



## ХАОТИЧЕСКАЯ синхронизация на основе идентификации состояния ведущей системы

*А.А. Дмитриев*

Рассмотрена задача точной синхронизации псевдохаотических систем с конечным числом состояний при наличии шума в канале. После установления синхронизации связь между ведущей и ведомой системами может быть разорвана. При этом псевдохаотические системы остаются в синхронизованном состоянии. Разработаны алгоритмы, позволяющие осуществить данную синхронизацию. Проведено численное исследование качества синхронизации как функции уровня шума в канале.

### Введение

Явление хаотической синхронизации было открыто в середине 80-х годов прошлого века [1-7]. С тех пор как само явление, так и методы его реализации активно исследуются отечественными [8-13] и зарубежными специалистами [14-20]. В частности, большой резонанс вызвали работы по хаотическому синхронному отклику [7], по обобщенной [15,16,21] и фазовой [11,22,23] синхронизации, а также по синхронизации в ансамблях хаотических систем [24-26]. Вид простейшей схемы синхронизации двух хаотических систем представлен на рис. 1. В ней предполагается непосредственное воздействие физического процесса  $x_n$  ведущей системы (источник хаоса) на физический процесс ведомой системы (приемник хаоса), при наличии в общем случае шума  $w_n$  в канале. Сигнал на входе ведомой системы имеет вид

$$y_n = x_n + w_n. \quad (1)$$

Физический процесс на выходе ведомой системы  $\hat{x}_n$  представляет собой оценку сигнала  $x_n$  на выходе ведущей системы.

Одним из факторов, препятствующих практическому применению хаотической синхронизации, является ее высокая чувствительность к шумам и другим возмущающим воздействиям [27-30]. Для выяснения причин высокой чувствительности хаотической синхронизации был проведен ряд исследований и показано, что фундаментальной причиной такой чувствительности является наличие информации в самом хаотическом сигнале [31,32].

На основе этих исследований были предложены методы синхронизации, в которых от ведущей системы к ведомой передается не сам хаотический сигнал, а

информация о нем, достаточная для его восстановления в ведомой системе. Так в работах [33-36] была предложена схема хаотической синхронизации, где в качестве передаваемой информации о хаотическом сигнале использовалась символическая последовательность. Эта последовательность соответствует «символической» динамической системе, которая эквивалентна исходной хаотической системе, в том смысле, что по ее траектории возможно однозначное восстановление исходных хаотических последовательностей.

Переданная через канал связи символическая последовательность используется на приемной стороне для восстановления исходной хаотической последовательности, которая, в свою очередь, подается на вход ведомой системы и синхронизирует ее с ведущей системой. Такая схема синхронизации значительно менее чувствительна к шумам, чем приведенная на рис. 1.

Еще одним свойством описанной схемы является возможность уменьшения объема передаваемых данных (за счет уменьшения уровней квантования при оцифровке хаотической последовательности), необходимых для синхронизации, по сравнению с синхронизацией на основе передачи самого хаотического сигнала. «Экономия» в пропускной способности канала связи весьма значительна: примерно в 10 раз для синхронизации с относительной точностью примерно  $10^{-3}$ . Платой за такую экономию является необходимость проведения вспомогательных вычислений в ведомой системе.

Имеются ли пути дальнейшего уменьшения объема передаваемой для синхронизации информации за счет дополнительных вычислений на приемной стороне?

Настоящая работа посвящена анализу этого вопроса и его исследованию в рамках класса систем с конечным числом состояний, важное подмножество которых составляют типичные компьютеры. Начнем обсуждение с введения и рассмотрения понятий информационно-открытых и информационно-замкнутых систем.

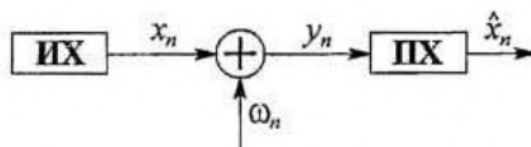


Рис. 1. Схема синхронизации: ИХ - источник хаоса, ПХ - приемник хаоса,  $x_n$  - хаотический сигнал,  $w_n$  - шум,  $y_n = x_n + w_n$  - сигнал на входе приемника,  $\hat{x}_n$  - сигнал на выходе приемника

## 1. Информационно-открытые системы

Пусть имеется динамическая система  $\Sigma$ , описываемая некоторыми эволюционными уравнениями для переменной  $x \in \mathbb{R}^N$ , где  $N$  - размерность фазового пространства системы. Поведение системы  $\Sigma$  можно изучать, квантуя ее по времени и переменной состояния [37-39]. Основная идея заключается в делении множества возможных состояний на конечное число ячеек и нахождении маршрута, определяющего, к какой ячейке относится состояние системы при каждом такте часов. Каждая ячейка описывает информационное состояние системы и ассоциируется с некоторым «символом», и, таким образом, смена информационных состояний системы (информационная эволюция системы) представляется бесконечной последовательностью символов.

Будем называть систему  $\Sigma$  *информационно-открытой*, если она связана с внешней по отношению к ней средой таким образом, что эта связь приводит к изменению информационных состояний системы в процессе ее эволюции относительно такой же системы, не связанной с внешней средой. В противном случае будем называть систему  $\Sigma$  *информационно-замкнутой*.

Понятия информационной открытости и замкнутости системы

подразумевают наличие порога, при превышении которого внешнее воздействие начинает влиять на эволюцию информационных состояний системы.

Каждая динамическая система, на которую воздействует внешний шум, может рассматриваться по отношению к среде, порождающей этот шум, как кандидат на информационно-открытую для этой среды систему. Она будет информационно открытой в том случае, если уровень внешнего шума таков, что шум способен изменить информационную эволюцию системы.

Рассмотрим примеры, которые поясняют понятие информационной открытости.

*Пример 1.* Пусть имеется диссипативный осциллятор с двухъямным потенциалом и внешним шумом  $\xi(t)$  с равномерным распределением на отрезке  $[-\delta, \delta]$ . Динамика осциллятора описывается уравнением

$$\dot{x} + \alpha \dot{x} + V'_x(x) = \xi(t). \quad (2)$$

Связь с внешней средой осуществляется через шум  $\xi(t)$ . Система имеет два информационных состояния: около левого и около правого положения равновесия. Обозначим их соответственно через состояние 0 и состояние 1. В случае передемпфированного осциллятора  $\alpha \gg 1$  динамика системы (2) описывается уравнением

$$\dot{x} = -V'_x + \xi(\tau), \quad (3)$$

где  $\tau = \alpha t$  и для определенности потенциал  $V(x)$  имеет вид

$$V(x) = -1/2 x^2 + 1/4 x^4. \quad (4)$$

При малых значениях  $\delta$  система является информационно-замкнутой, поскольку связь с внешней средой, осуществляемая за счет воздействия шума, не меняет информационного состояния системы. Однако при превышении  $\delta$  некоторого порогового значения  $\delta_0$  вероятность перехода в другое состояние становится отличной от нуля. При  $\delta > \delta_0$  траектория системы время от времени перескакивает через барьер, система «воспринимает» внешнюю информацию, ее информационное состояние меняется при каждом перескоке, и она становится информационно-открытой.

В рассмотренном примере существенно наличие порогового значения внешнего шума, ниже которого система является информационно-замкнутой, а выше - информационно-открытой.

*Пример 2.* Хаотические системы по своей природе обладают высокой чувствительностью к возмущениям. В них сколь угодно малое возмущение траектории порождает траекторию, экспоненциально быстро расходящуюся с невозмущенной и, следовательно, с другим информационным содержанием. Эволюция информационных состояний самой возмущенной системы также отличается от информационной эволюции невозмущенной системы. Поэтому хаотические системы являются информационно-открытыми при сколь угодно малых внешних возмущениях, то есть для них характерно отсутствие порога внешнего шума, при превышении которого информационно-замкнутая система становится информационно-открытой.

В отсутствие внешнего воздействия информационно-замкнутыми системами являются системы с конечным числом состояний. Так как типичные компьютеры представляют системы с конечным числом состояний, они в отсутствие внешнего воздействия являются информационно-замкнутыми системами.

Хаотические системы - это системы с бесконечным числом состояний.



Однако при их реализации на обычных процессорах мы имеем дело уже не с хаотическими, а с псевдохаотическими информационно-замкнутыми системами, которые могут рассматриваться как хаотические только на ограниченных временных интервалах, определяемых точностью вычисления процессора (в дальнейшем, с целью упрощения изложения, для псевдохаотических систем будем придерживаться терминологии хаотических систем).

Псевдохаотические системы, в силу информационной замкнутости, обладают тем свойством, что при многократном запуске системы с одних и тех же начальных условий ее траектория остается неизменной. Это, в частности, отличает компьютерное моделирование хаотических систем от физических экспериментов.

Используем свойство замкнутости псевдохаотических систем для синхронизации. Пусть на передающей и приемной сторонах имеются две одинаковые хаотические системы, реализованные на одинаковых процессорах. Каждая система при функционировании производит в процессе своей работы информацию. Для обеспечения синхронизации мы можем передавать информацию от ведущей к ведомой системе. Чтобы осуществить это, необходим достаточно высокоскоростной канал. Однако можно поступить и по-другому. По наблюдаемому сигналу от ведущей системы, в силу ограниченности числа состояний процессора, мы можем точно идентифицировать ее информационное состояние и запустить со значением этого состояния ведомую систему. При этом получатель будет принимать с выхода приемной системы тот же сигнал, который он получал бы при непосредственной передаче сигнала с выхода ведущей системы. Но теперь вся эта информация, необходимая для воспроизведения сигнала, производится в самой ведомой системе. Таким образом, поток информации через коммуникационный канал уменьшается до нуля. При случайной потере синхронизации ее можно восстанавливать путем дополнительных краткосрочных наблюдений за приходящим сигналом.

Ниже рассматриваются и исследуются несколько алгоритмов синхронизации хаотических систем на основе идентификации состояния ведущей системы.

## 2. Идентификация состояния и синхронизация для симметричного тент-отображения

Пусть хаотическая динамическая система представляет собой тент-отображение (рис. 2), описываемое уравнением

$$x_{n+1} = \begin{cases} x_n/\mu, & 0 \leq x_n < \mu \\ (1-x_n)/(1-\mu), & \mu < x_n \leq 1. \end{cases} \quad (5)$$

При  $\mu=1/2$  отображение является симметричным относительно точки  $x=1/2$  и описывается уравнением

$$x_{n+1} = \begin{cases} 2x_n, & 0 \leq x_n \leq 1/2 \\ 2(1-x_n), & 1/2 < x_n \leq 1. \end{cases} \quad (6)$$

Пусть точность вычислений составляет  $M$  бит. Запишем начальное условие  $x_0$  в двоичном представлении

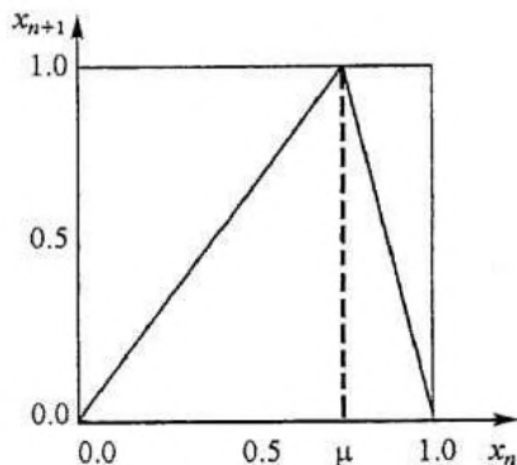


Рис. 2. Тент-отображение

$$x_0 = \sum_{v=1}^M a_v 2^{-v}, \quad a_v \in \{0,1\}, \quad (7)$$

то есть  $x_0 = 0.a_1 a_2 \dots a_M$ . Применяя отображение (6) к  $x_0$ , получаем значение переменной

$$x_1 = \begin{cases} 0.a_2 a_3 \dots a_M S_1, & 0 \leq x_0 \leq 1/2 \\ 0.b_2 b_3 \dots b_M S_2, & 1/2 < x_0 \leq 1, \end{cases} \quad (8)$$

где  $S_1$  и  $S_2$  - появившиеся после итерации открытые позиции, которые в зависимости от устройства компьютера заполняются 0 либо 1, и связь между  $a_i$  и  $b_i$  имеет вид

$$0.b_1 b_2 \dots b_M = 1.00 \dots 0 - 0.a_1 a_2 \dots a_M \quad (9)$$

Проиллюстрируем действие отображения (6) на конкретном примере. В качестве начального условия выберем значение  $x_0 = \pi/10$ . Ограничим точность вычислений 12 битами. Тогда в двоичном представлении  $x_0$  примет вид

$$x_0 = 0.010100000110(00000000), \quad (10)$$

где биты мантиисы в скобках обозначают биты младших разрядов, которые при вычислениях не учитываются и которые для  $x_0$  определим равными нулю; биты мантиисы слева от скобок назовем битами старших разрядов. Проитерировуем несколько раз с начальным условием (10) отображение (6):

$$\begin{aligned} x_0 &= 0.010100000110(00000000), \\ x_1 &= 0.101000001100(00000000), \\ x_2 &= 0.101111101000(00000000), \\ x_3 &= 0.100000110000(00000000). \end{aligned}$$

Из полученных значений переменной  $x$  видно, что биты младших разрядов остались неизменными, в то время как в старших разрядах произошло заполнение последних позиций нулями. Это означает, что в процессе итерирования информация об отсчетах отображается только в старшие разряды и, следовательно, несмотря на конечную точность вычислений, потери этой информации не происходит. Поэтому последовательность, поступающая на вход ведомой системы, содержит в себе полную информацию о любом состоянии ведущей системы.

Введем отображение, обратное симметричному тент-отображению (рис. 3)

$$x(y) = \begin{cases} y/2, & 0 \leq y \leq 1 \\ 1-y/2, & 0 < y \leq 1. \end{cases} \quad (11)$$

Оно является двузначным и сжимающим (с коэффициентом сжатия 2). Для восстановления  $n$ -го состояния системы используем следующий алгоритм. Рассмотрим последовательность зашумленных отсчетов, поступающих на вход ведомой системы  $\{y_n, \dots, y_{n+M}\}$ . Применим отображение (11) к отсчету  $y_{n+M}$ . Чтобы избежать двузначности, воспользуемся информацией, заложенной в отсчете  $y_{n+M-1}$ , и в качестве истинного значения выберем то, которое принадлежит той же ветви отображения, что и отсчет  $y_{n+M-1}$ . Проитерировав отображение (11) таким образом  $M$  раз, получим отсчет  $\hat{x}_n$ . Если шум в канале достаточно мал для того, чтобы исказить передаваемые отсчеты настолько, что их значения станут принадлежать

другой ветви отображения, то восстановленное значение  $\hat{x}_n$  будет в точности соответствовать отсчету  $x_n$  на выходе ведущей системы.

Ситуация меняется, когда шум в канале начинает искажать отсчеты отображения так, что они могут изменить принадлежность ветви отображения. Если такое искажение произойдет хотя бы с одним из принятых отсчетов  $\{y_n, \dots, y_{n+M-1}\}$ , то состояние  $\hat{x}_n$  будет восстановлено неточно. Поскольку для точной синхронизации достаточно иметь только одно точно восстановленное состояние ведущей системы, то задача синхронизации при относительно сильных шумах сводится к нахождению неискаженной, с точки зрения принадлежности ветвям отображения (6), серии отсчетов  $\{y_k, \dots, y_{k+M-1}\}$ . Эта задача решается путем перебора серий отсчетов  $\{y_n, \dots, y_{n+M-1}\}$ ,  $\{y_{n+1}, \dots, y_{n+M}\}$ , ... и восстановления состояний ведущей системы  $\hat{x}_n, \hat{x}_{n+1}, \dots$  до тех пор, пока восстановленное значение  $\hat{x}_k$  не совпадет со значением состояния ведущей системы  $x_k$ .

Для того чтобы определить, соответствует ли восстановленное значение  $\hat{x}_k$  состоянию ведущей системы  $x_k$ , запускаем систему (6) с начальным значением, равным значению  $\hat{x}_k$ . Так как отображение (6) является растягивающим, то при ошибочном восстановлении  $\hat{x}_k$  через  $M$  итераций расстояние между текущим состоянием системы  $\hat{x}_{k+M}$  и наблюдаемым значением приходящего отсчета  $y_{k+M}$  превысит уровень шума в канале  $\sigma$

$$(y_{k+M} - \hat{x}_{k+M})^2 > \sigma^2. \quad (12)$$

Таким образом, сравнивая значения  $y_{k+M}$  и  $\hat{x}_{k+M}$ , мы можем определить, является ли значение  $\hat{x}_k$  точным состоянием  $x_k$  ведущей системы. На рис. 4 приведен график зависимости вероятности ошибочного восстановления состояния ведущей системы  $P_{\text{ош}}$  от отношения сигнал шум (С/Ш) в канале. Данная зависимость позволяет определить среднее количество попыток, необходимых для точной синхронизации, в зависимости от отношения С/Ш. Например, при отношении С/Ш = 20 дБ  $P_{\text{ош}} = 0.313$ . Это означает, что для обеспечения синхронизации с вероятностью 99% необходимо выполнить в среднем четыре попытки синхронизации.

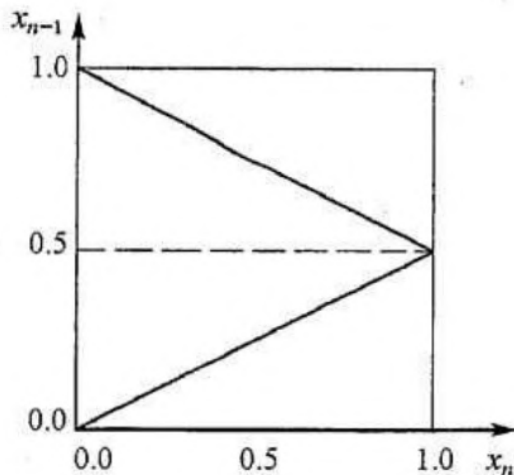


Рис. 3. Отображение, обратное тент-отображению

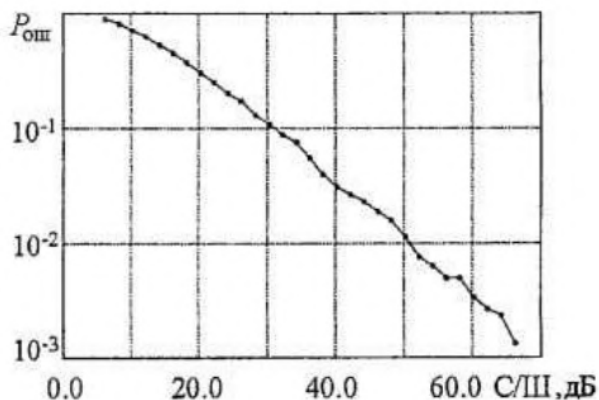


Рис. 4. Вероятность ошибочного восстановления состояния ведущей системы для симметричного тент-отображения

### 3. Идентификация состояния и синхронизация для несимметричного тент-отображения

До сих пор мы рассматривали ситуацию, в которой в качестве хаотической системы рассматривалось симметричное тент-отображение. Что изменится, если в качестве хаотической системы выбрать несимметричное тент-отображение, когда  $\mu \neq 1/2$ ? Как и в симметричном случае, рассмотрим двоичное представление переменной  $x_0 = 0.a_1a_2\dots a_M$ . Снова в качестве примера выберем  $x_0 = \pi/10$  и перепишем его в виде (10), то есть  $x_0 = 0.010100000110(00000000)$ . Проследим за преобразованием  $x_0$  при применении к нему отображения (5) в случае  $\mu = 0.7$ . Серия отсчетов  $x_0, x_1, x_2, x_3$  имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} x_0 &= 0.010100000110(00000000), \\ x_1 &= 0.011100101101(00100100), \\ x_2 &= 0.101001000000(01111100), \\ x_3 &= 0.111010100101(01000011). \end{aligned}$$

Таким образом, действие отображения (5) на начальное условие  $x_0$  в случае  $\mu \neq 1/2$  приводит к отображению информации об  $x_0$ , а также обо всех последующих значениях отсчетов не только в старшие разряды мантииссы, но и в младшие. Однако при расчетах с конечной точностью возмущения в младших разрядах не учитываются, что приводит в процессе итерирования к потере части информации о состоянии системы. Это означает, что в несимметричном случае вероятность ошибочной идентификации состояния ведущей системы даже в отсутствие шумов не равна нулю.

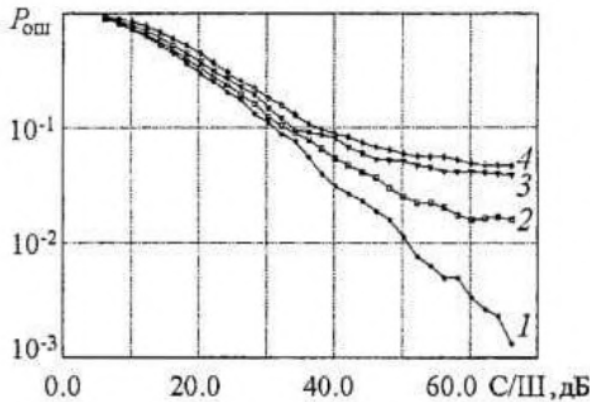


Рис. 5. Вероятность ошибочного восстановления состояния ведущей системы для различных значений параметра  $\mu$ : 1 - 0.5; 2 - 0.6; 3 - 0.7; 4 - 0.8

Итак, метод синхронизации на основе информации о состояниях ведущей системы в общем случае состоит в следующем. На вход ведомой системы с выхода ведущей системы поступает последовательность зашумленных в канале отсчетов  $u_0, \dots, u_n, \dots, u_{n+M}, \dots$ . В приемнике с помощью обратного итерирования по последовательности  $\{u_n, \dots, u_{n+M}\}$ , где  $M$  - точность вычисления компьютера, происходит восстановление значения  $\hat{x}_n$ . Для того чтобы проверить, является ли восстановленное значение  $\hat{x}_n$  точным состоянием ведущей системы  $x_n$  и, следовательно, произошла ли точная синхронизация, запускается процесс итерирования, идентичный процессу итерирования, происходящему в ведущей системе, с начальным значением  $\hat{x}_n$ . Если через  $M$  итераций значения отсчетов последовательностей  $u_M$  и  $x_M$  разойдутся на величину, большую уровня шума в канале  $\sigma$ , то восстановленное значение  $\hat{x}_n$  не будет являться точным значением состояния ведущей системы  $x_n$  и процесс

Вероятность ошибочного восстановления состояния ведущей системы  $P_{ош}$  зависит от значения параметра  $\mu$  (рис. 5). Из графика на рис. 5 видно, что чем больше параметр  $\mu$  отличается от значения  $1/2$ , тем выше вероятность ошибочной идентификации состояния ведущей системы.

Итак, метод синхронизации на основе информации о состояниях ведущей системы в общем случае состоит в следующем. На вход ведомой системы с выхода ведущей системы поступает последовательность зашумленных в канале отсчетов  $u_0, \dots, u_n, \dots, u_{n+M}, \dots$ . В приемнике с помощью обратного итерирования по последовательности  $\{u_n, \dots, u_{n+M}\}$ , где  $M$  - точность вычисления компьютера, происходит восстановление значения  $\hat{x}_n$ . Для того чтобы проверить, является ли восстановленное значение  $\hat{x}_n$  точным состоянием ведущей системы  $x_n$  и, следовательно, произошла ли точная синхронизация, запускается процесс итерирования, идентичный процессу итерирования, происходящему в ведущей системе, с начальным значением  $\hat{x}_n$ . Если через  $M$  итераций значения отсчетов последовательностей  $u_M$  и  $x_M$  разойдутся на величину, большую уровня шума в канале  $\sigma$ , то восстановленное значение  $\hat{x}_n$  не будет являться точным значением состояния ведущей системы  $x_n$  и процесс



вхождения в синхронизацию должен быть повторен для следующего значения состояния ведущей системы  $x_{n+1}$ . В противном случае пара ведущая - ведомая системы является синхронизованной.

#### 4. Модифицированный алгоритм

В работе [40] предложен подход к очистке хаотического сигнала, согласно которому выбор ветви при обратной итерации текущего состояния  $y_n$  проводится на основе именно значения предыдущего отсчета  $y_{n-1}$ , а не на основе информации о ветви отображения, к которой принадлежит отсчет  $y_{n-1}$ . Используем данный подход для построения алгоритма восстановления точного состояния ведущей системы.

Пусть в качестве хаотического источника используется тент-отображение (5) и пусть точность вычислений ограничена  $M$  битами. На вход приемника поступает последовательность зашумленных отсчетов (1). Для восстановления  $n$ -го состояния ведущей системы воспользуемся обратным тент-отображением (11). Как и в предыдущем алгоритме восстановление начнем с отсчета  $y_{n+M}$ . На первом шаге из двух прообразов точки  $y_{n+M}$  выбираем тот, который ближе к отсчету  $y_{n+M-1}$ , обозначим его  $z_{n+M-1}$ . На втором шаге из двух прообразов отсчета  $z_{n+M-1}$  выбираем тот, который ближе к  $y_{n+M-2}$ , и обозначаем его  $z_{n+M-2}$ . Процесс продолжается до получения отсчета  $z_n$ , который и рассматривается в качестве восстановленного значения состояния ведущей системы  $\hat{x}_n$ . Остается определить, произошла ли синхронизация. Подействуем отображением (5) на восстановленное значение  $\hat{x}_n$  и через  $M$  итераций сравним значения отсчетов  $y_M$  и  $x_M$ . Если имеет место выражение (12), то при синхронизации произошла ошибка и процесс восстановления необходимо повторить для другого состояния системы. В противном случае пара ведущая - ведомая системы является синхронизованной.

Таким образом, суть описанного алгоритма сводится к предположению о том, что возмущенный шумом отсчет принадлежит той ветви отображения, расстояние до которой от него ближе. В случае симметричного тент-отображения результаты восстановления состояния ведущей системы описываемого алгоритма в точности соответствуют результатам восстановления состояния ведущей системы предыдущего алгоритма и, следовательно, вероятность ошибки при синхронизации и в первом, и во втором алгоритмах одинакова. В случае же несимметричного отображения становится возможной ситуация, при которой возмущенный шумом отсчет находится в зоне действия одной ветви отображения, но при этом расстояние между ним и этой ветвью больше, чем расстояние между ним и другой ветвью. Пример такой ситуации приведен на рис. 6. На рис. 7 приведена зависимость вероятности ошибочной идентификации состояния  $P_{\text{ош}}$  от отношения  $C/\text{Ш}$  в канале для описываемого подхода в сравнении с предыдущим алгоритмом при  $\mu=0.7$ . Из графика видно, что и первый и второй алгоритмы дают приблизительно одинаковые результаты по вероятности точной синхронизации.

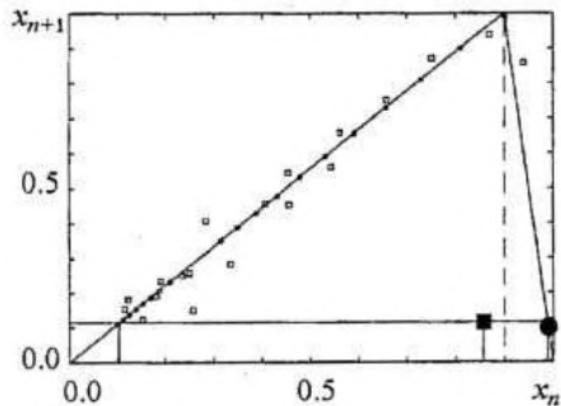


Рис. 6. Изменение информационного состояния отсчета тент-отображения (переход из одной ветви отображения в другую) под действием шума. Кружки и квадраты обозначают соответственно значения невозмущенных и возмущенных шумом отсчетов. Черный кружок и черный квадрат - значения отсчета до и после изменения информационного состояния, соответственно



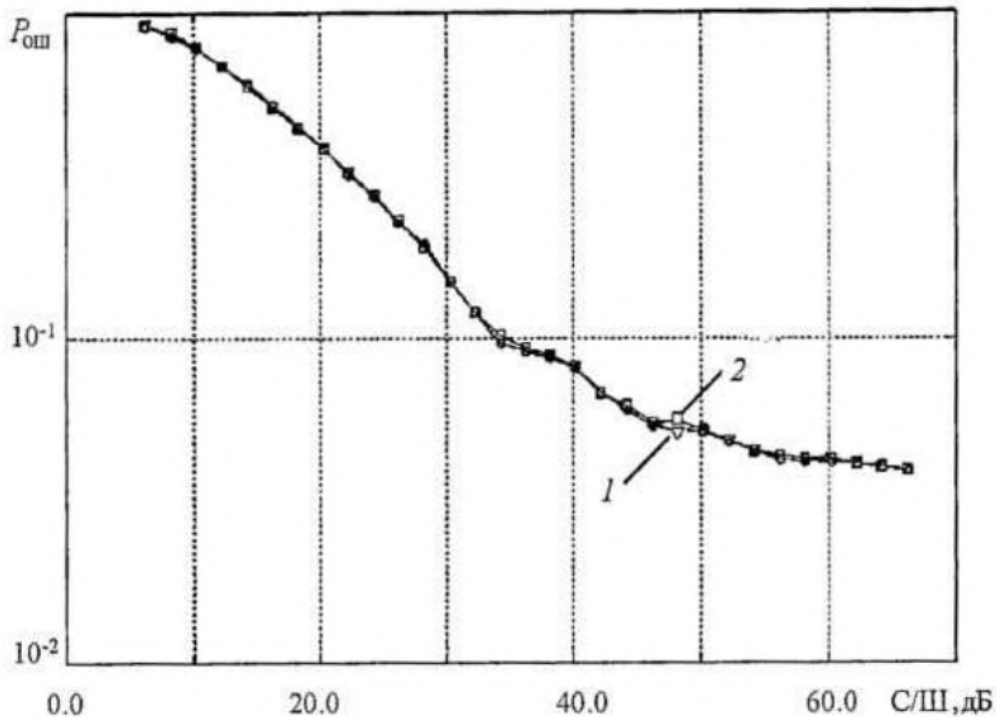


Рис. 7. Вероятность ошибочного восстановления состояния ведущей системы для разных алгоритмов при  $\mu=0.7$ : 1 - алгоритм восстановления на основе информации о принадлежности отсчетов ветвям тент-отображения; 2 - алгоритм восстановления на основе информации о самих значениях отсчетов

## 5. Вероятность установления синхронизации

Выше было показано, что в процессе итерирования в случае несимметричного тент-отображения происходит потеря части информации о состоянии ведущей системы. Формально это означает, что даже при отсутствии шума в канале восстановление состояния ведущей системы может быть не точным. Расчеты показывают, что вероятность точной синхронизации при  $\mu=0.6$  составляет 0.985, при  $\mu=0.7$  - 0.962, при  $\mu=0.8$  - 0.957. Полученные значения являются предельными значениями вероятности точной идентификации состояния ведущей системы  $P_{\text{макс}}$  при наличии шума в канале для конкретного параметра  $\mu$ , которые достигаются при  $C/Ш \rightarrow \infty$ .

Найдем, при каких значениях отношения  $C/Ш$  в канале может быть достигнуто  $P_{\text{макс}}$ . Рассмотрим рис. 5. При  $\mu=0.6$  и отношении  $C/Ш \sim 65$  дБ вероятность ошибочной идентификации состояния  $P_{\text{ош}}$  составляет 0.016. Это означает, что вероятность правильного восстановления состояния равна  $P_{\text{точн}}=0.984$ . Сравнивая полученное значение  $P_{\text{точн}}$  с предельным значением  $P_{\text{макс}}$  при  $\mu=0.6$ , приходим к выводу, что они приблизительно равны. Таким образом, для  $\mu=0.6$  максимальное значение вероятности правильного определения состояния системы достигается при отношении  $C/Ш \sim 65$  дБ. Рассуждая аналогичным образом получим, что предельные значения вероятности  $P_{\text{макс}}$  для  $\mu=0.7$  ( $P_{\text{точн}}=0.961$ ) и  $\mu=0.8$  ( $P_{\text{точн}}=0.953$ ) также достигаются при отношении  $C/Ш \sim 65 \div 70$  дБ.

## Заключение

Для псевдохаотических систем с конечным числом состояний предложен подход к задаче синхронизации при наличии шума в канале пары ведущая - ведомая системы, основанный на точной идентификации состояния ведущей системы по

наблюдаемой в ведомой системе зашумленной последовательности. После установления синхронизации связь между ведущей и ведомой системами может быть разорвана. При этом псевдохаотические системы остаются в синхронизованном состоянии.

Разработаны два алгоритма, позволяющие осуществить такой подход к синхронизации, и проведено численное исследование качества синхронизации на примере тент-отображения. Получена зависимость вероятности точной синхронизации от уровня шума в канале для различных значений параметра  $\mu$  тент-отображения.

Автор благодарит Ю.В. Андреева, А.С. Дмитриева, Е.В. Ефремову, Г.А. Касьяна и А.И. Паназа за замечания и обсуждение результатов.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 02-02-16802, 03-02-16747).*

### Библиографический список

1. Fujisaka H., Yamada T. Stability theory of synchronized motion in coupled-oscillator systems // Prog. Theor. Phys. 1983. Vol. 69, № 1. P. 32.
2. Pikovsky A.S. On the iteration of strange attractors // Z. Physik. 1984. Vol. 55, № 1. P. 149.
3. Кузнецов Ю.И., Мигулин В.В., Минакова И.И., Сильнов Б.А. Синхронизация хаотических колебаний // ДАН СССР. 1984. Т. 275, № 6. С. 1388.
4. Афраймович В.С., Веричев Н.Н., Рабинович М.И. Стохастическая синхронизация колебаний в диссипативных системах // Изв. Вузов. Радиофизика. 1986. Т. 28, № 9. С. 1050.
5. Анищенко В.С., Постнов Д.Э. Эффект захвата базовой частоты хаотических автоколебаний. Синхронизация странных аттракторов // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14, № 6. С. 569.
6. Волковский А.Р., Рульков Н.Ф. Экспериментальное исследование бифуркаций на пороге стохастической синхронизации // Письма в ЖТФ. 1989. Т. 15, № 7. С. 5.
7. Pecora L.M., Carroll T.L. Synchronization in chaotic systems // Phys. Rev. Lett. 1990. Vol. 64, № 8. P. 821.
8. Anishchenko V.S., Vadivasova T.E., Postnov D.E., Safonova M.A. Synchronization of chaos // Int. J. of Bifurcation and Chaos. 1992. Vol. 2, № 3. P. 633.
9. Анищенко В.С., Вадивасова Т.Е., Постнов Д.Э., Сафонова М.А. Вынужденная и взаимная синхронизация хаоса // РЭ. 1991. Т. 36, № 2. С. 338.
10. Belykh V.N., Verichev N.N., Kocarev L.J., Chua L.O. On chaotic synchronization in a linear array of Chua's circuits // J. of Circuits, Systems and Computers. 1993. Vol. 3, № 2. P. 579.
11. Rosenblum M., Pikovsky A., Kurths J. Phase synchronization of chaotic oscillators // Phys. Rev. Lett. 1996. Vol. 76. P. 1804.
12. Шалфеев В.Д., Осипов Г.В., Козлов А.К., Волковский А.Р. Хаотические колебания - генерация, синхронизация, управление // Зарубеж. радиоэлектроника. Усп. современной радиоэлектроники. 1997, № 10. С. 27.
13. Анищенко В.С., Вадивасова Т.Е. Синхронизация автоколебаний и колебаний, индуцированных шумом // РЭ. 2002. Т. 47, № 2. С. 133.
14. Chua L., Itoh M., Kocarev L., Eckert K. Chaos synchronization in Chua's circuit // Chua's Circuit: A Paradigm for Chaos / Ed. R.N. Madan. Singapore: World Scientific, 1993. P. 309.

15. *Kocarev L., Parlitz U.* Generalized synchronization, predictability, and equivalence of unidirectionally coupled dynamical systems // *Phys. Rev. Lett.* 1996. Vol. 76, № 11. P. 1816.
16. *Abarbanel H.D.I., Rulkov N.F., Sushchik M.M.* Generalized synchronization of chaos. The auxiliary system approach // *Phys. Rev. E.* 1996. Vol. 53. P. 4528.
17. *Astakhov V., Hasler M., Kapitaniak T., Shabunin A., Anishchenko V.* The effect of parameter mismatch on the mechanism of chaos synchronization loss in coupled systems // *Phys. Rev. E.* 1998. Vol. 58, № 5. P. 5620.
18. *Maistrenko Y., Kapitaniak T.* Different types of chaos synchronization in two coupled piecewise linear maps // *Phys. Rev. E.* 1996. Vol. 54. P. 3285.
19. *Rosa E., Ott E., Hess M.H.* Transition to phase synchronization of chaos // *Phys. Rev. Lett.* 1998. Vol. 80, № 8. P. 1642.
20. *Pecora L.M.* Synchronization conditions and desynchronizing patterns in coupled limit-cycle and chaotic systems // *Phys. Rev. E.* 1998. Vol. 58, № 1. P. 347.
21. *Rulkov N.F., Sushchik M.M., Tsimring L.S., Abarbanel H.D.I.* Generalized synchronization of chaos in unidirectionally coupled chaotic systems // *Phys. Rev. E.* 1995. Vol. 51. P. 980.
22. *Rosenblum M., Pikovsky A., Kurths J.* Effect of phase synchronization in driven chaotic oscillators // *IEEE Trans. CAS-I.* 1997.
23. *Pikovsky A.S., Rosenblum M.G., Osipov G.V., Kurths J.* Phase synchronization of chaotic oscillators by external driving // *Physica D.* 1997. Vol. 79, № 3. P. 219.
24. *Дмитриев А.С., Старков С.О., Широков М.Е.* Синхронизация ансамблей связанных отображений // *Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика.* 1996. Т. 4, № 4-5. С. 40.
25. *Dmitriev A.S., Shirokov M.E., Starkov S.O.* Chaotic Synchronization in Ensembles of Coupled Maps // *IEEE Trans. CAS.* 1997. Vol. 44, № 10. P. 918.
26. *Кузнецов А.П., Кузнецов С.П.* Критическая динамика решеток связанных отображений у порога хаоса // *Изв. вузов. Сер. радиофизика.* 1991. Т. 34, № 10-12. С. 1079.
27. *Бельский Ю.Л., Дмитриев А.С.* Влияние возмущающих факторов на работоспособность системы передачи информации с хаотической несущей // *РЭ.* 1995. Т. 40, № 2. С. 265.
28. *Hasler M., Maistrenko Yu.L.* An introduction to the synchronization of chaotic systems: coupled skew tent maps // *IEEE Trans. CAS-1.* 1997. Vol. 44, № 10. P. 856.
29. *Lorenzo M.N., Kennedy M.P., Kolumban G., Kis G.* A comparison of the noise performance of Pecora-Carroll and H synchronization // *Proc. NDES'98. Budapest.* 1998. P. 249.
30. *Johnson G.A., Ma D.J., Carroll T.L., Pecora L.M.* Synchronization and imposed bifurcations in the presence of large parameter mismatch // *Phys. Rev. Lett.* 1998. Vol. 80, № 18. P. 3956.
31. *Stoyanovski T., Kocarev L., and Harris R.* Application of symbolic dynamics in chaos synchronization // *IEEE Trans. CAS-1.* 1997. Vol. 44, № 10. P. 1014.
32. *Lai Y.C., Bollt E., Grebogi C.* Communication with chaos using two-dimensional symbolic dynamics // *Phys. Lett. A.* 1999. Vol. 255. P. 75.
33. *Дмитриев А.С.* Хаотическая синхронизация как информационный процесс // *Изв. вузов. Радиофизика.* 1998. Т. 41, № 12. С. 1497.
34. *Dmitriev A.S., Kassian G.A., Khilinsky A.D.* Chaotic synchronization. Information viewpoint // *Int. J. Bif. Chaos.* 2000. Vol. 10, № 2. P. 749.
35. *Дмитриев А.С., Касьян Г., Хаслер М., Хилинский А.* Хаотическая



синхронизация двумерных динамических систем на основе передачи информации об их состояниях // РЭ. 2001. Т. 46, № 4. С. 566.

36. *Дмитриев А.С., Касьян Г., Хилинский А., Широков М.Е.* Предельная эффективность очистки хаотического сигнала от шума // РЭ. 1999. Т. 44, № 9. С. 1120.

37. *Дмитриев А.С.* Динамический хаос и информация // Нелинейные волны - 2002. Нижний Новгород. ИПФ РАН. 2003. С. 53.

38. *Дмитриев А.С.* Динамический хаос как носитель информации // Новое в синергетике: Взгляд в третье тысячелетие. М.: Наука (Информатика: неограниченные возможности и возможные ограничения), 2002. С. 82.

39. *Дмитриев А.С.* Прикладной динамический хаос: Курс лекций. Ч. II. Ярославль: ЯрГУ, 2000.

40. *Rosa E., Hayes S., Grebogi C.* Noise Filtering in Communication with Chaos // Phys. Rev. Lett. 1997. Vol. 78, № 7. P. 1247.

*Институт радиотехники  
и электроники РАН*

*Поступила в редакцию 17.01.03  
после доработки 21.07.03*

## CHAOTIC SYNCHRONIZATION VIA IDENTIFICATION OF DRIVE SYSTEM STATE

*A.A. Dmitriev*

The problem of accurate synchronization of pseudochaotic systems with finite number states is considered in the presence of noise in the channel. After the synchronization is established the connection between drive and response systems could be disrupted. At that the pseudochaotic systems remains synchronized. An algorithm realizing such synchronization is proposed. An investigation of the synchronization robustness as a function of noise level in the channel is carried out.



*Дмитриев Андрей Александрович* - родился в 1977 году в Москве, окончил Московский физико-технический институт в 2000 году. Аспирант ИКИ РАН, работает в ИРЭ РАН. Область научных интересов - применение динамического хаоса в телекоммуникационных системах и компьютерных сетях. Автор нескольких работ по данной тематике.

E-mail: chaos@mail.cplire.ru.