ланде, В. Lindner, P. McClintock, E. Mosekilde, А. Павлову, Т. Pöschel, Д. Постнову, P. Reimann, R. Rozenfeld, P. Ruzsyczynsky, А. Шабунину, Б. Шульгину, U. Siewert, А. Сильченко, О. Сосновцевой, А. Заикину и С. Zülicke за совместные работы, частые плодотворные дискуссии, ценные замечания и критику, позволившие нам глубже проникнуть в изучаемые проблемы.

Мы благодарим редактора этой серии Н. Haken за полезные советы по рукописи, а также P. Talkner, J. Freund и В. Lindner за полезные замечания при правке корректуры.

Особую благодарность хотелось бы выразить Галине Стрелковой за огромную работу по подготовке рукописи и перевод многих разделов этой книги на английский язык, а также А. Климшину за оказание технической помощи.

Кроме того, В. Анищенко, Т. Вадивасова и В. Астахов благодарят

Американский Фонд гражданских исследований и развития (CRDF, грант REC-006) и Российский Фонд фундаментальных исследований (гранты № 00-02-17512, № 99-02-17732). В.С. Анищенко также благодарит за поддержку Международный Фонд им. Александра фон Гумбольдта. А. Нейман выражает благодарность Институту Фитцера и физическому отделению Военно-морского управления США. Л. Шиманский-Гайер благодарит за оказание поддержки Deutsche Forschungsgemeinschaft (Sfb 555 и GK 268).

*В. Анищенко, А. Нейман, Т. Вадивасова,
В. Астахов, Л. Шиманский-Гайер*

Оглавление

1. Основы динамического и статистического описания эволюционных процессов

1.1. Динамические системы.

Введение. Динамическая система и ее математическая модель. Устойчивость (линейное приближение). Бифуркации динамических систем, катастрофы. Аттракторы динамических систем. Детерминированный хаос. Заключение.

1.2. Флуктуации в динамических системах.

Введение. Основные концепции теории случайных процессов. Шум в динамических системах. Уравнение Фоккера - Планка. Стохастические осцилляторы. Задача о выходе из ограниченной области. Заключение.

1.3. Синхронизация периодических систем. Введение. Синхронизация генератора Ван дер Поля. Синхронизация в присутствии шума. Эффективная синхронизация. Фазовое описание. Заключение.

Литература

2. Хаотические и сложные колебания динамических систем

2.1. Бифуркационные механизмы перехода к хаосу.

Введение. Переход к хаосу через последовательность бифуркаций удвоения периода. Универсальность Фейгенбаума. Жесткие переходы к хаосу. Кризис и перемежаемость. Переход к хаосу через разрушение двухчастотных колебаний. Переход к хаосу через трехмерный тор. Хаос на трёхмерном торе. Хаотические нестранные аттракторы. Переход к хаосу через разрушение эргодического тора. Странные нехаотические аттракторы. Заключение.

2.2. Корреляционный анализ режимов детерминированного и зашумленного хаоса.

Введение. Гармонический шум и телеграфный сигнал. Корреляционно-спектральный анализ спирального хаоса. Автокорреляционные функции и спектры мощности в режиме винтового хаоса. Корреляционно-спектральные характеристики хаотических автоколебаний переключательного типа в режиме квазигиперболического аттрактора Лоренца. Заключение.

2.3. Синхронизация хаоса.

Введение. Классический подход к синхронизации хаоса. Особенности взаимодействия осцилляторов с фейгенбаумовским сценарием развития хаоса. Фазовая мультистабильность в области синхронизации. Бифуркационные механизмы разрушения полной и частичной синхронизации хаоса. Заключение.

2.4. Эффекты синхронизации в цепочках связанных генераторов.

Введение. Образование частотных кластеров в неоднородных цепочках генераторов. Влияние шума на режимы кластерной синхронизации в цепочке квазигармонических генераторов. Вынужденная синхронизация цепочки хаотических автоколебательных систем. Синхронизация и мультистабильность в кольце генераторов с удвоениями периода. Заключение.

2.5. Синхронизация в живых системах.

Введение. Стохастическая синхронизация электрорецепторов веслоноса. Синхронизация кардиоритма. Заключение.

2.6 Управление хаосом.

Введение. Управляемая противофазная синхронизация хаоса в связанных кубических отображениях. Управление и синхронизация хаоса в системе взаимно связанных осцилляторов. Управляемая синхронизация хаоса методом периодических параметрических возмущений. Стабилизация пространственно-однородных движений посредством параметрического воздействия. Управление хаосом в решетках связанных отображений. Заключение.

2.7 Реконструкция динамических систем.

Введение. Реконструкция аттракторов по временным рядам. Глобальная реконструкция ДС. Реконструкция по данным биологических экспериментов. Метод реконструкции в приложении к задаче защиты передаваемой информации. Заключение.

Литература

3. Стохастическая динамика

3.1 Стохастический резонанс.

Введение. Физические основы эффекта СР. Характеристики эффекта СР. Отклик на слабый сигнал. Теоретические подходы. Теория двух состояний. Усиленный массивом стохастический резонанс. Удвоенный стохастический резонанс в системах с индуцированным фазовым переходом. Стохастический резонанс для сигналов сложного спектрального состава. Стохастический резонанс в хаотических системах с сосуществующими аттракторами. Физический эксперимент. Заключение.

3.2 Синхронизация стохастических систем.

Введение. Синхронизация и стохастический резонанс. Внешняя стохастическая синхронизация триггера Шмитта. Взаимная стохастическая синхронизация связанных бистабильных систем. Внешняя и взаимная синхронизация переключений в хаотических системах. Стохастическая синхронизация ансамблей стохастических резонаторов. Стохастическая синхронизация как индуцированный шумом порядок. Заключение.

3.3 Конструктивная роль шума в возбудимых системах.

Когерентный резонанс вблизи бифуркаций периодических решений динамической системы. Когерентный резонанс в возбудимой динамике. Усиленная шумом синхронизация связанных возбуждаемых систем. Заключение.

3.4 Индуцированный шумом транспорт.

Введение. Мигающие и качающиеся рэтчет потенциалы. Адиабатическое приближение. Передемпфированный коррелированный рэтчет. Сортировка частиц в рэтчет потенциале под действием цветного шума. Двумерный рэтчет. Дискретный рэтчет. Среды с пилообразной зависимостью потенциала. Формирование пространственных структур с помощью рэтчет потенциала. Заключение.

Литература