

Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2023. Т. 31, № 6 Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Applied Nonlinear Dynamics. 2023;31(6)

Научная статья УДК 532.68, 534.182 DOI: 10.18500/0869-6632-003070 EDN: FLSBSF

# Моделирование самоиндуцированного капиллярного распада струи вязкой жидкости

А.А. Сафронов<sup>,</sup>, А.А. Коротеев, А.Л. Григорьев, Н.И. Филатов

АО ГНЦ «Центр Келдыша», Москва, Россия E-mail: ⊠a.a.safr@yandex.ru, chkt@yandex.ru, grigorev@kerc.msk.ru, filatov@kerc.msk.ru Поступила в редакцию 6.06.2023, принята к публикации 10.08.2023, опубликована онлайн 13.11.2023, опубликована 30.11.2023

Аннотация. Цель исследования — выявление закономерностей самоиндуцированного распада струи вязкой жидкости, истекающей с малой скоростью из капиллярного отверстия в условиях микрогравитации. Memod исследования численное моделирование закономерностей самоиндуцированного капиллярного распада с помощью методов механики Лагранжа. Pesyльmamы. Верифицированная методика численного моделирования капиллярной струи вязкой жидкости, основанная на методах механики Лагранжа. Выявленные закономерности самоиндуцированного распада вязкой струи в условиях микрогравитации. Зависимость длины нераспавшейся части струи от вязкости жидкости и скорости ее истечения из капиллярной форсунки. Заключение. Разработанная методика численного моделировать динамику капиллярной струи с учетом сложных нелинейных и граничных эффектов. Установлено выраженное влияние вязкости на закономерности распада струи, движущейся с малой скоростью. Полученные спектральные характеристики возмущений в струе позволяют поставить вопрос о возможности разработки асимптотической теории самоиндуцированного распада вязкой струи.

*Ключевые слова*: капиллярный распад струи, капиллярные волны, глобальная неустойчивость, капельный холодильникизлучатель.

Для цитирования: Сафронов А. А., Коротеев А. А., Григорьев А. Л., Филатов Н. И. Моделирование самоиндуцированного капиллярного распада струи вязкой жидкости // Известия вузов. ПНД. 2023. Т. 31, № 6. С. 680–692. DOI: 10.18500/0869-6632-003070. EDN: FLSBSF

Статья опубликована на условиях Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

## Simulation of self-induced capillary break up of a viscous liquid jet

A. A. Safronov<sup>\Box</sup>, A. A. Koroteev, A. L. Grigoriev, N. I. Filatov

JSC «Keldysh Research Center», Moscow, Russia

E-mail: 🖂 a.a.safr@yandex.ru, chkt@yandex.ru, grigorev@kerc.msk.ru, filatov@kerc.msk.ru Received 6.06.2023, accepted 10.08.2023, available online 13.11.2023, published 30.11.2023

*Abstract.* The *aim* of the study is to reveal the patterns of self-induced disintegration of a viscous liquid jet flowing out at low speed from a capillary hole under microgravity conditions. The research *method* is numerical modeling of the regularities of self-induced capillary decay using the methods of Lagrange mechanics. *Results.* A verified technique for numerical simulation of a capillary jet of a viscous liquid based on the methods of Lagrange mechanics. *Identified patterns of self-induced decay of a viscous jet under microgravity conditions.* Dependence of the length of the undisintegrated part of the jet on the viscosity of the liquid and the velocity of its outflow from the capillary nozzle. *Conclusion.* The developed numerical simulation technique allows one to correctly and efficiently (from the point of view of the computing resource used) simulate the dynamics of a capillary jet, taking into account complex nonlinear and boundary effects. A pronounced effect of viscosity on the regularities of the disintegration of a jet moving at low speed has been established. The obtained spectral characteristics of perturbations in the jet make it possible to raise the question of the possibility of developing an asymptotic theory of the self-induced decay of a viscous jet.

Keywords: capillary disintegration of a jet, capillary waves, global instability, liquid droplet-radiator.

*For citation*: Safronov AA, Koroteev AA, Grigoriev AL, Filatov NI. Simulation of self-induced capillary break up of a viscous liquid jet. Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics. 2023;31(6):680–692. DOI: 10.18500/0869-6632-003070

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

#### Введение

Задача моделирования капиллярного распада жидкой струи имеет множество технических приложений. Одно из них связано с созданием нового поколения систем отвода низкопотенциального тепла в космосе — капельных холодильников-излучателей (КХИ). Идея КХИ заключается в использовании капельной пелены сверхвысоковакуумного жидкого рабочего тела в качестве излучающей поверхности [1–4]. Пелена создается генератором капель, охлаждается при свободном распространении в космосе и собирается в уловителе. Преимуществами капельных излучателей являются высокая устойчивость к воздействию микрометеоритов, а также существенно меньшая масса по сравнению с традиционными панельными излучателями.

Для повышения эффективности и технологичности КХИ необходима минимизация скорости капель [4], ограниченной капиллярным пределом скорости истечения струи из капиллярной форсунки:

$$V = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho r_0}},$$

где  $\sigma$  и  $\rho$  — поверхностное натяжение и плотность жидкости, а  $r_0$  — радиус капиллярного канала, из которого истекает струя.

Экспериментальное изучение закономерностей распада струи, истекающей из форсунки со скоростью, близкой к V, затруднено вследствие действия силы тяжести. Из-за малой скорости силы инерции, капиллярные и гравитационные силы оказываются сопоставимы, а режим капиллярного распада струи становится хаотическим. Небольшое изменение определяющих параметров может привести к изменению режима каплеобразования. Закономерности хаотического распада струи обсуждались в работах [5,6].

Сафронов А. А., Коротеев А. А., Григорьев А. Л., Филатов Н. И. Известия вузов. ПНД, 2023, т. 31, № 6

Закономерности капиллярного распада струи без влияния силы тяжести экспериментально изучены японскими исследователями с использованием башен сбрасывания [7–10]. Эксперименты проводились со струями, генерируемыми различными капиллярными форсунками. Менялся радиус струи, условия смачивания форсунки истекающей жидкостью, профиль скорости струи на выходе из форсунки и т. д. Показано, что при любых граничных условиях на выходе из форсунки капиллярный распад медленной струи в условиях микрогравитации происходит самопроизвольно, без внесения в систему возмущений извне. Под действием различных факторов (отрыва капель, колебания их зародышей и др.) в струе (рис. 1) возникают коротковолновые бегущие капиллярные волны. Они движутся к капиллярной форсунке, отражаются от нее и из-за эффекта Доплера трансформируются в длинноволновые растущие возмущения. Развитие длинноволновых возмущений приводит к распаду струи, в процессе которого формируются новые возмущения.

Эксперименты показали, что при самоиндуцированном капиллярном распаде существует несколько равновесных значений длины нераспавшейся части струи (самораспадающаяся струя является мультистабильной динамической системой). При этом устойчивым к внешним воздействиям оказывается лишь состояние с минимальной длиной струи. Процесс установления может занимать продолжительное время (вплоть до нескольких десятков секунд). Из-за этого полноценное экспериментальное изучение закономерностей самоиндуцированного распада возможно лишь в космических экспериментах. К настоящему моменту проведен только один такой эксперимент, его результаты изложены в работе [7]. В качестве рабочей жидкости использовалась вода, диаметр струи составлял около одного миллиметра. Для описания влияния вязкости на капиллярные волны используется безразмерный критерий подобия — число Онезорге Oh:

$$Oh = \frac{\mu}{\sqrt{\sigma \rho r_0}}$$

где  $\mu$  — коэффициент динамической вязкости жидкости. В условиях космического эксперимента [7] значение  $Oh \sim 10^{-3}$ . Вместе с тем, применительно к задаче создания КХИ, интерес представляет изучение закономерностей самоиндуцированного распада струй вязких жидкостей с характерным значением числа Ohesopre Oh  $\sim 0.1$ . Это объясняется тем, что все потенциально пригодные для использования в КХИ рабочие тела, обладающие низкой испаряемостью, имеют высокую вязкость.

Применительно к невязкому случаю разработаны две теоретические модели, позволяющих описывать механизм самоиндуцированного распада медленной струи. Первая предложена П. А. Якубенко [11] и основана на модели явления глобальной неустойчивости, разработанной А. Г. Куликовским [12]. С ее помощью изучены закономерности развития возмущений, распространяющихся в струе по течению и против течения. Модель позволяет объяснить причины самопроизвольного распада струи при любых граничных условиях, а также рассчитать спектр доминирующих возмущений. Недостаток подхода — невозможность расчета амплитуды возмущений и длины распадающейся струи.



Рис. 1. Истечение струи из капиллярной форсунки Fig. 1. Outflow of a jet from a capillary nozzle

Сафронов А. А., Коротеев А. А., Григорьев А. Л., Филатов Н. И. Известия вузов. ПНД, 2023, т. 31, № 6 Вторая — модель граничной неустойчивости — разработана А. Умемуру [7]. Считается, что возмущения в струе генерируются в результате отрыва от нее зародыша капли. С помощью функции Грина рассчитывается спектр распространяющихся против течения струи волн. С учетом граничных условий на форсунке рассчитываются характеристики отраженного от границы возмущения. Длина распадающейся части струи определяется с помощью характеристик отраженного возмущения. Подход позволяет рассчитать длину распадающейся струи. С его использованием выявлено существование нескольких метастабильных режимов распада. Показано, что устойчивым является состояние с минимальной длиной струи. К недостаткам методики следует отнести использование приближенного соотношения для расчета функции Грина, не учитывающего наличия растущих мод возмущения и волн-каустик большой амплитуды [13]. Другой недостаток использование линейной теории, в то время как в окрестности края струи, где формируются бегущие волны, амплитуда возмущений велика. Условия отражения на капиллярной форсунке в ряде случаев основаны на приближенных линейных соотношениях. Наконец, разработанная модель не учитывает диссипативных эффектов (в струе наиболее интенсивно затухают именно коротковолновые бегущие капиллярные волны).

В представленной работе методом численного моделирования исследуются закономерности самоиндуцированного распада струи вязкой жидкости, истекающей из капиллярной форсунки со скоростью, сравнимой с капиллярным пределом V в условиях микрогравитации и вакуума.

#### 1. Методика численного моделирования

Как правило, для моделирования каплеобразования при распаде осесимметричных струй (см. рис. 1) используются асимптотические разложения системы уравнений Навье–Стокса [14]. В качестве малых параметров, по которым производится разложение, выбираются отношение радиуса струи к ее длине, амплитуда начального возмущения струи и т. д. Одно из наиболее часто используемых разложений предложено в работе [15]. После перехода к безразмерным переменным (в качестве единицы длины выбирается начальный радиус струи  $r_0$ , скорости — величина V, времени — отношение  $r_0/V$ ), уравнения развития возмущений принимают вид

$$\partial_t u + u \partial_x u = \partial_x \left( \frac{\partial_{xx} h}{(1 + \partial_x h^2)^{3/2}} - \frac{1}{h (1 + \partial_x h^2)^{1/2}} \right) + 3 \operatorname{Oh} \frac{1}{h^2} \partial_x \left( h^2 \partial_x u \right),$$

$$\partial_t h + u \partial_x h = -\frac{1}{2} h \partial_x u,$$
(1)

где h — радиус струи, u — среднемассовая скорость вещества струи.

Система (1) получена из уравнений Навье–Стокса с использованием предположения о том, что характерная длина волны возмущений струи значительно превосходит ее радиус. Это позволяет использовать только главные члены разложений в ряд Тейлора зависимости скорости жидкости и давления в струе от радиуса. Минимальная длина волны растущего возмущения составляет  $2\pi r_0$ . Возмущения с меньшей длиной волны эффективно затухают под действием диссипативных эффектов. Поэтому в практически интересных случаях использованные при выводе (1) предположения выполняются с высокой точностью. Это подтверждается многочисленными сравнениями теоретически полученных результатов с экспериментами, например [16, 17].

Одна из трудностей применения системы уравнений (1) для моделирования закономерностей самоиндуцированного распада состоит в необходимости описания многократного отделения зародышей капель от струи. При ее разрыве в решении задачи формируются сингулярности [18], для численного разрешения которых необходима перманентная адаптация расчетной сетки. Кроме того, возникает ряд сложностей, связанных с описанием края струи. В данной работе для моделирования капиллярной струи использовались методы Лагранжевой механики.

Сафронов А. А., Коротеев А. А., Григорьев А. Л., Филатов Н. И. Известия вузов. ПНД, 2023, т. 31, № 6

Ранее данный метод использовался в работе [5] для моделирования хаотической динамики инерционно-гравитационного режима подкапывания жидкости из крана.

Модельные уравнения получены в тех же предположениях, что и система (1): постоянство аксиальной скорости и давления по радиусу струи, а также несжимаемость жидкости. Вводится переменная ξ

$$\xi(x,t) = \int_{x}^{x_0} \pi h^2(z,t) \, dz,$$

где  $x_0$  — координата конца струи, z — аксиальная координата струи (см. рис. 1). Аксиальную скорость вещества струи можно представить в виде  $u = \partial_t x(\xi, t)$ . Если координата среза капиллярного сопла x = 0, выражение для кинетической энергии струи примет вид

$$K = \frac{1}{2}\rho \int_{0}^{\xi(0,t)} u^2(\xi,t) \, d\xi.$$

Если струя находится в условиях микрогравитации, то потенциальная энергия соответствует поверхностной

$$\Pi = 2\pi\sigma \int_{0}^{x_0} h\left(z,t\right) \sqrt{1 + \left(\partial_z h\right)^2} dz.$$

Лагранжиан струи можно представить в виде

$$L = K - \Pi = \frac{1}{2} \rho \int_{0}^{\xi(0,t)} u^2(\xi,t) d\xi - 2\pi\sigma \int_{0}^{x_0} h(z,t) \sqrt{1 + (\partial_z h)^2} dz.$$
(2)

Диссипативная функция в ортонормированной системе координат  $\{y_i\}$ , одна из осей которой совпадает с осью струи, имеет следующий вид [19]:

$$\dot{E} = -\frac{1}{2}\mu \int_{0}^{\xi(0,t)} \sum_{i,j} \left(\frac{\partial v_j}{\partial y_i} + \frac{\partial v_i}{\partial y_j}\right)^2 d\xi,$$

где  $v_i$  – проекция скорости вещества струи на ось  $y_i$ . С учетом осевой симметрии

$$\dot{E} = -3\mu \int_{0}^{\xi(0,t)} \left(\frac{\partial_{\xi}u}{\partial_{\xi}z}\right)^2 d\xi.$$
(3)

Для численного решения проводилась дискретизация лагранжиана. Считалось, что струя поделена на N + 1 жидких частиц (рис. 2). Нулевая частица соответствует краю струи,



Рис. 2. Схема разбиения струи на жидкие частицы

Fig. 2. Scheme of splitting the jet into liquid particles

Сафронов А. А., Коротеев А. А., Григорьев А. Л., Филатов Н. И. Известия вузов. ПНД, 2023, т. 31, № 6 а N-я — жидкой частице, не успевшей полностью выйти из капиллярного отверстия. При этом считается, что k-я частица ограничена координатами  $x_{k-1}$  и  $x_{k+1}$ .

Объем и масса k-й жидкой частицы равны, соответственно

$$\begin{aligned} \xi_k &= \int\limits_{x_{k-1}}^{x_k} \pi h^2 \left( z, t \right) dz, \\ m_k &= \rho \xi_k. \end{aligned}$$

Если считать, что k-я частица движется со скоростью перемещения точки  $x_k$ , кинетическая энергия струи составит

$$K = \frac{1}{2}\rho \int_{0}^{\xi(0,t)} u^2(\xi,t) d\xi = \frac{1}{2}\sum_k m_k (\dot{x}_k)^2 = \frac{1}{2}\sum_k m_k u_k^2.$$

В дискретном приближении диссипативная функция принимает вид

$$\dot{E} = -3\mu \int_{0}^{\xi(0,t)} \left(\frac{\partial_{\xi}u}{\partial_{\xi}z}\right)^2 d\xi = -3\mu \sum_{k} m_k \frac{(\dot{x}_k - \dot{x}_{k+1})^2}{(x_k - x_{k+1})^2}.$$

Расчет радиуса струи производится по формуле

 $\varepsilon(0,t)$ 

$$h_k = \sqrt{\frac{m_k}{\pi \left(x_k - x_{k+1}\right)}}.$$

Расчет площади поверхности k-й жидкой частицы, производится в предположении соответствия ее формы усеченному конусу

$$S_{k} = \pi \left( h_{k} + h_{k-1} \right) \sqrt{\frac{1}{4} \left( x_{k} - x_{k-1} \right)^{2} + \left( h_{k} - h_{k-1} \right)^{2}}.$$

Тогда потенциальная энергия струи:

$$\Pi = 2\pi\sigma \int_{0}^{x_0} h(z,t) \sqrt{1 + (\partial_z h)^2} dz = \sigma \sum_k S_k = \sigma S_{\Sigma}.$$

С учетом приведенных соотношений

$$L = \frac{1}{2} \sum_{k} m_k u_k^2 - \sigma S_{\Sigma},$$

а уравнение движения k-й жидкой частицы принимает вид

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial u_k} = \frac{\partial L}{\partial x_k} + \frac{1}{2}\frac{\partial \dot{E}_{:}}{\partial u_k}.$$

Подставляя в последнее соотношение выражения для лагранжиана и диссипативной функции, учитывая связь между массой жидкой частицы и радиусом струи, можно получить:

$$\frac{d}{dt}(m_k u_k) = -\frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial x_k} - 3Oh\left(h_k^2 \frac{u_k - u_{k+1}}{x_k - x_{k+1}} - h_{k-1}^2 \frac{u_{k-1} - u_k}{x_{k-1} - x_k}\right).$$
(4)

Выражение (4) является разностным аналогом динамического уравнения системы (1).

Сафронов А. А., Коротеев А. А., Григорьев А. Л., Филатов Н. И. Известия вузов. ПНД, 2023, т. 31, № 6

685

Для описания поведения края струи в выражение для расчета полной площади ее поверхности необходимо добавить член, характеризующий площадь граничного элемента. При проведении исследований предполагалось, что поверхность края струи имеет форму параболоида. Его характеристики определялись с использованием информации об объеме граничного элемента, а также с учетом зависимости радиуса струи от координаты в окрестности края струи. Радиус струи на выходе из форсунки предполагался равным радиусу капиллярного отверстия.

Численная задача (4) является жесткой из-за наличия третьей производной радиуса струи в нелинейном выражении, описывающем действие капиллярных сил. Для ее решения использовалась схема «предиктор – релаксатор» [20]. Расчет перемещения частиц на каждом временном шаге производился в несколько этапов.

На этапе предиктора считалось, что смещение частиц от начального состояния происходит под действием инерции и силы вязкости  $F_v$ . Для каждой частицы рассчитывалось обновленное значение скорости  $u_k \leftarrow u_k + \Delta t \cdot F_v/m_k$  и соответствующее этой скорости перемещение  $x_k \leftarrow x_k + \Delta t \cdot u_k$ .

На этапе релаксатора положение частиц уточнялось путем учета действия капиллярных сил  $F_{\rm cap}$ . Расчет величины  $F_{\rm cap}$  проводился для конфигурации частиц, полученной на этапе предиктора. Положение частиц уточнялось в соответствии с формулой  $x_k \leftarrow x_k + F_{\rm cap}(\Delta t)^2/(2m_k)$ .

На третьем этапе производился расчет скорости жидких частиц путем деления вектора перемещения на величину шага по времени.

Величина временного шага для следующего этапа расчета  $\Delta t$  определялась после вычисления скорости частиц. Для этого расстояние между соседними частицами делилось на величину их относительной скорости. Выбиралось минимальное полученное «время столкновения»  $t_{col}$  жидких частиц. Величина шага по времени рассчитывается с помощью данного времени. Численные эксперименты показали, что сходимость численного алгоритма достигается в случае, когда  $\Delta t$ примерно в 15 раз меньше  $t_{col}$ . При проведении расчетов  $\Delta t$  считалось в 100 раз меньше  $t_{col}$ .

Особенностью задачи является возникновение в решении зон автомодельных решений, описывающих закономерности разрыва струи при отделении от нее зародышей капель (рис. 3). При этом зародыши капель большого радиуса оказываются связанными друг с другом тонкой перетяжкой. Для описания подобных явлений проводилась динамическая адаптация разбиения струи на жидкие элементы. Численные эксперименты показали, что результат расчета перестает зависеть от частоты разбиения в случае, когда расстояние между соседними жидкими частицами составляет менее 1/3 локального радиуса струи. Алгоритм расчета автоматически разделял или объединял частицы так, чтобы расстояние между ними находилось в пределах от 1/15 до 1/5 локального радиуса струи. Другие причины изменения числа жидких частиц при расчете — истекание новых порций жидкости из капиллярной форсунки, а также отделение от струи зародышей капель.



Рис. 3. Зависимость радиуса струи от координаты Fig. 3. Dependence of the jet radius on the coordinate

Сафронов А. А., Коротеев А. А., Григорьев А. Л., Филатов Н. И. Известия вузов. ПНД, 2023, т. 31, № 6 Поскольку процесс разрыва струи имеет не гидродинамическую природу (в рамках гидродинамических закономерностей жидкий перешеек утончается до момента, когда происходит его разрыв из-за термодинамических флуктуаций), при выполнении численного расчета считалось, что разрыв происходит в момент, когда радиус струи становится меньше некоторой критической величины, выбор конкретного значения которой определялся целями проведения расчета.

На рис. 3 приведены результаты расчета струи с Oh = 0.15, истекающей из форсунки со средней скоростью  $u_0 = 2$  (скорость модулировалась по закону  $u = u_0(1 + 0.1 \cdot \sin(2\pi t \cdot 0.7/u_0))$  в момент времени t = 37 (рис. 3, a – струя целиком; рис. 3, b – перешеек, соединяющий зародыши капель). В окрестности точки с координатой x = 43.7 виден процесс образования вторичной зоны автомодельного решения в области отрыва тонкого перешейка от зародыша капель.

Проверка сходимости и верификация разработанного компьютерного кода проводилась путем численного расчета инкремента роста длинноволновых возмущений (волновое число  $k = 2\pi r_0/\lambda$ , где  $\lambda$  — длина волны возмущения). Из системы уравнений (1) следует, что малые возмущения с k < 1 растут с инкрементом  $\omega$ , определяемым формулой [13]:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{2}k^2 \left(1 - k^2\right) - \frac{9}{4} \mathrm{Oh}^2 k^4} - \frac{3}{2} \mathrm{Oh}k^2.$$

На рис. 4 представлены результаты сравнения зависимости  $\omega(k)$  при Oh = 0.15 с результатами численного расчета, проведенного для исследования развития возмущений в жидком цилиндре длиной 11λ. Положение граничных жидких элементов не изменялось. Амплитуда синусоидального начального возмущения радиуса струи составляла 1% от его средней величины. Анализу подвергалась зависимость амплитуды возмущения в центральной волне от времени. После протекания переходных процессов устанавливался режим экспоненциального роста амплитуды возмущения, а при ее превышении значения порядка 0.1 среднего радиуса струи наблюдались изменения величины фактора роста, вызванные развитием нелинейности. Величина ω рассчитывалась по данным, полученным на промежутке времени между начальным процессом установления и развитием нелинейности.



Рис. 4. Сравнение результатов численного расчета (точки) величины фактора роста возмущений  $\omega$  с аналитически полученным значением (пунктир) при Oh = 0.15

Fig. 4. Comparison of the results of numerical calculation (points) of the disturbance growth factor  $\omega$  with the analytically obtained value (dotted line) at Oh = 0.15

## 2. Результаты численного моделирования

Моделирование самоиндуцированного капиллярного распада производилось в предположении наличия в начальный момент времени на выходе из форсунки неподвижного капиллярного мениска, состоящего из десяти жидких расчетных элементов. Скорость истечения жидкости в начале расчета равнялась u. Для того чтобы в струе быстро сформировался устойчивый режим распада, соответствующий минимальной длине нераспавшейся части струи, в систему вносились возмущения, то есть производилось модулирование скорости истечения струи с амплитудой 0.1 и периодом  $2\pi \cdot 0.7/u$  (значение k = 0.7 близко к максимуму зависимости фактора роста от k). Тонкие перешейки практически не влияют на динамику основной части струи. Поэтому предполагалось, что разрыв происходит, если радиус струи меньше  $0.05r_0$ . В некоторых случаях наблюдался отрыв от струи протяженного фрагмента, содержащего ярко выраженные зародыши нескольких капель; аналогичное явление наблюдалось и в натурных экспериментах [21]. При отделении от струи зародыша капли для последующего анализа сохранялись: время разрыва струи, координата центра масс отделившегося отрезка струи, а также его масса и среднемассовая скорость.

Сложность определения длины нераспавшейся части струи l обусловлена колебательными изменениями положения ее края. Строилась зависимость координаты центра масс отделившегося отрезка струи от времени отделения. Пример графика данной зависимости приведен на рис. 5, a; расчет проводился для значений Oh = 0.05, u = 1. Видно, что положение края струи колеблется относительно средней величины с амплитудой, приблизительно составляющей 10% длины струи. Аналогичные колебания наблюдались в экспериментах [7–10]. Длиной нераспавшейся части струи считалось среднее значение координаты центра масс отделяющейся капли.

На рис. 5, *b* приведена зависимость *l* от скорости истечения струи для различных Oh. Сплошной линией изображена экспериментально полученная в космическом эксперименте [7] зависимость. Для верификации методики численного моделирования в первой серии расчетов (на графике результаты обозначены треугольниками) исследовалась зависимость l(u) для Oh = 0.01. Результаты хорошо согласуются с космическим экспериментом [7]. Также производился расчет зависимости l(u) при Oh = 0.05 (круги на графике) и Oh = 0.15 (квадраты). При значениях  $u \sim 1$ число Ohesopre заметно влияет на длину нераспавшейся части струи: при повышении вязкости до Oh = 0.15 *l* возрастает в несколько раз. Однако при повышении скорости это влияние ослабевает. При *u* примерно равном 4 относительное удлинение нераспавшейся части струи из-за действия вязких сил составляет порядка 10%.

Дополнительно рассчитывался фурье-спектр возмущений в струе a(k). С целью предотвращения влияния закономерностей разрыва перетяжек между зародышами капель на спектр возмущений (в тонкой перетяжке формируются короткие волны), для расчета a(k) выбирался момент, когда перетяжек не было. Система имеет конечную длину, спектр «дискретизируется» с шагом  $\Delta k \sim 2\pi/l$ . Величина пиковых значений в спектре *a* возводилась в квадрат для анализа спектрального распределения энергии.



Рис. 5. *a* — Зависимость от времени координаты центра масс отрывающейся от струи капли (*u* = 1, Oh = 0.05). *b* — Зависимость *l*(*u*) для различных Oh (сплошная линия — космический эксперимент; расчет: △ — Oh = 0.01; • — Oh = 0.05; ■ — Oh = 0.15)

Fig. 5. *a* – Time dependence of the coordinate of the center of mass of a drop detached from the jet (u = 1, Oh = 0.05). *b* – Dependence l(u) for various Oh (solid line – space experiment; calculation:  $\triangle$  – Oh = 0.01; • – Oh = 0.05;  $\blacksquare$  – Oh = 0.15)



Рис. 6. Спектр возмущений в струе: a - u = 1, Oh = 0.05; b - u = 1, Oh = 0.15; c - u = 4, Oh = 0.05; d - u = 4, Oh = 0.15

Fig. 6. Spectrum of perturbations in the jet: a - u = 1, Oh = 0.05; b - u = 1, Oh = 0.15; c - u = 4, Oh = 0.05; d - u = 4, Oh = 0.15

На рис. 6 приведена зависимость пиковых значений  $a^2(k)$  для струй с u = 1 и u = 4 при Oh = 0.05 и Oh = 0.15. При малой скорости истечения жидкости наблюдается широкий спектр возмущений. С увеличением скорости истечения спектр сосредоточивается вблизи k = 1. Помимо этого основного максимума при большой скорости u в спектре наблюдается дополнительный максимум вблизи k = 1.25 – значении волнового числа, близкого к длине волны Эйри [13].

#### Заключение

Предложенная методика позволяет корректно и эффективно моделировать динамику капиллярной струи с возможностью учета сложных граничных эффектов.

Проведено моделирование самоиндуцированного распада вязкой струи в условиях микрогравитации. Установлено выраженное влияние вязкости на закономерности распада струи, движущейся с малой скоростью.

В настоящее время не существует аналитической модели явления самоиндуцированного распада вязкой струи. Результаты выполненного исследования спектра возмущений в самораспадающейся струе свидетельствуют о том, что при  $Oh \sim 0.1$  спектр бегущих волн сосредоточен в малой окрестности безразмерного волнового числа k = 1. Вопрос о возможности разработки асимптотической теории самоиндуцированного распада вязкой струи требует дальнейшего изучения.

# Список литературы

- 1. Демянко Ю. Г., Конюхов Г. В., Коротеев А. С., Кузьмин Е. П., Павельев А. А. Ядерные ракетные двигатели. М.: Норма-Информ, 2001. 414 с.
- 2. Коротеев А. А. Капельные холодильники излучатели космических энергетических установок нового поколения. М.: Издательство «Машиностроение», 2008. 184 с.

Сафронов А. А., Коротеев А. А., Григорьев А. Л., Филатов Н. И. Известия вузов. ПНД, 2023, т. 31, № 6

- 3. Бондарева Н. В., Глухов Л. М., Коротеев А. А., Красовский В. Г., Кустов Л. М., Нагель Ю. А., Сафронов А. А., Филатов Н. И., Черникова Е. А. Бескаркасные системы отвода низкопотенциального тепла в космосе: успехи отработок и нерешенные задачи // Известия Российской академии наук. Энергетика. 2015. № 4. С. 130–142.
- 4. Коротеев А. А., Сафронов А. А., Филатов Н. И., Григорьев А. Л., Хлынов А. В. Исследование генераторов капель бескаркасных систем теплоотвода в космосе // Космическая техника и технологии. 2023. № 1 (40). С. 40–51.
- 5. *Fuchikami N., Ishioka S., Kiyono K.* Simulation of a dripping faucet // Journal of the Physical Society of Japan. 1999. Vol. 68, no. 4. P. 1185–1196. DOI: 10.1143/JPSJ.68.1185.
- Kiyono K., Fuchikami N. Bifurcations induced by periodic forcing and taming chaos in dripping faucets // Journal of the Physical Society of Japan. 2002. Vol. 71, no. 1. P. 49–55. DOI: 10.1143/ JPSJ.71.49.
- Umemura A., Osaka J., Shinjo J., Nakamura Y., Matsumoto S., Kikuchi M., Taguchi T., Ohkuma H., Dohkojima T., Shimaoka T., Sone T., Nakagami H., Ono W. Coherent capillary wave structure revealed by ISS experiments for spontaneous nozzle jet disintegration // Microgravity Sci. Technol. 2020. Vol. 32, no. 3. P. 369–397. DOI: 10.1007/s12217-019-09756-0.
- 8. Umemura A. Self-destabilising loop of a low-speed water jet emanating from an orifice in microgravity // Journal of Fluid Mechanics. 2016. Vol. 797. P. 146–180. DOI: 10.1017/jfm.2016.271.
- 9. *Umemura A., Osaka J.* Self-destabilizing loop observed in a jetting-to-dripping transition // Journal of Fluid Mechanics. 2014. Vol. 752. P. 184–218. DOI: 10.1017/jfm.2014.329.
- 10. *Umemura A*. Model for the initiation of atomization in a high-speed laminar liquid jet // Journal of Fluid Mechanics. 2014. Vol. 757. P. 665–700. DOI: 10.1017/jfm.2014.511.
- 11. Yakubenko P.A. Capillary instability of an ideal jet of large but finite length // European Journal of Mechanics B/Fluids. 1997. Vol. 16, no. 1. P. 39–47.
- 12. Куликовский А. Г. Об устойчивости однородных состояний // Прикладная математика и механика. 1966. Т. 30, № 1. С. 148–153.
- Safronov A. A. Investigation of the structure of waves generated by a δ-perturbation of the surface of a capillary jet // Russian Journal of Nonlinear Dynamics. 2022. Vol. 18, no. 3. P. 367–378. DOI: 10.20537/nd220303.
- 14. *Аметистов Е. В., Дмитриев А. С.* Монодисперсные системы и технологии. М.: Издательство МЭИ, 2002. 392 с.
- 15. *Eggers J., Dupont T. F.* Drop formation in a one-dimensional approximation of the Navier–Stokes equation // Journal of Fluid Mechanics. 1994. Vol. 262. P. 205–221. DOI: 10.1017/S0022 112094000480.
- 16. *Сафронов А. А.* Особенности капиллярного распада струй жидкости при числах Онезорга больше единицы // Инженерно-физический журнал. 2017. Т. 90, № 1. С. 176–185.
- 17. Бондарева Н. В., Григорьев А. Л., Коровин Т. Г., Коротеев А. А., Сафронов А. А., Скоробогатько Т. Д., Филатов Н. И., Хлынов А. В. Экспериментальное исследование влияния числа Онезорге на размеры капель, образовавшихся в результате капиллярного распада струи // Теплофизика и аэромеханика. 2019. Т. 26, № 5. С. 773–777.
- Eggers J. Drop formation an overview // ZAMM. Z. Angew. Math. Mech. 2005. Vol. 85, no. 6. P. 400–410. DOI: 10.1002/zamm.200410193.
- 19. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
- Clavet S., Beaudoin P., Poulin P. Particle-based viscoelastic fluid simulation // In: Proceedings of the 2005 ACM SIGGRAPH/Eurographics symposium on computer animation. 29-31 July 2005, Los Angeles, California. SCA, 2005. P. 219–228. DOI: 10.1145/1073368.1073400.
- 21. Сафронов А. А., Коротеев А. А., Филатов Н. И., Бондарева Н. В. Быстрые растущие волны в струе вязкой жидкости, инициированные колебаниями концевой капли // Теплофизика и аэромеханика. 2021. Т. 28, № 2. С. 255–263.

# References

- 1. Demyanko YG, Konyukhov GV, Koroteev AS, Kuzmin EP, Pavelyev AA. Nuclear Rocket Engines. Moscow: Norma-Inform; 2001. 414 p. (in Russian).
- 2. Koroteev AA. Liquid Droplet Radiator of Space Power Plants of a New Generation. Moscow: «Mashinostroenie»; 2008. 184 p. (in Russian).
- Bondareva NV, Glukhov LM, Koroteev AA, Krasovsky VA, Kustov LM, Nagel YA, Safronov AA, Filatov NI, Chernikova EA. Frameless systems for the removal of low-potential heat in space: progress in mining and unsolved problems. Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Energy. 2015;(4):130–142 (in Russian).
- Koroteev AA, Safronov AA, Filatov NI, Grigoriev AL, Khlynov AV. A study of drop generators in liquid droplet radiators for space applications. Space Technique and Technologies. 2023;(1(40)): 40–51 (in Russian).
- 5. Fuchikami N, Ishioka S, Kiyono K. Simulation of a dripping faucet. Journal of the Physical Society of Japan. 1999;68(4):1185–1196. DOI: 10.1143/JPSJ.68.1185.
- 6. Kiyono K, Fuchikami N. Bifurcations induced by periodic forcing and taming chaos in dripping faucets. Journal of the Physical Society of Japan. 2002;71(1):49–55. DOI: 10.1143/JPSJ.71.49.
- Umemura A, Osaka J, Shinjo J, Nakamura Y, Matsumoto S, Kikuchi M, Taguchi T, Ohkuma H, Dohkojima T, Shimaoka T, Sone T, Nakagami H, Ono W. Coherent capillary wave structure revealed by ISS experiments for spontaneous nozzle jet disintegration. Microgravity Sci. Technol. 2020;32(3):369–397. DOI: 10.1007/s12217-019-09756-0.
- 8. Umemura A. Self-destabilising loop of a low-speed water jet emanating from an orifice in microgravity. Journal of Fluid Mechanics. 2016;797:146–180. DOI: 10.1017/jfm.2016.271.
- 9. Umemura A, Osaka J. Self-destabilizing loop observed in a jetting-to-dripping transition. Journal of Fluid Mechanics. 2014;752:184–218. DOI: 10.1017/jfm.2014.329.
- 10. Umemura A. Model for the initiation of atomization in a high-speed laminar liquid jet. Journal of Fluid Mechanics. 2014;757:665–700. DOI: 10.1017/jfm.2014.511.
- 11. Yakubenko PA. Capillary instability of an ideal jet of large but finite length. European Journal of Mechanics B/Fluids. 1997;16(1):39–47.
- 12. Kulikovskii AG. On the stability of homogeneous states. Journal of Applied Mathematics and Mechanics. 1966;30(1):180–187. DOI: 10.1016/0021-8928(66)90066-9.
- Safronov AA. Investigation of the structure of waves generated by a δ-perturbation of the surface of a capillary jet. Russian Journal of Nonlinear Dynamics. 2022;18(3):367–378. DOI: 10.20537/ nd220303.
- 14. Ametistov EV, Dmitriev AS. Monodisperse Systems and Technologies. Moscow: Moscow Power Engineering Institute Publishing; 2002. 392 p. (in Russian).
- 15. Eggers J, Dupont TF. Drop formation in a one-dimensional approximation of the Navier–Stokes equation. Journal of Fluid Mechanics. 1994;262:205–221. DOI: 10.1017/S0022112094000480.
- 16. Safronov AA. Features of capillary breakup of a liquid jet at ohnesorge numbers larger than unity. Journal of Engineering Physics and Thermophysics. 2017;90(1):167–175. DOI: 10.1007/s10891-017-1552-7.
- Bondareva NV, Grigoriev AL, Korovin TG, Koroteev AA, Safronov AA, Skorobogatko TD, Filatov NI, Khlynov AV. Experimental study of the Ohnesorge number effect on the size of droplets formed as a result of the jet capillary breakup. Thermophysics and Aeromechanics. 2019;26(5):723–727. DOI: 10.1134/S0869864319050093.
- Eggers J. Drop formation an overview. ZAMM. Z. Angew. Math. Mech. 2005;85(6):400–410. DOI: 10.1002/zamm.200410193.
- 19. Landau LD, Lifshitz EM. Fluid Mechanics. Oxford, UK: Pergamon Press; 1987. 554 p. DOI: 10.1016/C2013-0-03799-1.
- Clavet S, Beaudoin P, Poulin P. Particle-based viscoelastic fluid simulation. In: Proceedings of the 2005 ACM SIGGRAPH/Eurographics symposium on computer animation. 29-31 July 2005, Los Angeles, California. SCA; 2005. P. 219–228. DOI: 10.1145/1073368.1073400.

21. Safronov AA, Koroteev AA, Filatov NI, Bondareva NV. Fast waves development initiated by oscillations of a recoiling liquid filament in a viscous fluid jet. Thermophysics and Aeromechanics. 2021;28(2):237–245. DOI: 10.1134/S0869864321020062.

Сафронов Андрей Александрович — кандидат физико-математических наук (2019, ОИВТ РАН). Сотрудник АО ГНЦ «Центр Келдыша». Научные интересы — космическая энергетика, капиллярная гидродинамика, радиационный теплообмен, нелинейная динамика.

Россия, 125438 Москва, ул. Онежская, 8 AO ГНЦ «Центр Келдыша» E-mail: a.a.safr@yandex.ru ORCID: 0000-0002-0211-4402 AuthorID (eLibrary.Ru): 916521



ния систем транспортировки сильноточных электронных пучков в плотные среды; создание малогабаритных энергонапряженных выводных систем в области с давлением вплоть до атмосферного. Россия, 125438 Москва, ул. Онежская, 8 АО ГНЦ «Центр Келдыша» E-mail: chkt@yandex.ru AuthorID (eLibrary.Ru): 170911



Григорьев Алексей Львович — кандидат технических наук (2007, Исследовательский центр им. М. В. Келдыша). Сотрудник АО ГНЦ «Центр Келдыша». Научные интересы — космическая энергетика, импульсные технологии.

Коротеев Анатолий Анатольевич — доктор технических наук, профессор, членкорреспондент РАН (2003), академик РАН (2011) по отделению энергетики, машиностроения, механики и процессов управления. Научные интересы — разработка энергетических установок космических летательных аппаратов, отличающихся высокой мощностью, длительным ресурсом и малой метеоритной уязвимостью; создание принципиально новых космических излучателей низкопотенциального тепла, основанных на радиационном охлаждении свободно распространяющихся упорядоченных мелкодисперсных капельных потоков сверхвысоковакуумных рабочих тел; выявление закономерностей функционирова-

Россия, 125438 Москва, ул. Онежская, 8 AO ГНЦ «Центр Келдыша» E-mail: grigorev@kerc.msk.ru AuthorID (eLibrary.Ru): 125095



Филатов Николай Иванович — начальник направления экологии и энергообеспечения АО ГНЦ «Центр Келдыша». Лауреат премий Правительства Российской Федерации имени Ю. А. Гагарина в области космической деятельности.

Россия, 125438 Москва, ул. Онежская, 8 AO ГНЦ «Центр Келдыша» E-mail: filatov@kerc.msk.ru AuthorID (eLibrary.Ru): 762973