



## О ВЛИЯНИИ АКУСТИЧЕСКОГО ЗАТУХАНИЯ В СЛОЯХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ПРИ ВОЗБУЖДЕНИИ ОБЪЕМНЫХ УПРУГИХ ВОЛН ПЬЕЗОЭЛЕКТРИКАМИ КЛАССА 6mm С ПРОИЗВОЛЬНОЙ ОРИЕНТАЦИЕЙ ОСИ 6

*М.А. Григорьев, А.В. Толстиков, Ю.Н. Навроцкая*

Рассмотрен электроакустический преобразователь на основе пьезоэлектрика класса 6mm с произвольной ориентацией оси 6 с электродами конечной толщины и с учетом акустического затухания в его слоях. Получена система уравнений для расчета импеданса преобразователя, сопротивлений излучения сдвиговой и продольной волн, отношения мощностей этих волн в звукопроводе, а также коэффициентов преобразования для поперечной и продольной волн. Приведены результаты численного анализа влияния затухания в конкретном преобразователе диапазона 15 GHz.

### Введение

Рассмотрим СВЧ-преобразователь объемных акустических волн, представляющий собой трехслойный пьезоэлемент (металл - пьезоэлектрик - металл), в котором применен пьезокристалл класса 6mm (например, ZnO, CdS) с произвольной ориентацией оси симметрии 6-го порядка по отношению к торцу звукопровода. В отличие от работы [1] проанализируем влияние акустического затухания в указанных слоях. Насколько нам известно, подобный анализ пока не проводился. Он особенно важен при разработке пьезоэлектрических преобразователей для частот выше 10 ГГц, где рост поглощения упругих волн может сильно отразиться на их работе. Требуемая толщина пьезоэлектрика уменьшается с ростом частоты, что, казалось бы, ослабляет влияние в нем акустических потерь. В действительности это не так. Увеличение затухания с ростом частоты обгоняет его снижение за счет уменьшения толщины. Акустическое затухание при комнатной температуре растет пропорционально квадрату частоты, а требуемая толщина пьезоэлектрика уменьшается примерно по линейному закону. Что касается металлических электродов, то снижение затухания в них за счет уменьшения толщины ограничивается стремлением не допустить существенного падения электропроводности.

Рассматриваемая модель (рис. 1) состоит из бесконечного в направлении оси  $x_3'$  звукопровода 4, металлических электродов 1 и 3, к которым подводится переменное СВЧ-напряжение, а также пьезоэлектрика 2, помещенного между указанными электродами и ориентированного таким образом, что ось  $x_2$

кристаллофизической системы координат перпендикулярна плоскости рисунка, а  $x_3$  образует угол  $\theta$  с нормалью  $\mathbf{n}$  к торцу звукопровода. Рассмотрение такой ориентации пьезоэлектрика не приводит к потере общности благодаря изотропности упругих свойств гексагональных кристаллов в плоскости, перпендикулярной оси  $b$ . Металлические электроды и звукопровод будем считать изотропными, либо кристаллическими, но ориентированными своими продольными нормальными вдоль оси  $x_3'$ . Электропроводность пьезоэлектрика и диэлектрические потери в нем положим равными нулю.

Пьезоэлемент, включенный в СВЧ-цепь, обладает частотно зависимым импедансом, активная составляющая которого поглощает электромагнитную мощность. Она расходуется как на возбуждение в звукопроводе акустических волн (продольной и поперечной), так и на потери.

Эффективность преобразователя в целом, включая и возбуждающую систему, характеризуется коэффициентом электроакустического преобразования  $\eta$ , определяемым формулой

$$\eta = P_{ac} / P_+, \quad (1)$$

где  $P_{ac}$  - мощность возбужденной акустической волны;  $P_+$  - мощность прямой электромагнитной волны в линии, подводящей энергию к преобразователю.

Поскольку

$$P_{ac} + P_{los} = P_+ (1 - |\Gamma|^2), \quad (2)$$

где  $P_{los}$  - мощность потерь,  $|\Gamma|$  - модуль коэффициента отражения в линии, то будем иметь

$$\eta = (1 - |\Gamma|^2) [R_{rad} / (R_{rad} + R_{los})]. \quad (3)$$

Здесь  $R_{rad}$  - активное сопротивление излучения пьезоэлемента,  $R_{los}$  - сопротивление потерь.

Величину  $|\Gamma|$  нетрудно найти, если известен импеданс нагрузки  $Z_L$  в некотором сечении линии, имеющей волновое сопротивление  $Z_0$ ,

$$|\Gamma| = (Z_L - Z_0) / (Z_L + Z_0). \quad (4)$$

Здесь  $Z_L$  находится как результат трансформации возбуждающей системой импеданса преобразователя и сопротивления потерь. На рис. 1 к пьезоэлементу подключена LCR цепочка, соединяющая его с передающей линией. Она состоит из паразитной шунтирующей емкости  $C_{sh}$ , индуктивности соединительного проводника  $L$  и его активного сопротивления  $R_{los}$ . Таким образом, первоочередной задачей является вычисление импеданса пьезоэлемента  $Z(\omega) = R(\omega) + jX(\omega)$ .

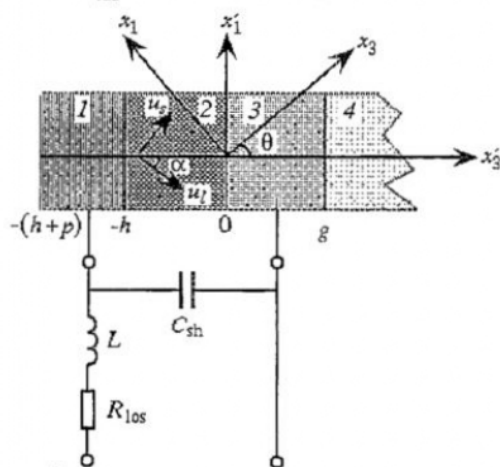


Рис. 1. Анализируемый пьезопреобразователь: 1 - металлический электрод-надслой,  $p$  - его толщина; 2 - пьезоэлектрик,  $h$  - его толщина; 3 - металлический электрод-подслой,  $g$  - его толщина; 4 - звукопровод

### Амплитуды упругих волн в пьезоэлектрике

Переменное электрическое поле, направленное вдоль оси  $x_3'$ , совпадающей с нормалью  $\mathbf{n}$ , в общем случае приводит к возбуждению в пьезоэлектрике

квазипродольной и квазипоперечной упругих волн, поляризованных в плоскости рисунка.

Учитывая, что у реальных преобразователей поперечные размеры значительно больше толщины его слоев, примем [1]

$$\rho \partial^2 u_i / \partial t^2 = \partial T_{i3} / \partial x_3', \quad (5)$$

$$T_{i3} = c'_{i33} \partial u_i / \partial x_3' - e'_{3i3} E_3, \quad (6)$$

$$D_3 = e'_{333} \partial u_i / \partial x_3' + \epsilon'_{333} E_3, \quad (7)$$

$$\partial D_3 / \partial x_3' = 0, \quad (8)$$

где  $u_i$  -  $i$ -я компонента вектора смещения ( $i=1,3$ );  $T_{i3}$  - компонента тензора упругого напряжения;  $E_3$  - напряженность переменного электрического поля, направленного вдоль оси  $x_3'$ ;  $c'$ ,  $e'$ ,  $\epsilon'$  - компоненты тензоров, соответственно, жесткости, пьезомодуля, диэлектрической проницаемости, найденные для системы координат  $x_1'$ ,  $x_2'$ ,  $x_3'$ , повернутой вокруг оси  $x_2$  на угол  $\theta$ ;  $\rho$  - плотность пьезоэлектрика;  $D_3$  - компонента вектора электрического смещения, не зависящая на основании уравнения (8) от координаты.

Будем считать, что акустическое затухание слабо сказывается на величинах скоростей звука. Поэтому для квазипродольной и квазипоперечной волн в пьезоэлектрике воспользуемся зависимостями скоростей и направлений поляризации от угла  $\theta$ , полученными в работе [2] для случая, когда затухания нет,

$$v_{LS}^2 = (c_{55}^* + c_{33}^*) / (2\rho) \pm \{ [(c_{55}^* - c_{33}^*) / (2\rho)]^2 + [c_{35}^* / (2\rho)]^2 \}^{1/2}, \quad (9)$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = 2c_{35}^* / (c_{33}^* - c_{55}^*),$$

где

$$c_{55}^* = c_{55}' + (e_{35}')^2 / \epsilon_{33}',$$

$$c_{35}^* = c_{35}' + e_{35}' e_{33}' / \epsilon_{33}', \quad (10)$$

$$c_{33}^* = c_{33}' + (e_{33}')^2 / \epsilon_{33}'.$$

Здесь и ниже индексы  $L$  и  $S$  относятся к квазипродольной и квазипоперечной волнам, соответственно;  $\alpha$  - угол (см. рис. 1), характеризующий направление векторов смещения. В приведенных выражениях использованы матричные обозначения компонент тензоров жесткости и пьезомодулей.

В дальнейшем будем учитывать акустическое затухание во всех средах преобразователя, вводя комплексные постоянные распространения.

Для пьезоэлектрика

$$\Gamma_{SL} = \beta_{SL} - j\alpha_{SL}, \quad (11)$$

где  $\beta_{SL}$  - волновые числа для  $L$  или  $S$  волн:  $\beta_{SL} = \omega / v_{SL}$ ,  $\omega$  - круговая частота,  $\alpha_{SL}^{(2)}$  - коэффициенты затухания, зависящие от частоты  $f$  по закону

$$\alpha_{SL} = A_{SL} f^2, \quad (12)$$

$A_{SL}$  - константы затухания, выраженные в единицах  $[1/(\Gamma \text{ц}^2 \text{м})]$ .

Для остальных сред, в которых могут существовать только чистые моды упругих волн,

$$\Gamma_i^{(k)} = \beta_i^{(k)} - j\alpha_i^{(k)}, \quad (13)$$

где верхний индекс ( $k$ ) означает номер среды ( $k=1,3,4$ ), а нижний -  $i$  указывает направление вектора смещения волны:  $i=1$  - вдоль оси  $x_1'$  (поперечная волна),  $i=3$  - вдоль оси  $x_3'$  (продольная волна). Волновые числа и коэффициенты затухания выражаются следующими формулами:

$$\beta_i^{(k)} = \omega/v_i^{(k)}, \quad (14)$$

$$\alpha_i^{(k)} = A_i^{(k)} f^2.$$

В ограниченном с двух сторон пьезоэлектрике должны одновременно существовать прямые и обратные упругие волны.

$$u_L = B_L^+ \exp(-j\Gamma_L x_3') + B_L^- \exp(j\Gamma_L x_3'), \quad (15)$$

$$u_S = B_S^+ \exp(-j\Gamma_S x_3') + B_S^- \exp(j\Gamma_S x_3'), \quad (16)$$

где  $B_L^+$ ,  $B_S^+$ ,  $B_L^-$ ,  $B_S^-$  - комплексные амплитуды прямых и обратных квазипродольных и квазипоперечных волн при  $x_3'=0$ .

Амплитуды компонент вектора смещения, в которые вносят свой вклад  $L$  и  $S$  волны, можно записать следующим образом:

$$u_1^{(2)}(x_3') = u_L(x_3') \sin \alpha + u_S(x_3') \cos \alpha, \quad (17)$$

$$u_3^{(2)}(x_3') = u_L(x_3') \cos \alpha - u_S(x_3') \sin \alpha. \quad (18)$$

Величины  $B_{S,L}^+$  могут быть найдены из граничных условий, выражающих непрерывность компонент упругого напряжения и смещения, а если граница свободна, то равенство нулю на ней упругого напряжения [3]. Для нахождения электрического импеданса достаточно знать лишь амплитуды волн, существующих в пьезоэлектрике. Чтобы получить требуемые для этой цели четыре уравнения, воспользуемся понятием акустического импеданса. Последний для волн, распространяющихся вдоль оси  $x_3'$  со смещением вдоль оси  $x_i'$ , определим следующим образом:

$$Z_i^{(k)}(x_3') = -T_{i3}^{(k)}(x_3')/u_i^{(k)}(x_3'), \quad (19)$$

где  $u_i^{(k)}$  -  $i$ -я компонента вектора смещения в  $k$ -й среде. В пьезоэлектрике величина  $u_i^{(k)}$  складывается из проекций смещений  $L$  и  $S$  волн на соответствующие координатные оси (см. формулы (17) и (18)), а в остальных средах это и есть смещения «чистых» продольных или сдвиговых волн. Равенство на границе двух сред компонент смещения, а также компонент упругого напряжения позволяет заключить, что должны быть равны и акустические импедансы. Для сред, граничащих с пьезоэлектриком, нетрудно заранее найти эти импедансы как для продольных, так и для поперечных волн. Тогда условия на границах пьезоэлектрика примут вид

$$T_{i3}^{(2)}(-h) + Z_i^{(1)}(-h) j \omega u_i^{(2)}(-h) = 0, \quad (20)$$

$$T_{i3}^{(2)}(0) + Z_i^{(3)}(0) j \omega u_i^{(2)}(0) = 0. \quad (21)$$

Импеданс  $Z_i^{(1)}(-h)$  в слое 1 на границе пьезоэлектрика при  $x_3'=-h$  для волны со смещением вдоль  $i$ -й координаты можно найти, если учесть, что на свободной границе при  $x_3'=-h$  полное акустическое сопротивление равно нулю. Таким образом, слой 1 является отрезком короткозамкнутого акустического волновода с затуханием. Для него сопротивление выражается формулой

$$Z_i^{(1)}(-h) = -Z_{0i}^{(1)} \text{th}(j\Gamma_i^{(1)}p), \quad (22)$$

где  $p$  - толщина 1-й среды (надслоя),  $Z_{0i}^{(1)}$  - комплексное акустическое волновое сопротивление 1-й среды для поперечной ( $i=1$ ) или продольной ( $i=3$ ) волн. Для среды с номером ( $k$ ), как следует из (13) и (19), величина  $Z_{0i}^{(k)}$  выражается формулой

$$Z_{0i}^{(k)} = \rho^{(k)} v_i^{(k)} (1 - jv_i^{(k)} \alpha_i^{(k)} / \omega). \quad (23)$$

Здесь  $v_i^{(k)}$ ,  $\rho^{(k)}$ ,  $\alpha_i^{(k)}$  - соответственно скорость звука, плотность и коэффициент затухания в  $k$ -ой среде

Аналогично можно найти импеданс  $Z_i^{(3)}(0)$  в среде 3 на другой границе пьезоэлектрика при  $x_3' = 0$ . Для выбранной волны ( $i=1$  или 3) среда 3 служит трансформатором импеданса, нагруженным акустическим волновым сопротивлением звукопровода (для поперечной или продольной волны). Искомая величина при наличии затухания выражается следующим образом:

$$\begin{aligned} Z_i^{(3)}(0) = & Z_{0i}^{(3)} [Z_{0i}^{(4)} \text{ch}(j\Gamma_i^{(3)}g) + Z_{0i}^{(3)} \text{sh}(j\Gamma_i^{(3)}g)] \times \\ & \times [Z_{0i}^{(3)} \text{ch}(j\Gamma_i^{(3)}g) + Z_{0i}^{(4)} \text{sh}(j\Gamma_i^{(3)}g)]^{-1}, \end{aligned} \quad (24)$$

где комплексное волновое сопротивление  $Z_{0i}^{(4)}$  находится по формуле (23) при  $k=4$ .

Подставляя в (20) и (21) выражения (22) и (24) и компоненты тензора напряжения  $T_{i3}^{(2)}(0)$  и  $T_{i3}^{(2)}(-h)$ , найденные из (6) и (7), а также вводя нормированные комплексные амплитуды

$$b_{LS}^{\pm} = B_{LS}^{\pm} \epsilon_{33}' \omega / (jD_3), \quad (25)$$

и учитывая соотношения (17) и (18), можно получить систему 4-х неоднородных линейных уравнений для нахождения величин  $b_L^+$ ,  $b_L^-$ ,  $b_S^+$ ,  $b_S^-$ .

Элементы матрицы коэффициентов этой системы имеют вид

$$\begin{aligned} a_{11} &= \exp(j\Gamma_L h) [(\Gamma_L / \omega)(c_{35}^* \text{tg} \alpha + c_{33}^*) - Z_3^{(1)}(-h)], \\ a_{12} &= -\exp(-j\Gamma_L h) [(\Gamma_L / \omega)(c_{35}^* \text{tg} \alpha + c_{33}^*) + Z_3^{(1)}(-h)], \\ a_{13} &= \exp(j\Gamma_S h) [(\Gamma_S / \omega)(c_{35}^* - c_{33}^* \text{tg} \alpha) + Z_3^{(1)}(-h) \text{tg} \alpha], \\ a_{14} &= -\exp(-j\Gamma_S h) [(\Gamma_S / \omega)(c_{35}^* - c_{33}^* \text{tg} \alpha) - Z_3^{(1)}(-h) \text{tg} \alpha], \\ a_{21} &= \exp(j\Gamma_L h) [(\Gamma_L / \omega)(c_{55}^* \text{tg} \alpha + c_{53}^*) - Z_1^{(1)}(-h) \text{tg} \alpha], \\ a_{22} &= -\exp(-j\Gamma_L h) [(\Gamma_L / \omega)(c_{55}^* \text{tg} \alpha + c_{53}^*) + Z_1^{(1)}(-h) \text{tg} \alpha], \\ a_{23} &= \exp(j\Gamma_S h) [(\Gamma_S / \omega)(c_{55}^* - c_{53}^* \text{tg} \alpha) - Z_1^{(1)}(-h)], \\ a_{24} &= -\exp(-j\Gamma_S h) [(\Gamma_S / \omega)(c_{55}^* - c_{53}^* \text{tg} \alpha) + Z_1^{(1)}(-h)], \\ a_{31} &= [(\Gamma_L / \omega)(c_{35}^* \text{tg} \alpha + c_{33}^*) - Z_3^{(3)}(0)], \\ a_{32} &= -[(\Gamma_L / \omega)(c_{35}^* \text{tg} \alpha + c_{33}^*) + Z_3^{(3)}(0)], \\ a_{33} &= [(\Gamma_S / \omega)(c_{35}^* - c_{33}^* \text{tg} \alpha) + Z_3^{(3)}(0) \text{tg} \alpha], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a_{34} &= -[(\Gamma_S/\omega)(c_{35}^* - c_{33}^* \operatorname{tg} \alpha) - Z_3^{(3)}(0) \operatorname{tg} \alpha], \\
a_{41} &= [(\Gamma_L/\omega)(c_{55}^* \operatorname{tg} \alpha + c_{53}^*) - Z_1^{(3)}(0) \operatorname{tg} \alpha], \\
a_{42} &= -[(\Gamma_L/\omega)(c_{55}^* \operatorname{tg} \alpha + c_{53}^*) + Z_1^{(3)}(0) \operatorname{tg} \alpha], \\
a_{43} &= [(\Gamma_S/\omega)(c_{55}^* - c_{53}^* \operatorname{tg} \alpha) - Z_1^{(3)}(0)], \\
a_{44} &= -[(\Gamma_S/\omega)(c_{55}^* - c_{53}^* \operatorname{tg} \alpha) + Z_1^{(3)}(0)].
\end{aligned}$$

Свободные члены  $b_1, b_2, b_3, b_4$  находятся по формулам

$$b_1 = b_3 = e_{33}'/\cos \alpha, \quad b_2 = b_4 = e_{35}'/\cos \alpha.$$

Полученные в результате решения этой системы нормированные амплитуды  $b_{LS}^{\pm}$  могут быть использованы для вычисления электрического импеданса преобразователя, коэффициента электроакустического преобразования, а также для нахождения оптимальных углов  $\theta$ , при которых в звукопроводе возбуждаются преимущественно сдвиговая или продольная волны.

### Импеданс пьезоэлемента

Импеданс пьезоэлемента находится в квазистатическом приближении следующим образом [1]:

$$Z(\omega) = \int_{-h}^0 E_3 dx_3' / (j\omega D_3 s) = \int_{-h}^0 (D_3 - e_{35}' \partial u_1 / \partial x_3' - e_{35}' \partial u_3 / \partial x_3') dx_3' / (j\omega \epsilon_{33}' D_3 s),$$

где  $s$  - площадь пьезоэлемента. Поделив это выражение на емкостное сопротивление пьезоэлемента  $X_0 = h / (\omega \epsilon_{33}' s)$  и подставив в него (15), (16), (25), (17), (18), после интегрирования получим нормированное значение искомого импеданса

$$\begin{aligned}
Z(\omega)/X_0 &= -j + 1/(\epsilon_{33}' v_S \Gamma_S h) \{ e_L [ b_L^+ (e^{j\Gamma_L h} - 1) + b_L^- (e^{-j\Gamma_L h} - 1) ] + \\
&+ e_S [ b_S^+ (e^{j\Gamma_S h} - 1) + b_S^- (e^{-j\Gamma_S h} - 1) ] \},
\end{aligned} \tag{26}$$

где  $e_L = e_{35}' \sin \alpha + e_{33}' \cos \alpha$ ,  $e_S = e_{35}' \cos \alpha - e_{33}' \sin \alpha$  [1].

Второе слагаемое в этом выражении является комплексной величиной, действительная часть которой есть нормированное активное сопротивление, потребляющее СВЧ-мощность. Последняя, по своему физическому смыслу, складывается из мощностей, возбужденных в звукопроводе поперечной и продольной упругих волн, и мощности, рассеивающейся в слоях пьезоэлемента вследствие акустического затухания. Соответственно этим мощностям активную составляющую импеданса можно представить в виде суммы трех членов

$$R = R_{\text{rad},S} + R_{\text{rad},L} + R_{\text{los}},$$

где  $R_{\text{rad},S}$  - сопротивление излучения поперечной волны,  $R_{\text{rad},L}$  - сопротивление излучения продольной волны и  $R_{\text{los}}$  - сопротивление потерь.

### Сопротивления излучения

Для нахождения сопротивлений излучения воспользуемся условиями равенства смещений на границах 3-й среды.

При  $x_3' = 0$  имеем

$$(B_S^+ + B_S^-)\cos\alpha + (B_L^+ + B_L^-)\sin\alpha = u_{1+}^{(3)}(0) + u_{1-}^{(3)}(0), \quad (27)$$

$$-(B_S^+ + B_S^-)\sin\alpha + (B_L^+ + B_L^-)\cos\alpha = u_{3+}^{(3)}(0) + u_{3-}^{(3)}(0), \quad (28)$$

а при  $x_3' = g$

$$u_{1+}^{(4)}(g) = u_{1+}^{(3)}(g) + u_{1-}^{(3)}(g) = u_{1+}^{(3)}(g)(1 + \gamma_1^{(3)}(g)), \quad (29)$$

$$u_{3+}^{(4)}(g) = u_{3+}^{(3)}(g) + u_{3-}^{(3)}(g) = u_{3+}^{(3)}(g)(1 + \gamma_3^{(3)}(g)), \quad (30)$$

где  $\gamma_1^{(3)}(g)$  и  $\gamma_3^{(3)}(g)$  - коэффициенты отражения для сдвиговой и продольной волн, соответственно,

$$\gamma_{1,3}^{(3)} = (Z_{01,3}^{(3)} - Z_{01,3}^{(4)}) / (Z_{01,3}^{(3)} + Z_{01,3}^{(4)}). \quad (31)$$

Если комплексные амплитуды отраженных волн в правых частях равенств (27) и (28) выразить через амплитуды прямых с помощью коэффициента отражения (31), а затем найти  $u_{1+}^{(3)}$  и  $u_{3+}^{(3)}$  и подставить их в (29) и (30), то, переходя к нормированным смещениям (25), будем иметь следующие амплитуды возбужденных в звукопроводе упругих волн:

$$u_{1+}^{(4)}(g) = jD_3 \{ [(b_S^+ + b_S^-)\cos\alpha + (b_L^+ + b_L^-)\sin\alpha] / [\exp(j\Gamma_1^{(3)}g) + \gamma_1^{(3)}\exp(-j\Gamma_1^{(3)}g)] \} \times \\ \times (1 + \gamma_1^{(3)}) / (\epsilon_{33}'\omega s), \quad (32)$$

$$u_{3+}^{(4)}(g) = jD_3 \{ [-(b_S^+ + b_S^-)\sin\alpha + (b_L^+ + b_L^-)\cos\alpha] / [\exp(j\Gamma_3^{(3)}g) + \gamma_3^{(3)}\exp(-j\Gamma_3^{(3)}g)] \} \times \\ \times (1 + \gamma_3^{(3)}) / (\epsilon_{33}'\omega s). \quad (33)$$

Полученные формулы дают возможность получить выражения для мощностей возбужденных в звукопроводе поперечной и продольной акустических волн  $P_S$  и  $P_L$

$$P_S = (\omega^2 |u_{1+}^{(4)}|^2 / 2) \text{Real}(Z_{01}^{(4)}), \quad (34)$$

$$P_L = (\omega^2 |u_{3+}^{(4)}|^2 / 2) \text{Real}(Z_{03}^{(4)}). \quad (35)$$

Эти же мощности можно выразить через сопротивления излучения  $R_{\text{rad},S}$ ,  $R_{\text{rad},L}$  и плотность тока смещения в пьезоэлектрике  $j_{\text{dis}} = j\omega D_3$

$$P_S = (\omega^2 |D_3|^2 / 2) R_{\text{rad},S} s^2, \quad (36)$$

$$P_L = (\omega^2 |D_3|^2 / 2) R_{\text{rad},L} s^2. \quad (37)$$

Если теперь приравнять правые части равенств (34) и (36), а также (35) и (37), то нетрудно получить формулы для вычисления сопротивлений излучения  $R_{\text{rad},S}$  и  $R_{\text{rad},L}$

$$R_{\text{rad},S} = [ |1 + \gamma_1^{(3)}|^2 \text{Re}(Z_{01}^{(4)}) | (b_S^+ + b_S^-)\cos\alpha + (b_L^+ + b_L^-)\sin\alpha |^2 ] / \\ / [ (\epsilon_{33}'\omega)^2 s^2 |\exp(j\Gamma_1^{(3)}g) + \gamma_1^{(3)}\exp(-j\Gamma_1^{(3)}g)|^2 ], \quad (38)$$

$$R_{\text{rad},L} = [ |1 + \gamma_3^{(3)}|^2 \text{Re}(Z_{03}^{(4)}) | -(b_S^+ + b_S^-)\sin\alpha + (b_L^+ + b_L^-)\cos\alpha |^2 ] / \\ / [ (\epsilon_{33}'\omega)^2 s^2 |\exp(j\Gamma_3^{(3)}g) + \gamma_3^{(3)}\exp(-j\Gamma_3^{(3)}g)|^2 ]. \quad (39)$$

## Отношение мощностей $P_S/P_L$

Располагая этими формулами, легко вычислить отношение мощностей сдвиговой и продольной акустических волн, возбужденных в звукопроводе,

$$M(\theta) = P_S/P_L = R_{\text{rad},S}(\theta)/R_{\text{rad},L}(\theta). \quad (40)$$

Величина  $M$  зависит от угла  $\theta$  между осью 6-го порядка пьезоэлектрика и нормалью к торцу звукопровода, что дает возможность найти оптимальную ориентацию пьезоэлектрика, при которой будет преимущественно возбуждаться сдвиговая, либо продольная волна.

## Коэффициент преобразования

Остановимся теперь на вычислении коэффициента электроакустического преобразования (1). Будем считать, что электромагнитная мощность от генератора подводится к пьезоэлементу с помощью двухпроводной линии заданного волнового сопротивления  $Z_0$ . Генератор имеет переменную электродвижущую силу  $E$  и согласован с линией. Последнее условие означает, что внутреннее сопротивление генератора равно волновому сопротивлению линии. В таком случае мощность, переносимая прямой волной, равна мощности, отдаваемой в согласованную нагрузку:  $P_+ = P_{CL} = |E|^2/(8Z_0)$ . Параллельно пьезоэлементу (см. рис. 1) подключена паразитная емкость  $C_{sh}$ , а затем последовательно - соединительный проводник с активным сопротивлением  $R_{los}$  и индуктивностью  $L$ . Тогда передающая линия будет нагружена импедансом нагрузки

$$Z_L = Z/(1+j\omega C_{sh}Z) + j\omega L + R_{los},$$

где  $Z$  - импеданс пьезоэлемента (26). Комплексная амплитуда тока, текущего через пьезоэлемент, равна

$$I_p = E/[(Z_0+Z_L)(1+j\omega C_{sh}Z)].$$

Тогда мощность сдвиговой волны, возбужденной в звукопроводе будет

$$P_S = (|I_p|^2/2)R_{\text{rad},S},$$

а коэффициент преобразования при возбуждении поперечной волны примет вид

$$\eta_S = P_S/P_{CL} = 4R_{\text{rad},S}Z_0 / |(Z_0+Z_L)(1+j\omega C_{sh}Z)|^2. \quad (41)$$

Аналогичное выражение можно записать и для случая возбуждения продольной волны ( $\eta_L$ ), заменив  $R_{\text{rad},S}$  в (41) величиной  $R_{\text{rad},L}$ .

## Обсуждение результатов численного анализа

Рассмотрим случай возбуждения поперечной волны пьезоэлементом (Al - ZnO - Al), расположенным на звукопроводе из  $Y_3Al_5O_{12}$  с ориентацией [110] вдоль оси  $x_3'$  (см. рис. 1). Необходимые упругие, пьезоэлектрические и диэлектрические константы для ZnO взяты из работы [2], а плотность и скорости продольной и поперечной волн для Al - из [3]. Ориентиром для выбора коэффициентов акустического затухания в слоях пьезоэлемента послужили результаты экспериментальной работы [4], а также сведения из [3]. Вычисления выполнялись для диапазона частот от 10 до 20 GHz.



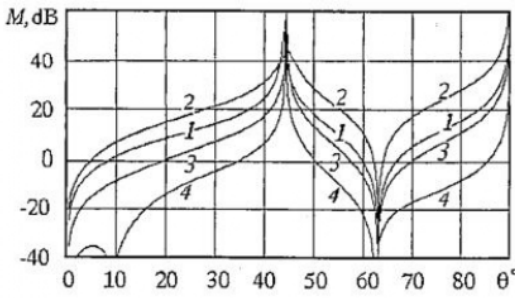


Рис. 2. Зависимости величины  $M=P_S/P_L$  от угла  $\theta$ , рассчитанные без учета акустического затухания в слоях пьезоэлемента. Кривые 1-4 - для частот 11, 14, 17, 20 GHz, соответственно

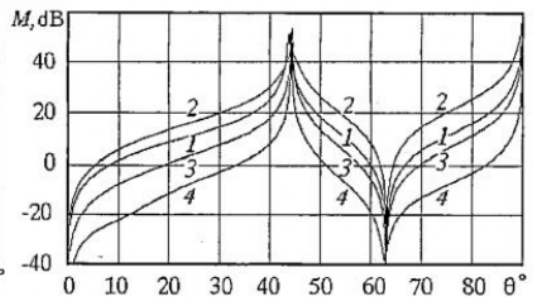


Рис. 3. То же, что и на рис. 2, с учетом акустических потерь. Задавались коэффициенты затухания (в  $\text{dB}/\mu\text{m}$ ) при  $f=10$  GHz в пьезоэлектрике  $\alpha_S$  и  $(\alpha_L)$ , в остальных средах  $\alpha_1$  и  $(\alpha_2)$  для различных материалов ZnO: 1.24 (2.48); Al: 4.0 (6.4);  $\text{Y}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$ :  $5.10^{-3}$  ( $10^{-4}$ )

Толщины слоев с номерами 1, 2 и 3 (см. рис. 1) составляли (в  $\mu\text{m}$ ): 0.032 0.09, 0.048, соответственно. Они были выбраны так, чтобы максимум коэффициента преобразования для сдвиговой волны приходился на частоту примерно 15 GHz.

На рис. 2 представлено семейство зависимостей коэффициента  $M$  от угла  $\theta$ , рассчитанное по формулам (38), (39), (40) без учета затухания для различных частот. На рис. 3 показаны аналогичные кривые, полученные с учетом затухания.

Вид кривых существенно зависит от частоты. При заданном ограничении величины  $M$  снизу диапазон допустимых углов  $\theta$  сильно зависит от  $f$ . Если для возбуждения сдвиговой волны задать  $M \geq 20$  dB, то в отсутствие затухания при  $f=14$  GHz угол  $\theta$  можно изменять в пределах от  $28^\circ$  до  $55^\circ$ , а при  $f=20$  GHz лишь от  $43^\circ$  до  $45^\circ$ . Аналогичная ситуация имеет место и при возбуждении продольной волны с той лишь разницей, что заметно более широкий диапазон допустимых значений  $\theta$  ( $\sim 60^\circ$ - $67^\circ$ ) будет на частоте 20 GHz, а не 14 GHz ( $62^\circ$ - $64^\circ$ ). Учет затухания привел (рис. 3) к наибольшему изменению кривых 2 и 4. Первая из них опустилась, а вторая - поднялась. Две другие кривые практически не изменились. Это отразилось на некотором сужении интервала допустимых углов при возбуждении поперечной волны на частоте 14 GHz и расширении интервала для 20 GHz. Что касается продольной волны, то эти же изменения кривых вызвали и соответствующие изменения областей приемлемых углов.

Экстремумы кривых для различных частот практически не отличаются своим положением на оси  $\theta$ . В диапазоне от 11 до 14 GHz оптимальный угол для возбуждения сдвиговой волны увеличивается от  $43.85^\circ$  до  $44.75^\circ$ , а при дальнейшем росте  $f$  до 20 GHz спадает к  $44.35^\circ$ . Учет затухания (рис. 3) не вызывает сколь угодно существенного изменения этой закономерности. Экстремальные значения  $M$  также отличаются для разных  $f$ . Например, при  $\theta \approx 44^\circ \dots 45^\circ$  представленным на рис. 2 частотам соответствуют максимальные значения  $M$ , dB: 51.6; 44.1; 58.5; 56.4. Учет затухания (см. рис. 3) несколько уменьшает их: 51.0; 44.0; 53.2; 51.7. Аналогичная картина наблюдается и в окрестности  $\theta \approx 63^\circ$ , где наиболее заметно затухание снижает глубину провала у кривых, соответствующих частотам 17 и 20 GHz. Вместо -42.6 и -59.6 dB затухание становится -39.1 и -38.3 dB.

На рис. 4 и 5 представлены результаты вычислений по формуле (38) сопротивления излучения при возбуждении поперечной волны ( $\theta=44.6^\circ$ ). На первом из них кривая 1 получена без учета затухания во всех слоях пьезоэлемента, а оставшиеся кривые - с учетом затухания только в пьезоэлектрике. На втором - учтено затухание во всех средах пьезоэлемента. Видно, что рост затухания приводит к уменьшению  $R_{\text{rad},S}$ . Интересно отметить, что кривая 2 на рис.4

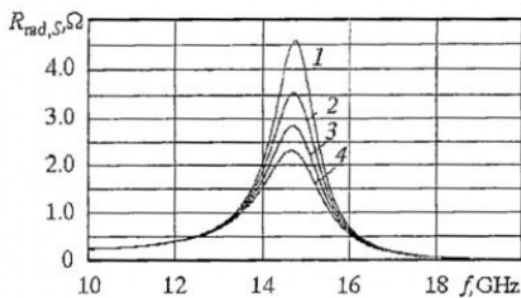


Рис. 4. Зависимости сопротивления излучения  $R_{rad,S}$  от частоты при  $\theta=44.6^\circ$  для различных затуханий квазипоперечной и квазипродольной волн в пьезоэлектрике. Для кривых 1-4 коэффициенты  $\alpha_s(\alpha_r)$  при  $f=10$  GHz соответственно равны, dB/ $\mu$ m: 0 (0); 1.24 (2.48); 2.48 (4.96); 3.72 (7.44). В остальных средах затухание не учитывалось. Диаметр пьезоэлемента 0.05 mm

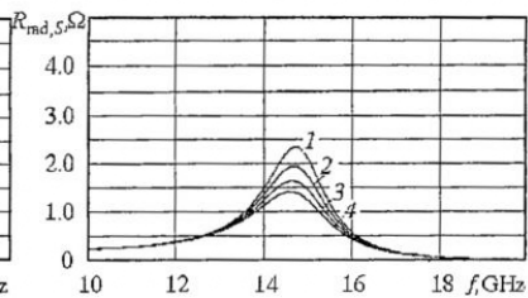


Рис. 5. То же, что и на рис. 4, но дополнительно учтено затухание в подслое и надслое. При  $f = 10$  GHz  $\alpha_1^{(1)} = \alpha_1^{(3)} = 4.0$  dB/ $\mu$ m,  $\alpha_3^{(1)} = \alpha_3^{(3)} = 6.4$  dB/ $\mu$ m

соответствует случаю, когда затухание продольной волны в ZnO близко к значению, измеренному в [4]. Заметим, что в литературе отсутствуют экспериментальные данные по затуханию сдвиговых волн в тонких пленках на частоте порядка 10 GHz, и мы взяли его в наших расчетах для ZnO в два раза меньше, чем для продольной. Такое затухание привело к довольно заметному снижению максимума сопротивления излучения примерно на 22%. Учет потерь во всех остальных слоях (рис. 5) дал в итоге еще большее падение величины  $R_{rad,S}$  (более 50%).

Влияние на импеданс пьезоэлемента акустического затухания в его слоях иллюстрируется кривыми, рассчитанными по формуле (26). На рис. 6 показаны зависимости от частоты активной составляющей импеданса  $R(f)$  для различных затуханий в пьезоэлектрике, а на рис. 7 - при учете затухания во всех слоях. Реактивная составляющая импеданса  $X(f)$  представлена аналогичными графиками

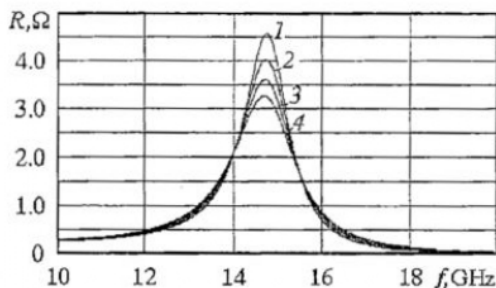


Рис. 6. Зависимости от частоты активной составляющей импеданса пьезоэлемента для различных акустических затуханий в пьезоэлектрике. Кривые с номерами 1-4 соответствуют коэффициентам затухания, приведенным в подписи к рис. 4. Затухание в остальных слоях не учитывалось. Диаметр пьезоэлемента 0.05 mm

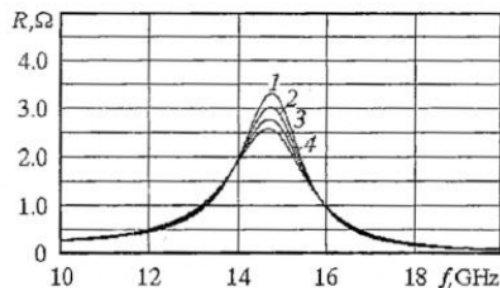


Рис. 7. То же, что и на рис. 6, но с учетом затухания в подслое и надслое. Кривым с номерами 1-4 соответствуют коэффициенты затухания, приведенные в подписи к рис. 5

на рис. 8 и 9. Отметим прежде всего, что, как и следовало ожидать, кривая  $R(f)$  в отсутствие акустического затухания совпадает с соответствующей кривой  $R_{rad,S}(f)$  при  $\theta=44.6^\circ$ , см. кривые 1 на рис. 4 и рис. 6. Рост затухания приводит к падению  $R$ , но падение  $R_{rad,S}$  происходит при этом быстрее, что согласуется с физикой процесса. Что касается сопротивления  $X(f)$ , то оно также подвержено влиянию акустического затухания в слоях пьезоэлемента. При изменении частоты величина

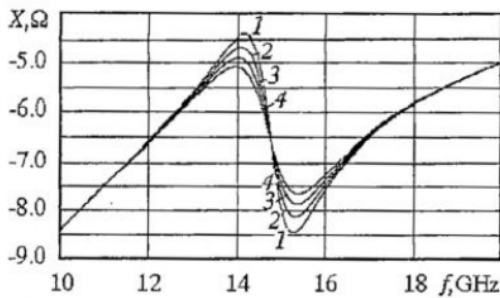


Рис. 8. Зависимости от частоты реактивной составляющей импеданса пьезоэлемента для различных затуханий в пьезослое. Кривым с номерами 1-4 соответствуют коэффициенты затухания, приведенные в подписи к рис. 4. Затухание в других средах не учитывается. Диаметр пьезоэлемента 0.05 мм

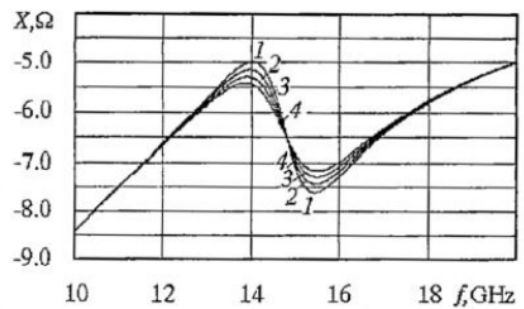


Рис. 9. То же, что и на рис. 8, но с учетом затухания в подслое и надслое. Коэффициенты затухания те же, что и в подписи к рис. 5

$X(f)$  испытывает колебания вокруг емкостного сопротивления  $1/(\omega C_0)$ , где  $C_0$  - статическая емкость пьезоэлемента. Размах этих колебаний уменьшается с ростом затухания в слоях, что иллюстрируется приведенными кривыми на рис. 8 и 9.

Главной характеристикой преобразователя является частотная зависимость коэффициента преобразования  $\eta_s(f)$  или  $\eta_L(f)$ . Чтобы выяснить, как акустическое затухание влияет на эту зависимость был выбран случай, когда диаметр пьезоэлемента равен 0.05 мм, модуль его импеданса примерно 8.9 Ω, а волновое сопротивление передающей линии  $Z_0=8.9$  Ω. Такая величина  $Z_0$  является

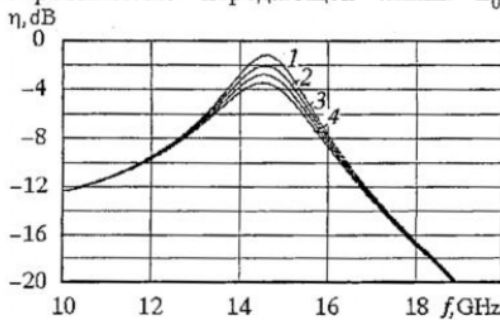


Рис. 10. Зависимости коэффициента электроакустического преобразования от частоты в случае возбуждения поперечной волны для различных затуханий в пьезоэлектрике. Кривым с номерами 1-4 соответствуют коэффициенты затухания, приведенные в подписи к рис. 4. В остальных средах затухание не учитывается; оптимальный угол  $\theta=44.6^\circ$ ; диаметр пьезоэлемента 0.05 мм; волновое сопротивление передающей линии 8.9Ω

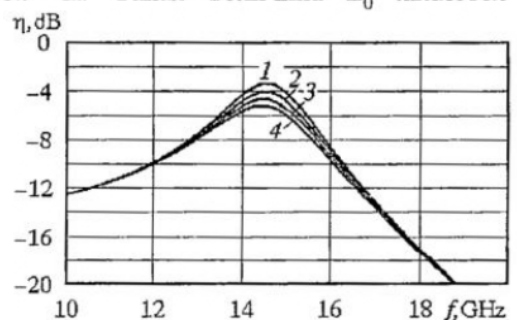


Рис. 11. То же, что и на рис. 10, но с учетом затухания в подслое и надслое. Коэффициенты затухания те же, что и в подписи к рис. 5

оптимальной, обеспечивающей максимум величины  $\eta_s$  в отсутствие каких-либо согласующих устройств. Угол  $\theta$  полагался равным  $44.6^\circ$ . При этом должна возбуждаться практически чистая сдвиговая волна. На рис. 10 и 11 показаны зависимости  $\eta_s(f)$ , вычисленные по формуле (41) для различных затуханий в слоях. На рис. 10 учитывается затухание только в пьезослое, а на рис. 11 - и во всех остальных средах. Видно, что рост затухания вызывает падение коэффициента преобразования, но при выбранных значениях коэффициентов затухания в слоях это падение не очень велико - всего 2...3 dB. Заметим, что уменьшение величины

$\eta_s$  наблюдается лишь вблизи максимума кривых, а края графиков практически не подвержены влиянию затухания.

### Заключение

В настоящей работе получены формулы для расчета пьезопреобразователя, образованного пьезоэлектриком класса 6mm с произвольной ориентацией оси 6 и металлическими электродами конечной толщины, с учетом акустического затухания в его слоях. В зависимости от ориентации пьезоэлектрика такой преобразователь способен возбуждать сдвиговые, либо продольные упругие волны. Численный анализ, результаты которого представлены в статье, позволяет заключить, что акустическое затухание в слоях преобразователя на частоте порядка 15 GHz играет заметную роль. Сопротивление излучения преобразователя, на основе окиси цинка с электродами из алюминия, при возбуждении сдвиговой волны под влиянием затухания уменьшается на 50...55%, а эффективность преобразования снижается на 2...3 dB. Дальнейшее увеличение частоты, несомненно, приведет к еще более существенному падению эффективности преобразователей.

Полученные результаты могут быть использованы при создании эффективных излучателей упругих волн коротковолновой части СВЧ-диапазона.

### Библиографический список

1. Григорьев М.А., Курьшиов С.С., Толстиков А.В. О влиянии конечной толщины электродов при возбуждении объемных упругих волн пьезоэлектриками класса 6mm с произвольной ориентацией оси 6 // Акуст. журнал. 1990. Т. 36, № 2. С. 255.
2. Foster N.F., Coquin G.A., Rozgonyi G.A., Vannata F.A. Cadmium sulphide and zinc oxide thin-film transducers // IEEE Tran. 1968. Vol. SU-15, № 1. P. 28.
3. Кайно Г. Акустические волны: устройства, визуализация и аналоговая обработка сигналов / Пер. с англ. С.Н. Карпачева и др. под ред. О.В. Руденко. М.: Мир, 1990. 652 с.
4. Григорьев М.А., Зайцев Б.Д., Цибин А.В. Затухание продольных упругих волн в тонких пленках на частоте 9.4 ГГц // Письма в ЖТФ. 1979. Т. 5, вып. 1. С. 50.

Саратовский государственный  
университет

Поступила в редакцию 18.05.02

### ON THE INFLUENCE OF ACOUSTIC ATTENUATION IN THE TRANSDUCER LAYERS UNDER THE EXCITATION OF THE VOLUME ELASTIC WAVES BY 6mm CLASS PIEZOELECTRIC WITH ARBITRARY ORIENTATION OF AXIS 6

*M.A. Grigor'ev, A.V. Tolstikov, Ju.N. Navrotskaja*

An electroacoustic transducer on the bases of the piezoelectric class 6mm with axis 6 arbitrary orientation with electrodes of final thickness regarding the acoustic attenuation in its layers is considered: The system of equations for the computation the transducer

impedance, longitudinal and shear wave radiation resistance, power ratio of these waves in the sound conductor, and also the conversion losses for longitudinal and shear waves is obtained. The numerical analysis results of attenuation effect in the specific transducer in the range of 15 GHz are given.



*Григорьев Михаил Алексеевич* - родился в 1928 году в деревне Хилино Ильинского района Великолукской области. Окончил физико-математический факультет Харьковского государственного университета им. А.М. Горького по специальности ядерная физика (1951). После окончания университета до настоящего времени работает в Саратовском госуниверситете им. Н.Г. Чернышевского, сначала на кафедре общей физики (до 1959), затем на кафедре электроники, а после переименования на кафедре электроники, колебаний и волн. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук в области разработки ламп бегущей волны с электростатической фокусировкой (1967) и диссертацию на соискание ученой степени доктора физико-математических наук в области СВЧ-акустоэлектроники и акустооптики (1988). Область научных интересов -

СВЧ-электроника, твердотельная электроника, акустоэлектроника, акустооптика. Соавтор и научный редактор учебного пособия «Электронные приборы СВЧ» с грифом МВ и ССО СССР (1980). Опубликовал более 130 работ в периодических изданиях и трудах конференций, член двух диссертационных советов. E-mail: magrig@sgu.ssu.runnet.ru



*Толстикова Александр Владимирович* - родился в Саратове (1951). Окончил Саратовский госуниверситет (1973). После окончания университета работал в Центральном научно-исследовательском институте измерительной аппаратуры, а с 1975 года на кафедре электроники СГУ. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук в области исследований и разработок акустических и акустооптических линий фиксированной и переменной задержки СВЧ-радиосигналов (1988). В настоящее время работает в научно-образовательном институте «Открытые системы» Саратовского госуниверситета. Область научных интересов - СВЧ-акустика и акустооптика, вакуумная технология тонкопленочных и пластинчатых электроакустических пьезопреобразователей. Опубликовал около 40 научных работ в периодических изданиях и трудах конференций. E-mail: tolstikovav@info.sgu.ru



*Навроцкая Юлия Натановна* - родилась в 1938 году в Саратове. Окончила физический факультет Саратовского госуниверситета (1960). После окончания университета работала на предприятии п/я 52 инженером (до 1963), затем в НИИ механики и физики при СГУ (до 1965) и в СГУ старшим преподавателем кафедры электрорадиотехники (до 2001). Область научных интересов: твердотельная электроника СВЧ, акустоэлектроника, акустооптика. Опубликовала около 50 работ в периодических изданиях и трудах конференций.