

Изв. вузов «ПНД», т.12, № 1-2, 2004

УДК 621.385

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ УПРАВЛЕНИЯ ХАОТИЧЕСКОЙ ДИНАМИКОЙ В РАСПРЕДЕЛЕННОЙ АКТИВНОЙ СРЕДЕ

А.А. Короновский, И.С. Ремпен, А.Е. Храмов

Исследуется возможность управления сложной пространственно-временной динамикой в распределенной пучково-плазменной системе (диод Пирса в гидродинамическом приближении) на основе идей управления хаосом для систем с малым числом степеней свободы. В контексте вышеобозначенной проблемы проводится анализ неустойчивых периодических пространственно-временных состояний хаотической динамики распределенной автоколебательной системы, аналогичных неустойчивым периодическим орбитам хаотических динамических систем с малым числом степеней свободы, а также предполагается методика расчета характеристики, имеющей смысл максимальной ляпуновской экспоненты применительно к распределенной автоколебательной системе.

Введение

Хорошо известно, что простые нелинейные динамические системы (то есть системы, описываемые относительно простыми математическими моделями, формулируемыми в виде дискретных отображений или обыкновенных дифференциальных уравнений) могут демонстрировать весьма сложную динамику. Такое поведение простых систем, известное как динамический или детерминированный хаос, обнаруживается во многих задачах математической физики, химии, биологии, экологии и даже экономики и социальных наук [1-3]. Предсказать долговременное (в течение больших времен эволюции) поведение систем, демонстрирующих хаотическую динамику, не представляется возможным. Кроме того, наличие хаотической динамики в той или иной динамической системе может стать серьезным препятствием при решении ряда задач, когда требуется устойчивое поведение системы во времени или пространстве. Одним из способов подавления хаотической динамики с сохранением важных особенностей поведения системы и возможностью предсказания ее динамики на любых интервалах времени в будущем является использование схем управления хаосом с помощью различных типов обратной связи. В идеальном случае обратная связь должна представлять собой очень слабое возмущение динамики системы (то есть сигнал в цепи обратной связи должен быть сравним с уровнем шумов), так чтобы интересующие нас особенности поведения систем были сохранены.

Уже в ставшей классической работе E. Ott, C. Grebogy, J. Yorke [4] было

показано, что неустойчивые периодические орбиты, составляющие «скелет» хаотического аттрактора динамической системы с малым числом степеней свободы [5-10], могут быть использованы для управления динамикой нелинейной системы, причем стабилизация неустойчивой периодической орбиты требует весьма малого возмущения поведения системы. В работе [4] предложен алгоритм управления, который определяет методику изменения управляющего параметра p хаотической системы. Управление параметром осуществляется тогда, когда фазовая траектория системы проходит через выбранное сечение Пуанкаре (в некоторой точке x), чтобы направить ее к стабилизируемой неустойчивой орбите, которая соответствует неустойчивой неподвижной точке x_0 в сечении Пуанкаре. Величина и знак необходимого для стабилизации изменения параметра Δp_n на n -м прохождении системы через сечение Пуанкаре, которое может рассматриваться как сигнал некоторой обратной связи, определяется из линейной теории, когда текущее состояние системы x_n находится в окрестности неподвижной точки x_0 [11]:

$$\Delta p_n = (\lambda_u / (\lambda_u - 1)) \Delta x_n f_n / ((\partial x_0 / \partial p) f_u). \quad (1)$$

Здесь λ_u и f_u - собственное значение и сопряженный собственный вектор неустойчивого многообразия неустойчивой неподвижной точки x_0 , $\Delta x_n = x_n - x_0$ - отклонение траектории x системы от неустойчивой периодической орбиты.

Дискретная коррекция (1) управляющего параметра, пропорциональная величине Δx производится только тогда, когда фазовая траектория пересекает выбранное сечение Пуанкаре, и до тех пор, пока необходимо поддерживать нахождение системы на неустойчивой периодической орбите, то есть пока $x = x_0$. Последнее связано с тем, что присутствующие шумы уводят систему от неустойчивой периодической орбиты, что требует компенсации подобного ухода в течение всего времени стабилизации. Как было показано в ряде работ (см., например, [12-15]), алгоритм E. Ott, C. Grebogy, J. Yorke достаточно груб к наличию шумов и неточным сведениям о динамической системе (последнее, например, имеет место в эксперименте) и может быть применен к системам с конечным, но большим числом степеней свободы [16].

Однако алгоритм E. Ott, C. Grebogy, J. Yorke весьма проблематично применить к управлению хаотической динамикой высокочастотных распределенных пучково-плазменных систем, так как он требует точного определения состояния системы и затем резкого изменения параметров системы в момент прохождения сечения Пуанкаре по всей длине пространственно-распределенной хаотической системы¹. В этом случае более перспективно применение алгоритма стабилизации неустойчивых периодических орбит хаотических систем с малым числом степеней свободы, впервые предложенного K. Pyragas в работе [18]. В этом случае используется *непрерывная* [19], а не дискретная (1) резкоизменяющаяся обратная связь, что делает такую схему более подходящей для управления высокочастотной пространственно-временной хаотической динамикой. Классическая схема K. Pyragas [18] предполагает синхронизацию системы с ее сдвинутым на один период орбиты в прошлое состоянием посредством непрерывного изменения доступного управляющего параметра, равного по величине $\xi(t) = \gamma \xi(t) - \xi(t-T)$, где $\xi(t)$ - анализируемая переменная системы, γ - коэффициент обратной связи и T -

¹ Здесь можно сослаться на единственную известную авторам теоретическую работу по управлению хаосом с помощью алгоритма E. Ott, C. Grebogy, J. Yorke в распределенной сверхвысокочастотной пучковой системе с виртуальным катодом [17]. Из знакомства с работой становится понятно, что практическая реализация подобной схемы применительно к распределенной ВЧ электронной активной системе весьма затруднительна.

период стабилизируемой неустойчивой периодической орбиты. В случае, когда стабилизация неустойчивой орбиты произошла, сигнал обратной связи $\varepsilon(t)$ сравним с уровнем шумов в системе. Важно то, что вся требуемая для стабилизации орбиты информация, исключая информацию о периоде T неустойчивой орбиты и необходимом коэффициенте обратной связи γ , содержится в измеряемом временном ряде $\xi(t)$, то есть определяется автоматически в реальном времени. Применение подобной схемы управления хаосом с непрерывной обратной связью теоретически и экспериментально анализировалось применительно к управлению хаосом в различных физических системах и моделях [19-22], включая лазерную физику [23-25], модели геофизических процессов [26] и процессов типа «реакция-диффузия» [27].

Отметим, что подобная схема с непрерывной обратной связью использовалась для управления пространственно-временным хаосом в распределенных колебательных системах (см., например: работы [27-29], посвященные стабилизации двумерных структур в 2D распределенной хаотической системе, описываемой уравнениями в частных производных; работы [30-32], в которых изучалось управление хаосом в решетках связанных отображений; работы, посвященные анализу таких эталонных уравнений, как комплексное уравнение Гинзбурга - Ландау в нелинейной динамике [33,34] или уравнение Свифта - Хогенберга в лазерной физике [35,36]). Среди подобных исследований особо отметим работы [27,34]. Так, в работе S. Boccaletti и др. [34] исследовалась задача об управлении пространственно-временным хаосом в модели Гинзбурга - Ландау с помощью большого (но конечного) числа малых локальных возмущений. Подобная техника позволила как стабилизировать неустойчивые структуры хаотической пространственно-временной динамики, так и синхронизовать два хаотических состояния. В работе G. Franceschini и др. [27] рассматривалось управление хаотической генерацией импульсов в модели глобально связанных реакционно-диффузионных систем, используемых для описания процессов динамики переноса заряда в бистабильном полупроводнике. Сигнал непрерывной обратной связи, действующий на систему, предполагается в математической модели, рассматриваемой в работе [27], пространственно однородным, то есть возмущение, вносимое в каждую точку пространства, одинаково. Последнее делает реализацию подобной схемы управления хаосом на практике достаточно затруднительной.

В данной работе мы рассматриваем методику управления хаосом в распределенной автоколебательной системе на основе схемы с непрерывной обратной связью и простой технической реализацией, связанной с подачей сигнала обратной связи на одну из границ распределенной системы. В качестве исследуемой системы рассматривается простая пучково-плазменная система - диод Пирса [37,38], которая широко используется в физике плазмы в качестве модели, позволяющей проанализировать различные типы неустойчивостей в пространственно-ограниченных плазменных системах [39-42]. С точки зрения нелинейной теории колебаний и волн, теории самоорганизации, диод Пирса является одной из простейших моделей электронной турбулентности [38,43]. Он представляет собой две бесконечных плоских параллельных сетки, пронизываемые моноэнергетическим на входе электронным потоком, причем потенциал сеток, ограничивающих систему, поддерживается постоянным и одинаковым. Плотность заряда и скорость электронного потока на входе в систему поддерживаются постоянными. Пространство между сетками равномерно заполнено нейтрализующим фоном неподвижных ионов с плотностью положительного заряда, равной плотности пространственного заряда инжектируемого электронного потока. Теоретический анализ и вычислительный эксперимент

показывают, что в диоде Пирса наблюдаются различные нелинейные феномены, включая детерминированный хаос, классические сценарии переходов к хаотической динамике, процессы образования и взаимодействия структур [38,44-49].

Заметим, что применение методов управления хаосом к распределенной автоколебательной системе, обладающей бесконечным числом степеней свободы, затрагивает ряд вопросов, большинство из которых в настоящее время недостаточно изучены. Среди наиболее важных следует выделить вопросы существования в распределенной системе неустойчивых периодических состояний, аналогичных неустойчивым циклам в сосредоточенных системах; возможность их выделения по анализу временных реализаций, снимаемых в отдельных точках пространства исследуемой распределенной активной среды. Поэтому в данной работе мы затрагиваем эти проблемы.

Структура работы следующая. В разделе 1 обсуждается возможность описания нелинейных процессов в диоде Пирса в рамках гидродинамического подхода, пределы применимости гидродинамической теории, а также кратко схема численного интегрирования исходной системы гидродинамических уравнений. В разделе 2 из анализа пространственно-временных данных динамики электронного потока в диоде Пирса, найденных в результате численного моделирования, выделяются неустойчивые пространственно-временные состояния хаотической динамики и обсуждается проблема посещения распределенной системой подобных «особых» состояний. Методика расчета такой важной характеристики нелинейных динамических систем, как максимальная ляпуновская экспонента применительно к распределенной системе представлена в разделе 4. В нем также определяются максимальные ляпуновские экспоненты для каждого из неустойчивых периодических состояний с помощью предложенного в этом разделе метода. В разделе 5 рассматривается стабилизация неустойчивого состояния неоднородного равновесия с помощью непрерывной обратной связи. В последнем разделе 6 обсуждаются проблемы стабилизации неустойчивых периодических пространственно-временных состояний хаотической динамики, выделенных в разделе 2, с помощью различных типов обратной связи.

2. Основные уравнения и схема численного моделирования

Нелинейные процессы в диоде Пирса в рамках гидродинамического приближения описываются самосогласованной системой уравнений движения, непрерывности и уравнением Пуассона [38, Лекция 4]

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = -E, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \alpha^2(\rho - 1) \quad (4)$$

с граничными условиями

$$v(0,t) = 1, \quad \rho(0,t) = 1, \quad \phi(0,t) = \phi(1,t) = 0, \quad (5)$$

где электрическое поле E в уравнении движения (2) определяется следующим образом:

$$E = -\frac{\partial \phi}{\partial x}. \quad (6)$$

В уравнениях (2)-(6) использованы безразмерные переменные потенциала поля пространственного заряда ϕ , плотности ρ , скорости v электронной жидкости,

пространственной координаты x и времени t , которые связаны с соответствующими размерными переменными соотношениями

$$\begin{aligned}\varphi' &= (v_0^2/\eta)\varphi, & E' &= (v_0^2/(L\eta))E, & \rho' &= \rho_0\rho, \\ v' &= v_0 v, & x' &= Lx, & t' &= (L/v_0)t,\end{aligned}\tag{7}$$

где штрихом обозначены размерные величины, η - удельный заряд электрона, v_0 и ρ_0 - статические (невозмущенные) скорость и плотность электронной жидкости, L - длина пролетного промежутка.

Основным параметром, определяющим динамику электронного пучка в плоском пролетном промежутке, является безразмерный параметр Пирса, который представляет собой невозмущенный угол пролета электрона по плазменной частоте ω_p ,

$$\alpha = \omega_p L / v_0, \tag{8}$$

где $\omega_p = (\eta \rho_0 / \epsilon_0)^{1/2}$, ϵ_0 - диэлектрическая постоянная.

Устойчивое состояние электронной жидкости в пролетном промежутке с нейтрализующим ионным фоном, как было впервые показано Пирсом [37], теряет устойчивость при $\alpha > \pi$, в результате чего в системе формируется виртуальный катод. Вместе с тем, в узком диапазоне параметра Пирса в окрестности $\alpha \sim 3\pi$ рост неустойчивости подавляется нелинейностью в системе, и в пролетном промежутке со сверхкритическим током наблюдается режим полного прохождения потока. В последнем случае существует возможность описания системы в рамках гидродинамического подхода [38, Лекция 4].

Исследования, представленные в работах [38, 44-46, 50], показали, что в узкой области значений α , соответствующих динамике электронного потока без отражений, система демонстрирует хаотические колебания. Возникновению хаотической динамики предшествует последовательность бифуркаций удвоения периода при уменьшении параметра Пирса в диапазоне $\alpha \in (2.855\pi, 3.0\pi)$. Сценарий перехода к хаосу в гидродинамической модели диода Пирса иллюстрирует рис. 1, на котором представлена бифуркационная диаграмма колебаний плотности пространственного заряда ρ в сечении системы $x=0.2$. При уменьшении параметра α от 2.88π до 2.86π рассматриваемая модель демонстрирует переход от регулярной динамики к хаотической через каскад удвоений периода, завершающийся установлением слабохаотических колебаний с четко выраженным временным масштабом (так называемый режим ленточного хаоса) [38, 45, 51, 52]. С дальнейшим уменьшением величины управляющего параметра α происходит перестройка хаотических колебаний в системе. Колебания существенно усложняются: исчезает четко выделенный временной масштаб колебаний, усложняется спектральный состав колебаний электронного потока (режим спирального хаоса). Отметим также, что в работах [49, 51, 52] рассматривается проблема подавления хаотической динамики и установления периодических колебаний с использованием обычной цепи обратной связи, без привлечения специфических методов управления хаосом с помощью дискретной или непрерывной обратной связи.

Линеаризуя исходную систему гидродинамических уравнений (2)-(5), легко получить дисперсионное уравнение

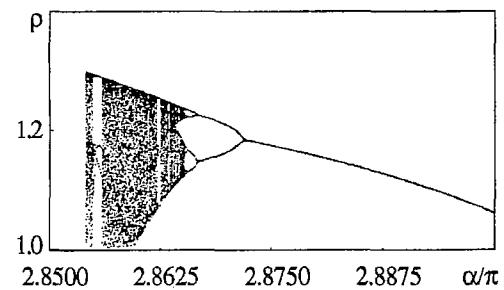


Рис. 1. Бифуркационная диаграмма колебаний плотности пространственного заряда в диоде Пирса в точке $x=0.2$.

ние, описывающее эволюцию малых возмущений в диоде Пирса, в следующем виде:

$$(\alpha\omega-k)^2 = \alpha^2, \quad (9)$$

$$\frac{[(\omega^2+1)\sin\alpha+2j\omega\cos\alpha] + \alpha\omega^4 - \alpha\omega^2 - 2j\omega}{(\omega^2-1)} \exp[j\alpha\omega] = 0, \quad (10)$$

где $\omega = \omega/\omega_p$.

Отметим, что уравнения (2)-(5) описывают динамику холодной электронной плазмы (то есть в электронном потоке не учитываются столкновения и диффузия). Для обобщения уравнений при наличии столкновений и диффузии уравнение движения следует переписать в виде (см., например, [38, Лекция 3])

$$\frac{dv}{dt} + v \frac{dv}{dx} = -E - vv + (v_T^2/\rho) \frac{d\rho}{dx}, \quad (11)$$

где v - нормированная частота столкновений ($v = (v_0/L)v'$), v_T - нормированная средняя квадратичная тепловая скорость ($v_T = v'_T/v_0$); штрихами, как и выше, обозначены размерные величины. Величина средней квадратичной тепловой скорости определяется соотношением

$$v'_T = (kT_e/m_e)^{1/2}, \quad (12)$$

где k - постоянная Больцмана, m_e - масса электрона и T_e - температура электронной плазмы, которая полагается изотермической.

Пренебрегая столкновениями в электронном потоке, дисперсионное соотношение (9) для электронного потока с учетом диффузии можно получить в виде

$$(\alpha^0\omega-k)^2 = (\alpha^0)^2 + k^2(\alpha^0)^2/v_T^2, \quad (13)$$

а уравнение (10) останется формально неизменным при замене $\alpha \rightarrow \alpha^0$, где

$$\alpha^0 = \omega_p L/v, \quad \alpha_T = \omega_p L/v_T, \quad (14)$$

$v_{ct}^2 = v_0^2 + v_T^2$ - статическая скорость электронного потока с учетом диффузии. Параметр Пирса для системы с диффузией с учетом соотношений (14) и (12) в предположении $v_T \ll v_0$ можно приблизительно записать как

$$\alpha^0 = \omega_p L/v_0 (1 - \frac{1}{2} kT_e / (m_e v_0^2)), \quad (15)$$

то есть эффективный параметр Пирса с ростом температуры T_e электронов уменьшается. Последнее связано с ростом статической скорости v_{ct} электронного потока с увеличением T_e .

Из соотношения (15) следует, что гидродинамическая теория диода Пирса для электронного потока без диффузии, рассматриваемая в данной работе, справедлива при следующем условии, накладываемом на температуру электронной плазмы:

$$T_e \ll 2m_e v_0^2/k \approx 10^7 \div 10^8 \text{ К для } v_0 \approx 0.1 \text{ с.} \quad (16)$$

Последнее обычно выполняется, что делает корректным изучение нестационарных процессов в диоде Пирса с использованием приближения холодной электронной плазмы.

Для численного решения исходной нелинейной системы гидродинамических уравнений (2)-(5) использовалась одношаговая явная двухслойная по времени схема с разностями против потока [38, 53]. Введем функции плотности, скорости и потенциала, заданные в дискретном времени и в дискретном пространстве. Для этого зададим шаг во времени Δt и шаг пространственной сетки $\Delta x = 1/N$, где N -

число узлов пространственной сетки. Тогда уравнения движения (2) и непрерывности (3) аппроксимируются следующими своими конечно-разностными аналогами (см. подробнее [38, Лекция 4]):

$$(v_j^{n+1} - v_j^n)/\Delta t + v_{j-1}^n (v_j^n - v_{j-1}^n)/\Delta x = -(\varphi_j^n - \varphi_{j-1}^n)/\Delta x. \quad (17)$$

$$(\rho_j^{n+1} - \rho_j^n)/\Delta t + v_{j-1}^n (\rho_j^n - \rho_{j-1}^n)/\Delta x + \rho_{j-1}^n (v_j^n - v_{j-1}^n)/\Delta x = 0. \quad (18)$$

Несложно показать, что при выполнении следующего условия, записанного в нашей нормировке (7) как

$$\Delta t \leq \Delta x, \quad (19)$$

накладываемого на шаги по времени и координате, разностная схема (17)-(19) устойчива. Второе условие, накладываемое на шаги пространственно-временной сетки, определяется тем, что шаг пространственной сетки должен выбираться много меньше характерного пространственного масштаба возмущения λ :

$$\Delta x \ll \lambda. \quad (20)$$

В случае «горячей» электронной плазмы шаг пространственной сетки должен выбираться в соответствии с Дебаевской длиной волны D :

$$\Delta x \ll 1/D = \omega_p/v_T. \quad (21)$$

Уравнение Пуассона (4) также записывается в конечно-разностном виде:

$$(\varphi_{j+1} - 2\varphi_j + \varphi_{j-1})/\Delta x^2 = \alpha^2(\rho_j - 1), \quad j = 1, \dots, N-1, \quad \varphi_0 = \varphi_N = 0. \quad (22)$$

Соотношение (22) представляет собой систему линейных алгебраических уравнений, которые решаются стандартными методами линейной алгебры. В данной работе использовался метод прогонки, подробно описанный применительно к одномерному уравнению Пуассона в монографиях [53,54]. При численном моделировании использовались следующие основные параметры численной схемы, такие как шаг пространственной сетки и шаг во времени $\Delta x=0.005$ и $\Delta t=0.003$. В некоторых численных экспериментах по управлению хаотической динамикой использовались более мелкие шаги по времени и координате: $\Delta x=0.0005$ и $\Delta t=0.0001$.

2. Выделение неустойчивых периодических пространственно-временных состояний хаотической динамики диода Пирса

Рассмотрим в данном разделе неустойчивые периодические пространственно-временные состояния распределенной активной среды, которые аналогичны неустойчивым периодическим орбитам динамической системы с малым числом степеней свободы.

Наиболее простым «особым» состоянием электронного пучка о сверхкритическим током в диоде Пирса в режиме хаотической динамики является неустойчивое состояние однородного равновесия, которое является решением стационарных уравнений, получаемых из нестационарных уравнений гидродинамической теории (2)-(4) в предположении $\partial/\partial t=0$, и характеризуется однородным распределением всех величин в пространстве пролетного промежутка

$$v(x) = 1.0, \quad \rho(x) = 1.0, \quad \varphi(x) = 0.0. \quad (23)$$

Стационарное пространственно однородное состояние равновесия (23)

является устойчивым при $\alpha < \pi$, далее, при $\alpha > \pi$ состояние равновесия теряет устойчивость. В работах [38,45,51,52,55,56] показана значительная роль неустойчивого состояния однородного равновесия в хаотизации динамики диода Пирса при уменьшении управляющего параметра α или введении в систему внешней обратной связи с запаздыванием.

Более сложно выделить неустойчивые периодические пространственно-временные состояния *распределенной* автоколебательной системы, аналогичные неустойчивым периодическим орбитам хаотического аттрактора динамической системы с малым числом степеней свободы.

Первоначальную информацию о наборе неустойчивых периодических орбит, присутствующих в хаотическом аттракторе, позволяет получить построение гистограмм времен возврата фазовой точки к фиксированным «стартовым» состояниям, выбираемым случайным образом по всему хаотическому аттрактору. Этот метод выявления неустойчивых циклов был впервые предложен в работе D.P. Lathrop и E.J. Kostelich [6]. Если некоторая фазовая точка \mathbf{R}_i принадлежит неустойчивому циклу с периодом T , то фазовая траектория, пройдя точки $\mathbf{R}_{i+1}, \mathbf{R}_{i+2}, \dots, \mathbf{R}_k$, окажется вблизи исходного состояния с заданной точностью $\epsilon > 0$

$$\|\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_{i+m}\| < \epsilon, \quad (24)$$

где $m = T/\Delta t$ - период орбиты в дискретных единицах времени. Далее строится распределение (гистограмма) времен возврата, по которой легко выделить характерные времена соответствующих неустойчивых периодических орбит, а затем отыскать и сами неустойчивые циклы.

При анализе неустойчивых пространственно-временных состояний в исследуемой *распределенной* автоколебательной пучково-плазменной системе рассматривались временные колебания плотности пространственного заряда $\rho(x_0, t)$, регистрируемые в фиксированных точках x_0 пространства взаимодействия. Далее, по временным реализациям $\rho(x_0, t)$ в псевдофазовом пространстве с помощью метода Такенса [57] восстанавливались аттракторы, соответствующие колебаниям в фиксированных точках пространства x_0 . Метод Такенса сводится к построению фазовых векторов вида

$$\mathbf{R} = \{\rho(t), \rho(t+\Delta), \rho(t+2\Delta), \dots, \rho(t+(n-1)\Delta)\}^T,$$

где Δ - длительность задержки, а n - размерность пространства вложения ($n=2$ соответствует проекции хаотического аттрактора колебаний на плоскость). С помощью алгоритма (24) в восстановленном по колебаниям в единственной точке пространства взаимодействия хаотическом аттракторе выделялись неустойчивые орбиты, по которым далее определялись неустойчивые пространственно-временные состояния.

На рис. 2 представлены гистограммы времен возврата при различных значениях параметра Пирса α , построенные для хаотических аттракторов, восстановленных по колебаниям плотности пространственного заряда в фиксированной точке пространства взаимодействия $x_0=0.2$. Из рисунка можно видеть, что в режиме ленточного хаоса (рис. 2, а, б) одна из неустойчивых орбит в значительной степени доминирует в спектре времен возврата, то есть изображающая точка посещает ее значительно чаще, чем другие неустойчивые орбиты. Заметим, что период наиболее посещаемой неустойчивой орбиты в режиме ленточного хаоса меняется с уменьшением параметра Пирса. Действительно, как видно из рис. 2, а, наиболее посещаемой является орбита с периодом $T=12.177$, а при незначительном уменьшении α (см. рис. 2, б) преобладающей уже становится орбита периода $T=20.159$.

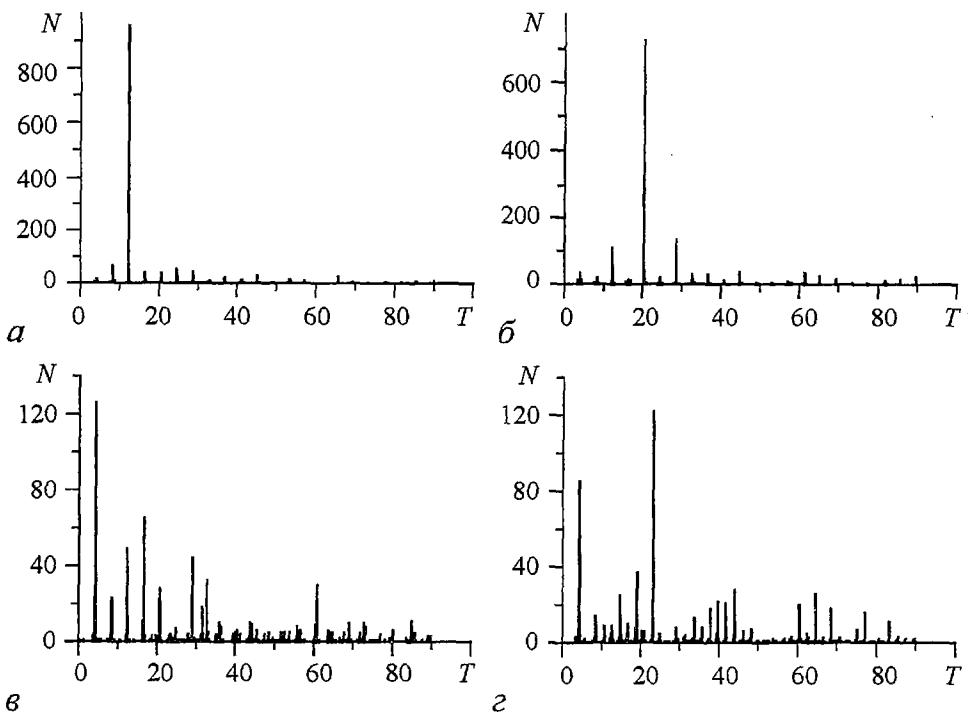


Рис. 2. Гистограммы времен возврата фазовой траектории к фиксированным точкам аттрактора при различных значениях управляющего параметра α : *а* - 2.862π ; *б* - 2.861π ; *в* - 2.859π ; *г* - 2.857π

Для режима развитого, спирального, хаоса (рис. 2, *в*, *г*) набор неустойчивых периодических орбит хаотического аттрактора колебаний плотности пространственного заряда в точке $x_0=0.2$ оказывается существенно сложнее. При этом различные неустойчивые периодические состояния, как видно из представленных гистограмм, посещаются системой более часто и равномерно.

Гистограммы времен возврата, построенные для скалярной временной реализации $\rho(x,t)$, снятой в различных сечениях $x=x_0$ пролетного промежутка, имеют весьма схожий вид. Это иллюстрирует рис. 3, на котором представлены гистограммы времен возврата, построенные для хаотических аттракторов, восстановленных по колебаниям плотности пространственного заряда в различных точках x_0 пролетного промежутка. Видно, что набор неустойчивых орбит практически одинаков вдоль длины пролетного промежутка; незначительное различие посещаемости (ср., например, орбиты периода $T=4.173$ на рис. 3, *а* и *в*, отмеченные стрелками) неустойчивых орбит в различных сечениях пространства может быть связано с точностью определения времен возврата. Такой вид гистограмм времен возврата во всем пространстве взаимодействия свидетельствует о том, что структура неустойчивых периодических орбит, восстановленных по скалярным временным реализациям некоторой характеризующей систему переменной и определяющих динамику электронного потока в различных сечениях пролетного промежутка, одинакова во всем пространстве исследуемой распределенной системы. Последнее позволяет выделять и анализировать некоторые характеристики неустойчивых пространственно-временных состояний распределенной системы по скалярному временному ряду, снимаемому в некоторой точке пространства взаимодействия.

На рис. 4 и 5 показаны неустойчивые периодические пространственно-временные состояния исходной распределенной системы - колебания плотности пространственного заряда $\rho(x,t)$ электронного потока, соответствующие

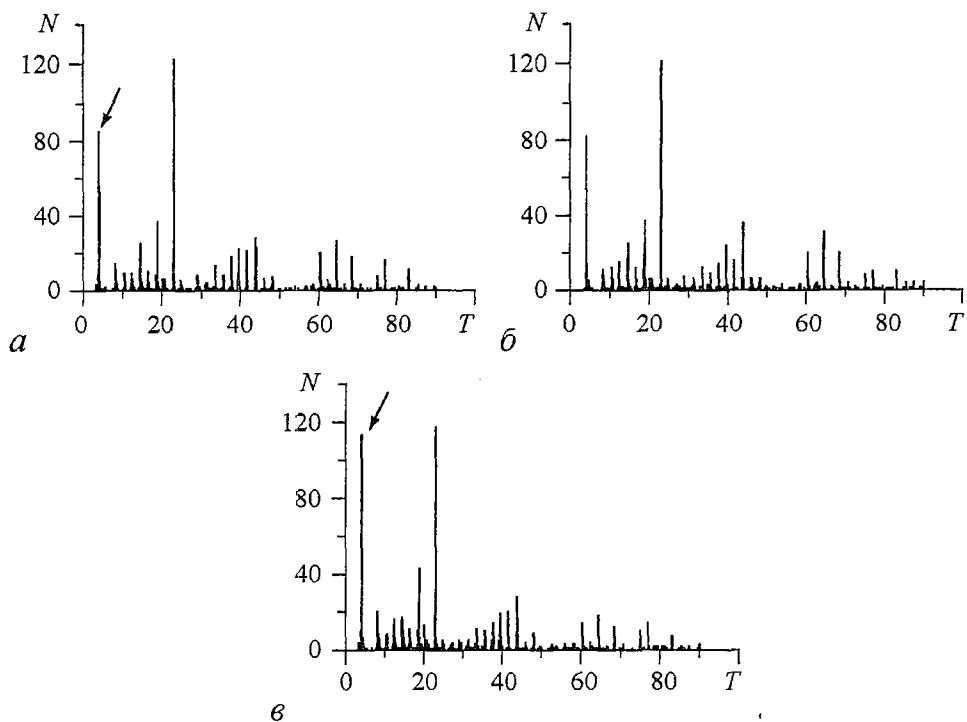


Рис. 3. Гистограммы времен возврата фазовой траектории к фиксированным точкам аттрактора для $\alpha = 2.857\pi$ и различных сечений пролетного промежутка x_0 : a - 0.2; b - 0.5; c - 0.8

неустойчивым орбитам аттракторов, восстановленным по скалярным временным реализациям. Неустойчивые периодические состояния построены для режима ленточного (рис. 4, $\alpha = 2.862\pi$) и спирального (рис. 5, $\alpha = 2.857\pi$) хаоса в диоде Пирса. Различные неустойчивые пространственно-временные состояния на этих рисунках отличаются периодом T .

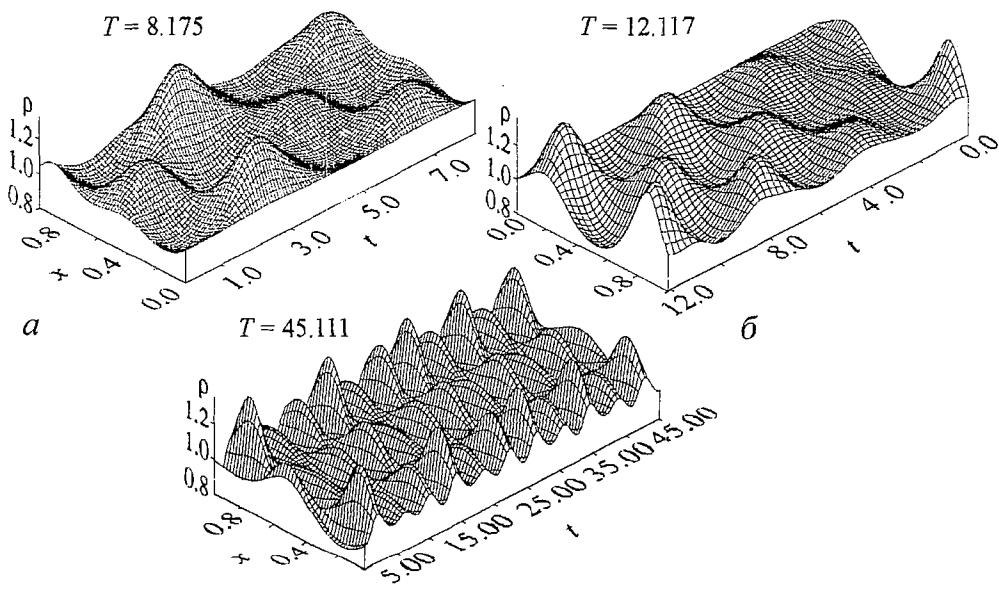


Рис. 4. Вид неустойчивых периодических пространственно-временных состояний различных периодов T распределенной системы в режиме ленточного хаоса: a - 8.175; b - 12.117; c - 45.111

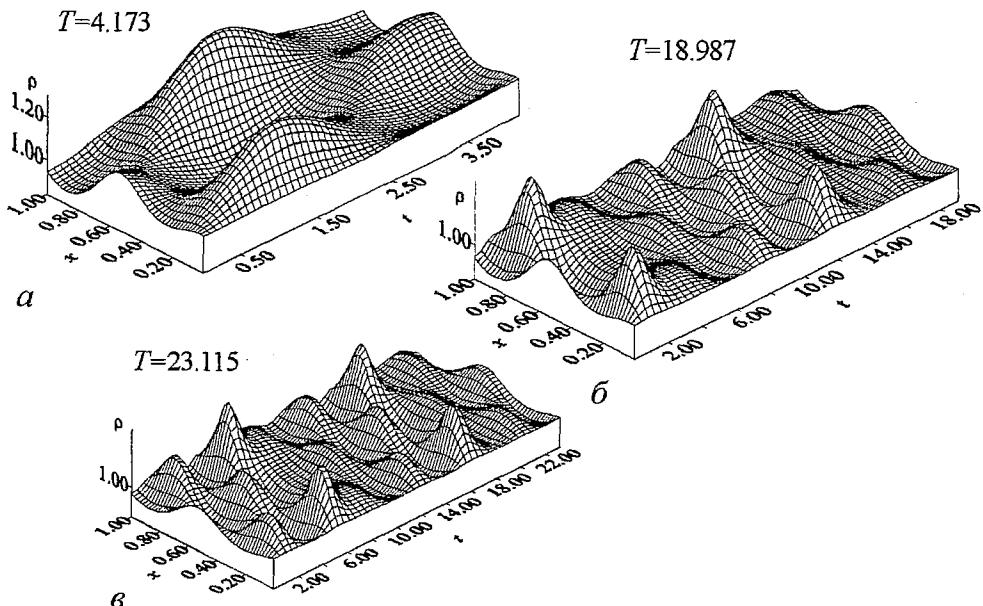


Рис. 5. Вид неустойчивых периодических пространственно-временных состояний различных периодов T распределенной системы в режиме развитого (спирального) хаоса: *a* - 4.173; *б* - 18.987; *в* - 23.115

Важным вопросом для построения схем эффективного управления хаотической динамикой с помощью стабилизации неустойчивых состояний является вопрос о времени τ , которое проходит между посещением системой того или иного «особого» состояния. Хорошо известно [58,59], что для систем с малым числом степеней свободы распределение $p(\tau)$ времен возврата описывается степенным законом вида

$$p(\tau) \sim \exp(-\tau/\langle\tau\rangle), \quad (25)$$

где $\langle\tau\rangle$ - среднее время возврата системы к неустойчивому состоянию.

Для определения распределения времен возврата в исследуемой автоколебательной системе было введено понятие расстояния $S(t)$ от текущего состояния системы до неустойчивого периодического состояния по следующей формуле

$$S(t) = (1/T \int_0^T ((\rho(x,t) - \rho^T(x,t))^2 + (v(x,t) - v^T(x,t))^2 + (\varphi(x,t) - \varphi^T(x,t))^2) dx dt)^{1/2}, \quad (26)$$

где T - период неустойчивого состояния, $\{\rho^T(x,t), v^T(x,t), \varphi^T(x,t)\}$ - пространственно-временные распределения величин скорости, плотности и потенциала пространственного заряда, соответствующие неустойчивому периодическому состоянию периода T , $\{\rho(x,t), v(x,t), \varphi(x,t)\}$ - текущее состояние системы; множитель $1/T$ введен для нормировки величины отклонения S так, чтобы она не зависела от длительности периода T исследуемого состояния.

В качестве времени возврата τ тогда выступает длительность интервала времени между двумя последовательными посещениями системой окрестности неустойчивого периодического состояния, которое может быть определено как

$$\tau = t_2 - t_1, \quad |S(t_1)| < \varepsilon, \quad |S(t_2)| < \varepsilon, \quad t_2 > t_1, \quad \forall t \in (t_1 + \Delta, t_2) : |S(t)| > \varepsilon, \quad (27)$$

где ε - точность, с которой определяется факт нахождения системы в окрестности неустойчивого периодического состояния; $\Delta < (t_2 - t_1)$ - интервал времени, в течение которого система находится вблизи неустойчивого периодического состояния:

$\forall t \in (t_1, t_1 + \Delta) : S(t) < \varepsilon$. Как показал численный анализ, изменение величины ε не оказывает существенного влияния на вид распределения, поэтому в дальнейшем точность определения неустойчивого периодического состояния была зафиксирована и составила $\varepsilon = 0.5$.

Исследование вида распределения $p(\tau)$ времен возврата по длительности, проведенное с помощью расчета величины $S(t)$ (26), показало, что и для распределенной автоколебательной системы (то есть системы с бесконечным числом степеней свободы) распределение времен возврата также с хорошей степенью точности подчиняется соотношению (25). Для иллюстрации этого на рис. 6, *a* в полулогарифмическом масштабе представлено соответствующее распределение $p(\tau)$ времен возврата системы к неустойчивому периодическому состоянию, наиболее часто посещаемому в режиме ленточного хаоса (см. рис. 2, *a*; $\alpha = 2.862\pi$). На рис. 6 показаны точки распределения, полученные в результате численного моделирования исходных нестационарных уравнений гидродинамической теории, сплошная линия - аппроксимация построенного распределения степенной зависимостью (25), где в качестве среднего времени возврата $\langle \tau \rangle$ было выбрано значение, полученное из численного моделирования. Видно, что полученное распределение $p(\tau)$ достаточно хорошо аппроксимируется степенным законом, сильные отклонения распределения в области больших времен возврата $\tau > 10000.0$ объясняются недостаточностью статистики. Так, распределение, представленное на рис. 6, строилось примерно по 6000 посещений неустойчивой периодической орбиты, из которых временам возврата $\tau > 10000.0$ соответствуют только 5 точек.

Аналогичное распределение имеет место для других неустойчивых периодических пространственно-временных состояний, однако среднее время возврата $\langle \tau \rangle$ различно для различных состояний и пропорционально весу каждой из орбит на гистограммах времен возврата (см. рис. 2).

Отметим также, что степенное распределение (25) времен возврата выполняется и для неустойчивого однородного распределения (23). Для примера на рис. 6, *b* показано распределение времен возврата к неустойчивому состоянию равновесия для режима спирального хаоса. Видно, что и в этом случае выполняется степенной закон (25) для распределения времен возврата. Отклонение от степенного закона при больших τ в этом случае также объясняется недостаточным числом точек для очень больших времен возврата.

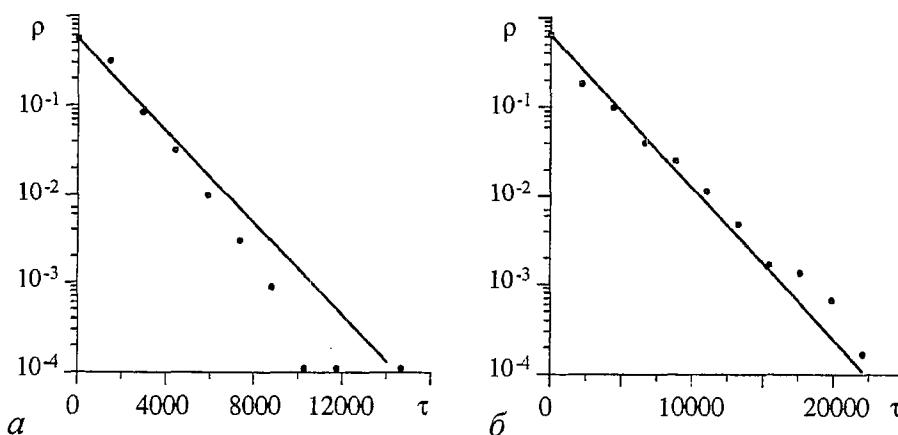


Рис. 6. Распределение времен возврата τ системы к периодическому неустойчивому состоянию с периодом $T=12.117$ в режиме ленточного хаоса при $\alpha=2.862\pi$ (*a*) и неустойчивому состоянию равновесия (23) в режиме спирального хаоса при $\alpha=2.857\pi$ (*b*). Кружки - результат численного эксперимента. Сплошной линией на рисунках показаны соответствующие степенные распределения (25). В численном эксперименте найдено $\langle \tau \rangle = 1673.7$ (*a*) и $\langle \tau \rangle = 2540.1$ (*b*)

В качестве важной количественной характеристики выделенных неустойчивых периодических состояний полезно рассмотреть величину максимальной ляпуновской экспоненты, соответствующую каждой из неустойчивых орбит. Определение подобной характеристики весьма важно для дальнейшего анализа возможности стабилизации неустойчивых пространственно-временных состояний. Вместе с тем, вычисление подобной характеристики наталкивается на определенную сложность, которая заключается в *распределенности* исследуемой автоколебательной системы. Для таких систем слабо развиты соответствующие численные методы нахождения количественных характеристик хаотической динамики. Поэтому нами была предложена методика определения значений максимальной ляпуновской экспоненты каждого из неустойчивых пространственно-временных состояний *распределенной активной среды*, которая подробно обсуждается в следующем разделе.

3. Расчет максимальных ляпуновских экспонент для распределенной активной среды

Как уже отмечалось, важной количественной характеристикой поведения нелинейных систем с малым числом степеней свободы является максимальная ляпуновская экспонента λ [2]. В представленной работе предлагается методика расчета характеристики Λ распределенной автоколебательной системы, которая по своему смыслу аналогична максимальному ляпуновскому показателю в сосредоточенных нелинейных системах. Будем далее называть величину Λ максимальной ляпуновской экспонентой по аналогии с сосредоточенными динамическими системами.

В основу нахождения максимального ляпуновского показателя распределенной автоколебательной системы была положена процедура G. Benettin [60], адаптированная нами для анализа устойчивости состояний распределенной системы.

Введем расстояние $S(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2)$ между двумя мгновенными (то есть в некоторый фиксированный момент времени t) состояниями системы $\mathbf{R}_1 = \{\rho_1(x), v_1(x), \varphi_1(x)\}$ и $\mathbf{R}_2 = \{\rho_2(x), v_2(x), \varphi_2(x)\}$, которое определяется по аналогии с выражением (26) как

$$S(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) = \left(\int_0^1 ((\rho_1(x) - \rho_2(x))^2 + (v_1(x) - v_2(x))^2 + (\varphi_1(x) - \varphi_2(x))^2) dx \right)^{1/2}. \quad (28)$$

Рассмотрим поведение системы, стартующей с некоторого состояния

$$\mathbf{R}^0 = \{\rho_0(x), v_0(x), \varphi_0(x)\}, \quad (29)$$

и поведение возмущенной системы, стартующей из точки

$$\tilde{\mathbf{R}}^0 = \{\rho_0(x) + \tilde{\rho}(x), v_0(x) + \tilde{v}(x), \varphi_0(x) + \tilde{\varphi}(x)\}, \quad (30)$$

где $\tilde{\rho}(x)$, $\tilde{v}(x)$ и $\tilde{\varphi}(x)$ - случайные функции, $S(\tilde{\mathbf{R}}^0, \mathbf{R}^0) = \epsilon$, где ϵ - малая величина.

Зададимся некоторым интервалом времени ΔT и, решая численно уравнения (2)-(4), найдем вектор состояния \mathbf{R}_1 и его возмущение $\tilde{\mathbf{R}}_1$ в момент времени $t + \Delta T$. Отношение $S(\mathbf{R}_1, \tilde{\mathbf{R}}_1)/\epsilon$ характеризует рост (или затухание) возмущения во времени. Переопределим теперь возмущенное состояние $\tilde{\mathbf{R}}_1$ системы так, чтобы его отклонение от невозмущенного состояния \mathbf{R}_1 стало равно исходному значению ϵ , а направление отклонения не изменилось,

$$\begin{aligned}
\tilde{\mathbf{R}}_1^0 &= \epsilon \tilde{\mathbf{R}}_1 / S(\mathbf{R}_1, \tilde{\mathbf{R}}_1) = \\
&= \{\epsilon \rho_1(x) / S(\tilde{\mathbf{R}}_1, \mathbf{R}_1), \epsilon v_1(x) / S(\tilde{\mathbf{R}}_1, \mathbf{R}_1), \epsilon \varphi_1(x) / S(\tilde{\mathbf{R}}_1, \mathbf{R}_1)\}.
\end{aligned} \tag{31}$$

Далее повторяем процедуру заново. Изменение амплитуды возмущения за M шагов в соответствии с методикой G. Benettin [60] будет выражаться формулой $P = \prod_{k=1}^M S(\mathbf{R}_k, \tilde{\mathbf{R}}_k) / \epsilon$. Тогда значение максимального ляпуновского показателя Λ определяется как

$$\Lambda = 1/(M\Delta T) \ln P = 1/(MT) \sum_{k=1}^M \ln(S(\mathbf{R}_k, \tilde{\mathbf{R}}_k) / \epsilon). \tag{32}$$

В качестве примера применения вышеописанной методики расчета максимальной ляпуновской экспоненты была определена зависимость величины Λ от параметра Пирса α в режиме хаотической динамики (рис. 7). Из рисунка следует, что неустойчивость динамики потока в диоде Пирса нарастает с ростом параметра надкритичности ($\alpha - \alpha_{kp}$), где α_{kp} - значение параметра Пирса, при котором наблюдается возникновение хаотического аттрактора. Зависимость $\Lambda(\alpha)$ является немонотонной, тем не менее вблизи границы формирования хаотического аттрактора она близка к аналогичной зависимости максимальной ляпуновской экспоненты λ для логистического отображения: $\Lambda \sim |\alpha - \alpha_{kp}|^{1/2}$. Отметим также наличие нескольких окон периодичности в области хаотической динамики, в которых $\Lambda < 0$.

Для нахождения максимальной ляпуновской экспоненты Λ^T каждого из выделенных в предыдущем разделе неустойчивых периодических состояний рассмотренная методика модифицировалась следующим образом. В качестве «опорного» начального состояния (29) использовалось неустойчивое периодическое состояние (все распределения величин которого известны) в некоторый момент времени t

$$\mathbf{R}^{T0} = \{\rho^T(x), v^T(x), \varphi^T(x)\}. \tag{33}$$

Аналогично предыдущему в это состояние вносились возмущение

$$\tilde{\mathbf{R}}^0 = \{\rho^T(x) + \tilde{\rho}(x), v^T(x) + \tilde{v}(x), \varphi^T(x) + \tilde{\varphi}(x)\}, \tag{34}$$

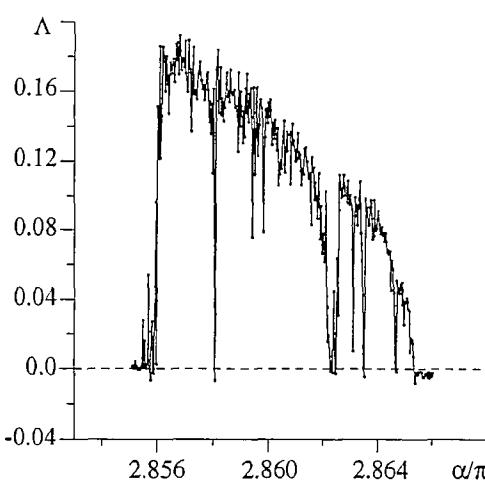


Рис. 7. Зависимость максимальной ляпуновской экспоненты Λ от параметра Пирса α в режиме хаотической динамики

где все обозначения совпадают с обозначениями в формуле (30). Далее, в течение времени ΔT численно решались нестационарные уравнения (2)-(4) и находилось отклонение $S(\mathbf{R}_1^T, \tilde{\mathbf{R}}_1^T)$ состояния системы от рассматриваемого неустойчивого периодического пространственно-временного состояния в момент времени $t + \Delta T$. После этого осуществлялась перенормировка возмущения вблизи неустойчивого периодического состояния в соответствии с формулой (31), где в качестве невозмущенного состояния выбираются распределения величин $\{\rho^T(x, t + \Delta T), v^T(x, t + \Delta T), \varphi^T(x, t + \Delta T)\}$ неустойчивого состояния в момент времени $t + \Delta T$.

Далее процедура повторяется заново, а максимальная ляпуновская экспонента Λ^T неустойчивого периодического состояния определяется формулой (32), где в качестве опорного состояния \mathbf{R}_k используется периодическое неустойчивое состояние, а $\tilde{\mathbf{R}}_k$ есть отклонение состояния системы от \mathbf{R}_k .

Рассчитанные с помощью предложенной методики значения максимальных ляпуновских экспонент Λ^T для наиболее часто посещаемых неустойчивых пространственно-временных периодических состояний исследуемой системы в режиме развитого (спирального) хаоса ($\alpha=2.857\pi$) представлены в табл.

Таблица

Период неустойчивого состояния T	Максимальный ляпуновский показатель Λ^T
4.347	0.854
8.289	1.194
10.581	0.698
12.501	0.629
14.613	0.337
18.987	0.266
23.115	0.186
39.636	0.094
43.953	0.083
60.438	0.053

4. Стабилизация неустойчивого состояния равновесия с помощью непрерывной обратной связи

Для стабилизации неустойчивого состояния равновесия (23) в режиме сложной хаотической динамики активной среды, следуя вышеупомянутым работам [19-27], посвященным анализу стабилизации хаоса в системах с малым числом степеней свободы, использовалась следующая схема управления с помощью непрерывной внешней обратной связи.

Непрерывная обратная связь осуществлялась путем изменения значения потенциала на правой границе системы

$$\varphi(x=1.0, t) = f_{fb}(t) = K(\rho(x_{fix}, t) - \rho(x_{fix}, t-d)), \quad (35)$$

где K - коэффициент обратной связи; d - длительность задержки в цепи обратной связи; $\rho(x_{fix}, t)$ - колебания плотности пространственного заряда в некоторой фиксированной точке $x=x_{fix}$ пространства ($x_{fix}=0.2$). В случае установления режима стабилизации неустойчивого состояния, когда система находится точно на неустойчивом состоянии равновесия, сигнал обратной связи f_{fb} будет сравним с уровнем шумов.

Таким образом, в отличие от работ [27-33,35,36], в которых управление хаотической динамикой распределенных систем предполагало влияние сигнала обратной связи на значения переменных во всем пространстве исследуемой системы, в нашей схеме сигнал непрерывной обратной связи приводит к изменению только граничных условий (которые становятся нестационарными), что делает подобную схему более простой для реализации на практике.

Отметим, что термин *непрерывная* обратная связь используется по аналогии с работами [18,19], где слово «непрерывная» подчеркивает использование непрерывного изменения управляющего сигнала в отличие от схем, основанных на

алгоритме E. Ott, C. Grebogy, J. Yorke [4], в котором, как обсуждалось во введении, управление осуществляется за счет малых дискретных изменений некоторого управляющего параметра. Очевидно, что рассматриваемая здесь схема (35) управления хаосом с непрерывной обратной связью более просто реализуема на практике и способна эффективно работать на сверхвысоких частотах, в отличие от схем с дискретным изменением управляющих параметров.

Для стабилизации неустойчивого состояния равновесия длительность задержки d в цепи непрерывной обратной связи (35) должна быть достаточно малой $d < T_p/2$, где T_p - характерный временной масштаб колебаний в распределенной системе без обратной связи.

Результаты стабилизации неустойчивого состояния равновесия в распределенной системе (2)-(5) с помощью схемы с непрерывной обратной связью (35) представлены на рис. 8 для двух характерных режимов хаотических колебаний.

До момента включения обратной связи система демонстрирует хаотические колебания со значительной амплитудой. Однако, после включения обратной связи в распределенной автоколебательной системе наблюдается быстрое уменьшение амплитуды колебаний в системе, заканчивающееся стабилизацией неустойчивого состояния равновесия (23). После короткого переходного процесса управляющий сигнал в цепи обратной связи относительно мал по сравнению с сигналом до начала стабилизации (он составляет менее 0.01% по амплитуде). Последнее означает, что в предложенной и рассмотренной схеме реализуется управление хаосом (стабилизация неустойчивого состояния системы) за счет обратной связи с весьма малой амплитудой управляющего сигнала.

Важным вопросом является определение областей управляющих параметров K и d обратной связи, в которых возможно управление хаосом в пучково-плазменной системе. Эти области показаны на рис. 9 для стабилизации неустойчивого состояния равновесия в режиме ленточного хаоса и развитого спирального хаоса. Качественно полученные карты режимов распределенной автоколебательной системы с непрерывной обратной связью, представленные на плоскостях управляющих параметров (K, d) , похожи в обоих хаотических режимах. Так, при малых коэффициентах обратной связи K в системе имеют место хаотические колебания, подобные наблюдающимся в системе без управляющей обратной связи (область C). С ростом величины K наблюдается разрушение хаотических колебаний и установление периодических автоколебаний (область P). Сигнал обратной связи не мал, поэтому данный режим динамики нельзя считать режимом управления хаоса. Действительно, в этом случае амплитуда колебаний в цепи обратной связи того же порядка, что и амплитуда колебаний f_{lb} до момента включения обратной связи. С дальнейшим увеличением K имеет место установление режима управления хаосом, когда в системе стабилизируется неустойчивое состояние равновесия и система ведет себя так, как это изображено на рис. 8.

Ширина области S управления хаосом на карте режимов сильно зависит и от длительности задержки d . Существуют пороговые значения длительностей d_1 и d_2 , такие что только в диапазоне $d \in (d_1, d_2)$ наблюдается установление режима стабилизации неустойчивого состояния равновесия.

При больших величинах d и K возникают отражения электронов в пучке (область V), когда исходные уравнения (2)-(5) гидродинамической теории диода Пирса оказываются несправедливы [38].

В режиме спирального хаоса область в пространстве параметров обратной связи, в которой наблюдается стабилизация состояния равновесия, существенно меньше, чем в режиме ленточного хаоса (ср. рис. 9, *a* и *b*).

Анализ устойчивости того или иного состояния стабилизируемой

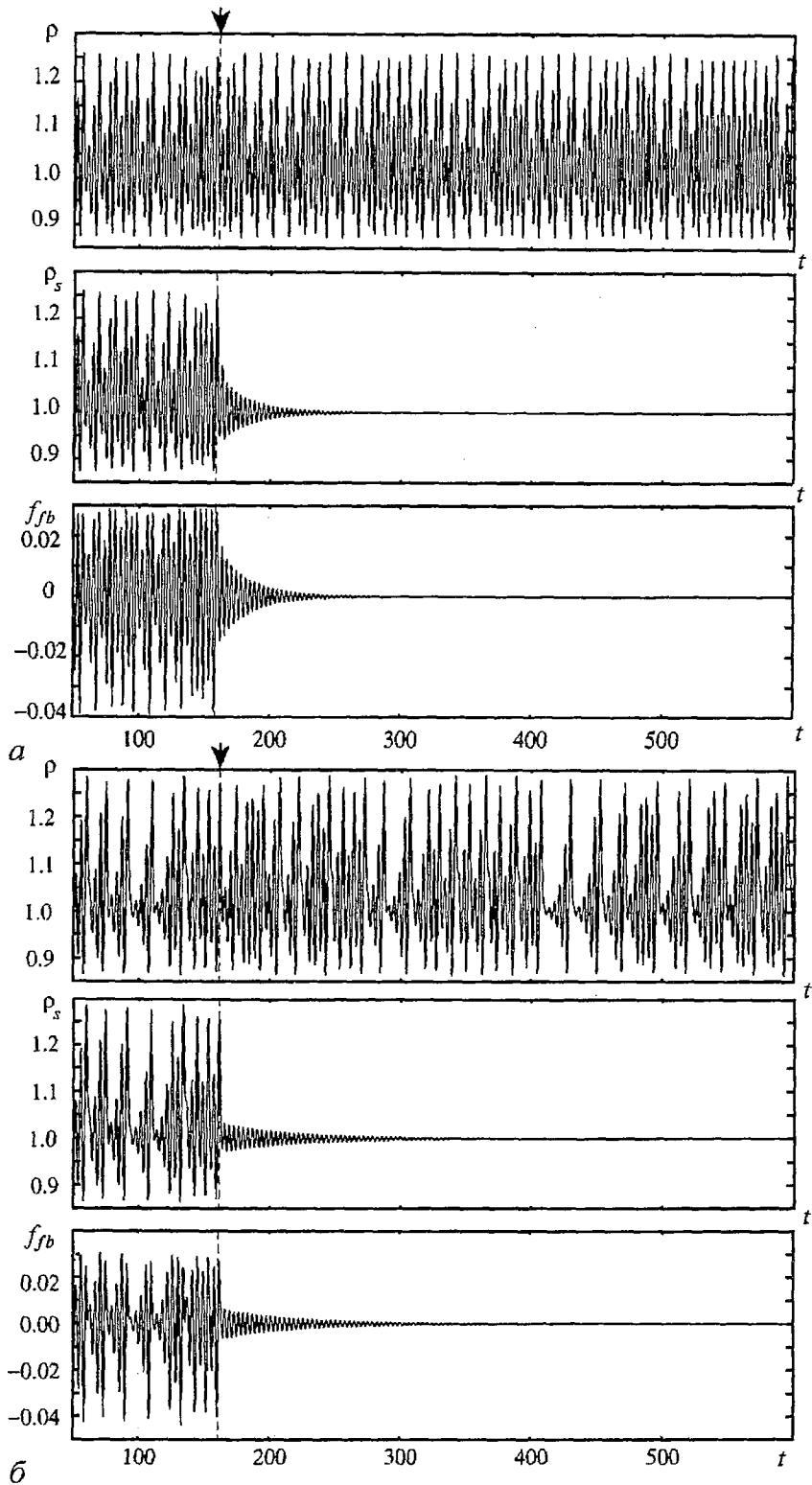


Рис. 8. Временные реализации колебаний $\rho(x_{\text{fix}}, t)$ в нестабилизируемой системе (верхний рисунок), $\rho_s(x_{\text{fix}}, t)$ в стабилизируемой системе (средний рисунок) и сигнал $f_{\text{fb}}(t)$ в цепи обратной связи с параметрами $k=0.8$ и $d=0.15$ (нижний рисунок) для: *а* - режима ленточного хаоса ($\alpha=2.862\pi$); *б* - спирального хаоса ($\alpha=2.857\pi$). Стрелкой отмечены моменты включения непрерывной обратной связи

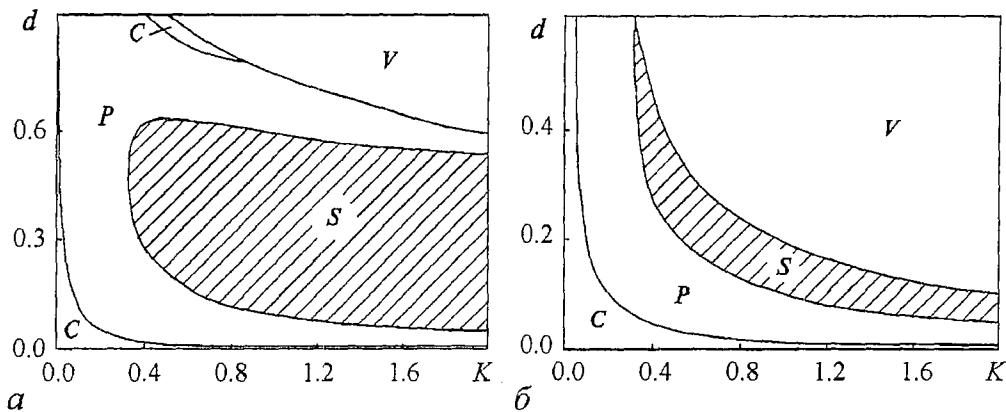


Рис. 9. Карты режимов колебаний в стабилизируемой внешней непрерывной обратной связью распределенной системе на плоскости управляющих параметров (K, d) для: *а* - режима ленточного хаоса ($\alpha=2.862\pi$); *б* - спирального хаоса ($\alpha=2.857\pi$). Заштрихована область стабилизации неустойчивого состояния равновесия

распределенной хаотической системы с управляемой обратной связью возможно провести с помощью расчета максимального ляпуновского показателя Λ [18]. При коэффициенте обратной связи $K=0$ величины ляпуновских показателей стабилизируемой системы совпадают с ляпуновскими показателями невозмущенной системы. Расчет максимального ляпуновского показателя осуществлялся с помощью алгоритма, описанного в предыдущем разделе статьи.

Рис. 10 демонстрирует зависимость максимального ляпуновского показателя Λ (32) от коэффициента K обратной связи для двух различных хаотических режимов (ленточного и спирального хаоса). Эта характеристика определяет границу применимости предложенного метода стабилизации хаоса. Так, подавление хаотической динамики в системе с обратной связью возможно только в тех интервалах K , где величина $\Lambda(K)<0$. Этим интервалам соответствуют области P и S на рис. 9. Величина параметра K , при которой возникает стабилизация неустойчивого состояния равновесия (область S на рис. 9) показана на рис. 10 стрелкой для обоих типов хаотической динамики. Видно, что установлению

режима стабилизации предшествует рост ляпуновского показателя, а за порогом стабилизации $K=K_c$ величина $\Lambda(K)$ линейно спадает. Такое поведение характерно для обоих типов хаотической динамики в исследуемой системе.

Возникает вопрос о стабилизации неустойчивого состояния равновесия в присутствии флюктуаций в системе. Для исследования влияния флюктуаций на управление хаосом в распределенной автоколебательной системе феноменологически заменим уравнение движения (2) на стохастическое дифференциальное уравнение с распределенным источником белого шума

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = -E + D\xi(x, t), \quad (36)$$

где $\xi(x, t) = 0$, $\xi(x, t)\xi(x', t') = \delta(x-x') \times \delta(t-t')$, D - амплитуда белого шума.

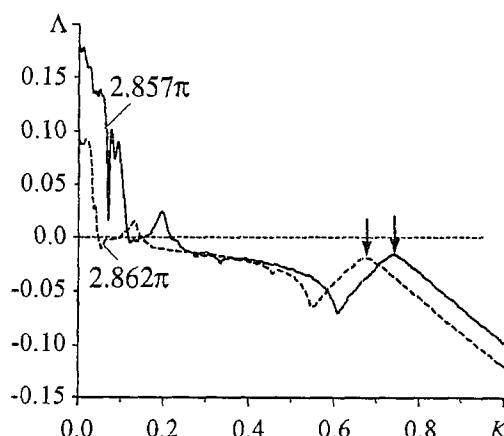


Рис. 10. Максимальный ляпуновский показатель Λ в зависимости от коэффициента K обратной связи. Штриховая линия соответствует режиму ленточного хаоса ($\alpha=2.862\pi$), сплошная - режиму спирального хаоса ($\alpha=2.857\pi$). Стрелкой отмечены значения K_c , начиная с которых наблюдалась стабилизация неустойчивого состояния равновесия

Зависимость среднего значения сигнала обратной связи $\langle |f_{fb}(t)| \rangle$ от амплитуды D шума при двух различных значениях коэффициента K обратной связи показаны на рис. 11. Скобки $\langle \cdot \rangle$ означают усреднение во времени. Рис. 11 был построен для режима развитого спирального хаоса при параметре Пирса $\alpha=2.857\pi$. Управляющий сигнал обратной связи направляет систему к требуемому стабилизируемому состоянию даже при значительном уровне шума, сравнимом с амплитудой сигнала $\rho(x_{fix}, t)$. Присутствие шума приводит только к увеличению амплитуды управляющего сигнала в цепи обратной связи $\langle |f_{fb}(t)| \rangle$ и флюктуациям системы возле состояния равновесия с амплитудой порядка D .

Амплитуда $\langle |f_{fb}(t)| \rangle$ сигнала в цепи обратной связи, как видно из рис. 11, растет линейно с ростом амплитуды шума D , и тем больше, чем больше коэффициент K обратной связи. Отметим, что изменение длительности задержки в цепи непрерывной стабилизирующей обратной связи в пределах области стабилизации неустойчивого состояния равновесия в системе с распределенным источником шума (36), (3), (4) оказывает слабое влияние на величину $\langle |f_{fb}(t)| \rangle$ сигнала в цепи обратной связи.

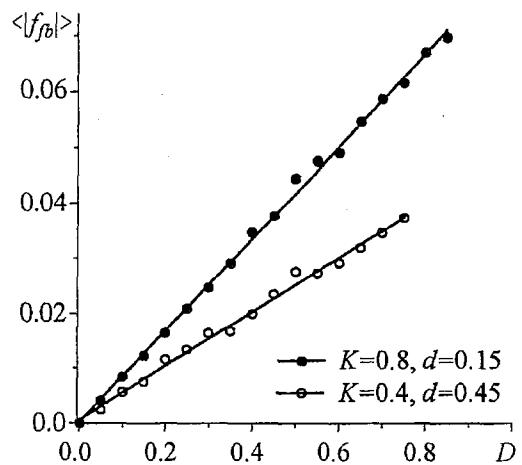


Рис. 11. Зависимость среднего значения сигнала обратной связи $\langle |f_{fb}(t)| \rangle$ от амплитуды D шума при различных значениях параметров обратной связи

5. Стабилизация неустойчивых периодических состояний с помощью непрерывной обратной связи

Простейшей схемой стабилизации выделенных в разделе 2 неустойчивых периодических состояний может стать схема, подобная описанной в предыдущем разделе, в которой сигнал обратной связи формируется следующим образом (см. формулу (35)):

$$\varphi(x=1.0, t) = f_{fb}^T(t) = K(\rho(x_{fix}, t) - \rho(x_{fix}, t - T_k)) = K\xi(t), \quad (37)$$

где T_k - длительность задержки в цепи обратной связи, равная временному периоду k -го неустойчивого периодического состояния. Здесь, как и в случае стабилизации состояния неустойчивого однородного равновесия, в качестве опорной точки x_{fix} , откуда снимается сигнал обратной связи, было выбрано $x_{fix} = 0.2$.

Численное моделирование показало, что подобная схема является весьма эффективной для стабилизации неустойчивого периодического пространственно-временного состояния с наименьшим периодом T_1 . На рис. 12 показана пространственно-временная динамика системы (распределения плотности пространственного заряда $\rho(x, t)$) в случае свободных колебаний в системе и в режиме стабилизации неустойчивого периодического состояния. На представленных распределениях легко проследить особенности сложного пространственно-временного поведения исследуемой системы и перехода системы от режимов хаотических колебаний к периодическому поведению на основе стабилизируемого периодического состояния. Хорошо видно, что в течении 2-3-х характерных временных периодов T_1 в хаотической системе устанавливается

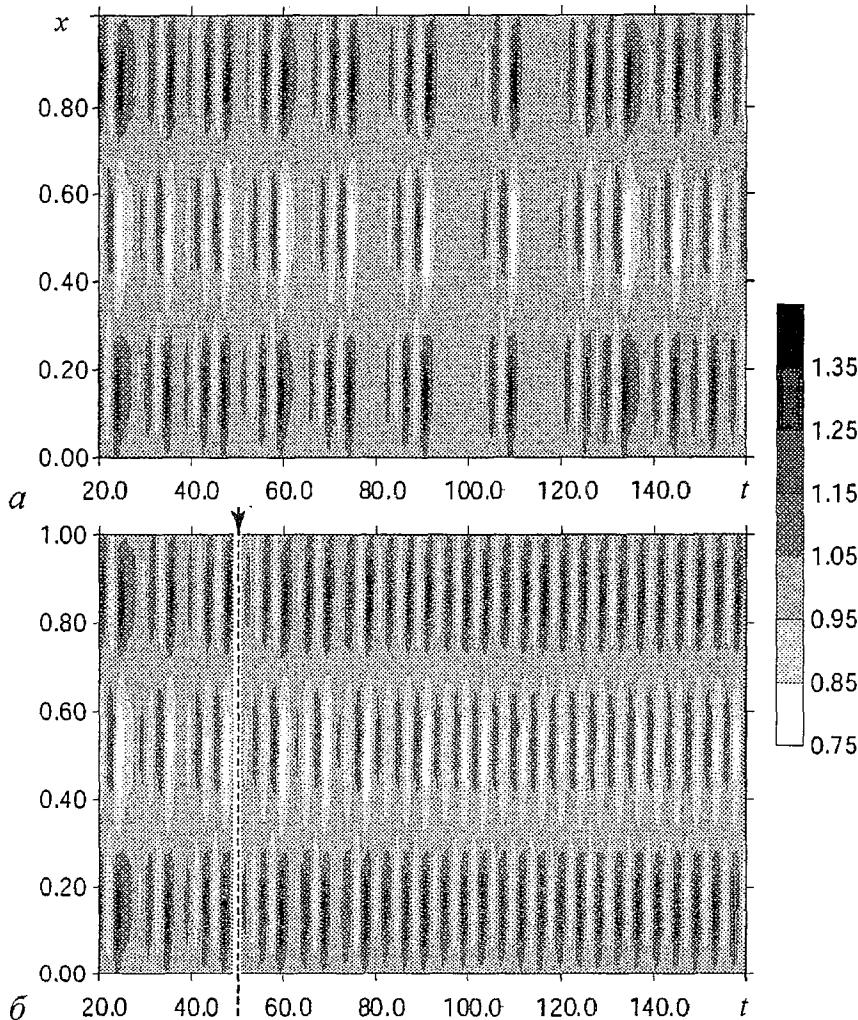


Рис. 12. Пространственно-временная динамика распределения плотности пространственного заряда $\rho(x, t)$ диода Пирса в режиме спирального хаоса (а) и в режиме стабилизации неустойчивого состояния наименьшего периода $T=4.173$ (б). Момент включения непрерывной обратной связи обозначен на рис. б стрелкой и штриховой линией

периодическая динамика, соответствующая динамике системы вблизи неустойчивого периодического состояния (см. рис. 5, а).

Особенности влияния на исследуемую хаотическую распределенную систему непрерывной обратной связи вида (37) можно проанализировать, рассмотрев зависимости максимальной ляпуновской экспоненты Λ и среднего значения $\langle \xi \rangle$ сигнала в цепи непрерывной обратной связи от коэффициента обратной связи K . Соответствующие зависимости (рис. 13), построены для случая длительности задержки в цепи обратной связи, равной периоду стабилизируемого состояния $d=T_1$.

При малых коэффициентах обратной связи в системе имеют место хаотические колебания, практически не отличающиеся от колебаний в системе без обратной связи, что демонстрирует рис. 14, а, на котором представлена временная реализация колебаний плотности пространственного заряда в сечении пролетного промежутка $x=0.2$ в системе без обратной связи. С ростом величины K наблюдается уменьшение сложности колебаний в системе (уменьшается величина максимальной ляпуновской экспоненты Λ) и одновременно уменьшается амплитуда сигнала $\langle \xi \rangle$ в цепи обратной связи. В некотором диапазоне

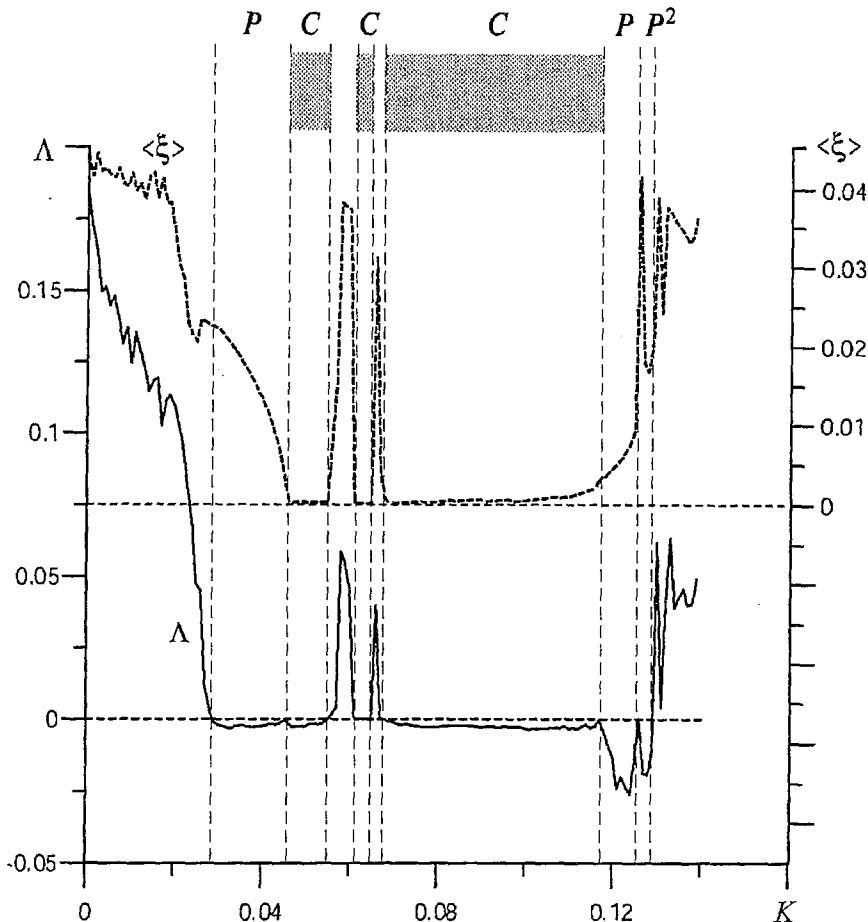


Рис. 13. Зависимость максимальной неустойчивой ляпуновской экспоненты (сплошная линия) и среднего значения сигнала в цепи непрерывной обратной связи (штриховая линия) от коэффициента K непрерывной обратной связи в режиме спирального хаоса ($\alpha=2.857\pi$). Область C (выделена серым цветом) - режим стабилизации неустойчивого периодического состояния наименьшего периода $T=4.173$ (сигнал в цепи обратной связи близок к нулю, $\langle \xi \rangle \approx 0$); область P - периодические колебания, сигнал в цепи обратной связи велик, максимальная ляпуновская экспонента $\Lambda < 0$; область P^2 - режим удвоения периода

коэффициента обратной связи сигнал обратной связи становится равным нулю (серая область C на рис. 13), а максимальная ляпуновская экспонента в этой области $\Lambda < 0$. Пространственно-временная динамика системы в этом случае точно соответствует ранее неустойчивому периодическому пространственно-временному состоянию. Это режим стабилизации хаоса, который иллюстрирует рис. 14, б, в, на котором показаны соответственно колебания плотности пространственного заряда в стабилизируемой системе и сигнал в цепи обратной связи.

На зависимости $\Lambda(K)$ также следует отметить области, в которых амплитуда сигнала обратной связи $\langle \xi \rangle$ не мала, однако величина $\Lambda < 0$. Это режимы, обозначенные на рис. 13 символом P , соответствуют периодическим колебаниям системы вблизи неустойчивого состояния равновесия. Вид периодических колебаний пространственного заряда и сигнала обратной связи для этого случая показан на рис. 14, г, д. Отметим также, что с ростом коэффициента обратной связи на базе режима P в системе имеет место удвоение периода колебаний (область P^2 на рис. 13 при больших K). При значениях $K > 0.15$ в системе наблюдается резкий рост амплитуды колебаний и, как следствие, отражения частиц в электронном потоке, так что исходная система гидродинамических уравнений становится несправедливой.

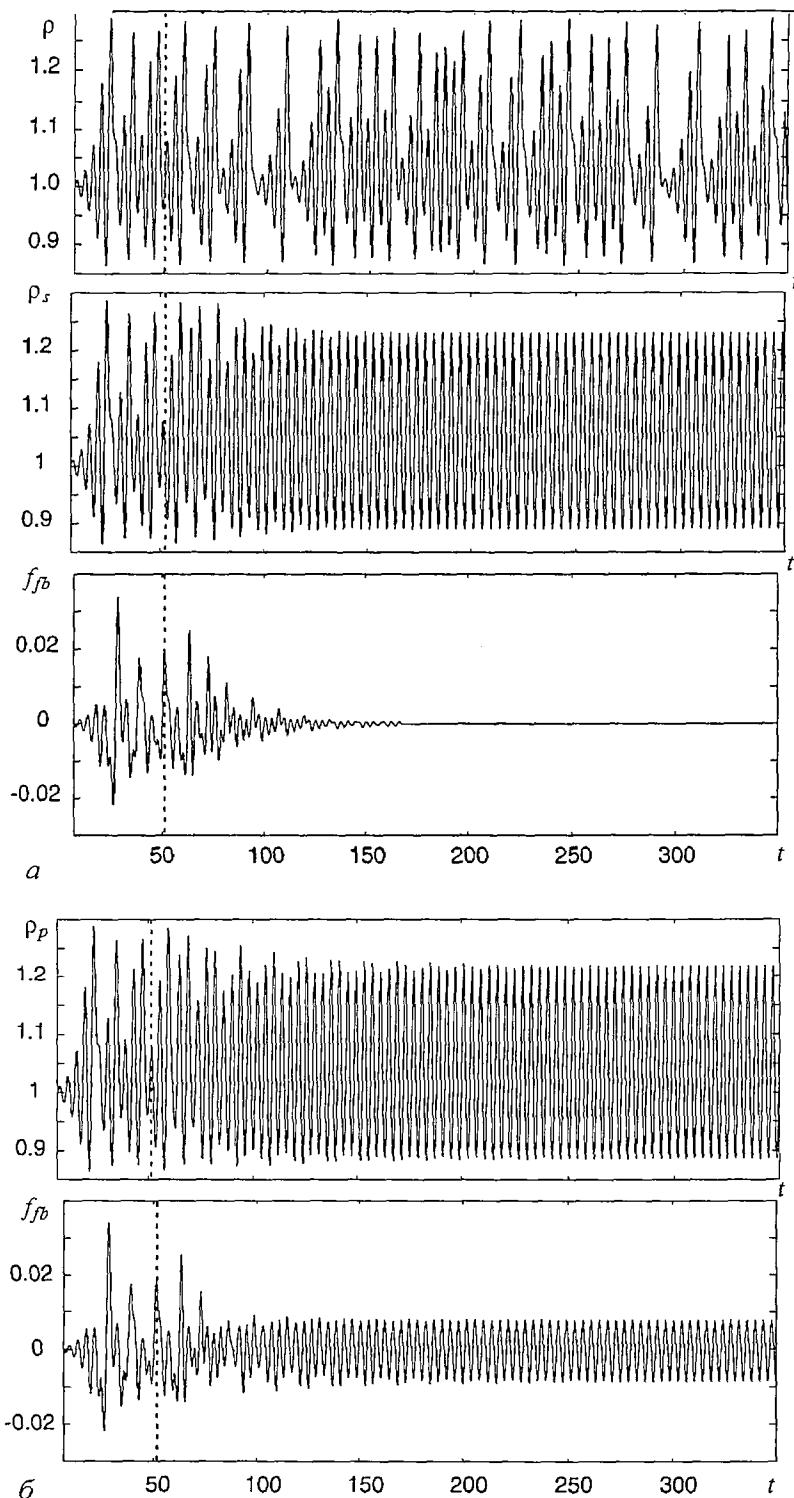


Рис. 14. Временные реализации колебаний: $\rho(x_{\text{fix}}, t)$ в нестабилизируемой системе (а); $\rho_s(x_{\text{fix}}, t)$ в стабилизируемой системе в режиме стабилизации неустойчивого состояния с наименьшим периодом ($T=4.173$, $K=0.07$, $d=T=4.173$) (б); сигнал $f_{fb}(t)$ в цепи обратной связи (в); $\rho_p(x_{\text{fix}}, t)$ и $f_{fb}(t)$ в системе в режиме периодических колебаний ($\lambda < 0$), отличном от режима стабилизации неустойчивой орбиты ($K=0.035$, $d=T=4.173$) для режима спирального хаоса ($\alpha=2.857\pi$), соответственно (г) и (д). Стрелкой и штриховой линией отмечен момент времени включения сигнала непрерывной обратной связи

Однако стабилизация в режиме спирального хаоса неустойчивых состояний с периодом $T_k > T_1 = 4.173$ с помощью непрерывной обратной связи вида (37), как показал численный эксперимент, оказывается невозможной. Анализ схем управления хаосом с непрерывной обратной связью этого типа применительно к системам с малым числом степеней свободы, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями, показал [61], что эффективная стабилизация неустойчивых периодических орбит возможна только в том случае, когда максимальная ляпуновская экспонента λ и период орбиты τ удовлетворяют следующему условию

$$\lambda\tau \leq 2.0. \quad (38)$$

Поэтому необходимо модифицировать схему (37) управления хаосом таким образом, чтобы была возможность стабилизации неустойчивых периодических состояний с большими значениями максимальной ляпуновской экспоненты и большими периодами T_k . Рассмотрим схему стабилизации неустойчивых периодических состояний, которая является одной из разновидностей методики K. Pyragas [18] управления хаосом, и, как следует из результатов численного эксперимента [62], в случае нелинейных систем с малым числом степеней свободы позволяет стабилизировать те неустойчивые орбиты, для которых не выполняется условие (38). Суть методики заключается в следующем [62]: сигнал непрерывной обратной связи формируется таким образом, что на поведение системы в момент времени t оказывает влияние не только состояние системы в момент времени $(t-T_k)$, но и в моменты времени $(t-mT_k)$ с некоторыми весовыми коэффициентами. Следуя работе [27], можно ожидать, что подобная схема будет эффективна и в управлении хаотической динамикой в распределенной автоколебательной системе.

Таким образом, непрерывная обратная связь при стабилизации неустойчивых периодических состояний с высшими периодами $T_k > T_1$ применительно к нашей задаче может быть формально описана следующим выражением:

$$\varphi(x=1.0, t) = K \left[(1-r) \sum_{m=1}^M r^{m-1} (\rho(x_{\text{fix}}, t) - \rho(x_{\text{fix}}, t-md)) \right] = K \xi(t). \quad (39)$$

Здесь длительность запаздывания обратной связи d выбирается равной периоду T_k неустойчивого состояния; $M \gg 1$; величина r ($0 \leq r < 1$) характеризует вклад в сигнал обратной связи предыдущих состояний системы: малые величины r соответствуют малому вкладу в сигнал обратной связи предыдущих состояний, большие r - большому весу предыдущих состояний в сигнале (39). Случай $r=0$ соответствует случаю простейшей схемы (37) непрерывной обратной связи, которая рассматривалась выше. С ростом величины r , как следует из работ [27, 63, 64], существует возможность стабилизации тех неустойчивых периодических орбит с большими отношениями ΔT_k (38), которые невозможно стабилизировать с помощью стандартной схемы (37). Так, в работе [61] показано, что в случае применения схемы управления хаосом с непрерывной обратной связью вида (39) возможна стабилизация неустойчивых периодических состояний, для которых выполняется следующее оценочное соотношение

$$\Delta T \leq 2.0(1+r)/(1-r). \quad (40)$$

Применение схемы (39) для стабилизации неустойчивых состояний большого периода, для которых выполняется условие (40), наталкивается на необходимость точного определения периода неустойчивой орбиты T_k . При длительности задержки d непрерывной обратной связи (39), даже незначительно отличающейся от величины T_k , невозможно точно стабилизировать неустойчивое периодическое состояние системы, и в цепи обратной связи наблюдаются периодические колебания $\xi(t)$ с амплитудой, значительно превышающей уровень

шумов в системе. Как показал численный анализ, стабилизация неустойчивого состояния оказывается возможной только при относительной погрешности определения периода орбиты (и, соответственно, длительности запаздывания d в цепи обратной связи), меньшей 0.01 %.

Для уточнения найденных в разделе 2 значений периодов T_k неустойчивых периодических состояний использовалась следующая методика вычисления периода неустойчивых орбит, предложенная в работе [65] для систем с малым числом степеней свободы и далее апробированная для пространственно распределенной хаотической системы [27].

При неточной «настройке» длительности задержки d в цепи обратной связи на период T_k неустойчивого k -го состояния система характеризуется отрицательной максимальной ляпуновской экспонентой, а в цепи обратной связи наблюдаются колебания с амплитудой, существенно превышающей уровень шумов в системе и происходящие с некоторым базовым периодом $\Theta \neq T_k$, зависящим от параметров K и d обратной связи (см. рис. 14, г, д). В работе [61] была найдена аналитическая оценка связи между неизвестным периодом T_k неустойчивого состояния, параметрами K и d непрерывной обратной связи и периодом Θ в следующем виде

$$\Theta(K,d) = T_k + \frac{K}{(K-g)}(d-T_k) + O((d-T)^2). \quad (41)$$

Здесь g - неизвестный параметр системы, который определяется видом нелинейной хаотической системы и зависит от вида и способа введения непрерывной обратной связи. Таким образом, в соотношении (41) есть две неизвестных величины - период T_k неустойчивого периодического состояния и параметр системы g .

Выберем два набора значений (K_1, d_1) , (K_2, d_2) , где величины $d_{1,2}$ выбираются близкими к найденным в разделе 2 периодам неустойчивых состояний. Определим для них Θ_1 и Θ_2 и численно решим систему двух нелинейных уравнений (41), найдя значения g и T_k . Далее в качестве d возьмем полученное значение T_k и повторим процедуру. После нескольких таких итераций окончательно определим с необходимой степенью точности значение периода неустойчивого состояния T_k , которое далее возможно стабилизировать с помощью схемы (39), подбирая соответствующее значение параметра K обратной связи.

Численный анализ стабилизации неустойчивых периодических состояний с помощью непрерывной обратной связи вида (39) показал, что существует возможность стабилизации орбит с периодом $T < 25.0$. Неустойчивые состояния с большим периодом стабилизировать не удавалось, хотя в системе устанавливались периодические колебания. Однако форма этих колебаний не была близка к виду неустойчивых периодических состояний, а сигнал в цепи обратной связи был велик, что не позволяло говорить о стабилизации хаоса в этом случае. С ростом периода T стабилизируемой неустойчивой орбиты необходимо было увеличивать параметры M и r для достижения эффекта управления хаосом. Одновременно с ростом периода неустойчивого состояния резко уменьшается диапазон коэффициента K обратной связи, в котором наблюдается стабилизация неустойчивого периодического во времени состояния.

Стабилизацию высших неустойчивых периодических состояний иллюстрирует рис. 15, на котором представлены характеристики системы с обратной связью вида (39). Значения параметров M , r и K обратной связи, при которых наблюдалась стабилизация неустойчивых состояний, представлены в подписи к рисунку. Точное значение периодов T неустойчивых состояний определялось по вышеописанной методике. На рис. 15 показаны орбиты с

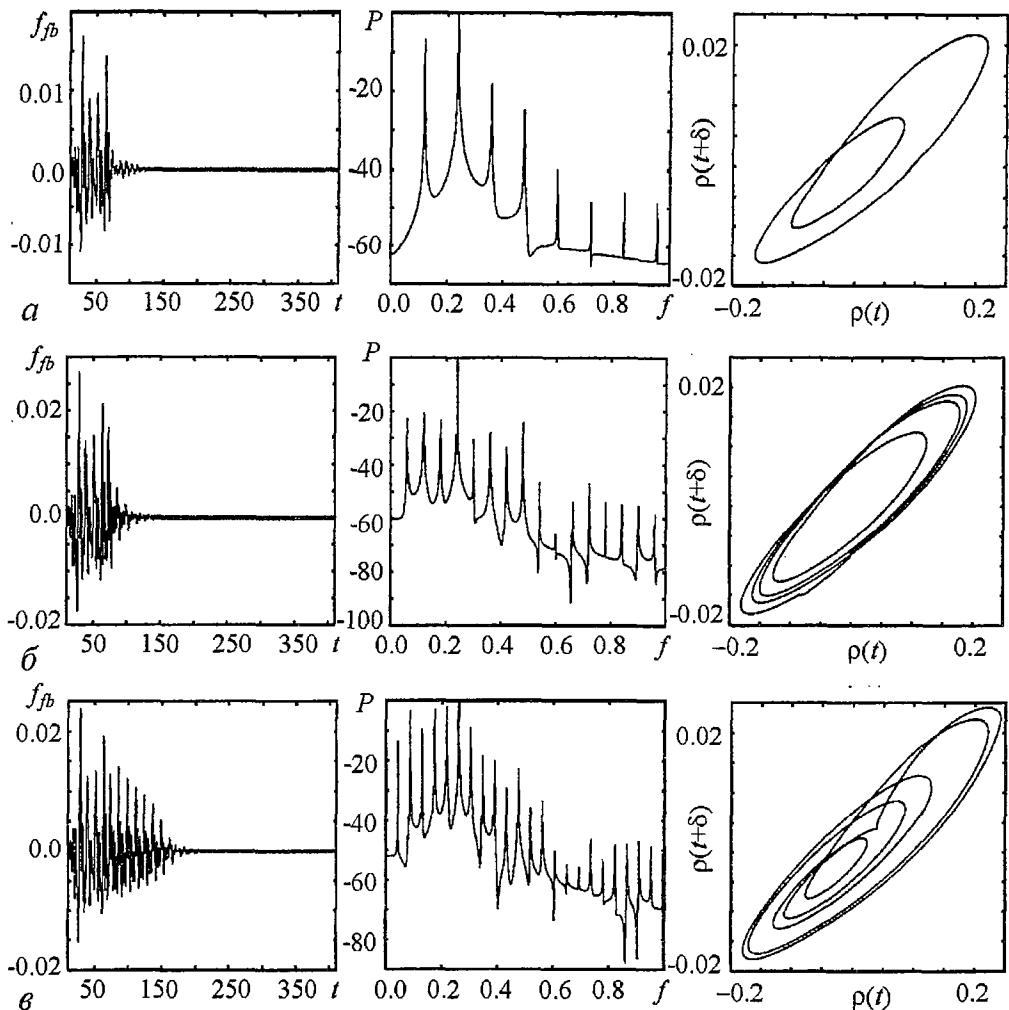


Рис. 15. Стабилизация неустойчивых периодических состояний высших периодов с помощью непрерывной обратной связи вида (39): *а* - $T=8.3829$, $M=3$, $K=0.03$, $r=0.2$; *б* - $T=16.6582$, $M=12$, $K=0.012$, $r=0.38$; *в* - $T=23.1286$, $M=20$, $K=0.008$, $r=0.56$. На рисунках представлены, слева направо: величина сигнала обратной связи f_{fb} как функция времени, спектр колебаний плотности пространственного заряда $\rho(x_{fix}=0.2, t)$ в стабилизируемой системе и фазовый портрет колебаний плотности пространственного заряда $\rho(x_{fix}=0.2, t)$. Обратная связь включается в момент времени $t=50.0$

периодами $T \approx 8$, $T \approx 16$ и $T \approx 23$. Последнее состояние является состоянием с максимальным периодом, которое удалось стабилизировать в режиме развитого хаоса ($\alpha=2.857\pi$) с помощью предложенной и изученной в работе методике управления хаосом в распределенной автоколебательной системе.

Заключение

В представленной работе была рассмотрена возможность управления сложной хаотической динамикой в пространственно распределенной автоколебательной системе электронный поток со сверхкритическим током в диоде Пирса на основе идей управления хаосом в нелинейных системах с малым числом степеней свободы. Для управления сложной динамикой используется схема с непрерывной обратной связью, которая позволяет стабилизировать как неустойчивое состояние

равновесия, так и неустойчивые периодические во времени пространственно-временные состояния, аналогичные неустойчивым периодическим орбитам хаотического аттрактора динамических систем с малым числом степеней свободы. В работе также рассмотрена методика расчета характеристики, имеющей смысл максимальной ляпуновской экспоненты, применительно к распределенной нелинейной системе.

Авторы выражают благодарность чл.-корр. РАН, профессору Д.И. Трубецкову за интерес к данной работе и полезные критические замечания.

Работа поддержана программой CRDF (грант REC-006), программой Поддержки ведущих научных школ России, а также фондом некоммерческих программ «Династия» и Международным центром фундаментальной физики.

Библиографический список

1. Рабинович М.И., Трубецков Д.И. Введение в теорию колебаний и волн. Ижевск: РХД, 2000.
2. Кузнецов С.П. Динамический хаос. (Серия «Современная теория колебаний и волн»). М.: Физматлит, 2001.
3. Трубецков Д.И., Короновский А.А. Нелинейная динамика в действии. Саратов: Изд-во ГосУНЦ «Колледж», 2002.
4. Ott E., Grebogi C., Yorke J.A. Controlling chaos // Phys. Rev. Lett. 1990. Vol. 64, № 11. P. 1196.
5. Grebogi C., Ott E. Yorke J.A. Unstable periodic orbits and the dimensions of multifractal chaotic attractors // Phys. Rev. A. 1988. Vol. 37, № 5. P. 1711.
6. Lathrop D.P., Kostelich E.J. Characterization of an experimental strange attractor by periodic orbits // Phys. Rev. A. 1989. Vol. 40, № 7. 4028.
7. Schmelcher P., Diakonos F.K. Detecting unstable periodic orbits of chaotic dynamical systems // Phys. Rev. Lett. 1997. Vol. 79, № 25. P. 4734.
8. Dhamala M., Lai Y.-Ch. Unstable periodic orbits and the natural measure of nonhyperbolic chaotic saddles // Phys. Rev. E. 1999. Vol. 60, № 5. P. 6176.
9. Carroll T.L. Approximating chaotic time series through unstable periodic orbits // Phys. Rev. E. 1999. Vol. 59, № 2. P. 1615.
10. Gallas J.A.C. Infinite hierarchies of nonlinearly dependent periodic orbits // Phys. Rev. E. 2001. Vol. 63. P. 016216.
11. Romeiras F.J., Grebogi C., Ott E., Dayawansa W.P. Controlling chaotic dynamical systems // Physica D. 1992. Vol. 58. P. 165.
12. Ditto W.L., Rauseo S.N., Spano M.L. Experimental control of chaos // Phys. Rev. Lett. 1990. Vol. 65, № 26. P. 3211.
13. Hunt E.R. Stabilizing high-period orbits in a chaotic system: The diode resonator // Phys. Rev. Lett. 1991. Vol. 67, № 15. P. 1953.
14. Bielawski S., Derozier D., Glorieux P. Experimental characterization of unstable periodic orbits by controlling chaos // Phys. Rev. A. 1993. Vol. 47, № 4. P. R2492.
15. Shinbrot T., Ott E., Grebogi C., Yorke J.A. Using small perturbations to control chaos // Nature. 1993. Vol. 363. P. 411.
16. Ding M., Yang W., In V., Ditto W.L. Controlling chaos in high dimensions: Theory and experiment // Phys. Rev. E. 1996. Vol. 53, № 5. P. 4334.
17. Friedel H., Grauer R., Spatschek H.K. Controlling chaotic states of a Pierce diode // Phys. Plasmas. 1998. Vol. 5, № 9. P. 3187.
18. Pyragas K. Continuous control of chaos by self-controlling feedback // Phys. Lett. A. 1992. Vol. 170. P. 421.
19. Chen Y.H., Chou M.Y. Continuous feedback approach for controlling chaos // Phys. Rev. E. 1994. Vol. 50, № 3. P. 2331.

20. *Gauthier D.J., Sukow D.W., Concannon H.P., Socolar J.E.S.* Stabilizing unstable periodic orbits in a fast diode resonator using continuous time-delay autosynchronization // *Phys. Rev. E*. 1994. Vol. 50, № 3. P. 2343.

21. *Elmer F.-J.* Controlling friction // *Phys. Rev. E*. 1998. Vol. 57, № 5. P. 4903.

22. *Kouomou Y.C., Woaf P.* Stability and optimal parameters for continuous feedback chaos control // *Phys. Rev. E*. 2002. Vol. 66. P. 036205.

23. *Roy R., Murphy T.W., Maier T.D., Gills Z., Hunt E.R.* Dynamical control of a chaotic laser: Experimental stabilization of a globally coupled system // *Phys. Rev. Lett.* 1992. Vol. 68, № 9. P. 1259.

24. *Meucci R., Gadomski W., Ciofini M., Arecchi F.T.* Experimental control of chaos by means of weak parametric perturbations // *Phys. Rev. E*. 1994. Vol. 49, № 4. P. R2528.

25. *Meucci R., Ciofini M., Abate R.* Suppressing chaos in lasers by negative feedback // *Phys. Rev. E*. 1996. Vol. 53, № 6. P. R5537.

26. *Tziperman E., Scher H., Zebiak S.E., Cane M.A.* Controlling spatiotemporal chaos in a realistic El Nino prediction model // *Phys. Rev. Lett.* 1997. Vol. 79, № 6. P. 1034.

27. *Franceschini G., Bose S., Schöll E.* Control of chaotic spatiotemporal spiking by timedelay autosynchronization // *Phys. Rev. E*. 1999. Vol. 60, № 5. P. 5426.

28. *Lu W., Yu D., Harrison R.G.* Control of patterns in spatiotemporal chaos in optics // *Phys. Rev. Lett.* 1996. Vol. 76, № 18. P. 3316.

29. *Martin R., Scroggie A.J., Oppo G.-L., Firth W.J.* Stabilization, selection, and tracking of unstable patterns by Fourier space techniques // *Phys. Rev. Lett.* 1996. Vol. 77, № 19. P. 4007.

30. *Gang H., Zhilin Q.* Controlling spatiotemporal chaos in coupled map lattice systems // *Phys. Rev. Lett.* 1994. Vol. 72, № 1. P. 68.

31. *Grigoriev R.O., Cross M.C., Schuster H.G.* Pinning control of spatiotemporal chaos // *Phys. Rev. Lett.* 1997. Vol. 79, № 15. P. 2795.

32. *Parmananda P., Hildebrand M., Eiswirth M.* Controlling turbulence in coupled map lattice systems using feedback techniques // *Phys. Rev. E*. 1997. Vol. 56, № 1. P. 239.

33. *Montagne R., Colet P.* Nonlinear diffusion control of spatiotemporal chaos in the complex Ginzburg - Landau equation // *Phys. Rev. E*. 1997. Vol. 56, № 4. P. 4017.

34. *Boccaletti S., Bragard J., Arecchi F.T.* Controlling and synchronizing space time chaos // *Phys. Rev. E*. 1999. Vol. 59, № 6. P. 6574.

35. *Bleich M.E., Hochheiser D., Moloney J.V., Socolar J.E.S.* Controlling extended systems with spatially filtered, time-delayed feedback // *Phys. Rev. E*. 1997. Vol. 55, № 3. P. 2119.

36. *Hochheiser D., Moloney J.V., Lega J.* Controlling optical turbulence // *Phys. Rev. A*. 1997. Vol. 55, № 6. P. R4011.

37. *Pierce J.* Limiting currents in electron beam in presence ions // *J. Appl. Phys.* 1944. Vol. 15. P. 721.

38. *Трубецков Д.И., Храмов А.Е.* Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков, Т. 1. М.: Наука. Физматлит, 2003.

39. *Незлин Н.В.* Динамика пучков в плазме. М.: Энергатомиздат, 1982.

40. *Кузелев М.В., Рухадзе А.А.* Электродинамика плотных электронных пучков в плазме. М.: Наука, 1990.

41. *Кузелев М.В., Рухадзе А.А., Стрелков П.С.* Плазменная релятивистская СВЧ-электроника. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002.

42. *Клочков Д.Н., Рухадзе А.А.* Электромагнитная теория излучательной неустойчивости Пирса // *Физика плазмы*. 1997. Т. 23, № 7. С. 646.

43. *Трубецков Д.И.* Нелинейные волны, хаос и структуры в сверхвысоко-

частотной электронике: Обзор тематического выпуска // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1994. Vol. 2, № 5. P. 3.

44. Godfrey B.B. Oscillatory nonlinear electron flow in Pierce diode // Phys. Fluids. 1987. Vol. 30. P. 1553.

45. Анфиногентов В.Г., Трубецков Д.И. Хаотические колебания в гидродинамической модели диода Пирса // Радиотехника и электроника. 1992. Vol. 37. P. 2251.

46. Kuhn S., Ender A. Oscillatory nonlinear flow and coherent structures in Pierce-type diodes // J. Appl. Phys. 1990. Vol. 68. P. 732.

47. Trubetskoy D.I., Mchedlova E.S., Anfinogentov V.G., Ponomorenko V.I., Ryskin N.M. Nonlinear waves, chaos and patterns in microwave devices // Chaos. 1996. Vol. 6, № 3. P. 358.

48. Трубецков Д.И., Анфиногентов В.Г., Рыскин Н.М., Титов В.Н., Храмов А.Е. Сложная динамика электронных приборов СВЧ (нелинейная нестационарная теория с позиций нелинейной динамики) // Радиотехника. 1999. Vol. 63, № 4. P. 61.

49. Трубецков Д.И., Ремпен И.С., Рыскин Н.М., Титов В.Н., Храмов А.Е. Управление сложными колебаниями в распределенных системах сверхвысокочастотной электроники // Радиотехника. 2003. Vol. 67, № 2. P. 36.

50. Matsumoto H., Yokoyama H., Summers D. Computer simulations of the chaotic dynamics of the Pierce beam-plasma system // Phys. Plasmas. 1996. Vol. 3, № 1. P. 177.

51. Ремпен И.С., Храмов А.Е. Управление режимами колебаний электронного потока со сверхкритическим током в диоде Пирса // Изв. РАН. Сер. физическая. 2001. Vol. 65, № 12. P. 1689.

52. Храмов А.Е., Ремпен И.С. Влияние обратной связи на сложную динамику в гидродинамической модели диода Пирса // Радиотехника и электроника. 2002. Vol. 47, № 6. P. 732.

53. Roach P. Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980.

54. Birdsall C.K., Langdon A.B. Plasma physics, via computer simulation. NY: McGraw-Hill, 1985.

55. Храмов А.Е. Управление режимами колебаний в пучках со сверхкритическим током с помощью различных типов обратной связи // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2003. Vol. 11, № 2. P. 3.

56. Ремпен И.С., Храмов А.Е. Влияние степени нейтрализации электронного потока на нелинейную динамику в гидродинамической модели диода Пирса // Радиотехника и электроника (в печати).

57. Takens F. Detecting strange attractors in dynamical systems and turbulence. Lectures Notes in Mathematics / Rand D., Young L.-S., ed., N.Y.: Springer-Verlag, 198. P. 366.

58. Aston P.J., Marriot P.K. Waiting time paradox applied to transient times // Phys. Rev. E. 1998. Vol. 57. P. 1181.

59. Hadyn N., Luevano J., Manica G., Vaienti S. Multifractal properties of return time statistics // Phys. Rev. Lett. 2002. Vol. 88, № 22. P. 224502.

60. Benettin G., Galgani L., Strelcyn J.-M. Kolmogorov entropy and numerical experiments // Phys. Rev. A. 1976. Vol. 14. P. 2338.

61. Just W. Handbook of Chaos Control / H.G. Schuster, ed., Weinheim: Wiley-VCH, 1999.

62. Socolar J.E.S., Sukow D.W., Gauthier D.J. Stabilizing unstable periodic orbits in fast dynamical systems // Phys. Rev. E. 1994. Vol. 50, № 4. P. 3245.

63. Bleich M.E., Socolar J.E.S. Stability of periodic orbits controlled by time-delay feedback // Phys. Lett. A. 1999. Vol. 210. P. 87.

64. Simmendinger C., Preibler D., Hess O.G. Stabilization of chaotic

spatiotemporal filamentation in large broad area lasers by spatially structured optical feedback // Optics Express. 1999. Vol. 5, № 3. P. 48.

65. *Kittel A., Parisi J., Pyragas K.* Delayed feedback control of chaos by self-adapted delay time // Phys. Lett. A. 1995. Vol. 198. P. 433.

Саратовский государственный
университет

Поступила в редакцию 1.10.03
после доработки 9.12.03

NUMERICAL STUDY OF CHAOTIC DYNAMICS CONTROL IN DISTRIBUTED ACTIVE MEDIUM

Koronovsky A.A., Rempen I.S., Hramov A.E.

We investigate the possibility of controlling of complex time space dynamics of distributed beam-plasma system (fluid model of Pierce diode) with the help of several methods worked out for finite-dimensional systems. In the framework of the problem we analyse the unstable time-space periodical states similar to the unstable periodical orbits observed in the systems with few degree of freedom. The method of calculating the highest Lyapunov exponent of the distributed active system is also described.



Короновский Алексей Александрович - родился в Саратове (1972), окончил физический факультет Саратовского государственного университета (1995), кандидат физико-математических наук (1997). Доцент кафедры электроники, колебаний и волн СГУ. Область научных интересов - нелинейная динамика и ее проявления в различных сферах человеческой деятельности, в том числе нелинейная динамика социально-экономических процессов. Опубликовал в соавторстве с профессором Д.И. Трубецким монографию «Нелинейная динамика в действии» (Саратов: Изд-во ГосУНЦ «Колледж», 1996 год; 2-е издание - 2002 год). Автор ряда статей в центральной печати.



Ремпен Ирина Сергеевна - родилась в 1974 году, окончила физический факультет Саратовского государственного университета (1996). В настоящее время работает ассистентом на кафедре электроники, колебаний и волн СГУ. Область научных интересов - моделирование и анализ нелинейной динамики распределенных систем. Имеет ряд публикаций по указанной тематике.



Храмов Александр Евгеньевич - окончил физический факультет Саратовского госуниверситета (1996). Зашел диссертацию на соискание ученой степени кандидата физ.-мат. наук по специальности радиофизика (1999). Доцент кафедры электроники, колебаний и волн факультета нелинейных процессов СГУ. Область научных интересов - радиофизика в той ее части, которая связана со взаимодействием свободных электронов с электромагнитными полями, нелинейная динамика распределенных активных сред, методы анализа и моделирования динамических систем. Опубликовал в соавторстве с чл.-корр. РАН, профессором Д.И. Трубецким книгу «Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков» Том 1 (Москва: Наука, Физматлит, 2003) и в соавторстве с доцентом А.А. Короновским монографии «Непрерывный вейвлетный анализ и его приложения» (Москва: Наука, Физматлит, 2003) и «Непрерывный вейвлетный анализ в приложениях к задачам нелинейной динамики» (Саратов: Изд-во ГосУНЦ. «Колледж», 2002). E-mail: aeh@cas.ssu.ru