



АНАЛИЗ ПРОЦЕССОВ ВОЗБУЖДЕНИЯ ХАОТИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ ВО ВЗАИМОСВЯЗАННЫХ ГЕНЕРАТОРАХ С ФАЗОВЫМ УПРАВЛЕНИЕМ

В.В. Матросов, Д.В. Касаткин

В работе обсуждаются вопросы генерации хаотически модулированных колебаний ансамблем, состоящим из трех взаимосвязанных систем фазовой синхронизации. Выявлены и проиллюстрированы многочисленные сценарии перехода от регулярных колебаний к хаотическим. Проведен анализ влияния связей на хаотические режимы связанных генераторов.

Одной из актуальных проблем современной радиофизики и нелинейной динамики является проблема анализа динамики систем, состоящих из взаимодействующих нелинейных элементов. Связано это во многом с тем, что нелинейные элементы, даже обладая простой индивидуальной динамикой, при объединении в ансамбль способны демонстрировать большое разнообразие автоколебательных режимов и бифуркационных переходов, не свойственных парциальным элементам. При этом существует возможность управления свойствами возникающих колебаний с помощью параметров связей. Эффективное управление колебаниями требует детального исследования автоколебательных процессов, в частности, механизмов их возникновения и хаотизации.

Объектом исследования в данной работе является ансамбль взаимосвязанных генераторов с локальными цепями управления по фазе (систем фазовой автоподстройки - ФАП). Такие системы широко используются при решении большого круга прикладных задач современной радиотехники и радиофизики [1,2]. К объединению систем ФАП прибегают для улучшения динамических характеристик устройств синхронизации, для решения специфических задач, например, связанных с обработкой сложных сигналов [3,4] или с синтезом частот [5]. Наконец, объединение нескольких ФАП в ансамбль является одним из направлений на пути создания высокоэффективных генераторов хаотически модулированных колебаний (ХМК). Интерес к таким генераторам в последнее время возрос в связи с перспективой их практического использования, в частности, для передачи информации на хаотической несущей [6-10]. Разработка устройств, обеспечивающих надежную генерацию ХМК, неразрывно связана с анализом процессов возбуждения хаотических колебаний и изучением свойств генерируемых колебаний. Настоящая работа посвящена изучению механизмов возникновения хаотических колебаний в каскадно связанных системах ФАП.

1. Математические модели генераторов

Рассматривается ансамбль, состоящий из трех каскадно связанных систем ФАП (далее - КФАП) с фильтрами первого порядка в цепях управления. Этот тип объединения систем в ансамбль характеризуется тем, что сигнал с выхода первого генератора является входным для второго генератора, а сигнал с выхода второго генератора - входным для третьего. На вход первого генератора поступает опорный сигнал.

Наряду с основными связями в ансамбле присутствуют дополнительные связи через локальные цепи управления: сигнал управления вторым генератором подается в цепь управления первого генератора, а сигнал управления третьим генератором поступает в цепь управления второго генератора. В результате введения дополнительных связей ансамбль однонаправленно связанных генераторов преобразуется в ансамбль взаимосвязанных генераторов [4,11].

Динамические процессы такого ансамбля описываются следующими уравнениями

$$\begin{aligned}d\varphi_1/dt &= y_1, & \varepsilon_1 dy_1/dt &= \gamma_1 - y_1 - \sin\varphi_1 - \kappa_1 \sin(\varphi_2 - \varphi_1), \\d\varphi_2/dt &= y_2, & \varepsilon_2 dy_2/dt &= \gamma_2 - y_2 - \sin(\varphi_2 - \varphi_1) - \kappa_2 \sin(\varphi_3 - \varphi_2), \\d\varphi_3/dt &= y_3, & \varepsilon_3 dy_3/dt &= \gamma_3 - y_3 - \sin(\varphi_3 - \varphi_2),\end{aligned}\tag{1}$$

определенными в шестимерном цилиндрическом фазовом пространстве $U = \{\varphi_1(\text{mod}2\pi), y_1, \varphi_2(\text{mod}2\pi), y_2, \varphi_3(\text{mod}2\pi), y_3\}$. Здесь φ_i и y_i - текущие фазовые и частотные ошибки; γ_i - начальные частотные расстройки генераторов относительно опорного сигнала; $\kappa_{1,2}$ - параметры дополнительных связей; ε_i - постоянные времени фильтров в цепях управления ($i=1,2,3$). Индивидуальная динамика системы ФАП описывается двумя первыми уравнениями модели (1), если положить в них $\kappa_1=0$, то есть динамической системой на фазовом цилиндре $U_1 = \{\varphi_1(\text{mod}2\pi), y_1\}$. Следовательно, рассматриваемая система (1) представляет собой три динамические системы с цилиндрическим фазовым пространством, объединенные нелинейным способом. В силу существенной нелинейности модели (1) ее исследование проведено путем численного моделирования, базирующегося на методах качественной теории и теории бифуркаций многомерных динамических систем, с использованием программного комплекса ДНС [12].

2. Динамические режимы генераторов

Коллективное поведение генераторов ансамбля определяется типом аттрактора в глобальном фазовом пространстве U , поведение же отдельного i -го генератора характеризуется поведением фазовой траектории в локальном фазовом подпространстве $U_i = \{\varphi_i(\text{mod}2\pi), y_i\}$, то есть проекцией аттрактора системы (1) на плоскость (φ_i, y_i) .

Известно [13,14], что система ФАП с фильтром первого порядка в цепи управления имеет два стационарных режима:

- режим синхронизации генератора опорным сигналом, при котором частоты управляемого генератора и опорного сигнала равны, а разность фаз принимает некоторое постоянное значение. На фазовом цилиндре U_1 этому режиму отвечает устойчивое состояние O ($\varphi_1^* = \arcsin \gamma_1, y_1^* = 0$);

- режим биений, при котором разность фаз постоянно растет, а средняя разность частот имеет некоторое постоянное значение. Этому режиму соответствует устойчивый предельный цикл, охватывающий фазовый цилиндр U_1 .

Таким образом, индивидуальная динамика элемента ансамбля достаточно проста: в зависимости от параметров и начальных условий генератор либо находится в синхронном режиме, либо функционирует в регулярном режиме биений.

При объединении трех генераторов в ансамбль их динамика претерпевает существенные изменения. Теперь, наряду с синхронными и регулярными режимами биений, генераторы способны демонстрировать сложные автоколебательные режимы, вплоть до хаотических. Результатом объединения генераторов является возникновение нового (не свойственного парциальной системе ФАП) квазисинхронного режима, при котором на выходе генератора имеют место колебания с угловой модуляцией со средней частотой, стабилизированной по опорной частоте. При этом модуляция колебаний может быть как регулярной, так и хаотической. Далее квазисинхронный режим с хаотической угловой модуляцией будем называть режимом ХМК [10]. Коллективная динамика ансамбля характеризуется режимами глобальной и частичной синхронизации, регулярной и хаотической квазисинхронизации, а также регулярными и хаотическими режимами биений [4,11].

Установим соответствие между аттракторами модели (1) и колебательными режимами КФАП [11]. Для этого введем в рассмотрение индекс вращения (индекс квазисинхронизма) $[J_1, J_2, J_3]$, где $J_i=1$, если по координате φ_i происходит вращение, и $J_i=0$ в противном случае. Отсутствие вращения по координате φ_i означает, что i -й генератор работает в квазисинхронном (синхронном) режиме, когда остальные генераторы находятся в режиме биений. При этом, если аттрактор хаотический, то на выходе генераторов имеют место либо ХМК, либо хаотические биения. Выход фазовых траекторий на хаотический колебательный аттрактор с индексом вращения $[0,0,0]$ соответствует генерации хаотически модулированных колебаний на выходе всех генераторов ансамбля. Это *глобальный ХМК-режим* КФАП. Генерации хаотически модулированных колебаний на выходе отдельных генераторов соответствуют колебательно-вращательные хаотические аттракторы, у которых индексы вращения содержат как нули, так и единицы. Эти аттракторы определяют режим частичной генерации хаотически модулированных колебаний ансамблем ФАП или *частичный ХМК-режим* КФАП. Наконец, наличие в фазовом пространстве вращательного хаотического аттрактора с индексом вращения $[1,1,1]$ отвечает *глобальному хаотическому режиму биений*.

3. Бифуркационные переходы к хаотическим колебаниям

Исследование движений модели (1) показало, что возбуждение хаотических колебаний в генераторах ансамбля может протекать по различным сценариям. Ниже рассмотрены некоторые сценарии возникновения и эволюции хаотических колебаний в модели КФАП, обнаруженные в процессе численных экспериментов.

3.1. Одним из основных переходов к хаотическим колебаниям в моделях КФАП является переход по сценарию Фейгенбаума. Этот сценарий справедлив для любых типов движений, то есть не зависит от индекса вращения. Рис. 1 иллюстрирует эволюцию колебательного предельного цикла при увеличении параметра κ_2 от 0.63 до 2.35. На рис. 1, а представлена однопараметрическая бифуркационная диаграмма отображения Пуанкаре, характеризующая переход от глобального регулярного квазисинхронного режима к регулярному режиму частичной квазисинхронизации через глобальный и частичный ХМК-режимы. Бифуркационная диаграмма на рис. 1, б иллюстрирует возвращение КФАП на глобальный квазисинхронный режим при дальнейшем увеличении силы связи κ_2 .

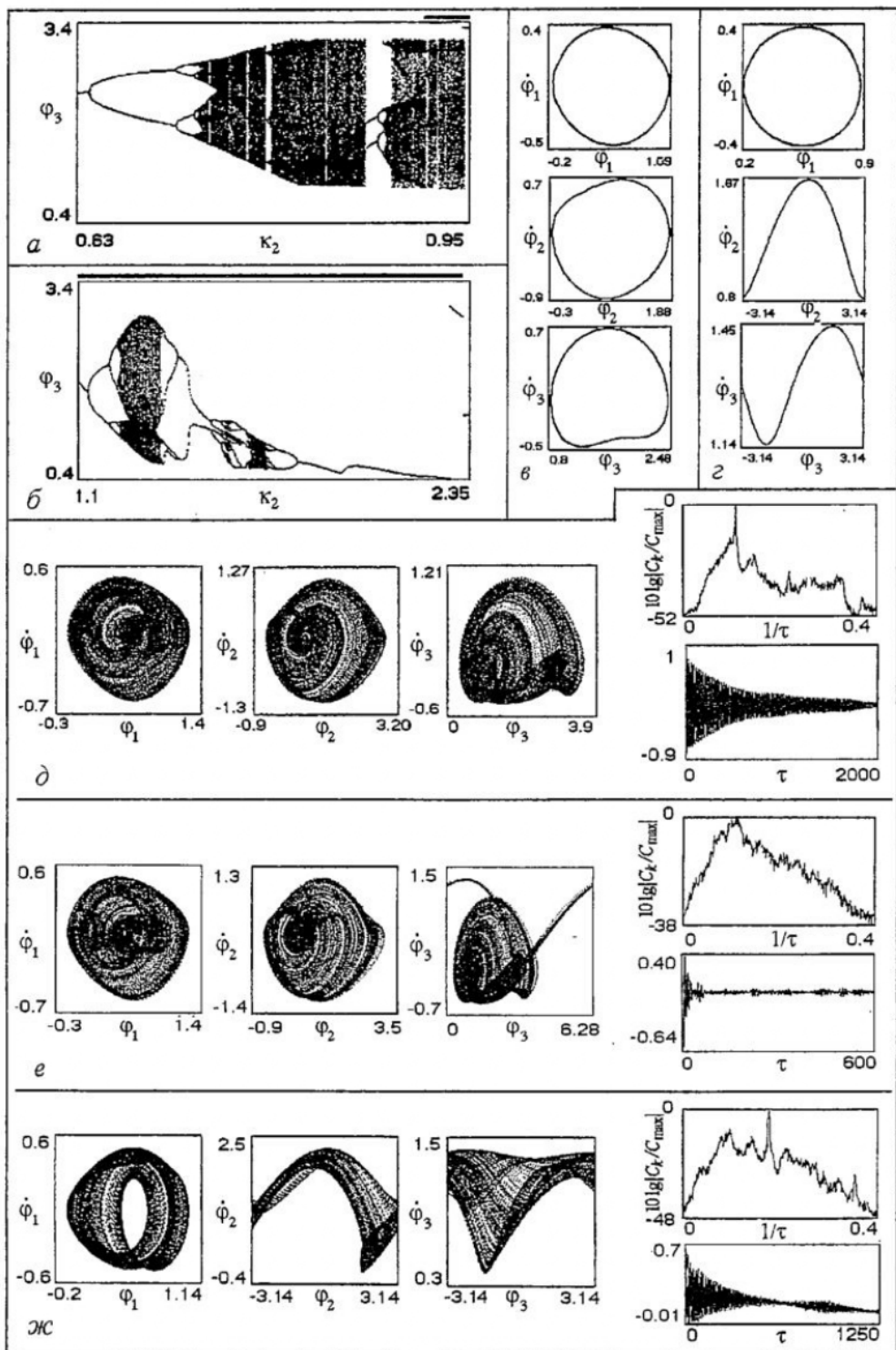


Рис. 1. Фрагменты однопараметрической бифуркационной диаграммы отображения Пуанкаре модели (1) при $\gamma_1=\gamma_2=\gamma_3=0.5$, $\kappa_1=0.5$, $\epsilon_1=\epsilon_2=\epsilon_3=1.0$ (а), (б); проекции предельных циклов типа $[0,0,0]$ и $[0,1,1]$ при $\kappa_2=0.63$ и $\kappa_2=0.95$ - (в) и (г), соответственно; проекции, спектры и автокорреляционные функции хаотических аттракторов: колебательного при $\kappa_2=0.8$ (д), колебательно-вращательных типа $[0,0,1]$ при $\kappa_2=0.93$ (е) и типа $[0,1,1]$ при $\kappa_2=1.3$ (ж)

Стартовым состоянием бифуркационной диаграммы служит предельный цикл, изображенный на рис. 1, в. При увеличении параметра κ_2 этот предельный цикл проходит через серию бифуркаций удвоения периода: при $\kappa_2^{(1)}=0.638407$, $\kappa_2^{(2)}=0.709835$, $\kappa_2^{(3)}=0.724888$, $\kappa_2^{(4)}=0.728068$ и т.д. В результате этих бифуркаций в фазовом пространстве модели (1) рождается хаотический аттрактор с индексом вращения $[0,0,0]$. Он определяет глобальный ХМК-режим КФАП. Пример хаотического аттрактора, отвечающего за генерацию хаотически модулированных колебаний всеми генераторами ансамбля, с его спектром и автокорреляционной функцией представлен на рис. 1, д. Хаотичность этого аттрактора подтверждается значением максимального ляпуновского показателя $\lambda_{\max}=0.125$.

Дальнейшее усиление связи κ_2 приводит к срыву квазисинхронного режима третьего генератора на хаотический режим биений, при этом первый и второй генераторы продолжают работать в режиме генерации ХМК. Таким образом, в ансамбле устанавливается частичный ХМК-режим. На бифуркационной диаграмме интервал значений параметра κ_2 , при которых аттрактор, порождающий отображение Пуанкаре, имеет вращение по координате φ_3 , отмечен темной линией над диаграммой. Колебательно-вращательный хаотический аттрактор с индексом вращения $[0,0,1]$, отвечающий за генерацию хаотически модулированных колебаний на выходе первого и второго генераторов, со спектром и автокорреляционной функцией представлен на рис. 1, е. Максимальный ляпуновский показатель этого аттрактора $\lambda_{\max}=0.138$.

Сравнительный анализ характеристик (ляпуновских показателей, спектров и автокорреляционных функций) колебательного и колебательно-вращательного аттракторов свидетельствует, что свойства хаотически модулированных колебаний на выходе первого и второго генераторов могут быть существенно модифицированы путем изменения динамического режима третьего генератора за счет силы второй дополнительной связи. Однако введение сильной связи в рассматриваемом случае приводит к переходу первого генератора на режим одночастотных квазисинхронных колебаний, а второго и третьего генераторов - на одночастотный режим биений. Фазовые проекции предельного цикла, отвечающего режиму регулярной частичной квазисинхронизации КФАП типа $[0,1,1]$, приведены на рис. 1, г. Этот режим остается неизменным до значений $\kappa_2=1.13114$, когда предельный цикл $[0,1,1]$ проходит через бифуркацию удвоения периода. При дальнейшем увеличении параметра κ_2 бифуркации удвоения периода цикла повторяются и приводят к рождению хаотического аттрактора с индексом вращения $[0,1,1]$. На рис. 1, ж приведены фазовые проекции, спектр и автокорреляционная функция аттрактора с максимальным ляпуновским показателем $\lambda_{\max}=0.127$, отвечающего за генерацию хаотически модулированных колебаний на выходе только первого генератора ансамбля.

Продолжение увеличения параметра κ_2 приводит к регуляризации колебаний управляемых генераторов в интервалах $(1.37, 1.57)$, $(1.585, 1.64)$ и $(1.7, 2.33167)$. При значениях параметра κ_2 из этих интервалов в фазовом пространстве U существует предельный цикл типа $[0,1,1]$, а в КФАП реализуется режим частичной регулярной квазисинхронизации первого генератора. Выход из последнего интервала через границу $\kappa_2=2.33167$ сопровождается исчезновением предельного цикла $[0,1,1]$ в петлю сепаратрис седла и выходом системы (1) на колебательный предельный цикл. В КФАП устанавливается глобальный одночастотный квазисинхронный режим, который при дальнейшем увеличении κ_2 переходит в глобальный режим синхронизации.

3.2. В процессе исследований установлено, что связи в КФАП могут быть организованы таким образом, что система КФАП, состоящая из трех генераторов,

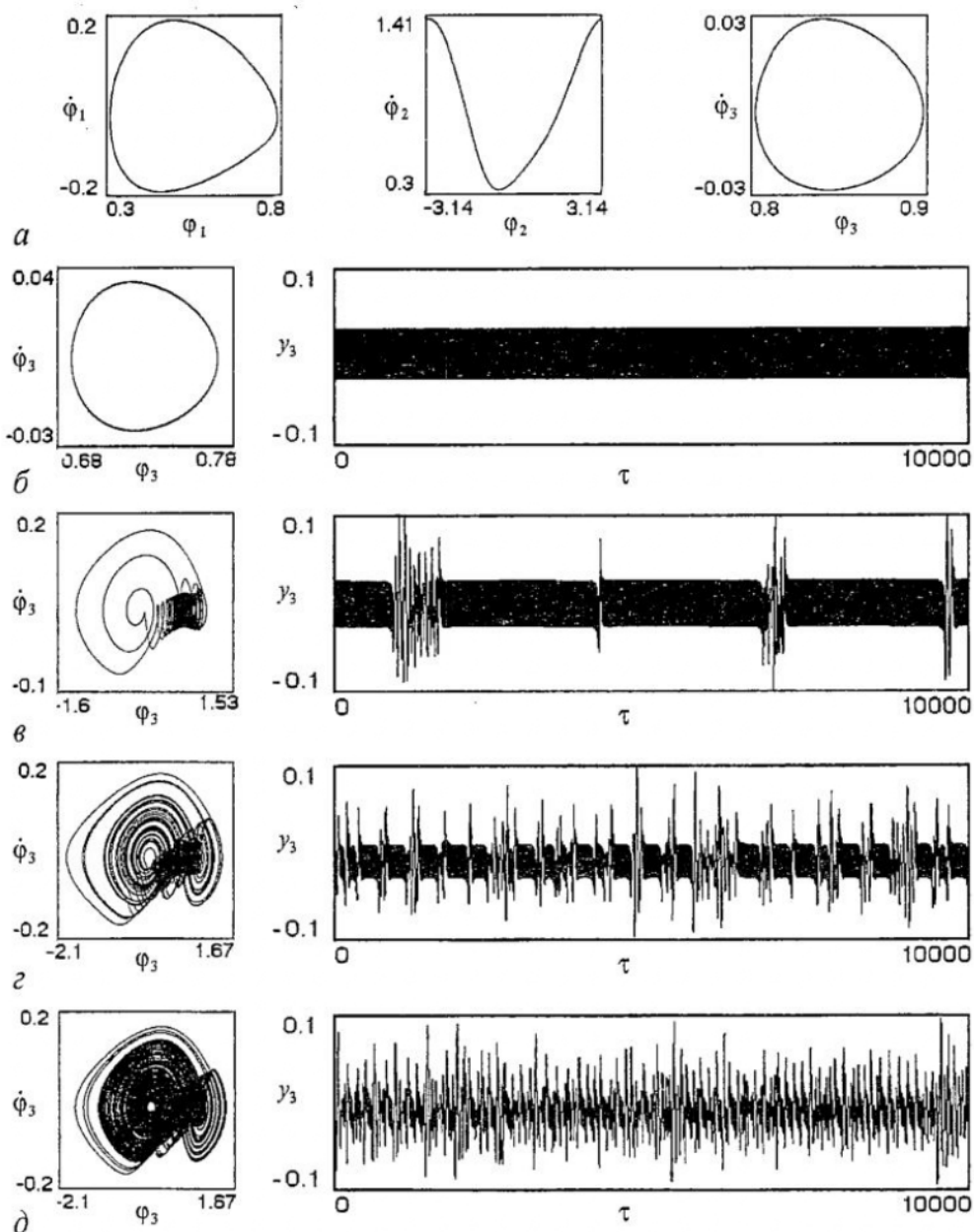


Рис. 2. Переход к хаотическим колебаниям через перемежаемость первого рода: колебательно-вращательный цикл типа $[0,1,0]$ системы (1) при $\gamma_1=0.5$, $\epsilon_1=1.0$, $\kappa_1=0.2$, $\gamma_2=0.7$, $\epsilon_2=0.0$, $\gamma_3=0.3$, $\epsilon_3=50.0$, $\kappa_2=1.39$ (a); (φ_3, y_3) -проекция аттрактора и реализация во времени переменной y_3 при следующих значениях κ_2 : б - 1.39; в - 1.39037; г - 1.3915; д - 1.416

сохраняет бифуркационные свойства двух последовательно связанных генераторов. Например из [15] известно, что в модели ансамбля из двух ФАП при изменении силы дополнительной связи κ от 1.38 до 1.4 реализуется механизм перехода к хаотическим колебаниям через перемежаемость первого рода [16,17]. Используя этот каскад из двух элементов в качестве второго и третьего генераторов КФАП со связью $\kappa_2=1.38$, задав параметры первого генератора в области синхронизации и силу связи $\kappa_1=0.2$, получаем систему трех связанных

ФАП, функционирующую в частичном квазисинхронном режиме. В фазовом пространстве системы (1) этому режиму соответствует устойчивый предельный цикл с индексом вращения $[0,1,0]$ (рис. 2, а). Увеличение κ_2 в рассматриваемой системе КФАП приводит к исчезновению предельного цикла в результате касательной бифуркации и рождению хаотического аттрактора типа $[0,1,0]$. Развитие во времени фазовых переменных хаотического аттрактора вблизи бифуркационного значения параметра содержит длинные ламинарные области, прерываемые короткими хаотическими всплесками, что характерно для аттракторов, возникающих через перемежаемость. Дальнейшее увеличение значений параметра κ_2 приводит к укорачиванию ламинарных участков и увеличению хаотических, при $\kappa_2=1.416$ поведение фазовых переменных становится полностью хаотическим (рис. 2, б).

3.3. Если использовать рассмотренный выше двумерный каскад в качестве первых двух генераторов ансамбля, а в качестве третьего генератора применить генератор, функционирующий в режиме биений, то подбором значений параметров γ_3 и ε_3 можно добиться генерации регулярных двухчастотных колебаний на выходе третьего генератора. Теперь увеличение связи κ_1 (связи, которая в двухкаскадной системе приводила к касательной бифуркации) будет определять слияние и исчезновение устойчивого и неустойчивого инвариантных торов, то есть переход к хаотическим колебаниям типа «тор-хаос». Здесь при исчезновении инвариантных торов в фазовом пространстве образуется хаотический аттрактор с индексом вращения $[1,0,1]$. Введение слабой связи κ_2 качественно не меняет наблюдаемое бифуркационное явление. Рис. 3 иллюстрирует описанную выше бифуркацию разрушения инвариантного тора с образованием хаотического аттрактора.

3.4. Переход к хаотическим колебаниям через перемежаемость второго рода система (1) демонстрирует при $\gamma_1=\gamma_2=\gamma_3=0.5$, $\varepsilon_1=\varepsilon_2=\varepsilon_3=1.0$, $\kappa_2=1.8$ и $\kappa_1 \in (-0.9185, -0.9186)$. При значениях $\kappa_1=-0.9185$ в фазовом пространстве U существует устойчивый-виль двукратный предельный цикл с мультипликаторами $\mu_{1,2}=0.0000005 \pm i0.0000004$, $\mu_3=0.0000004$, $\mu_{4,5}=0.1075 \pm i0.9904$ (рис. 4, а). Это предельный цикл типа устойчивый-виль фокус и фазовые траектории асимптотически приближаются к нему, порождая в сечении Пуанкаре скручивающиеся спирали. Уменьшение значений параметра κ_1 до -0.9186 приводит к тому, что предельный цикл теряет устойчивость в результате бифуркации Андронова - Хопфа (мультипликаторы $\mu_{4,5}=0.1147 \pm i0.9947$ оказываются за пределами единичного круга). Теперь фазовые траектории уходят от цикла, порождая в сечении Пуанкаре раскручивающиеся спирали. В результате бифуркации цикла траектории из его окрестности уходят, однако через сравнительно небольшое время они вновь возвращаются в покинутую окрестность неустойчивого предельного цикла, и далее процесс повторяется. В фазовом пространстве рождается хаотический аттрактор с характерной перемежаемостью - длительное пребывание фазовой траектории в окрестности неустойчивого предельного цикла сопровождается короткими хаотическими всплесками. На рис. 4, б, в представлены проекции фазового портрета и отображения Пуанкаре, спектр и автокорреляционная функция родившегося хаотического аттрактора. Свойства перемежаемости этого аттрактора можно наглядно проиллюстрировать, если воспользоваться точечным отображением Пуанкаре.

Построим картину, где по горизонтали будем откладывать номер j точки пересечения фазовой траектории хаотического аттрактора с секущей Пуанкаре, а по вертикали координату этой точки $y_2 = d\varphi_2/dt$. В результате получаем картину, представленную на рис. 4, г, на которой наглядно видно длительное пребывание

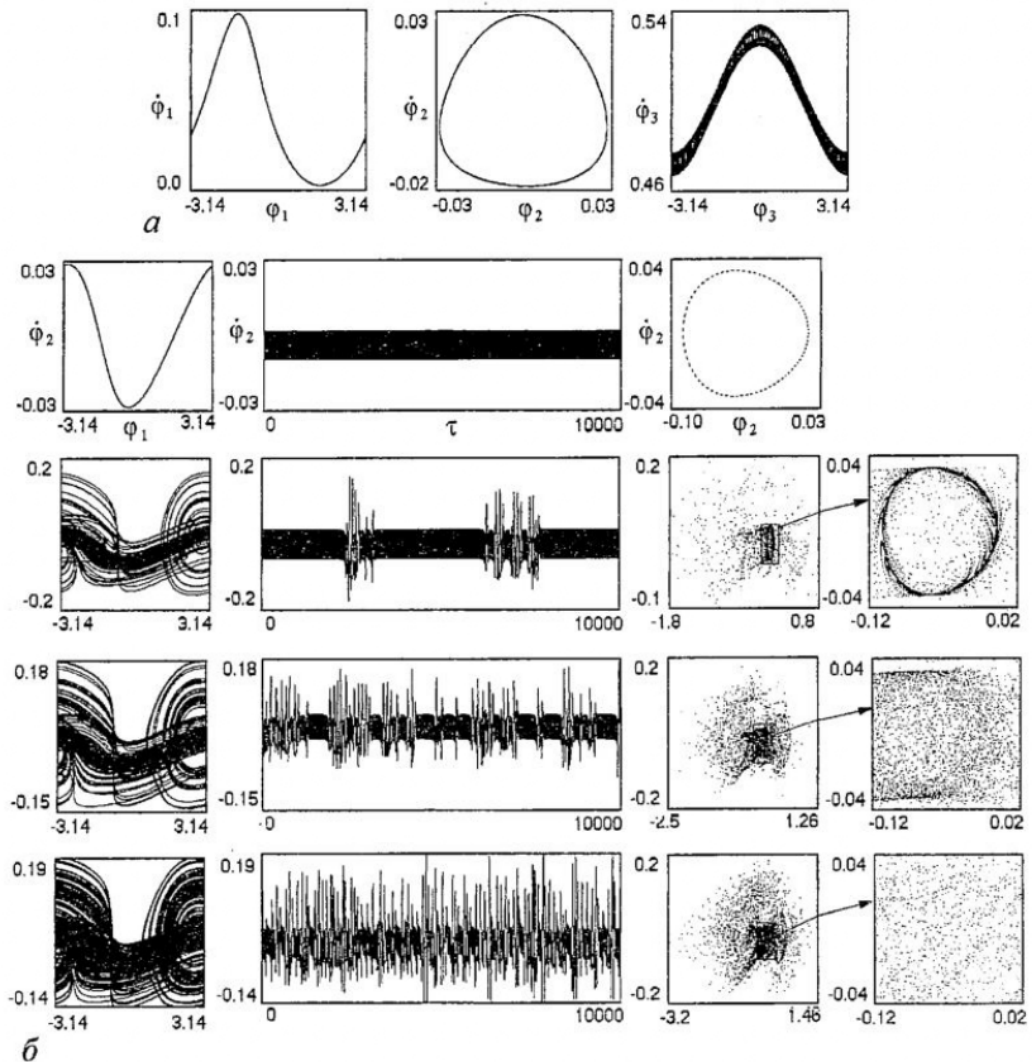


Рис. 3. Устойчивый инвариантный тор системы (1) с индексом вращения $[1,0,1]$ (а); переход к хаотическим колебаниям через перемежаемость типа «тор - хаос» (б)

фазовой траектории в окрестности предельного цикла и короткие (до 20 точек отображения) случайные всплески. Наличие на рис. 4, г двух уровней сосредоточения точек отображения Пуанкаре объясняется тем, что неустойчивый цикл имеет кратность два, а неравномерность распределения по этим уровням объясняется хаотичностью аттрактора.

3.5. Рис. 5 иллюстрирует переход к хаотическим колебаниям через удвоение торов. На бифуркационной диаграмме (рис. 5, а) по вертикали отложены значения локальных и глобальных минимумов сечения Пуанкаре по координате $y_2 = \dot{\varphi}_2$. Начальным состоянием для построения бифуркационной диаграммы служил инвариантный тор системы (1) при $\gamma_1=1.7$, $\gamma_2=0.3$, $\gamma_3=0.5$, $\kappa_1=1.4$, $\kappa_2=0.35$, $\varepsilon_1=0$, $\varepsilon_2=50.0$, $\varepsilon_3=65.0$. Этот аттрактор имеет индекс вращения $[1,0,0]$, проекция его сечения Пуанкаре представлена на рис. 5, в (фрагмент 1). Увеличение параметра ε_3 приводит к бифуркациям рождения торов периодов два (фрагмент 2 при $\varepsilon_3=69.0$), четыре (фрагмент 3 при $\varepsilon_3=70.0$), восемь (фрагмент 4 при $\varepsilon_3=70.2$) и

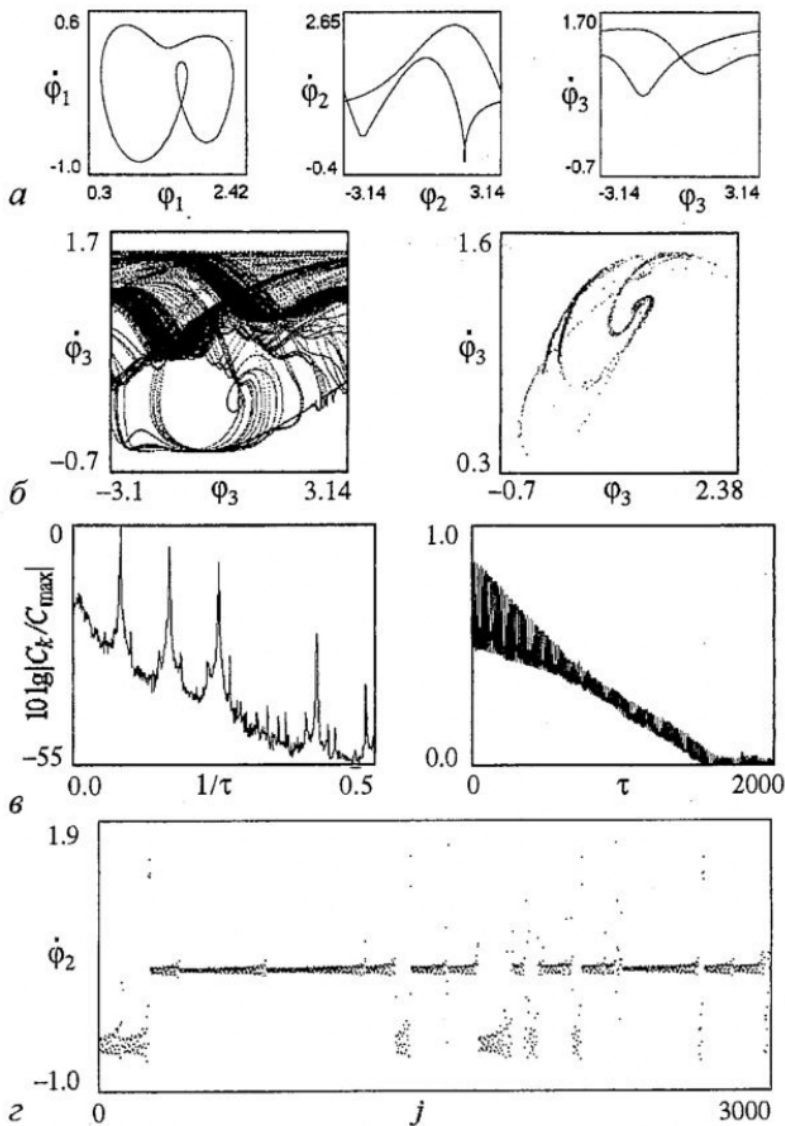


Рис. 4. Переход к хаотическим колебаниям через перемежаемость второго рода: проекции аттрактора до бифуркации (а); $(\Phi_3, \dot{\Phi}_3)$ -проекция фазового портрета и отображения Пуанкаре аттрактора (б) после бифуркации Андронова - Хопфа; его спектр и автокорреляционная функция (в); реализация в дискретном времени переменной \dot{u}_2 (г)

далее к возникновению хаотических аттракторов (фрагменты 5 и 6 при $\epsilon_3=70.4$ и $\epsilon_3=70.7$). На рис. 5, б приведены зависимости двух максимальных по модулю ляпуновских показателей от параметра ϵ_3 , при этом еще два показателя практически (с точностью до параметров расчета) равны нулю, а еще один является отрицательным. Прохождение инвариантного тора через бифуркацию удвоения сопровождается практическим обнулением максимального ляпуновского показателя, а переход к хаотическому аттрактору - выходом максимального показателя в область положительных значений.

При $\epsilon_3 \approx 71.84$ хаотический аттрактор разрушается и фазовые траектории из его окрестности переходят на инвариантный тор типа [1,1,1]. Проекция фазового портрета этого вращательного тора и проекция сечения Пуанкаре плоскостью

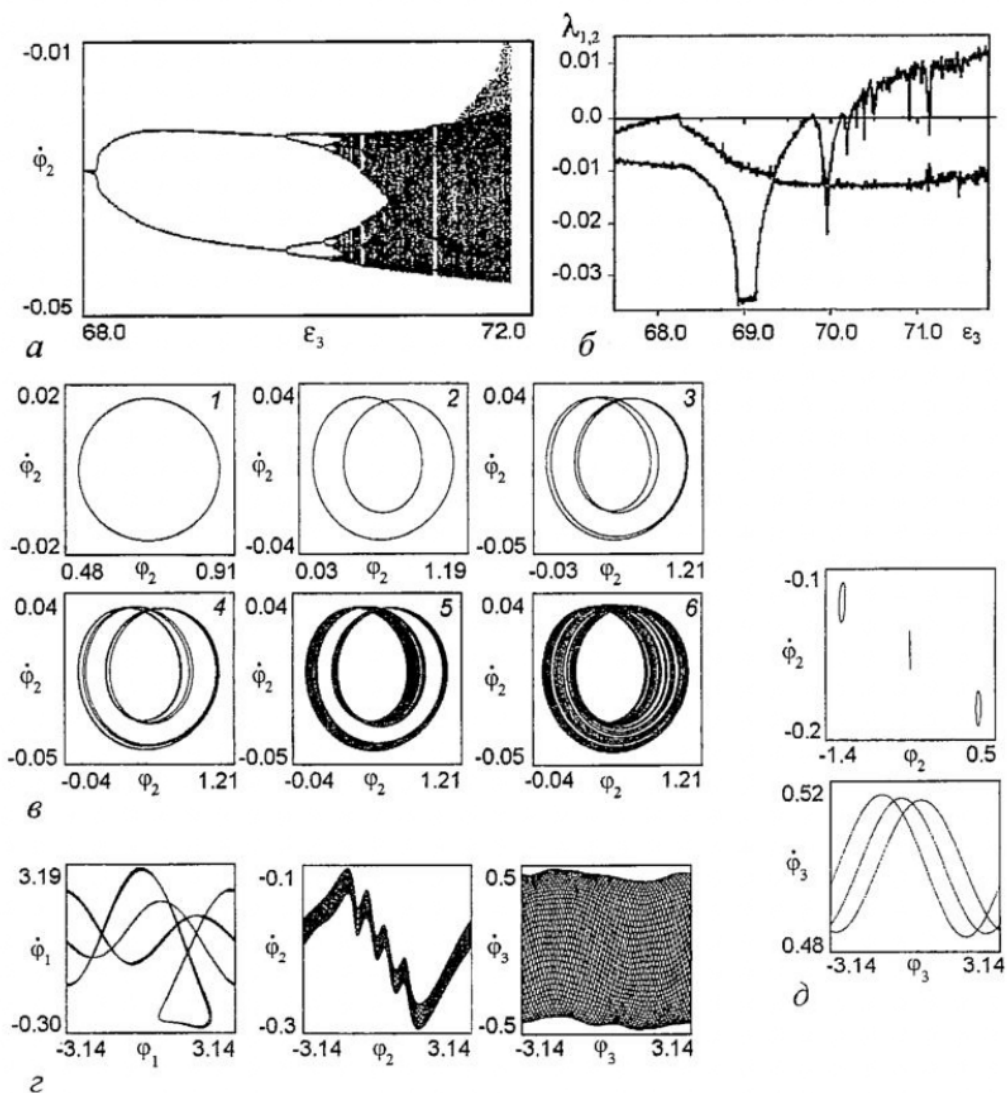


Рис. 5. Переход к хаотическим колебаниям через бифуркации удвоения двумерного тора: однопараметрическая бифуркационная диаграмма (а); зависимость двух максимальных по модулю ляпуновских показателей от параметра ϵ_3 (б); двумерные (ϕ_2, y_2) -проекции отображения Пуанкаре (в). Проекции фазовых траекторий (г) и сечения Пуанкаре (д) двумерного тора с индексом вращения $[1,1,1]$ при $\epsilon_3=71.85$

$\phi_1=0$ изображены на рис. 5, г и д, соответственно. Примечательно, что, хотя сечение Пуанкаре в проекции на плоскость (ϕ_2, y_2) имеет вид замкнутых кривых, а на плоскость (ϕ_3, y_3) - периодических кривых, вращение фазовых траекторий происходит по обеим координатам ϕ_2 и ϕ_3 . В КФАП устанавливается глобальный двухчастотный режим биений.

3.6. Установлено, что возбуждение хаотических колебаний на выходе генераторов КФАП не всегда сопровождается бифуркациями аттракторов в глобальном фазовом пространстве U . Такие явления наблюдаются при возникновении колебаний в отдельных генераторах ансамбля и связаны они с качественными изменениями поведения фазовой траектории в локальных фазовых подпространствах. Например рассмотрим КФАП, где первый генератор находится в синхронном режиме, а два других функционируют в хаотическом режиме ($\kappa_1=0$).

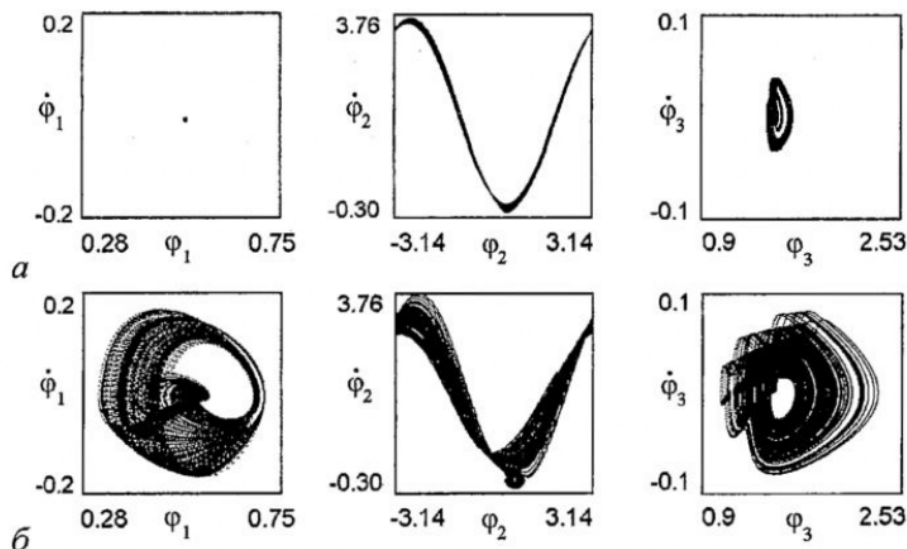


Рис. 6. Проекция хаотического аттрактора модели (1) типа $[0,1,0]$ при $\gamma_1=0.5$, $\varepsilon_1=1.0$, $\gamma_2=1.7$, $\varepsilon_2=0.0$, $\gamma_3=0.68$, $\varepsilon_3=50$, $\kappa_2=1.9$ для различных κ_1 : а - 0.0; б - 0.2

Такому режиму в фазовом пространстве модели (1) отвечает хаотический аттрактор типа $[0,1,0]$ (рис. 6, а), который в проекции на плоскость $(\varphi_1, \dot{\varphi}_1)$ дает точку. Организуем слабую дополнительную связь между цепями управления первого и второго генераторов ($\kappa_1 \ll 1$). В результате введения дополнительной связи κ_1 синхронный режим первого генератора преобразуется в ХМК-режим. Теперь все три генератора ансамбля функционируют в хаотических режимах. Этому состоянию КФАП в фазовом пространстве модели (1) также отвечает хаотический аттрактор типа $[0,1,0]$, но теперь в локальном фазовом подпространстве U_1 имеем картину, типичную для хаотического аттрактора (рис. 6, б).

Заканчивая рассмотрение бифуркационных переходов к хаосу в модели КФАП отметим, что в процессе численных экспериментов с моделью (1) были выявлены и другие сценарии перехода к хаосу: через перемежаемость третьего рода, а также через многочисленные бифуркации периодических движений на двумерных торах.

Закключение

Анализ бифуркаций аттракторов системы (1) позволяет констатировать, что в ансамбле трех связанных генераторов реализуются практически все известные в настоящее время сценарии перехода от регулярных колебаний к хаотическим. Установлено, что переход к хаотически модулированным колебаниям у генераторов, объединенных в ансамбль, может быть осуществлен путем организации дополнительной связи. При этом процесс возбуждения хаотически модулированных колебаний не сопровождается бифуркационными явлениями в глобальном фазовом пространстве математической модели. Показано, что при добавлении к малым ансамблям ФАП новых генераторов можно организовать связи таким образом, что ансамбль с большим числом элементов сохранит свойства малого ансамбля. Это позволяет целенаправленно синтезировать новые режимы КФАП и управлять ими с помощью параметров связей.

Ансамбль трех связанных ФАП обладает существенно большим разнообразием динамических режимов по сравнению с ансамблем из двух ФАП [15,18]. В частности, в КФАП путем подбора параметров достаточно просто возбудить

двухчастотные колебания (в фазовом пространстве математической модели этим колебаниям отвечают двумерные инвариантные торы), которые существуют в достаточно широких диапазонах изменения параметров. При разрушении инвариантные торы способны демонстрировать разнообразные сценарии перехода к хаосу, связанные как с бифуркациями тора как целого, так и с бифуркациями периодических движений на торе [19].

Представленные результаты расширяют знания о бифуркационных переходах связанных систем типа «взаимосвязанные ротаторы». Они могут представлять интерес и для других приложений, не связанных с системами ФАП [2,4,20,21].

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 02-02-17573, 03-02-06369), программы «Университеты России» (проект УР.03.01.027).

Библиографический список

1. Шахгильдян В.В., Ляховкин А.А. Системы фазовой автоподстройки частоты. М.: Связь, 1972.
2. Линдсей В. Системы синхронизации в связи и управлении / Пер. с англ. под ред. Ю.Н. Бакаева и М.В. Капранова. М.: Сов.радио, 1978.
3. Системы фазовой синхронизации / Под ред. В.В. Шахгильдяна, Л.Н.Белюстиной. М.: Радио и связь, 1982. С.55.
4. Афраймович В.С., Некоркин В.И., Осипов Г.В., Шалфеев В.Д. Устойчивость, структуры и хаос в нелинейных сетях синхронизации. Горький: ИПФ АН СССР, 1989.
5. Федосова Т.С. Анализ систем фазовой синхронизации с двумя периодическими нелинейностями // Радиотехника. 1986. № 6. С. 46.
6. Дмитриев А.С., Панас А.И., Старков С.О. Динамический хаос как парадигма современных систем связи // Зарубеж. радиоэлектрон. Успехи современной радиоэлектроники. 1997. № 10. С. 4.
7. Шалфеев В.Д., Матросов В.В., Корзинова М.В. Динамический хаос в ансамблях связанных фазовых систем // Зарубеж. радиоэлектрон. Успехи современной радиоэлектроники. 1998. № 11. С.44.
8. Капранов М.В., Кулешов В.Н., Ларионова М.В., Морозов А.Г., Удалов Н.Н. Свойства передачи информации с манипуляцией параметрами и начальными условиями генераторов хаотических колебаний // Зарубеж. радиоэлектрон. Успехи современной радиоэлектроники. 2000. № 11. С. 48.
9. Shalfeev V.D., Matrosov V.V., and Korzinova M.V. Chaos in Phase Systems: Generation and Synchronization // Controlling Chaos and Bifurcations in Engineering Systems / Ed. by G. Chen. CRC Press. Boca - Raton - London - New York - Washington, D.C. 2000. P. 529.
10. Шалфеев В.Д., Матросов В.В. Хаотически модулированные колебания в связанных фазовых системах // Нелинейные волны 2002 / Отв.ред. А.В. Гапонов-Грехов, В.И. Некоркин. Нижний Новгород: ИПФ РАН, 2003. С. 77.
11. Матросов В.В., Касаткин Д.В. Динамические режимы связанных генераторов с фазовым управлением // Радиотехника и электроника. 2003. Т. 48. № 5.
12. Матросов В.В. Динамика нелинейных систем. Программный комплекс для исследования нелинейных динамических систем с непрерывным временем. Н. Новгород: ННГУ, 2002.
13. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. М.: Физматгиз, 1959.
14. Белюстина Л.Н., Белых В.Н. Качественное исследование динамической системы на цилиндре // Дифференциальные уравнения. 1973. Т. 9. № 3. С. 403.
15. Matrosov V.V., Shalfeev V.D., and Forti G.L. Regular and chaotic oscillations

in pendulum like systems. Preprint Dipartimento di matematica «F.Enriques», Università degli studi di Milano. № 8. 2000. 17 p.

16. Берже П., Помо И., Видаль К. О детерминированном подходе к турбулентности / Пер. с фран. М.: Наука, 1991. 386 с.

17. Шустер Г. Детерминированный хаос: Введение / Пер. с англ. М.: Мир, 1988. 240 с.

18. Матросов В.В., Корзинова М.В. Синхронные и автоколебательные режимы каскадного соединения фазовых систем // Вестник ННГУ. Нелинейная динамика - синхронизация и хаос. 1996. Изд. ННГУ. С. 77.

19. Неймарк Ю.И., Ланда П.С. Стохастические и хаотические колебания. М.: Наука, 1987. 423 с.

20. Белых В.Н., Веричев Н.Н. О динамике взаимосвязанных ротаторов // Известия вузов. Радиофизика. 1988. Т. 31. № 6. С. 688.

21. Казанович Я.Б., Борисюк Р.М. Изучение режимов синхронизации в нейронных сетях фазовых осцилляторов с центральным элементом // Исследования по математической биологии. Сб. научных трудов, посвященный памяти А.Д.Базыкина / Под ред. Э.Э. Шноля. Пущино, 1996. С. 124.

Нижегородский государственный
университет

Поступила в редакцию 15.02.03
после доработки 17.03.03

ANALYSIS OF EXCITATION PROCESSES OF CHAOTIC OSCILLATIONS IN COUPLED PLLs

V.V. Matrosov, D.V. Kasatkin

The problem of generation of chaotic modulated oscillations in three elements ensemble of coupled PLLs is discussed. Many types of transition from regular to chaotic oscillations have been found and illustrated. The influence of the coupling on the chaotic regimes in coupled generators has been analyzed.



Матросов Валерий Владимирович - родился в 1960 году. Окончил факультет вычислительной математики и кибернетики Горьковского государственного университета по специальности «прикладная математика» (1982). С 1984 по 1999 научный сотрудник НИИ прикладной математики и кибернетики при ННГУ, с 1999 года доцент кафедры теории колебаний и автоматического регулирования ННГУ. Кандидат физико-математических наук (1994), доцент (2001). Область научных интересов - динамика нелинейных систем, динамический хаос, синхронизация и управление хаосом, математическое моделирование. Имеет более 50 публикаций в отечественных и зарубежных изданиях.

E-mail: matrosov@neuron.appl.sci-nnov.ru



Касаткин Дмитрий Владимирович родился в Нижнем Новгороде (1978). Окончил радиофизический факультет Нижегородского государственного университета (2001). В настоящее время является аспирантом кафедры теории колебаний и автоматического регулирования ННГУ. Область научных интересов - теория колебаний и волн, нелинейная динамика активных сред, хаотическая динамика. Является соавтором нескольких научных статей по указанным направлениям.