



## НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ ИЗМЕНЕНИЯ ЧИСЛЕННОСТИ НАРОДОНАСЕЛЕНИЯ США С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ

*А.А. Короновский, Д.И. Лопатников, А.Е. Храмов*

В работе представлены результаты проведенной кластеризации демографических данных по динамике численности народонаселения США по степени близости их к решению логистического уравнения с соответствующими параметрами. Обсуждается предложенная классификация в контексте исторических аспектов заселения территории США, а также причины, ответственные за появление различий в динамике численности населения, проживающего на различных территориях.

В настоящее время вопросы, связанные с построением математических моделей демографических процессов, происходящих как в отдельных странах, так и во всем мире, привлекают внимание исследователей [1, 2, 3]. Анализ процессов роста народонаселения позволяет выявить основные тенденции данного процесса и дает возможность как прогнозировать динамику на ближайшее время, так и сделать долгосрочный прогноз на будущее.

В работах [3,4] сделана попытка описания изменения численности народонаселения как отдельных стран (на примере США), так и всего мира в целом, с помощью таких эталонных моделей нелинейной динамики, как уравнение Ферхюльста [5] и нелинейное уравнение диффузии [6]. В вышеупомянутых работах проводилось сопоставление результатов моделирования с реальными статистическими данными и было достигнуто их хорошее соответствие. Вместе с тем, с учетом полученных результатов возникла необходимость детального анализа существующих демографических данных и их классификации с точки зрения соответствия предлагаемым моделям. Такая классификация, связанная с выделением характерных особенностей в имеющихся демографических данных, позволит более глубоко понять процессы, связанные с ростом народонаселения, и внести соответствующие корректировки в рассматриваемые нами ранее модели.

В настоящей работе приводятся результаты анализа демографических данных роста народонаселения США за период с 1790 по 1990 годы. Структура данных такова, что численность населения каждого штата представлена с десятилетним интервалом, начиная с момента присоединения штата к США. Имеются данные о динамике численности населения с десятилетним интервалом и в каждом административном округе штата, однако данные такой степени агрегации

не используются в работе. Заметим, что имеющиеся данные представлены в таком виде, что при изменении границ территориальной единицы происходит «скачок» численности населения этой территории. Это существенно затрудняет рассмотрение и требует ретроспективного (исторического) подхода к анализу демографических процессов. Использование именно штата в качестве «элементарной» единицы имеет то преимущество, что штат является достаточно большой территориальной единицей, на которой проживает большое число жителей, так что небольшие флуктуации численности, обусловленные локальными демографическими факторами (которые очень сильно влияют на динамику численности более мелких территориальных единиц), не оказывают существенного влияния на интегральную численность населения. Кроме того, для штата даже в первом приближении можно не учитывать пространственную распределенность и неоднородность расселения жителей на его территории. Последнее существенно для рассматриваемой ниже модели (см. также работу [4]). Можно отметить, что, как правило, изменение границ штатов не сильно влияло на численность населения штата. Естественно, не принимается в рассмотрение случай, когда штат делился пополам, например, из штата Вирджиния в 1863 году выделился штат Восточная Вирджиния. Но более мелкие территориальные образования (административные округа) претерпевали значительно более серьезные изменения (см. рис. 1), и данные, «привязанные» к названию соответствующей небольшой территориальной единицы, без учета всех изменений ее границ, не имеют большого смысла. Поэтому в основу рассмотрения положены именно штаты.

В качестве базовой модели, которая используется для сравнения с демографическими данными, выбрана модель Ферхюльста (логистическое уравнение) [5], которая имеет вид

$$dN/dt = \mu N(K-N)/K, \quad (1)$$

где  $N$  - текущая численность той или иной популяции;  $K$  - параметр, называемый емкостью среды и имеющий смысл числа особей, которые могут одновременно проживать на рассматриваемом пространственном ареале;  $t$  - время;  $\mu$  - коэффициент, характеризующий скорость роста популяции при малом числе особей  $N$ . Уравнение широко применяется для описания динамики простых биологических систем. Однако в работах [3, 4] показана возможность использования этой модели и для описания численности народонаселения<sup>1</sup>.

Наиболее существенным требованием к возможности такого описания является требование однородности распределения популяции и отсутствия направленного дрейфа особей по ареалу проживания. Это требование не выполняется для Соединенных Штатов Америки. Действительно, в работе [3] было показано, что решение логистического уравнения недостаточно хорошо коррелирует с реальными статистическими данными по США, и было предложено искать решение с учетом распределенного характера заселения территории США. В качестве базовой модели в работе [3] использовалось нелинейное уравнение диффузии. Далее, в работе [4] была выявлена принципиально важная роль рассинхронизации во времени динамики численности населения отдельных территориальных единиц (применительно к США - штатов).

Фактически, «теоретическое» изменение численности населения США с учетом рассинхронизма может быть представлено в виде суммы решений

<sup>1</sup> Заметим, что впервые попытка описания динамики численности народонаселения с помощью логистического уравнения была сделана в двадцатых годах XX века в работе Перла (см., например, [7]).

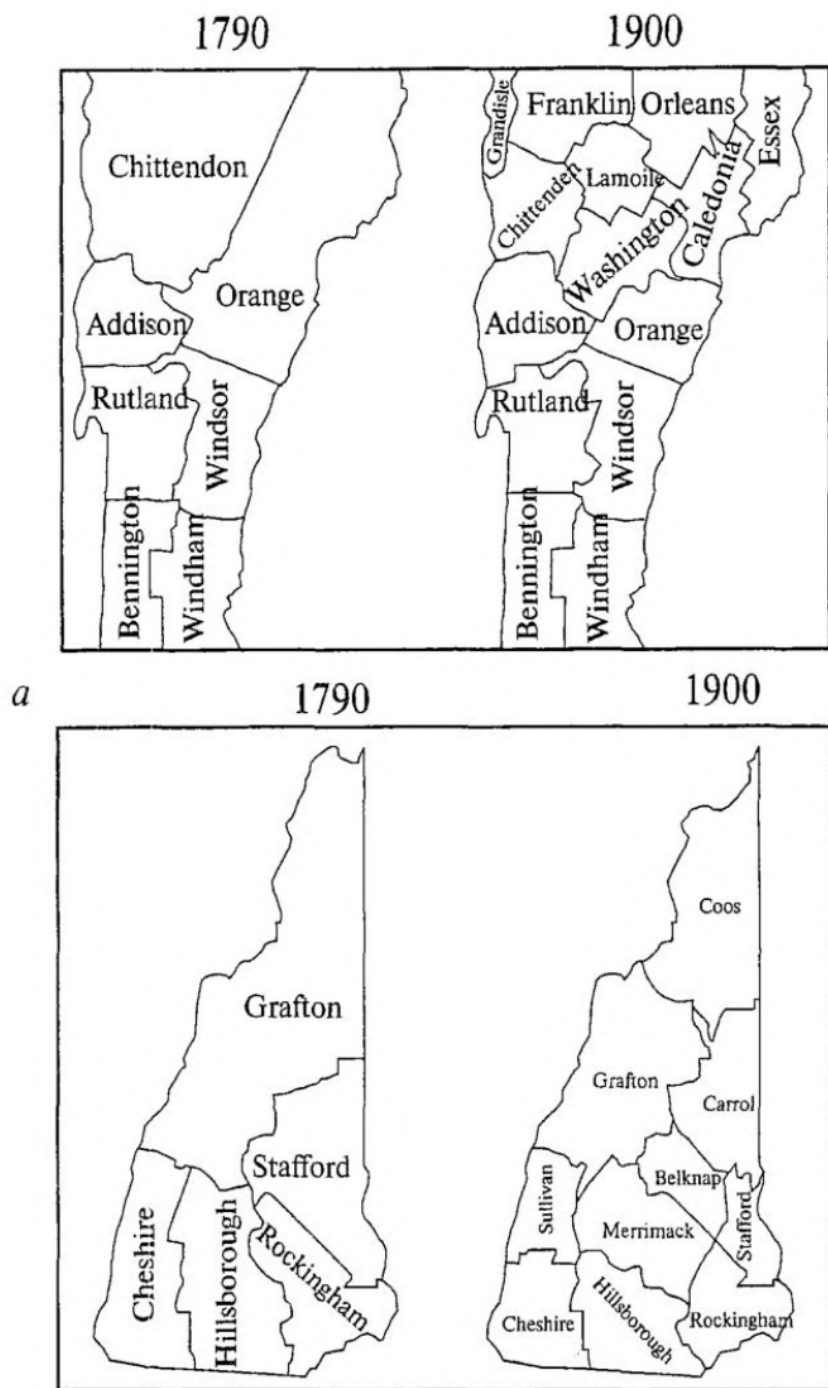


Рис. 1. Изменение <sup>б</sup> границ административных округов штатов Вермонт (а) и Нью-Хэмпшир (б)

логистического уравнения для каждой отдельной территориальной единицы (в нашем случае - штата):

$$N(t) = \sum_i N_i(t), \quad (2)$$

где  $N_i(t)$  есть решение уравнения вида

$$dN_i/dt = \mu_i N_i (K_i - N_i) / K_i, \quad N_i(0) = N_{0i}. \quad (3)$$

Рассинхронизация во времени динамики населения различных территориальных единиц учитывается в этой модели в распределении значений начальных условий для логистических уравнений.

Для каждого штата методом наименьших квадратов были найдены

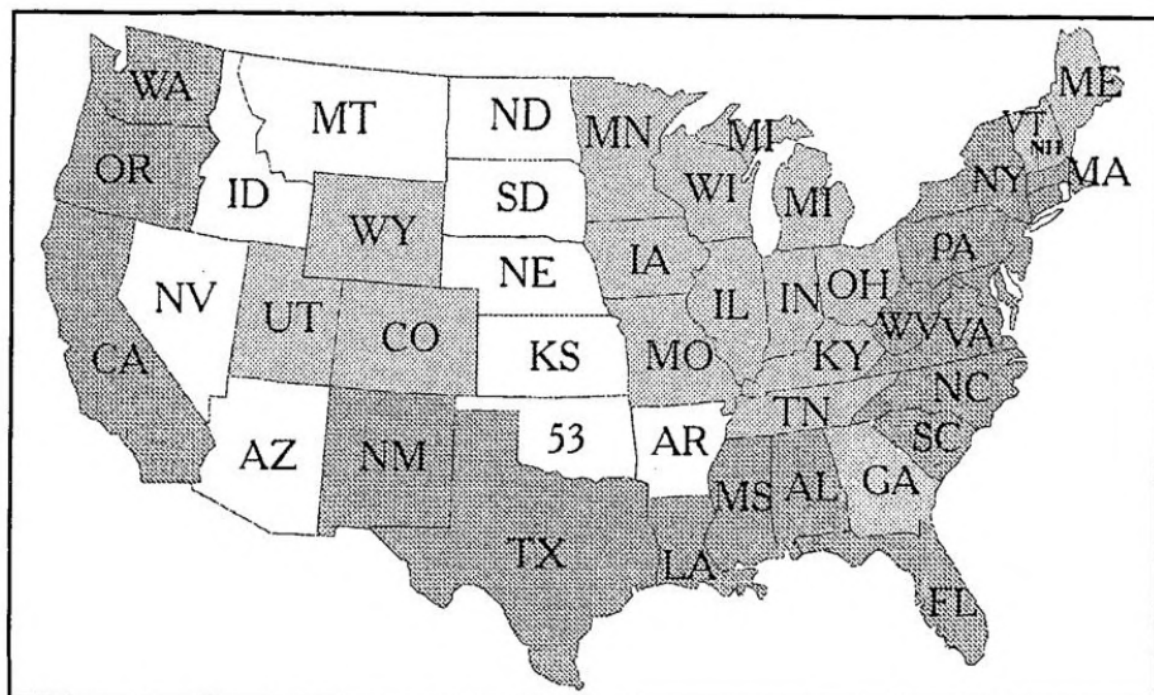


Рис. 2. Деление штатов на группы по степени соответствия демографических данных для каждого штата решению логистического уравнения. Темным цветом отмечены штаты группы А, серым - группы В и белым - группы С. Расшифровка обозначений штатов приведена в приложении

параметры  $\mu_i$  и  $K_i$  логистического уравнения и начальные условия  $N_{0i}$ , дающие наилучшее соответствие решения демографическим данным.

Оказалось, что все штаты США можно условно разделить на три группы по степени соответствия демографических данных решению логистического уравнения с определенными параметрами и начальными условиями (рис. 2).

К группе А относятся штаты, изменение численности населения которых хорошо «ложится» на логистическую кривую (см. рис. 3, а, на котором представлены соответствующие данные для штатов Калифорния и Северная Каролина). Группу В составляют штаты, зависимость численности населения которых имеет характерную точку перегиба относительно кривой решения логистического уравнения (рис. 3, б). Наконец, группа С соответствует штатам, изменение численности населения которых практически не описывается логистической кривой (рис. 3, в).

Из рис. 2 видно, что группы штатов, выделенные на основе анализа демографических данных на их соответствие решению логистического уравнения, локализованы также и по территориальному признаку. Так, штаты группы А расположены, в первую очередь, на юге США, а также на побережье Атлантического (на востоке) и Тихого (на западе) океанов. Штаты группы В располагаются в западной части США, примыкая непосредственно к штатам группы А; три штата группы В находятся в центральной части, образуя компактную территорию.

Сравнение этих данных с историческими сведениями по колонизации территорий Соединенных Штатов выявило определенную связь между датой присоединения штата к США, или начала заселения территории штата, и степени соответствия роста численности населения в нем логистическому уравнению. На рис. 4 приведена карта, на которой разными оттенками показаны времена присоединения различных территорий к США. Утолщенной линией отмечены те штаты, территории которых вошли в состав Соединенных Штатов во вторую



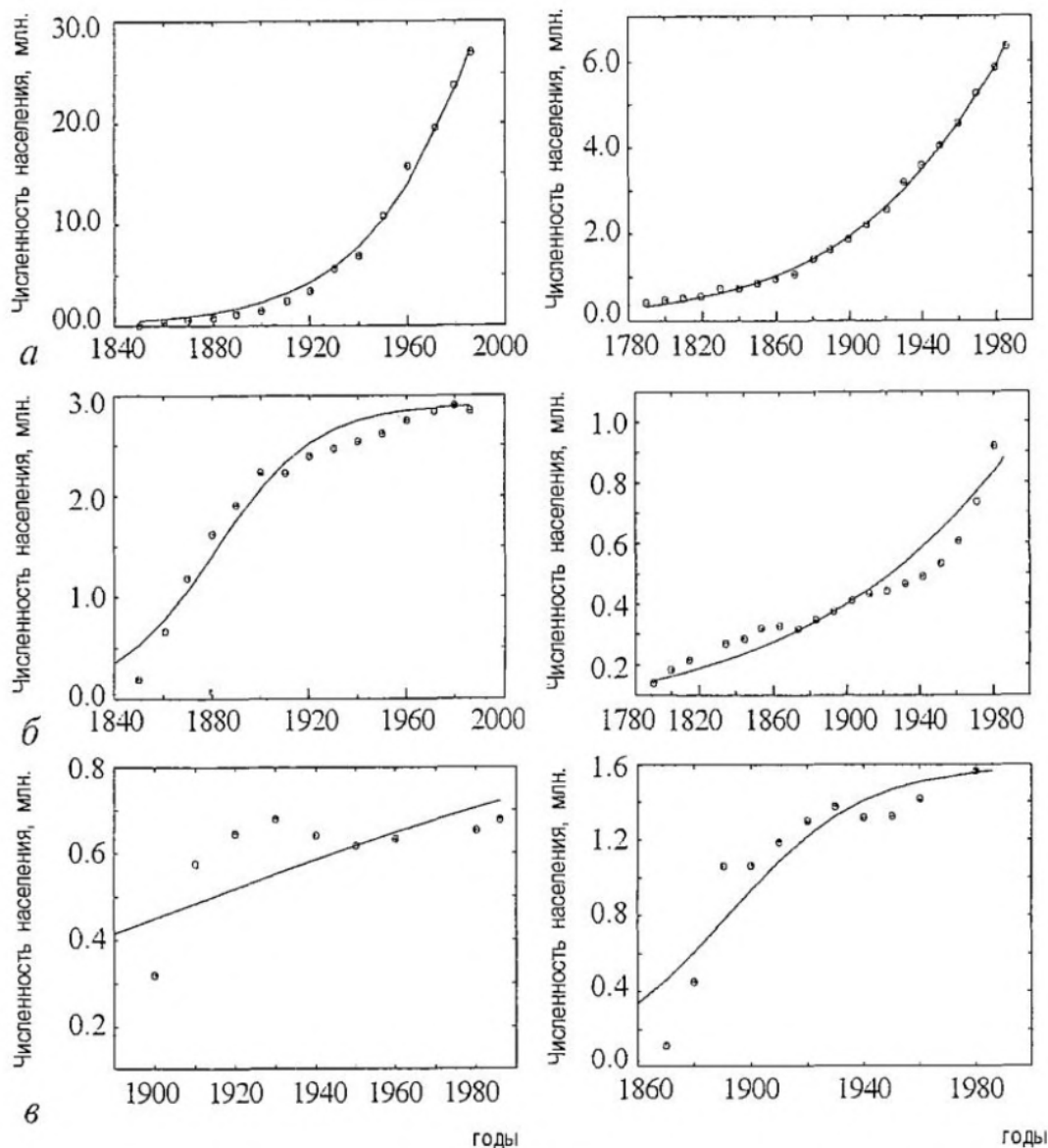


Рис. 3. Динамика численности населения (кружки) и ее аппроксимация логистической кривой (линия) для штатов группы А - Калифорния и Северная Каролина(а); группы В - Айова и Нью-Хэмпшир (б); группы С - Северная Дакота и Небраска(в)

(1790–1860) или даже третью (позже 1890 года) очередь, но были к этому моменту уже плотно заселены. Это территории, которые исторически интенсивно колонизировались, начиная с момента заселения европейцами Американского материка.

Если сравнить распределение штатов на группы по степени соответствия демографических данных решению логистического уравнения (рис. 2) и карты истории колонизации территории США (рис. 4), то можно увидеть, что географическое местоположение штатов группы А (штатов, численность населения которых подчиняется логистическому уравнению) почти идеально соответствует наиболее рано заселенным территориям (на карте рис. 4 окрашенным темным цветом и ограниченным утолщенной линией). Между группами штатов В и С и штатами, которые вошли в состав США позже, также наблюдается определенное соответствие (ср. рис. 2 и рис. 4 - области, закрашенные светло серым и белым).

В группу А входят преимущественно штаты, заселение которых началось в первый период колонизации Американского континента (примерно до 1820 года) - Флорида, Калифорния, Северная и Южная Каролина, Коннектикут, Нью-Йорк и

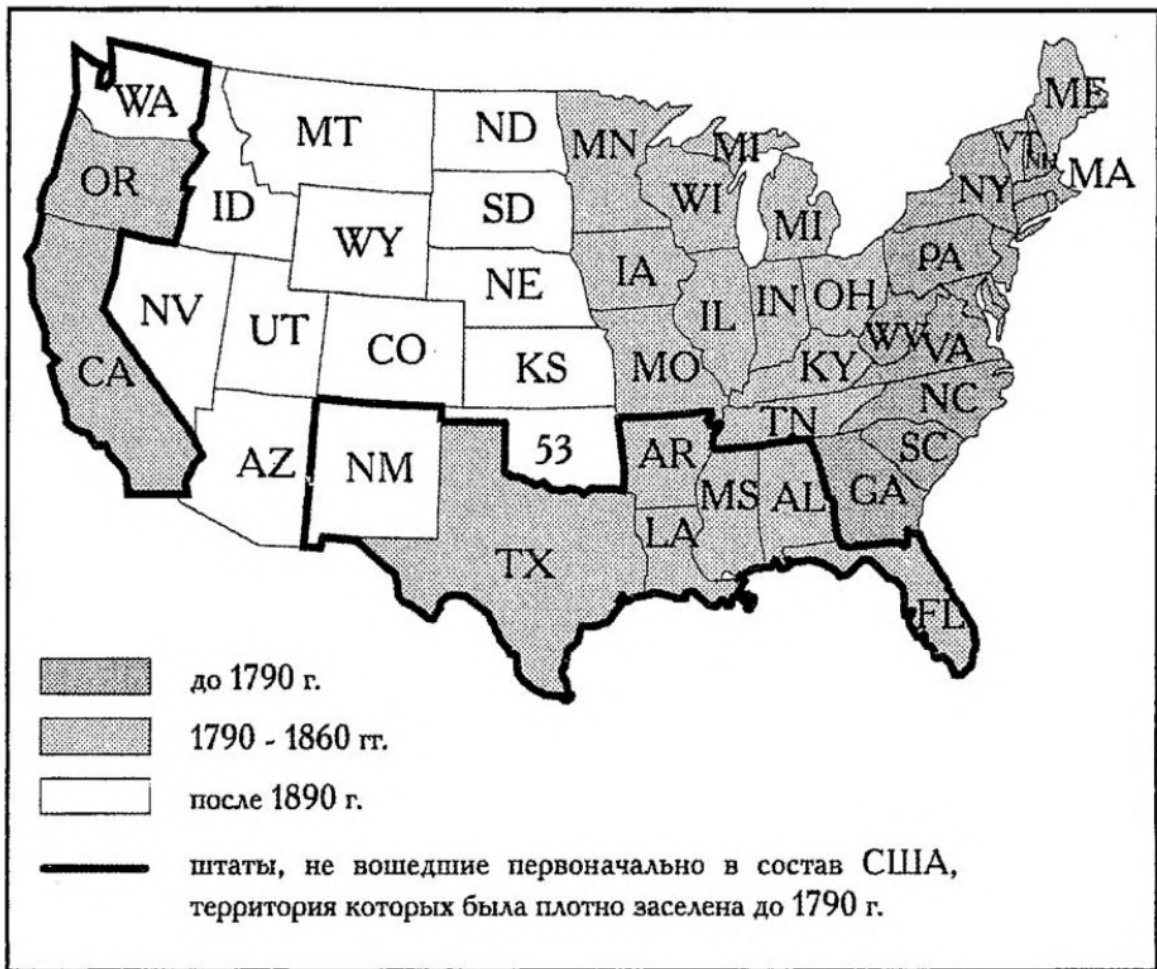


Рис. 4. История заселения территории Соединенных Штатов Америки

др. Из части штатов именно этой группы и были первоначально образованы Соединенные Штаты. Другие штаты этой группы вошли в состав США несколько позже. Как уже обсуждалось, для группы А численность населения как функция времени хорошо описывается решением уравнения Ферхюльста. Кроме того, у этих штатов наибольшая плотность населения и, как следствие, наиболее равномерное распределение населения по территории.

Группа В охватывает штаты, присоединенные в период с 1822 по 1861 годы. Это внутренние территории, на которых вначале присутствовало только коренное население, причем плотность расселения его была мала. Затем началась их колонизация, появились переселенцы (освоение Дикого Запада), их количество увеличивалось, и в итоге земли получали статус территорий, на которые правительство США заявляло свои претензии. Далее соответствующие территории получали статус штатов. К штатам этой группы относятся, например, Айова, Миннесота, Иллинойс, Индиана, Арканзас и др. (см. рис. 2). Фактическая численность населения этих штатов сначала превышала значения, задаваемые соответствующей логистической кривой (с одной стороны, здесь играло роль большое число переселенцев, с другой стороны - имело место коренное население), а затем отставала от нее. То есть на графике рис. 3 существует точка перегиба реальной численности популяции относительно соответствующей ей кривой решения уравнения Ферхюльста.

Третью группу составляют штаты, присоединенные существенно позже, после 1890 года. Численность населения этих штатов далека от насыщения, плотность населения невелика, а ее распределение по территории проживания

сильно неравномерно. Поэтому не представляется возможным описать динамику численности населения в этом случае решением логистического уравнения. Другими словами, разумно предположить, что эти штаты все еще находятся в начале своего интенсивного и более плотного заселения.

Найденные закономерности хорошо соответствуют результатам, полученным в работах [3, 4]. В них обсуждается принципиальная роль учета неоднородности и запаздывания в заселении различных областей ареала проживания. В работе [4] с помощью предложенной модели решеточного газа показано, что динамика численности популяции принципиально определяется характером заселения ареала. Так, в случае изначально близкой к однородной плотности расселения на некоторой территории, динамика численности населения хорошо описывается решением логистического уравнения. Причем соответствие тем лучше, чем ближе к однородному было начальное распределение населения. Ситуация усложняется при сильной начальной неоднородности (например, когда происходит заселение ареала проживания извне). В этом случае наблюдаются отклонения роста численности популяции от соответствующего решения логистического уравнения. Причем вид этих отклонений подобен поведению числа жителей штатов, включенных в группу В: вначале наблюдается более быстрый рост населения (связанный с миграцией), чем предсказывает логистическое уравнение, а затем он резко замедляется (ср. рис. 3 данной работы и рис. 8 из работы [4]).

Для подтверждения полученных закономерностей в динамике численности населения различных штатов США был проведен анализ зависимости удельной емкости  $k$  территорий, на которых проживает население различных штатов, от времени начала заселения соответствующей территории. Для каждого  $i$ -го штата удельная емкость определялась как отношение емкости среды, то есть максимальной численности населения, которое может проживать на территории данного штата, к его площади  $S_i$

$$k_i = K_i / S_i.$$

В качестве емкости среды  $K_i$  (максимального числа жителей, которые могут проживать на территории штата) бралось значение, полученное из аппроксимации демографических данных решением логистического уравнения (3).

Величина удельной емкости является в некотором смысле характеристикой привлекательности той или иной территории для проживания на ней населения. Дело в том, что применительно к народонаселению понятие емкости среды  $K$  не является в чистом виде той максимальной численностью населения, которое может проживать на рассматриваемой территории. Такая характеристика, как максимальная численность, видимо, вообще не может быть применима к человеческой популяции. Например, в крупных мегаполисах плотность населения на несколько порядков превосходит плотность населения в сельской местности. Поэтому для человеческого общества если и имеет смысл говорить о величине максимальной численности, то в усредненном виде, по всей стране (штату). Эта величина будет определяться географическими (ландшафт, климат и т.д.), экономическими, политическими и другими причинами. Причем максимальная численность населения той или иной страны имеет тенденцию возрастать с развитием экономики, научно-техническим прогрессом и т.д. Поэтому величину удельной емкости следует рассматривать как некоторую усредненную по территории характеристику привлекательности штата для проживания населения на его территории. В этом случае оценка параметра  $K$  логистического уравнения для различных штатов позволяет объективно выявить наиболее предпочтительные для населения земли США. Более того, эта оценка является усредненной за все

время существования штата, так как параметр емкости среды  $K$  определяется по демографическим данным от начала присоединения штата до сегодняшнего времени.

Таблица

Значения удельной емкости территорий штатов,  
входящих в различные группы

Группа	Штат	$k$ , человек/миль <sup>2</sup>
А	Калифорния	61.25
	Северная Каролина	114.07
	Нью - Йорк	144.90
В	Айова	18.95
	Мэн	10.19
	Джорджия	28.20
С	Северная Дакота	3.8
	Небраска	1.02
	Вайоминг	2.34

В результате проведенных исследований было показано, что по значению удельной емкости  $k$  все штаты могут быть снова разделены примерно на три группы, причем наибольшую удельную емкость имеют штаты, заселенные ранее всего, а наименьшую - заселенные в последнюю очередь. В таблице показаны значения удельных емкостей для штатов с характерной динамикой численности населения для каждой из групп соответствия решению логистического уравнения.

Заметим, что при расчете и анализе удельной емкости невозможно столь точно, как это было сделано выше, провести классификацию штатов. Границы групп с различной удельной емкостью пересекаются, имеются штаты, удельная емкость которых не подчиняется вышеописанным закономерностям. Однако общая тенденция выделения именно трех характерных групп все же прослеживается. Для иллюстрации этого на рис. 5 приведена карта США, на которой интенсивность окраски штатов соответствует различным значениям удельной емкости (чем светлее, тем меньше значение удельной емкости). Из рис. 5 видно, что качественно степень его соответствия рис. 2 меньше, чем рис. 4, на котором приведена карта заселения США. Тем не менее, степень соответствия достаточна, чтобы говорить о возможности аналогичного предыдущим случаям деления штатов США на три группы по уровню величины удельной плотности населения<sup>2</sup>.

Таким образом, в рамках проведенной кластеризации демографических данных по динамике численности населения США на степень ее соответствия решению логистического уравнения было показано, что все штаты можно разделить на три основные группы. Предлагаемая классификация подтверждается

<sup>2</sup> Заметим, что здесь есть и исключения. Так, например, штат Нью-Хэмпшир, отнесенный ранее к группе В, имеет одну из самых высоких величин удельной емкости территории  $k=248.29$ . Видимо, это следует связать с конкретными историческими особенностями развития данного штата. Однако такое несоответствие - все же исключение из найденной закономерности. Более того, если говорить о площади территории штатов, чья удельная емкость сильно не укладывается в предложенную нами классификацию по степени соответствия логистическому уравнению, то она невелика. То есть относительная площадь таких «нестандартных» штатов мала.



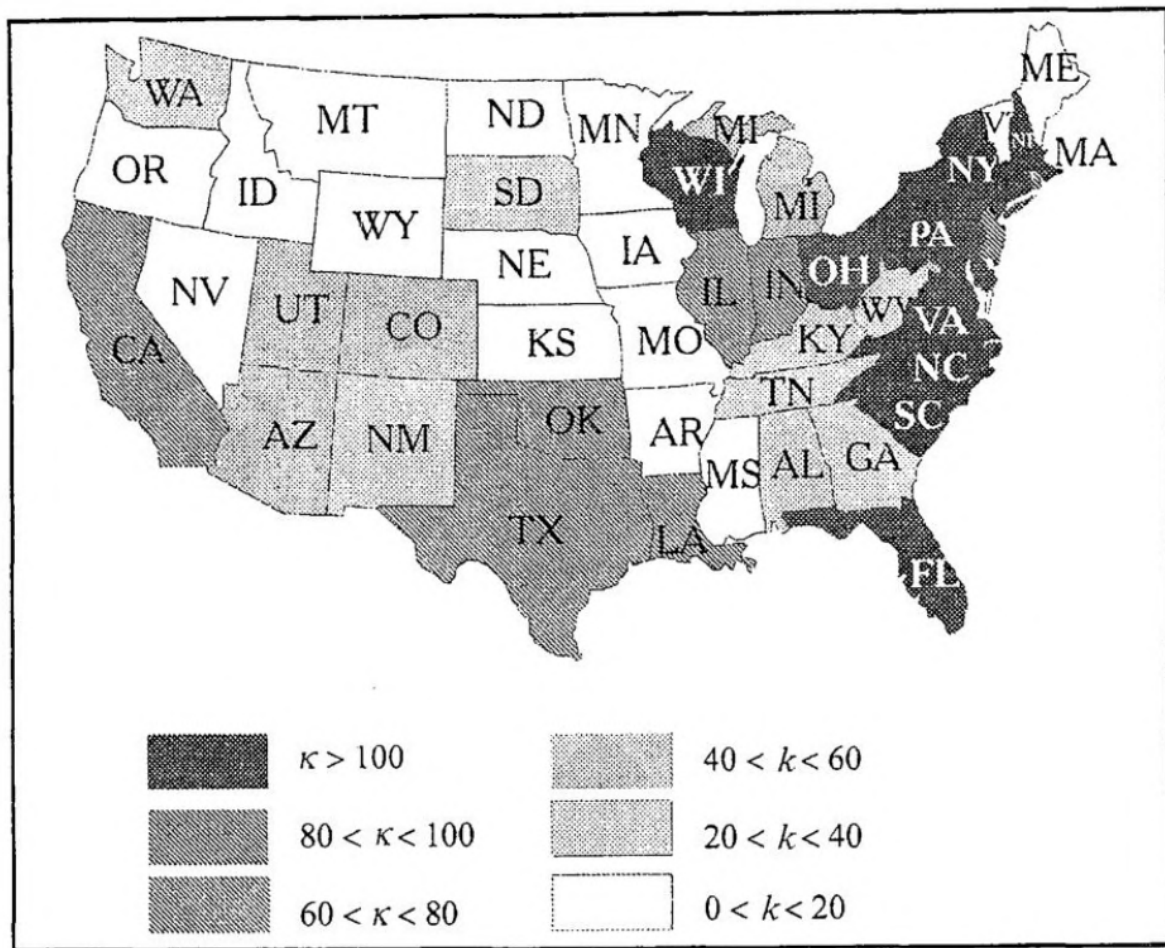


Рис. 5. Распределение штатов по величине удельной емкости (привлекательности) территории как историей заселения США, так и расчетами удельной емкости населения каждого из штатов.

Группа А - штаты, заселение которых началось с момента колонизации Американского материка; численность населения в некоторых из них приближается к предельной, определяемой емкостью среды К.

Группа В - штаты, территории которых заселялись переселенцами из штатов первой группы. Поэтому сильная неоднородность начального распределения населения по территории и рассинхронизация заселения их привела к отличиям динамики численности населения в них от предсказываемой уравнением Ферхюльста (см. работы [3, 4]).

Группа С - соответствует территориям, численность населения которых не подчиняется логистическому уравнению, а емкость (или привлекательность) их очень мала.

Заметим, что в представленном анализе никаким образом не учитывалась внешняя и внутренняя миграция населения. Видимо следует полагать, что учет этого фактора позволит уточнить полученные результаты.

*Работа выполнена при поддержке грантами CRDF REC-006 и РФФИ № 02-02-16351.*

## Расшифровка сокращенных названий штатов

Alabama	AL	Maine	ME	Ohio	OH
Arizona	AZ	Maryland	MD	Oklahoma	OK
Arkansas	AR	Massachusetts	MA	Oregon	OR
California	CA	Michigan	MI	Pennsylvania	PA
Colorado	CO	Minnesota	MN	Rhode Island	RI
Connecticut	CT	Mississippi	MS	South Carolina	SC
Delaware	DE	Missouri	MO	South Dakota	SD
Florida	FL	Montana	MT	Tennessee	TN
Georgia	GA	Nebraska	NE	Texas	TX
Idaho	ID	Nevada	NV	Utah	UT
Illinois	IL	New Hampshire	NH	Vermont	VT
Indiana	IN	New Jersey	NJ	Virginia	VA
Iowa	IA	New Mexico	NM	Washington	WA
Kansas	KS	New York	NY	Wisconsin	WI
Kentucky	KY	North Carolina	NC	West Virginia	WV
Louisiana	LA	North Dakota	ND	Wyoming	WY

## Библиографический список

1. Капица С.П. // УФН. 1996. Т.166. №1. С. 6379.
2. Капица С.П. Сколько людей жило, живет и будет жить на Земле: Очерк теории роста человечества. М.: Ин-т физ. проблем, 1999.
3. Короновский А.А., Трубецков Д.И., Храмов А.Е. К вопросу об описании численности народонаселения нелинейным уравнением диффузии // ДАН. 2000. Т. 372, № 3. С. 397.
4. Анфиногентов В.Г., Короновский А.А., Храмов А.Е. Некоторые модели класса решеточных газов, связанные с описанием численности популяций // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2000. Т. 8. № 4. С. 74.
5. Короновский А.А., Трубецков Д.И. Нелинейная динамика в действии. Саратов: Изд-во ГосУНЦ «Колледж», 1996.
6. Трубецков Д.И. Колмогоров, Петровский, Пискунов, Фишер и нелинейное уравнение диффузии // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1997. Т.5. № 6. С. 85.
7. Гиляров А.М. // Природа. 1998. № 2.

Саратовский государственный  
университет

Поступила в редакцию 15.10.01

## SOME ASPECTS OF USA POPULATION NUMBER CHANGING WITH NONLINEAR DYNAMICS VIEW

*A.A. Koronovskii, D.I. Lopatnikov, A.E. Hramov*

The results of carried out clusterization of demographic data of population number dynamics of USA on a degree of their proximity to solution of the logistic equation are presented. The suggested classification is discussed with reference to historical settlement of USA territory. Also reasons of difference arising in the dynamics of populations number in different territories are considered.



*Лопатников Дмитрий Игоревич* родился в Саратове (1982). Студент 3 курса факультета нелинейных процессов Саратовского государственного университета. Соросовский студент 2001 года. Область научных интересов - применение аппарата клеточных автоматов к моделированию социальных и биологических систем.