



ДИНАМИКА ВРЕМЕН ВОЗВРАТА В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ВЫБОРА СЕКУЩЕЙ ПУАНКАРЕ

А.Н. Павлов, Д.В. Думский

В данной работе мы исследуем чувствительность различных характеристик хаотического режима динамики, вычисляемых по последовательности времен возврата, к выбору секущей Пуанкаре. Мы показываем, что динамические характеристики хаотических колебаний в меньшей степени зависят от смещения секущей плоскости по сравнению с метрическими и скейлинговыми характеристиками эволюционной динамики.

Введение

Широко используемым подходом к изучению структуры и свойств хаотического аттрактора является метод секущей Пуанкаре. Данный подход понижает на единицу размерность фазового пространства, что порой облегчает дальнейшие численные исследования. В общем случае существует две возможности. С одной стороны, можно анализировать множество точек, являющихся координатами последовательных пересечений фазовой траекторией выбранной секущей плоскости. С другой стороны, могут рассматриваться интервалы времени I_i ($i=1,2,3,\dots,n$) между данными пересечениями - времена возврата. Последний тип процессов (так называемые *точечные процессы* [1]) достаточно часто встречается во многих областях естествознания, например, в нейродинамике [2].

В рамках теории динамических систем секущая Пуанкаре вводится таким образом, чтобы все фазовые траектории, принадлежащие аттрактору, пересекали ее трансверсально, то есть под ненулевым углом. В этом случае можно говорить о корректном введении секущей. Ситуация усложняется, если мы лишены возможности задавать уравнение секущей плоскости. В частности, последовательность времен возврата может представлять собой процесс на выходе порогового устройства с внешним воздействием (примером могут служить различные простейшие модели нейронов [3]). При больших значениях порогового уровня или, что эквивалентно, при малых амплитудах внешнего воздействия часть фазовых траекторий будет пропускаться, и мы можем говорить о некорректном введении секущей. Проводя обработку последовательностей времен возврата некоторой динамической системы, может быть сложно или даже невозможно определить, с каким из двух вариантов мы имеем дело. Соответственно возникает

вопрос: можно ли охарактеризовать свойства хаотической динамики на основе анализа точечных процессов в обоих случаях?

Данный вопрос частично изучался в публикациях последних лет [3-6]. Так, в работе [3] обсуждается зависимость корреляционной размерности, оцениваемой по последовательности интервалов времени между моментами генерации импульсов на выходе порогового устройства (*interspike intervals*), от величины порогового уровня. Согласно этой работе, размерность является характеристикой очень чувствительной к величине порога (или, в нашем случае, к заданию секущей плоскости). В соответствии с результатами статьи [4] для последовательности времен возврата справедлива теорема вложения, изначально доказанная для моделей *integrate-and-fire* [6]. В работе [7] показано, что динамические характеристики хаотического режима колебаний (в частности, старший ляпуновский показатель) могут быть вычислены по временам возврата, даже если не всегда происходят пересечения секущей плоскости фазовой траекторией. Однако при этом возникают проблемы корректного оценивания второго показателя Ляпунова [8].

В настоящей работе осуществлен сравнительный анализ различных характеристик, определяемых по последовательности времен возврата, в целях оценки их чувствительности к выбору секущей плоскости. Показано, что возрастание среднего времени возврата может приводить к возникновению сравнительно длительных корреляций в анализируемых данных. Приведены результаты расчета динамических энтропий и обсуждена их зависимость от деталей символического представления интервалов времени между пересечениями секущей Пуанкаре.

1. Отображение времен возврата и спектральный анализ

Выберем в качестве источника хаотических колебаний модель Ресслера

$$\begin{aligned} dx/dt &= -(y+z), & dy/dt &= x + ay, \\ dz/dt &= b + z(x-c), & a &= 0.15, \quad b = 0.2, \quad c = 10.0 \end{aligned} \quad (1)$$

и зададим уравнение секущей плоскости как $x = \Theta$. Фазовые траектории, принадлежащие аттрактору, пересекают выбранную плоскость при выполнении условия $|\Theta| \leq 17.2$.

Структура последовательностей времен возврата в значительной степени зависит от величины Θ : смещение плоскости $x = \Theta$ меняет различные статистические характеристики анализируемых данных. Даже сравнительно небольшое увеличение параметра Θ в пределах диапазона *корректного* задания секущей Пуанкаре ($|\Theta| \leq 5.3$) сопровождается, в частности, существенными изменениями формы отображения времен возврата (рис. 1) и функции плотности вероятностей. Привлечение классических подходов для проведения анализа

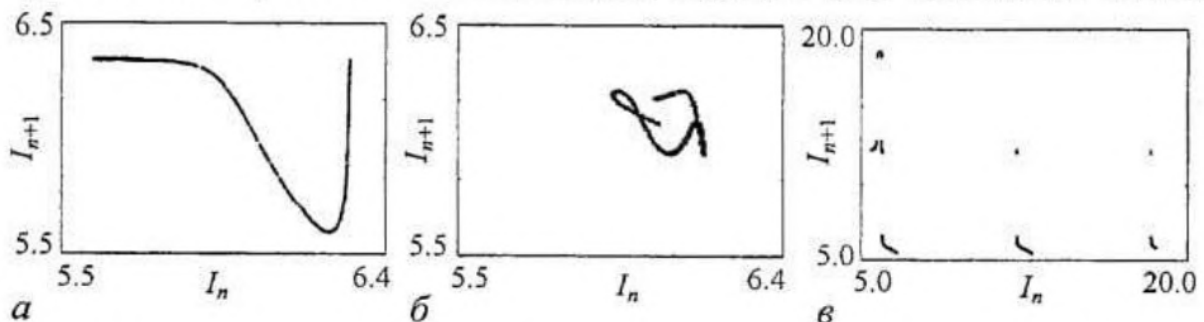


Рис. 1. Отображения времен возврата для различных значений Θ : а - 1, б - 3, в - 11

структуры последовательности временных интервалов позволяет убедиться в том, что рассчитываемые характеристики заметно варьируют при удалении секущей плоскости от состояний равновесия системы (1), относительно которых осуществляется движение в фазовом пространстве. В качестве примера на рис. 2 представлены результаты спектрального анализа. При $\Theta=1$ в широком диапазоне частот наблюдается близкая к линейной зависимость логарифма спектральной плотности от частоты. В случае $\Theta=3$ форма спектра мощности меняется в низкочастотной области.

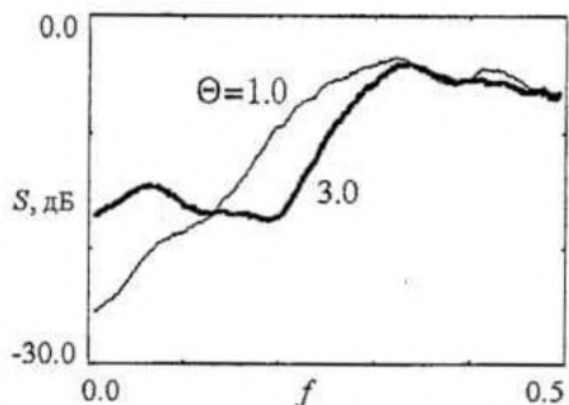


Рис. 2. Спектр мощности, рассчитанный по последовательностям времен возврата

2. Корреляционная размерность аттрактора и показателя Ляпунова

Вопрос о том, возможно ли проводить исследование метрических характеристик хаотического аттрактора, располагая лишь последовательностью времен возврата, был проанализирован в работе [3]. Используя стандартный метод расчета корреляционной размерности D_2 [9], авторы показали, что смещение секущей Пуанкаре приводит к чувствительной зависимости значения D_2 от выбора параметров алгоритма (таких как размерность вложения). Несмотря на то, что теоретически корреляционная размерность может быть вычислена даже при *некорректном* задании уравнения секущей плоскости [3], на практике результаты расчета существенно зависят от выбора Θ . Наряду с выводами работы [3] можно также отметить, что смещение плоскости $x=\Theta$ сопровождается значительными изменениями структуры последовательностей временных интервалов, которые приводят к уменьшению (или даже исчезновению) линейного участка зависимости логарифма корреляционного интеграла от логарифма масштаба наблюдения. В этом случае не приходится говорить о свойстве масштабной инвариантности и становится непонятно, как проводить расчеты размерности в рамках стандартного алгоритма ее вычисления [9]. В частности, на рис. 3, а продемонстрированы значения D_2 , вычисленные по локальным наклонам вышеупомянутой зависимости в 5-мерном фазовом пространстве для трех произвольно заданных секущих: $\Theta=0$, $\Theta=3$ и $\Theta=9$. В данном случае расчеты проводились по последовательностям, состоящим из 25000 времен возврата. Увеличение длительности данных (до 100000) приводило лишь к незначительным изменениям результатов. В случае $\Theta=9$ не удается оценить даже приближенное значение корреляционной размерности из-за сильной чувствительности результатов к выбору диапазона масштабов при вычислении D_2 . Результаты, представленные на рис. 3, а, получены при использовании традиционного метода задержки для дискретных последовательностей временных интервалов. Подход, предложенный в работе [10], приводит к увеличению значения D_2 на единицу, но не устраняет проблем, существующих при решении задачи корректного оценивания метрических характеристик хаотического режима динамики.

Смещение секущей плоскости в значительно меньшей степени влияет на расчеты динамических характеристик [11], хотя следует отметить, что результаты численного анализа зависят от деталей используемых алгоритмов [7]. В работе

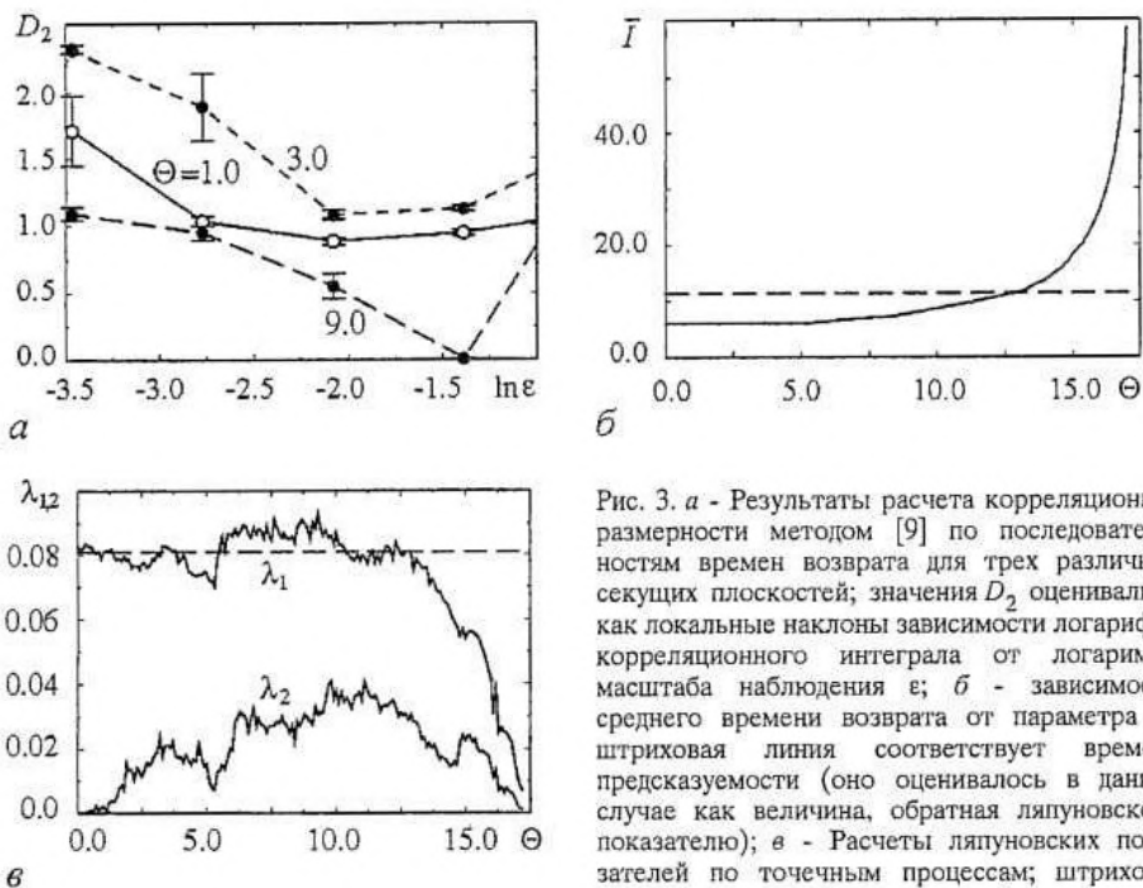


Рис. 3. а - Результаты расчета корреляционной размерности методом [9] по последовательностям времен возврата для трех различных секущих плоскостей; значения D_2 оценивались как локальные наклоны зависимости логарифма корреляционного интеграла от логарифма масштаба наблюдения ϵ ; б - зависимость среднего времени возврата от параметра Θ ; штриховая линия соответствует времени предсказуемости (оно оценивалось в данном случае как величина, обратная ляпуновскому показателю); в - Расчеты ляпуновских показателей по точечным процессам; штриховая линия соответствует значению λ_1 , вычисленному по сигналу $x(t)$ системы (1)

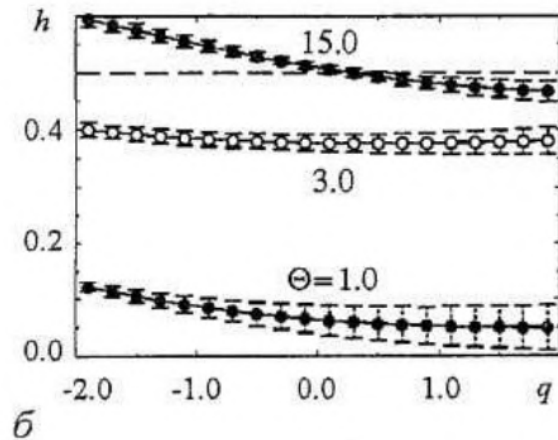
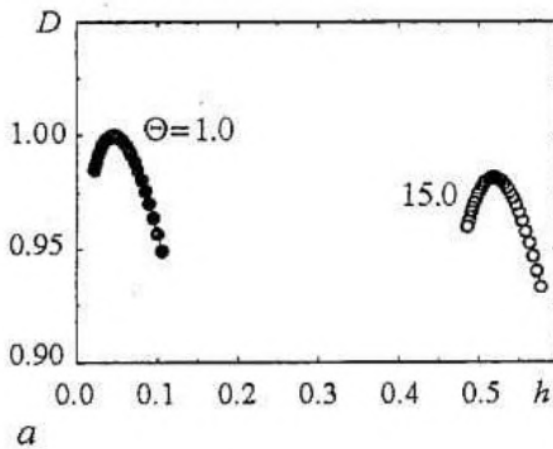
[10] был проанализирован один из способов вычисления старшего показателя Ляпунова λ_1 по временам возврата, который базируется на идее аппроксимации усредненной мгновенной частоты. Как показано в [7], значение λ_1 можно вычислить в случае *некорректного* введения секущей плоскости, если среднее время возврата не превышает некоторый характерный временной масштаб, приблизительно соответствующий времени предсказуемости для хаотических колебаний [12] (рис. 3, б). В рассматриваемом примере различие между величиной λ_1 , вычисленной по последовательности времен возврата, и соответствующими расчетами по сигналу $x(t)$ не превышает 10-15% в области, где λ_1 слабо зависит от выбора секущей плоскости (рис. 3, в). На этом же рисунке приведены результаты расчета второго показателя λ_2 , которые демонстрируют значительно более сильную чувствительность к выбору Θ . Оценка λ_2 может проводиться только в том случае, когда секущая плоскость выбирается вблизи состояний равновесия аттрактора Ресслера (Θ близко к нулю). При расчетах второго показателя даже в случае *корректного* задания уравнения секущей плоскости ($|\Theta| \leq 5.3$) может возникать проблема получения правильного результата численного анализа.

3. Скейлинговые характеристики эволюционной динамики

В данном разделе проанализируем, как выбор секущей Пуанкаре влияет на скейлинговые характеристики. С этой целью рассмотрим два подхода: мультифрактальный формализм (так называемый метод *wavelet transform modulus maxima* или WTMM [13]) и один из вариантов дисперсионного анализа одномерных случайных блужданий (метод *detrended fluctuation analysis* или DFA [14]).

Первый метод предполагает описание статистических свойств процесса в терминах спектра сингулярности $D(h)$, где h - экспонента Хелдера, а D - фрактальная размерность подмножества данных, которое можно охарактеризовать экспонентой h . Расчет спектра сингулярности в рамках WTMM-метода базируется на вычислении коэффициентов вейвлет-преобразования (1-й этап данного алгоритма). Затем строится частичная функция $Z(q,a)$, которая представляет собой сумму локальных максимумов модулей вейвлет-коэффициентов, возведенных в степень q и рассмотренных на масштабе a (2-й этап данного алгоритма). Обычно предполагается, что зависимость $Z(q,a)$ от a носит степенной характер: $Z(q,a) \sim a^{-\tau(q)}$ и описывается величиной $\tau(q)$, называемой скейлинговой экспонентой. Выбор различных степеней q позволяет получить спектр хелдеровских экспонент $h = d\tau(q)/dq$ и вычислить размерность D с помощью преобразования Лежандра $D(h) = qh(q) - \tau(q)$. Значения $h(q)$ описывают скейлинг вейвлет-коэффициентов вдоль линий локальных максимумов и характеризуют различные типы коррелированной динамики ($h \neq 0.5$) либо отсутствие корреляций ($h = 0.5$).

Проводя анализ последовательностей времен возврата с помощью метода WTMM, можно отметить, что смещение секущей Пуанкаре приводит к существенным изменениям хелдеровских экспонент, тогда как форма спектра сингулярности и значения D в меньшей степени определяются выбором секущей (рис. 4, а). При увеличении Θ хелдеровские экспоненты приближаются к уровню $h = 0.5$, то есть сильные антикорреляции, наблюдаемые при $\Theta = 1$ ($h \approx 0.05$), ослабевают при больших Θ . Согласно рис. 4, б, даже незначительные смещения



секущей Пуанкаре сопровождаются изменениями скейлинговых характеристик точечных процессов. Для сравнения на этом рисунке приведены результаты, полученные при двух значениях $\Theta = 1$ и $\Theta = 3$, которые соответствуют случаю *корректного* задания уравнения секущей. Рост Θ приводит к тому, что все большая часть фазовых траекторий будет пропущена; следовательно, будет возрастать среднее время возврата (см. рис. 3, б). Однако зависимость хелдеровских экспонент от Θ не демонстрирует монотонного роста, а является весьма сложной. В некоторых диапазонах значений Θ

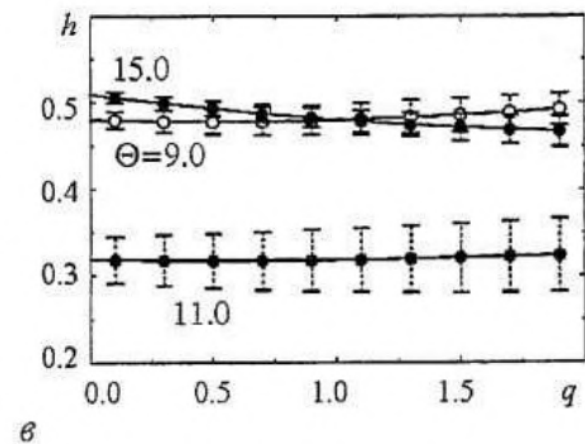


Рис. 4. а - Спектры сингулярности метода WTMM для $\Theta = 1$ и $\Theta = 15$; б, в - зависимости хелдеровских экспонент от параметра q , соответствующие различным секущим плоскостям

увеличение среднего времени возврата разрушает длительные корреляции в анализируемых данных. В других диапазонах может наблюдаться противоположный эффект (см. рис. 3, *в*). В частности, значения хелдеровских экспонент при $\Theta=11$ соответствуют коррелированной динамике времен возврата, тогда как значения h при $\Theta=9$ и $\Theta=15$ отражают некоррелированное поведение. Согласно методу WTMM, хелдеровские экспоненты (и, следовательно, эффекты длительных корреляций в точечных процессах) сильно зависят от выбора секущей.

Аналогичные выводы можно сделать на основе метода *detrended fluctuation analysis* [14], в рамках которого вычисляется скейлинговая экспонента степенной зависимости $F(n) \sim n^\alpha$, где F - среднеквадратичное отклонение проинтегрированного временного ряда (одномерных случайных блужданий) от локального линейного тренда, а n - размер временного окна, в пределах которого производится линейная аппроксимация тренда. Обычно скейлинговую экспоненту α вычисляют как наклон прямой в двойном логарифмическом масштабе ($\ln F$ от $\ln n$). Наклоны могут не совпадать при малых и больших n , отражая различные свойства скейлинга для длительных и относительно коротких корреляций в структуре анализируемых данных. В этом случае целесообразно проводить расчеты локальных характеристик. По аналогии с хелдеровскими экспонентами WTMM-метода, значения α отражают наличие различных типов коррелированной динамики ($\alpha \neq 0.5$) и отсутствие корреляций при $\alpha = 0.5$.

Результаты расчета скейлинговых характеристик метода DFA вновь демонстрируют чувствительную зависимость от выбора секущей плоскости (рис. 5, *а*), причем локальные скейлинговые экспоненты варьируют при изменении размера окна n . При $\Theta=3$ сильные антикорреляции, существующие в широком

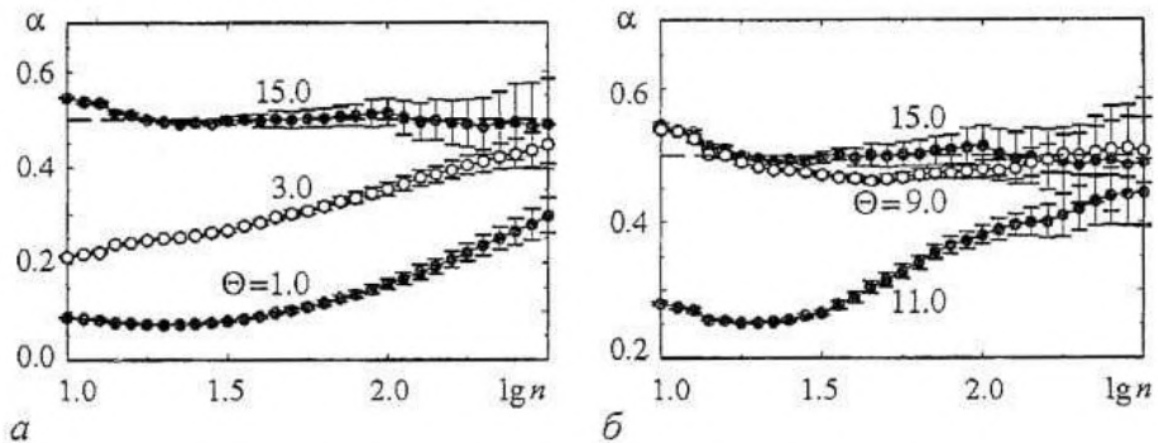


Рис. 5. Локальные скейлинговые экспоненты метода DFA

диапазоне масштабов, сменяются некоррелированной динамикой при больших n . Рис. 5, *б* подтверждает, что в некоторых диапазонах по параметру Θ рост среднего времени возврата может приводить к появлению корреляций в точечных процессах (случай $\Theta=11$ по сравнению с $\Theta=9$ и $\Theta=15$). Таким образом, с помощью двух рассмотренных в данном разделе методов мы убедились в сильной зависимости скейлинговых характеристик эволюционной динамики от выбора секущей Пуанкаре как в случае ее *корректного* задания ($|\Theta| \leq 5.3$), так и в случае, когда не все фазовые траектории пересекают секущую плоскость.

4. Динамические энтропии

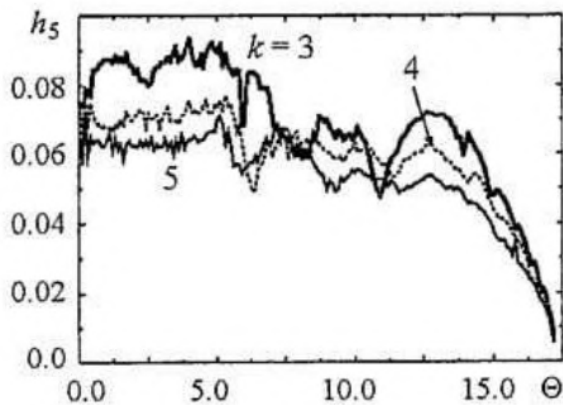
В отличие от предыдущих подходов анализ динамических энтропий предполагает предварительное преобразование временного ряда в символьную

последовательность [15]. После проведения тем или иным способом данного преобразования можно определить m -блочные энтропии (для разных размеров блока из m символов)

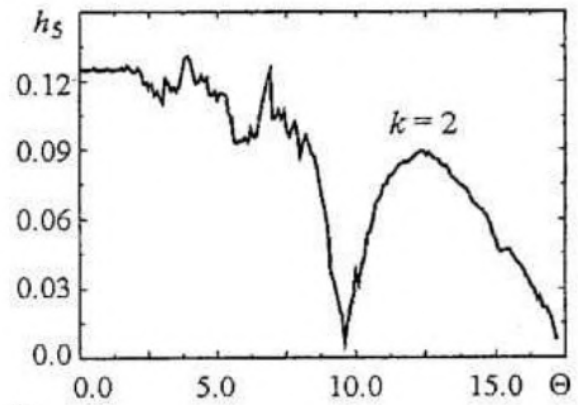
$$H_m = - \sum p^{(m)}(A_1, \dots, A_m) \log_k p^{(m)}(A_1, \dots, A_m)$$

и соответствующие им динамические энтропии $h_m = H_{m+1} - H_m$, где A_1, \dots, A_m - символы некоторого блока и $p^{(m)}(A_1, \dots, A_m)$ - вероятность встретить данный блок символов на произвольно выбранной позиции в символьной последовательности [15]. Предел $h = \lim_{m \rightarrow \infty} h_m$ называют *энтропией источника*. Логарифмы будут рассматриваться по основанию k , где k - число символов алфавита. Численные значения h_m зависят от деталей символьного представления анализируемых данных. Мы проводили преобразование последовательности временных интервалов в символьную последовательность таким образом, чтобы вероятности всех k символов приблизительно совпадали. Рис. 6, а демонстрирует результаты расчета h_5 в зависимости от параметра Θ , проведенного по последовательностям из 100000 времен возврата для случаев $k=3$, $k=4$ и $k=5$. Динамические энтропии, нормированные на величину среднего времени возврата, медленно уменьшаются в широком диапазоне по параметру Θ , включающем частично область *некорректного* задания уравнения секущей. По аналогии со старшим ляпуновским показателем динамические энтропии менее чувствительны к смещениям секущей плоскости, чем корреляционная размерность или скейлинговые характеристики эволюционной динамики.

Преобразование времен возврата в бинарную последовательность (случай $k=2$) приводит к более сложной зависимости $h_5(\Theta)$, изображенной на рис. 6, б. Аналогичный эффект наблюдается при использовании других методов обработки двоичных кодов, например, оценки энтропии источника с помощью алгоритма Лемпеля - Зива [16] (рис. 6, в). В обоих случаях (см. рис. 6, б и в) вычисляемые



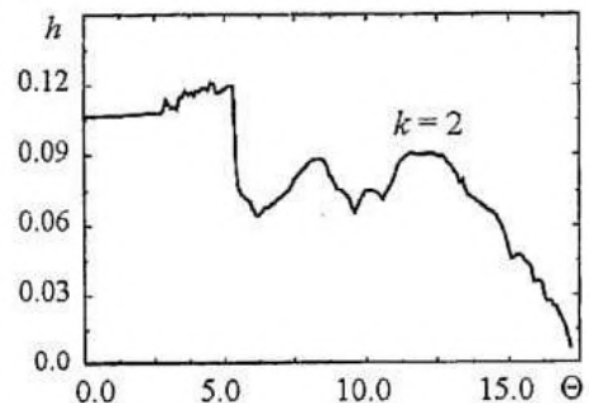
а



б

Рис. 6. а, б - Зависимости динамической энтропии h_5 от Θ для различного числа символов алфавита k . В данном случае значения h_5 нормировались на среднее время возврата \bar{t} , то есть представлены значения h_5/\bar{t} ; в - расчеты энтропии источника с помощью алгоритма Лемпеля - Зива для бинарного представления последовательностей времен возврата

характеристики более чувствительны к смещению секущей плоскости, чем для алфавитов, содержащих число символов $k > 2$.



в

Увеличение числа символов алфавита помимо стабилизации мер сложности (то есть уменьшения флуктуаций энтропии h_5 при вариации параметра Θ) приводят также к уменьшению их количественных значений (h_5 уменьшается с ростом k). Это обусловлено эффектами конечной выборки: для достижения одинаковой точности вычислений при увеличении k необходимо существенно увеличивать длину анализируемой последовательности. Из-за эффектов конечной выборки оказывается проблематичным проведение оценки энтропии источника при больших размерах блоков, именно поэтому мы ограничились случаем $m=5$. Отметим, что значения h_5 близки к величине старшего показателя Ляпунова λ_1 .

Флуктуации энтропии относительно некоторого среднего значения (при малых Θ) можно уменьшить, если проводить анализ более длительных последовательностей времен возврата. В нашем случае флуктуации h_5 не превышают 15% (при $k=5$), если по аналогии с ляпуновскими показателями мы ограничимся некоторым диапазоном по параметру Θ , например, $|\Theta| < 10$.

Выводы

В данной работе обсуждалась чувствительность к выбору секущей Пуанкаре зависимости различных характеристик эволюционной динамики, оцениваемых по последовательности времен возврата. Основные результаты проведенного исследования состоят в следующем.

- Смещение секущей плоскости оказывает существенное влияние на скейлинговые характеристики и на эффекты длительных корреляций в точечных процессах. Удаление секущей Пуанкаре от состояний равновесия, относительно которых осуществляется движение в фазовом пространстве, приводит к тому, что все большая часть фазовых траекторий не будет пересекать заданную плоскость. Однако при *некорректном* введении секущей в пределах некоторых диапазонов по параметру Θ будут существовать длительные корреляции в анализируемых данных, исчезающие в других диапазонах.

- Характеристики хаотической динамики демонстрируют меньшую зависимость от выбора секущей плоскости по сравнению с метрическими характеристиками. Более того, динамические характеристики можно определить даже в случае *некорректного* выбора секущей Пуанкаре. Так, если решается задача исследования по выходному сигналу сложной динамики на входе порогового устройства, расчет мер сложности или ляпуновских показателей (при выполнении достаточно общих условий) позволяет охарактеризовать входной процесс независимо от амплитуды колебаний или величины порога.

Авторы признательны профессору W. Ebeling за многочисленные дискуссии и обсуждение результатов. Исследования поддержаны Министерством образования РФ и CRDF (гранты Y1-P-06-06, SR-006-X1), а также частично поддержаны грантом РФФИ 04-02-16769 и грантом Президента (МК-2512.2004.2).

Библиографический список

1. Sauer T. Reconstruction of dynamical system from interspike intervals // Phys. Rev. Lett. 1994. Vol. 72. P. 3911.

2. Longtin A., Bulsara A., Moss F. Time interval sequences in the bistable systems and the noise induced transmission of information by sensory neurons // Phys. Rev. Lett. 1991. Vol. 65. P. 656; Douglass J.K., Wilkens L., Pantazelou E., Moss F. Noise enhancement of the information in crayfish mechanoreceptors by stochastic resonance //

Nature. 1993. Vol. 365. P. 337; *Moss F., Pei X.* Neurons in parallel // Nature. 1995. Vol. 376. P. 211; *Richardson K.A., Imhoff T.T., Grigg P., Collins J.J.* Encoding chaos in neural spike train // Phys. Rev. Lett. 1998. Vol. 80. P. 2485.

3. *Castro R., Sauer T.* Correlation dimension of attractors through interspike intervals // Phys. Rev. E. 1997. Vol. 55. P. 287.

4. *Hegger R., Kantz H.* Embedding of sequence of time intervals // Europhysics Letters. 1997. Vol.38. P. 267.

5. *Racicot D.M., Longtin A.* Interspike interval attractors from chaotically driven neuron models // Physica D. 1997. Vol. 104. P. 184.

6. *Sauer T.* Reconstruction of integrate-and-fire dynamics, in: Nonlinear Dynamics and Time Series, eds. C.Culter and D.Kaplan, Fields Institute Communications. Vol.11, American Mathematical Society, Providence, RI, 1997. P.63.

7. *Pavlov A.N., Sosnovtseva O.V., Mosekilde E., Anishchenko V.S.* Extracting dynamics from threshold-crossing interspike intervals: possibilities and limitations // Phys. Rev. E. 2000. Vol.61. P. 5033.

8. *Pavlov A.N., Sosnovtseva O.V., Mosekilde E., Anishchenko V.S.* Chaotic dynamics from interspike intervals // Phys. Rev. E. 2001. Vol.63. P. 036205.

9. *Grassberger P., Procaccia I.* Measuring the strangeness of strange attractors // Physica D. 1983. Vol.9. P. 189.

10. *Janson N.B., Pavlov A.N., Neiman A.B., Anishchenko V.S.* Reconstruction of dynamical and geometrical properties of chaotic attractors from threshold-crossing interspike intervals // Phys. Rev. E. 1998. Vol. 58. P. R4.

11. *Wolf A., Swift J.B., Swinney H.L., Vastano J.A.* Determining Lyapunov exponents from a time series // Physica D. 1985. Vol. 16. P. 285.

12. *Farmer J.D., Sidorowich J.J.* Predicting chaotic time series // Phys. Rev. Lett. 1987. Vol. 59. P. 845.

13. *Muzy J.F., Bacry E., Arneodo A.* Wavelets and multifractal formalism for singular signals: application to turbulence data // Phys. Rev. Lett. 1991. Vol.67. P. 3515; *Muzy J.F., Bacry E., Arneodo A.* The multifractal formalism revisited with wavelets // Int. J. Bifurc. and Chaos. 1994. Vol. 4. P. 245; *Arneodo A., Decoster N., Roux S.G.* Intermittency, log-normal statistics, and multifractal cascade process in high-resolution satellite images of cloud structure // Phys. Rev. Lett. 1999. Vol.83. P. 1255.

14. *Peng C.-K., Havlin S., Stanley H.E., Goldberger A.L.* Quantification of scaling exponents and crossover phenomena in nonstationary heartbeat time series // Chaos. 1995. Vol. 5. P. 82.

15. *Ebeling W., Nicolis G.* Entropy of symbolic sequences: the role of correlations // Europhys. Lett. 1991. Vol. 14. P. 191; *Ebeling W., Nicolis G.* Word frequency and entropy of symbolic sequences: a dynamical perspective // Chaos, Solitons and Fractals. 1992. Vol. 2. P. 635.

16. *Kaspar F., Schuster H.G.* Easily calculable measure for the complexity of spatiotemporal patterns // Phys. Rev. A. 1987. Vol. 36. P. 842.

*Саратовский государственный
университет*

Поступила в редакцию 3.02.2003

RETURN TIME DYNAMICS IN DEPENDENCE TO CHOICE OF THE POINCARÉ SECTION

A.N. Pavlov, D.V. Dumsky

In this paper we study how different measures of chaotic dynamics estimated from return time sequences are sensitive to choice of the Poincaré section. We show that

dynamical characteristics of chaotic oscillations are less sensitive to displacements of the secant plane than metrical and scaling characteristics of evolution dynamics.



Павлов Алексей Николаевич родился в Саратове (1973). Окончил физический факультет Саратовского университета по специальности радиофизика и электроника (1995). Защитил кандидатскую диссертацию (1998). В настоящее время работает доцентом на кафедре радиофизики и нелинейной динамики. Область научных интересов: анализ временных рядов. Автор и соавтор более 40 работ, опубликованных в отечественной и зарубежной печати.

E-mail: pavlov@chaos.ssu.runnet.ru



Думский Дмитрий Викторович родился в Саратове (1979). Окончил Саратовский государственный университет по специальности «биофизика» (2001). В настоящее время является аспирантом кафедры радиофизики и нелинейной динамики СГУ. Область научных интересов: динамика биологических систем, анализ временных рядов. Соавтор 3 статей, опубликованных в отечественной и зарубежной печати.