



Современная теория колебаний и волн

ДИНАМИЧЕСКИЙ ХАОС

Курс лекций

С.П. Кузнецов

© Центр «Интеграция», 2001

© С.П. Кузнецов, 2001

М.: Издательство Физико-математической литературы, 2001. 296 с.
ISBN 5-94052-044-8

В монографии излагаются основы представлений о динамическом хаосе - феномене, который активно исследуется в последнее время и встречается в нелинейных системах различной природы - механических, электрических, оптических, химических, биологических. Обсуждаются как простые модельные системы, в которых присутствие хаоса допускает полное обоснование, так и примеры реалистичных физических систем с хаотической динамикой (модель Лоренца, нелинейные осцилляторы, электронные схемы). Разъясняются основные концепции науки о динамическом хаосе, в том числе подкова Смейла, гомоклиническая структура, показатели Ляпунова, фрактальная природа странных аттракторов, фрактальная размерность, обсуждается проблема определения характеристик хаоса на основе обработки наблюдаемых реализаций. Специальное внимание уделено сценариям перехода к хаосу (через каскад бифуркаций удвоения периода, перемежаемость, квазипериодические режимы) и методу ренормгруппы, представляющему собой общий теоретический подход к исследованию динамики на пороге возникновения хаоса.

Книга может использоваться как учебное пособие для студентов-физиков, специализирующихся в области нелинейной динамики, теории колебаний и в радиофизике, будет полезна также для аспирантов и докторантов соответствующих специальностей и для исследователей, работающих в области нелинейной динамики и ее приложений.

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие

Лекция 1. Динамические системы и хаос. Историческое введение. 1.1. Механика. 1.2. Статистическая физика. 1.3. Теория колебаний, радиофизика и электроника. 1.4. Гидродинамика. 1.5. Дискретные отображения. 1.6. Математика. 1.7. Прикладной хаос

Лекция 2. Хаос в простых моделях динамических систем. 2.1. Одномерные отображения. 2.2. Двумерные отображения, сохраняющие площадь. 2.3. Странные хаотические аттракторы

Лекция 3. Система Лоренца. 3.1. Задача о конвекции в подогреваемом снизу слое. 3.2. Конвекция в замкнутой петле и водяное колесо. 3.3. Уравнения динамики одномодового лазера. 3.4. Диссипативный осциллятор с инерционной нелинейностью

Лекция 4. Динамика системы Лоренца. 4.1. Результаты численного решения уравнений Лоренца. 4.2. Аналитическое исследование уравнений Лоренца. 4.3. Бифуркации в модели Лоренца

Лекция 5. Хаос в реалистичных моделях физических систем: дифференциальные уравнения и рекуррентные отображения. 5.1. Модели с дискретным временем. 5.2. Искусственно сконструированные дифференциальные уравнения. 5.3. Нелинейные осцилляторы под периодическим внешним воздействием. 5.4. Автономные системы - электронные генераторы

Лекция 6. Сечение Пуанкаре, подкова Смейла, теорема Шильникова. 6.1. Сечение Пуанкаре и отображение последования. 6.2. Подкова Смейла. 6.3. Теорема Шильникова о петле сепаратрисы седлофокуса

Лекция 7. Гомоклиническая структура. 7.1. Устойчивое и неустойчивое многообразия неподвижной точки и их пересечение. 7.2. Связь гомоклинической структуры и подковы Смейла. 7.3. Критерий Мельникова

Лекция 8. Функция распределения, инвариантная мера, эргодичность и перемешивание. 8.1. Функция распределения и инвариантная мера. 8.2. Эргодичность и перемешивание. 8.3. Одномерные отображения: инвариантные распределения и уравнение Фробениуса - Перрона. 8.4. Системы с непрерывным временем, уравнение для функции распределения и портреты странных аттракторов

Лекция 9. Устойчивость и неустойчивость. Ляпуновские показатели. 9.1. Устойчивость по Лагранжу. 9.2. Устойчивость по Пуассону и возвраты Пуанкаре. 9.3. Устойчивость по Ляпунову

Лекция 10. Ляпуновские показатели для отображений. Методы численной оценки ляпуновских показателей. 10.1. Обобщение ляпуновских показателей на рекуррентные отображения. 10.2. Примеры аналитического расчета ляпуновских показателей. 10.3. Алгоритм вычисления старшего ляпуновского показателя. 10.4. Ортогонализация Грама - Шмидта и вычисление спектра ляпуновских показателей. 10.5. Примеры численного расчета ляпуновских показателей. 10.6. Зависимость ляпуновского показателя от параметров. 10.7. Двухпараметрический анализ и карты ляпуновских показателей

Лекция 11. Геометрия странных аттракторов и фрактальная размерность. 11.1. Фракталы. 11.2. Фрактальная размерность - емкость. 11.3. Размерность Хаусдорфа

и ее связь с емкостью. 11.4. Фрактальная размерность двухмасштабного канторова множества и странного аттрактора в обобщенном отображении пекаря

Лекция 12. Обобщенные размерности и мультифрактальный формализм. 12.1. Информационная размерность. 12.2. Корреляционная размерность и алгоритм Грассбергера - Прокаччиа. 12.3. Спектр обобщенных размерностей Реньи. 12.4. Усовершенствованное определение и спектр размерностей аттрактора обобщенного отображения пекаря. 12.5. Скейлинг-спектр. 12.6. Ляпуновская размерность и формула Каплана - Йорке

Лекция 13. Обработка реализаций: реконструкция аттрактора по наблюдаемой, проблема вложения, вычисление характеристик хаотической динамики. 13.1. Реконструкция фазового пространства методом запаздывания (delay-time reconstruction). 13.2. Оценка корреляционной размерности по наблюдаемой. 13.3. О технических проблемах, возникающих при вычислении размерности. Оценка Экмана - Рюэля. 13.4. Теорема о вложении. 13.5. Вычисление ляпуновских показателей по реализации. 13.6. Идея реконструкции уравнений динамической системы по наблюдаемой реализации

Лекция 14. Сценарии перехода к хаосу. Общая дискуссия

Лекция 15. Сценарий Фейгенбаума: ренормгруппа, универсальность, скейлинг. 15.1. Переход к хаосу в логистическом отображении. 15.2. Уравнение РГ. 15.3. Линеаризованное уравнение РГ. 15.4. Скейлинг

Лекция 16. Критический аттрактор Фейгенбаума. 16.1. Критический аттрактор как фрактал. 16.2. О последовательности посещения точек на критическом аттракторе. 16.3. Символическая динамика в критической точке. 16.4. Сигма-функция. 16.5. Спектр Фурье. 16.6. О переходе к хаосу через удвоения периода в реальных системах и моделях в виде дифференциальных уравнений

Лекция 17. Переमेжаемость. 17.1. Перемежаемость типа I: примеры. 17.2. Перемежаемость типа I: теория. 17.3. Ренормгрупповой подход к анализу перемежаемости

Лекция 18. Квазипериодическая динамика и переход к хаосу в отображении окружности. 18.1. Отображение окружности. 18.2. Динамика отображения окружности. 18.3. Цепные дроби. 18.4. Уравнение РГ: общий случай. 18.5. РГ анализ критической точки, отвечающей золотому среднему

Лекция 19. Критическая динамика и свойства скейлинга в случае числа вращения, заданного золотым средним. 19.1. Критический аттрактор GM. 19.2. Скейлинг на критической линии. 19.3. Скейлинг языков Арнольда на плоскости параметров

Список литературы