Изв. вузов «ПНД», т.10, № 4, 2002 УДК 621.385.6

ФАЗОВАЯ ФОКУСИРОВКА В МАГНЕТРОНЕ С ПЛОСКИМИ ЭЛЕКТРОДАМИ

Б.М. Заморозков

Одним из наиболее употребительных генераторов микроволн является магнетрон. Количество работ, посвященных как экспериментальному, так и теоретическому исследованию этого типа генераторов чрезвычайно велико, но большая часть теоретических работ о магнетроне рассматривает последний вне связи с другими типами генераторов сверхвысокочастотных колебаний (триод в тормозящем поле, электронно-лучевые генераторы). Последние годы ознаменовались попытками ряда авторов найти такие физические закономерности, которые оказались бы общими для механизма, управляющего поддержанием колебаний во всех известных до сего времени типах сверхвысокочастотных генераторов. Опыт построения обобщенной теории сверхвысокочастотных генераторов на базе идей фазовой фокусировки [1] был предпринят в 1939 г. профессором Саратовского Государственного университета Голубковым. В ряде опубликованных работ, посвященных этому вопросу [2, 3], были рассмотрены основные типы генераторов в их «классической» форме. Настоящая работа представляет собою применение высказанных идей к магнетронному генератору.

В целях упрощения задачи исследован магнетрон с плоскими электродами, представляющий собою наиболее простую для изучения систему, тем не менее полученные выводы могут быть небезынтересны и для изучения более сложных типов генераторов с магнитным полем.

Генератор может быть представлен в виде следующей чрезвычайно простой схемы. Плоский катод, который будет рассматриваться как неограниченная плоскость, и на расстоянии d от катода анод, также в виде бесконечной и параллельной катоду плоскости. Между катодом и анодом имеет место ускоряющее электроны постоянное электрическое поле, а постоянное и однородное магнитное поле направлено параллельно плоскости электродов. Координатная система расположена следующим образом: ось x - перпендикулярна плоскости электродов и направлена от катода к аноду; ось y - лежит в плоскости катода перпендикулярно направлению магнитного поля; ось z - совпадает с направлением магнитного поля. Колебательный контур присоединен к катоду и аноду, так что наряду с постоянным электрическим полем в межэлектродном пространстве имеет место высокочастотное переменное электрическое поле.

Наличие этого переменного поля должно вызвать в электронном потоке

образование электронных уплотнений - «фокусов». Как показал Голубков, образование «фокусов» непрерывно в пространстве и времени и может быть уподоблено как бы движению одного «фокуса». Вследствие этого пространственно-временную характеристику поведения «фокусов» можно назвать «траекторией фокуса». Поддержание переменного поля в межэлектродном пространстве, а следовательно, колебательных потенциалов на электродах, обязано взаимодействию между электронным потоком, модулированным по плотности, и переменным полем. Это взаимодействие может осуществляться путем периодического движения «фокуса» в межэлектродном пространстве, причем энергия электронов, образующих «фокус», будет отдаваться переменному электрическому полю. Можно рассматривать этот процесс как периодическое взаимодействие «фокуса» с электродами и через их посредство - с колебательным контуром.

Надлежит выяснить условия, при которых такое взаимодействие возможно, а также найти связь между генерируемой длиной волны, с одной стороны, режимом работы и геометрией лампы - с другой. Эту зависимость можно назвать «характеристическим уравнением генератора».

При решении поставленной задачи сделаны следующие упрощающие предположения: считается, что скорость электронов в потоке определяется только пройденной ими разностью потенциалов, то есть таким образом пренебрегается скоростями выхода электронов из катода и статистическим распределением скоростей в электронном потоке, кроме того, не учитывается взаимодействие электронов, что, конечно, вносит известную ошибку, так как вблизи «фокусов» электронные группы обладают значительной плотностью, и взаимодействие электронов может быть заметным.

Первым этапом решения поставленной задачи должно являться нахождение выражения для пути электрона в направлении оси x.

Если связанный с электродами колебательный контур обладает собственной круговой частотой ω, и если условно принять, что потенциал катода всегда равен нулю, то напряженность электрического поля в межэлектродном пространстве можно выразить в виде

$$E = E_0(1 + \xi\sin\omega\tau), \tag{1}$$

где

$$\xi = 2\xi_0 = 2U_m/U_0,$$

U_m - амплитудное значение колебательного потенциала на аноде; U_0 - постоянная разность потенциалов между катодом и анодом; ξ_0 может быть названо коэффициентом модуляции.

Уравнения движения электрона или целого электронного фронта, вышедшего из катода в момент времени t_e, будут иметь вид

$$\begin{cases} d^2x/d\tau^2 = (e/m)E_0[1 + \xi\sin(\omega\tau + \varphi)] + \Omega dy/d\tau, \\ d^2y/d\tau^2 = -\Omega dx/d\tau, \\ d^2z/d\tau^2 = 0, \end{cases} \tag{2}$$

$\varphi=\omega t_e$ есть фаза напряженности электрического поля в тот момент времени t_e, когда рассматриваемый электронный фронт покидает поверхность катода, или фаза выхода данного электронного фронта

$$\Omega = (e/m)H,$$

τ - текущее время, отсчитываемое от момента выхода электронного фронта из катода.

Решение системы (2) дает для пути, пройденного электронным фронтом в направлении оси x,

$$x = \frac{(e/m)E_0\xi}{\Omega^2-\omega^2}\sin(\omega\tau+\varphi) - \frac{(e/m)E_0\xi}{\Omega^2-\omega^2}(\omega/\Omega)\cos\varphi\sin\Omega\tau - \\ - \left(\frac{(e/m)E_0}{\Omega^2} + \frac{(e/m)E_0\xi}{\Omega^2-\omega^2}\sin\varphi\right)\cos\Omega\tau + \frac{(e/m)E_0}{\Omega^2}. \quad (3)$$

Для того чтобы имела место фокусировка электронов, необходимо, чтобы электронный фронт, вышедший из катода на малый промежуток времени позднее предыдущего, догнал его, то есть разность путей двух электронных фронтов, весьма мало отличающихся фазами выхода, должна равняться нулю

$$\Delta x = 0.$$

Это дает

$$(1 + \xi\sin\varphi)\sin\Omega\tau_F = 0, \quad (4)$$

τ_F - «время фокусировки» группы электронов, заключенной между рассматриваемыми электронными фронтами и имеющей фазу выхода φ.

Уравнение (4) удовлетворяется при двух условиях: или при $\sin\Omega\tau_F=0$, или $(1+\xi\sin\varphi)=0$.

Первое условие дает

$$\tau_F = \pi/\Omega, \quad (5)$$

что, собственно говоря, и является условием фокусировки.

Как видно из условия (5), время фокусировки τ_F не зависит от фазы выхода группы φ, и, следовательно, все электронные группы фокусируются через одинаковые промежутки времени после оставления ими катода. Однако, благодаря тому, что скорости их движения в пространстве фокусировки различны, нужно ожидать, что «фокусные расстояния» x_F будут неодинаковы для групп с различными фазами выхода. «Фокусные расстояния» могут быть вычислены путем подстановки вместо τ τ_F из условия (5) в уравнение (3), что дает

$$x_F = \frac{(e/m)E_0\xi}{\Omega^2-\omega^2}[\sin(\varphi+\alpha) + \sin\varphi] + 2(e/m)E_0/\Omega^2, \quad (6)$$

α - пролетный угол, то есть изменение фазы напряженности электрического поля за время, прошедшее от момента выхода какой-либо электронной группы из катода до момента ее фокусировки, то есть за время τ_F. Как и τ_F, α не зависит от φ

$$\alpha = \omega\tau_F = (\omega/\Omega)\pi. \quad (7)$$

Построенные по уравнениям (5) и (6) «траектории фокусов» приведены на рис. 1.

Согласно представлениям Боргниса и Лединега [4] «траектория фокусов» представляет собою огибающую семейства кривых $x=x(\tau)$, причем параметром этого семейства является φ. Такое семейство было построено автором для рассматриваемого случая и огибающая его совпала с приведенной выше «траекторией фокуса».

Максимальное фокусное расстояние $x_{F\max}$ равно максимальному удале-нию электронов от катода.

Для того чтобы постоянная составляющая анодного тока была отлична от

нуля (практически это всегда имеет место), необходимо, чтобы какая-то часть электронов достигала анода, то есть чтобы

$$x_{F\max} \geq d, \qquad (8)$$

d - расстояние между электродами. Чтобы найти $x_{F\max}$, необходимо исследовать уравнение (3); исследование дает

$$\varphi^* = (\pi-\alpha)/2, \qquad (9)$$

φ^* - фаза выхода группы электронов с максимальным фокусным расстоянием.

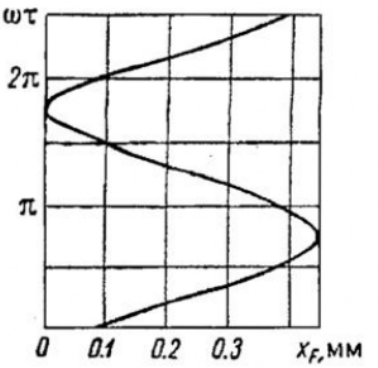

Рис. 1. «Траектория фокуса». $\omega=1.9\cdot10^{10}$; H=2400 Oe; U_0=300 V; ξ_0=0.5

Из (9) видно, что для $\alpha>\pi$, то есть для $\omega/\Omega>1$, φ^* имеет отрицательное значение; это физически означает, что при этих условиях группа, обладающая максимальным «фокусным расстоянием», фокусируется не в том периоде изменения электрического поля, в котором она покинула катод, а в следующем.

Условие (8) принимает вид

$$x_{F\max} = 2\frac{U_0}{(e/m)H^2d}\left(1+\frac{\xi\cos(\alpha/2)}{1-(\omega/\Omega)^2}\right) = d, \qquad (10)$$

откуда

$$H_k = 3.35(U_0^{1/2}/d)\left(1+\frac{\xi\cos\alpha/2}{1-(\omega/\Omega)^2}\right)^{1/2}. \qquad (11)$$

Уравнение (11) представляет собою ту связь между H и U_0, которую принято называть критическими условиями и при $\xi=0$, то есть для статического режима переходит в хорошо известное соотношение

$$H_k = 3.35U_0^{1/2}/d.$$

Для того чтобы было возможно поддержание колебаний, необходимо, чтобы «траектория фокусов» касалась анода в те промежутки времени, когда потенциал его убывает, а это приводит к соотношению

$$\pi/2 \leq \varphi^*+\alpha \leq 3\pi/2 \quad \text{или} \quad \pi/2 \leq (1+\omega/\Omega)\pi/2 \leq 3\pi/2. \qquad (12)$$

Условие (12) и представляет, собственно говоря, то, что выше было названо «характеристическим уравнением генератора». Оно имеет вид, аналогичный уравнению Окабе

$$\lambda = 10650/[(\alpha/\pi)H], \qquad (13)$$

где α лежит в пределах $0\leq\alpha\leq2\pi$. С изменением α будет изменяться и φ^*, что видно из табл. 1.

Это заставляет сделать вывод, что в магнетроне с плоскими электродами возможны колебания с константой в формуле Окабе, лежащей в чрезвычайно широких пределах, как большей, так и меньшей того значения величины 10650, которое получается из рассмотрения траектории отдельного электрона и требования, чтобы период колебаний равнялся времени «облета» электроном его траектории. Если перенести полученные результаты на другие конструкции магнетронов, то становится понятным, почему с цилиндрическим магнетроном получаются экспериментальные значения константы, значительно превышающие

Таблица 1

α	φ^*	$\lambda=f(H)$
0	$\pi/2$	$\lambda=\infty/H$
$\pi/2$	$\pi/4$	$\lambda=21300/H$
π	0	$\lambda=10650/H$
$3\pi/2$	$-\pi/4$	$\lambda=7100/H$
2π	$-\pi/2$	$\lambda=5325/H$

Таблица 2

U_0, вольты	H, Oe	λ, см	C
280	520	44	22880
250	1580	16	25280
300	2400	10	24000
350	3000	7	21000
400	3400	6	20400

величину 10650. С этой точки зрения вполне объяснимы также колебания, полученные Окабе [5] со специальной конструкцией магнетрона с константой в «характеристическом уравнении» порядка 7000-9000.

Что касается экспериментальных результатов, полученных для магнетрона с плоскими электродами, то эта конструкция была подробно экспериментально исследована Кацманом [6].

Результаты, полученные Кацманом, приведены в табл. 2.

Из таблицы видно, что экспериментальные значения константы C приблизительно в два раза превышают те значения, которые следуют из классической формулы Окабе.

Автором также были получены колебания с подобным магнетроном, аналогичным по конструкции магнетрону Кацмана, но с несколько увеличенными геометрическими размерами. При длине волны $\lambda=62$ см $C=30400$ ($H=490$ Oe), что дает отклонение от классической формулы Окабе еще большее, чем у Кацмана, но вполне укладывается в рамки изложенных выше соображений.

На рис. 1 видно, что «траектории фокуса» в течение части периода приближаются к аноду, а затем удаляются от анода, возвращаясь к катоду. Так как в рассматриваемой задаче и анод и катод связаны с колебательным контуром и на них поддерживаются колебательные потенциалы, сдвинутые по фазе на π, то естественно предположить, что приближение «фокуса» к катоду в соответствующие моменты времени может играть ту же роль в поддержании колебаний, что и рассмотренный выше случай взаимодействия «фокуса» с анодом.

Фаза выхода группы электронов, обладающей минимальным «фокусным расстоянием», будет

$$\varphi^{**} = (3\pi-\alpha)/2. \tag{14}$$

Для того чтобы «траектория фокуса» касалась катода, необходимо $x_{F\min}=0$, что дает

$$\xi = \frac{1-(\alpha/\pi)^2}{\cos(\alpha/2)}. \tag{15}$$

Касание катода «траекторией фокуса» должно иметь место в течение той части периода, пока потенциал катода убывает, то есть в интервале между $^3/_2\pi$ и $^5/_2\pi$. В сочетании с (14) и (7) это дает «характеристическое уравнение» в виде

$$\lambda = 10650/[(\alpha/\pi)H],$$

что ничем не отличается от (13).

Вполне естественно предположить, что наиболее благоприятными условиями для поддержания колебаний будут такие, когда «траектория фокуса» касается своим максимумом анода, а минимумом катода. Это, очевидно, возможно, поскольку оба случая приводят к одному и тому же «характеристическому уравнению». Для осуществления такого взаимодействия необходимо одновременное выполнение критического условия (11) и условия, наложенного на ξ (15), что дает

$$H_k = 3.35(U_0^{1/2}/d)2^{1/2} = 4.74U_0^{1/2}/d. \qquad (16)$$

Из рис. 2, являющегося графическим выражением условия (15), видно, что это возможно при ξ, лежащем в пределах $1 \le \xi \le 3$ или $0.5 \le \xi_0 \le 1.5$.

Можно предположить, что в вышеупомянутой работе Кацмана имело место возбуждение именно такого рода, ибо Кацман указывает, что экспериментальные значения напряженности магнитного поля значительно превосходили значения, вычисленные из обычных критических условий. Если же вычисление производить по формуле (16), то все значения H нужно умножить на $2^{1/2}$, что дает уже лучшее совпадение с опытными данными Кацмана (совпадение все же не может быть полным, поскольку конструкция лампы, а следовательно, и распределение электрического поля в ней были достаточно далеки от рассматриваемого идеального случая).

Выше было указано, что уравнение (4) удовлетворяется в двух случаях. Один случай уже рассмотрен, и полученные выводы легко могут быть истолкованы и не противоречат экспериментальным данным. Однако поскольку равенство нулю скобки в уравнении (4) удовлетворяет этому уравнению, условие

$$\sin\varphi' = -1/\xi \qquad (17)$$

можно также рассматривать как условие фокусировки.

Оно означает, что какая-то электронная группа, фаза выхода которой φ' определяется соотношением (17), находится все время в «фокусе» и движется вместе с ним. Следовательно, наряду с «фокусом», образованным последовательно фокусирующимися электронными группами, условием образования которого является (5), существует «фокус», образованный в каждый момент времени электронами с различными фазами выхода, но в их числе всегда находятся электроны с фазой выхода φ'.

Траектория этого второго фокуса совпадает с пространственно-временной характеристикой самих электронов с фазой выхода φ'. Одна точка этой траектории «фокуса» будет лежать на траектории «фокуса», определяемой условием (5), так как когда-нибудь сфокусируется и группа электронов с фазой выхода φ'.

Точка касания обеих «траекторий фокуса» может быть названа «фокусом второго порядка» и должна образовать электронное уплотнение с особо большой плотностью электронов.

Из условия (17) видно, что для магнетрона с плоскими электродами наличие второй, специфической «траектории фокуса», а следовательно, и образование «фокусов второго порядка» возможно только при значениях $\xi \ge 1$.

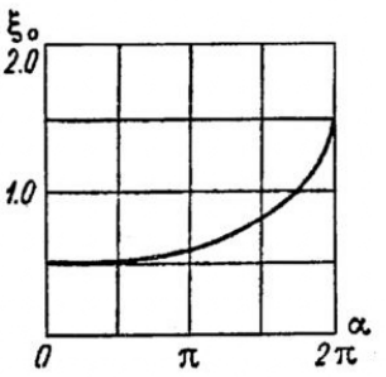

Рис. 2

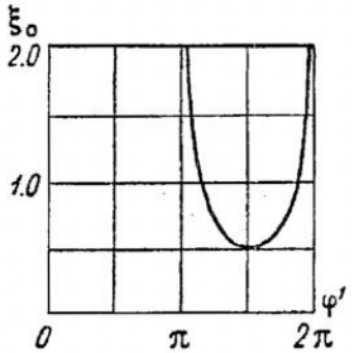

Рис. 3

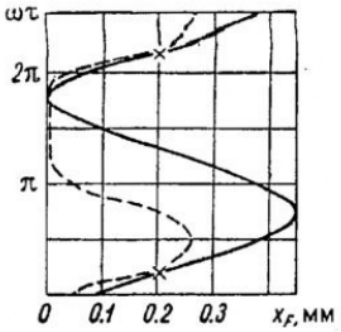

Рис. 4. «Траектория фокуса» для условия (5). «Траектория фокуса» для условия (17). $\omega=1.9\cdot10^{10}$; H=2400 Oe; U_0=300 V; ξ_0=0.5

Рис. 3 дает зависимость между φ' и ξ. Из него видно, что при $\xi>1$ таких «траекторий фокусов» даже две, ибо одному значению ξ соответствуют два значения φ', то есть возможно образование двух «фокусов второго порядка» за один период изменения потенциала на электродах. При $\xi=1$ остается только один «фокус второго порядка».

На рис. 4 показаны «траектории фокуса», удовлетворяющие как условию (5), так и условию (17) для случая $\xi=1$. «Фокус второго порядка» отмечен крестиком.

Можно допустить возможность возбуждения генератора, так сказать, «ударным» способом при помощи «фокуса второго порядка», если «фокус второго порядка» будет периодически с частотой ω возникать непосредственно у анода. При этом потенциал анода должен убывать.

Для того чтобы этот процесс имел частоту ω и второй «фокус второго порядка» не искажал бы процесса возбуждения колебаний, необходимо, чтобы $\xi=1$ или $\xi_0=0.5$. Тогда за период будет образовываться лишь один «фокус второго порядка». В этом случае фаза выхода той группы, которая участвует в образовании «фокуса второго порядка», будет

$$\varphi' = {}^3/_2\pi. \qquad (18)$$

«Характеристическое уравнение» генератора и в этом случае имеет вид

$$\lambda = C/H,$$

но константа может изменяться в пределах $10650\geq C\geq5325$, причем α изменяется $\pi\leq\alpha\leq2\pi$.

Чтобы предложенный механизм возбуждения генератора «фокусом второго порядка» имел место, необходимо также выполнение условия, аналогичного критическим условиям, то есть «фокусное расстояние» группы с фазой выхода φ' должно равняться расстоянию между электродами

$$x_F' = d,$$

откуда при $\xi=1$

$$H_k = 2.3U_0^{1/2}/d[2 - (1+\cos\alpha)/(1-(\alpha/\pi)^2)]^{1/2}. \qquad (19)$$

Таким образом, рассмотрение процесса фазовой фокусировки электронов в магнетроне с плоскими электродами как простейшем генераторе микроволн, использующем магнитное поле, позволяет сделать следующие выводы.

1. Процесс фазовой фокусировки электронов и последующее взаимодействие электронных уплотнений - «фокусов» - с переменным электрическим полем ответственны за поддержание колебаний в генераторах с магнитным полем в той же мере, как и в других типах генераторов микроволн, где процессы фазовой фокусировки лучше изучены (например в клистронах).

2. В случае колебательного режима критические условия должны быть обобщены согласно уравнению (11).

3. Зависимость между генерируемой длиной волны и напряженностью магнитного поля в рассмотренной системе подчиняется обобщенному уравнению Окабе (13) с константой, изменяющейся в чрезвычайно широких пределах.

4. Возможно образование «фокусов второго порядка» и не исключена возможность поддержания колебаний за счет «ударного» взаимодействия «фокусов второго порядка» с электродами и через их посредство с колебательным контуром.

Полученные выводы, как кажется автору, хорошо подтверждаются экспериментальными данными.

В заключение автор считает своим приятным долгом выразить глубокую благодарность профессору П.В. Голубкову за то повседневное внимание, которое он оказывал автору на протяжении всей работы.

Саратов
Физический институт

Поступило в редакцию 19 июля 1948 года

Библиографический список

1. *E. Brücheu, A. Recknagel.* ZS f. Phys., **108**, 459, 1938.
2. *П.В. Голубков.* Изв. АН СССР, **4**, 524, 1940.
3. *П.В. Голубков.* ЖЭТФ, **XIV**, 289. 1944.
4. *F. Borgnisu, E. Ledinegg.* ZS f. techn. Phys., **II**, 256, 1940.
5. *Okabe.* RRRJ, **5**, 69, 1935.
6. *Ю. Кацман.* Электросвязь, № 2, 1939.

© ЖТФ, 1949, т. XIX, вып.11, с. 1321-1328

Заморозков Борис Михайлович (1913-1978) - до войны закончил физико-математический факультет СГУ, кандидат физико-математических наук. Работал доцентом на кафедре физики, директором НИИМФа СГУ (1949-52, 1957-58), деканом физического факультета (1952-55), зав. кафедрой электроники (1953-58). Руководитель разработки первых лекционных курсов и создания учебных лабораторий кафедры электроники. Научный руководитель группы в НИИМФе по разработке новых типов приборов СВЧ-диапазона с непрерывным взаимодействием. С 1958 года начальник теоретического отдела НИИ «Волна». Область научных интересов - физическая электроника, включая СВЧ-электронику.