



Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2024. Т. 32, № 1
Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Applied Nonlinear Dynamics. 2024;32(1)

Научная статья
УДК 517.9

DOI: 10.18500/0869-6632-003078
EDN: VEFEDZ

Сравнительный анализ схем скрытой коммуникации, основанных на генераторах со странным аттрактором гиперболического типа и со странным нехаотическим аттрактором

О. Б. Исаева^{1,2}✉, Д. О. Любченко^{1,3}

¹Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН, Россия

²Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, Россия

³Институт радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН, Москва, Россия

E-mail: ✉ isaevao@rambler.ru, dima4398lub@mail.ru

Поступила в редакцию 4.05.2023, принята к публикации 15.07.2023,

опубликована онлайн 29.11.2023, опубликована 31.01.2024

Аннотация. Цель работы состоит в анализе качественных особенностей процесса передачи информации посредством нескольких коммуникационных схем, основывающихся на синхронизации передатчика и приемника — двух генераторов сложного сигнала. В качестве таковых использованы генераторы гиперболического хаоса и генераторы со странным нехаотическим аттрактором. Проведены оценка и сравнение преимуществ и недостатков этих схем между собой и для ситуации коммуникации, использующей хаос негиперболического типа. **Методы.** Для подтверждения сложности динамики используемых для коммуникации генераторов, проверки широкополосности, грубости и стохастического характера генерируемого сигнала анализировались спектры мощности и распределения локального старшего показателя Ляпунова. Для обеспечения конфиденциальности передачи информации использован метод нелинейного подмешивания сигнала к динамике генератора-передатчика. Поскольку выбранные для исследования модельные генераторы демонстрируют нетривиальную динамику для угловой переменной — сдвига фазы колебаний, — применено специальное фазовое подмешивание. В качестве передаваемой информации выбрано цифровое изображение. Визуальный контроль, производимый в процессе передачи, позволил осуществить качественный анализ успешности кодирования сигнала и его детектирования приемником. **Результаты.** Проиллюстрированы успешные передача и декодирование информации для всех рассматриваемых схем коммуникации в случае идентичных приемника и передатчика. При расстройке параметров этих генераторов из-за потери полной синхронизации отделение информационного сигнала от хаотической/сложной несущей становится затруднительным. Причем в случае хаоса негиперболического типа расстройка параметра, отвечающего за амплитуду генерации, приводит к не очень удовлетворительному детектированию, расстройка же частоты генерации приводит к абсолютной невозможности детектирования. Схемы с гиперболическим хаосом и странной нехаотической динамикой дают гораздо лучшие результаты. Значительно улучшить выделение информации в этих двух случаях помогает учет грубости обобщенной синхронизации. **Заключение.** Грубые хаотические и сложные нехаотические генераторы имеют значительные преимущества для систем связи по сравнению с хаотическими генераторами негиперболического типа.

Ключевые слова: хаотическая коммуникация, гиперболический хаос, странный нехаотический аттрактор.

Благодарности. Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, грант 21-12-00121. Авторы благодарят к.ф.-м.н. Д. В. Савина за плодотворное обсуждение.

Для цитирования: Исаева О. Б., Любченко Д. О. Сравнительный анализ схем скрытой коммуникации, основанных на генераторах со странным аттрактором гиперболического типа и со странным нехаотическим аттрактором // Известия вузов. ПНД. 2024. Т. 32, № 1. С. 31–41. DOI: 10.18500/0869-6632-003078. EDN: VEFEDZ

Статья опубликована на условиях Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

Comparative analysis of the secure communication schemes based on the generators of hyperbolic strange attractor and strange nonchaotic attractor

O. B. Isaeva^{1,2}✉, D. O. Lubchenko^{1,3}

¹Saratov Branch of Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics of the RAS, Russia

²Saratov State University, Russia

³Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics of the RAS, Moscow, Russia

E-mail: ✉ isaevao@rambler.ru, dima4398lub@mail.ru

Received 4.05.2023, accepted 15.07.2023, available online 29.11.2023, published 31.01.2024

Abstract. The *purpose* of this work is to analyse qualitative features of the information transmission process via several communication schemes based on the synchronization of transmitter and receiver, both being complex signal generators. For this purpose generators of the hyperbolic chaos and generators with the strange nonchaotic attractor are employed. Evaluation of advantages and disadvantages of such schemes is made comparing themselves with each other as well as with schemes based on the nonhyperbolic chaotic generators. *Methods.* The power spectra and the distributions of the largest finite-time Lyapunov exponent are used to confirm the complexity of the dynamics of the generators in use and to verify the wide-bandness, robustness and stochasticity of their signals. Confidentiality of the informational signal transmission is achieved using its nonlinear mixing to the dynamics of the transmitter. The special phase mixing is used since the model generators employed for the research demonstrate nontrivial dynamics for the angular variable — oscillations phase shift. The digital image is used as an information for transmission. Visual control during the transmission process allows to carry out the qualitative analysis of the success of the signal coding and its detecting by the receiver. *Results.* Successful transmission and decoding of information for all schemes under investigation are demonstrated for the case of identical transmitter and receiver. Parameter detuning of these generators leads to difficulties in separation of the informational signal from the chaotic/complex carrier due to loss of the full synchronization. For the nonhyperbolic chaos detuning of the parameter responsible for the amplitude of the signal leads to the bad quality of the detection while frequency detuning makes detection absolutely impossible. Schemes with the hyperbolic chaos and strange nonchaotic dynamics appear to demonstrate much better results. The information detection is much better in this case because of the robustness of the generalized synchronization. *Conclusion.* Robust chaotic and complex nonchaotic generators appear to have significant advantages for communication systems comparing to the chaotic generators of nonhyperbolic type.

Keywords: chaotic communication, hyperbolic chaos, strange nonchaotic attractor.

Acknowledgements. Supported by Russian Science Foundation, Grant No. 21-12-00121. We acknowledge PhD D. V. Savin for usefull discussion.

For citation: Isaeva OB, Lubchenko DO. Comparative analysis of the secure communication schemes based on the generators of hyperbolic strange attractor and strange nonchaotic attractor. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics.* 2024;32(1): 31–41. DOI: 10.18500/0869-6632-003078

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

Введение

Актуальная некоторое время назад проблема хаотической коммуникации довольно быстро потеряла популярность в связи с присущими ей трудноустраняемыми недостатками [1, 2]. Одним из таковых является неустойчивость коммуникационных схем, основанных на синхронизации приемника с передатчиком, необходимой для извлечения информации из передаваемого по каналу связи сигнала. Для достижения полной синхронизации требуется полная идентичность приемника и передатчика. В определенном смысле это требование может рассматриваться с точки зрения конфиденциальности передачи: не только конкретный вид генератора-передатчика, но и точные значения параметров являются ключом для декодирования передаваемой информации. С другой стороны, в отличие от математической модели, добиться абсолютной идентичности

генератора-передатчика и генератора-приемника даже при создании лабораторного радиотехнического макета довольно трудно. Влияние же на сигнал в канале связи искажений и помех может сделать полную синхронизацию недостижимой. В случае умеренной неидентичности, однако, возможно наступление обобщенной синхронизации [3], когда динамические реализации двух связанных генераторов не совпадают, но коррелируют между собой. Созданию системы связи, достаточным условием функциональной состоятельности которой была бы обобщенная синхронизация, посвящена настоящая работа. (Проблема обозначена ранее в работах [2, 4]).

Предложенный в 2005 году С. П. Кузнецовым метод манипулирования фазами автоколебательных систем позволил получить динамику искусственной математической модели, существовавшей ранее лишь в виде отображения, в реалистичной физической системе [5]. Речь идет об отображении, аттрактором которого является соленоид Смейла–Вильямса. В последующих работах метод был развит и позволил реализовать ряд других математических артефактов, к примеру отображение Ханта–Отта [6]. Указанные отображения ассоциируются с хаотической динамикой гиперболического типа и странным нехаотическим аттрактором, соответственно. Первый тип поведения обладает свойством грубости — нечувствительности к возмущениям [7], демонстрирует грубые режимы синхронизации [8, 9] и поэтому кажется перспективным для основанных на синхронизации схем коммуникации [10]. Второй тип динамики нехаотический. Достигнутый режим синхронизации связанных генераторов с таким поведением должен быть грубым, по крайней мере, при отсутствии возмущений, выводящих систему из класса квазипериодически возбуждаемых. Вместе с тем, сложная фрактальная структура аттрактора [11] должна обеспечить некоторую конфиденциальность [12–14]. В настоящей работе анализируются схемы коммуникации с генераторами с гиперболической [5] и странной нехаотической [6] динамикой в случае неидентичных приемника и передатчика и показываются их преимущества по сравнению с обычной хаотической коммуникацией.

1. Коммуникационные схемы

Будем рассматривать две следующие математические модели коммуникационных схем. Первая модель:

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 - (A_1 \cos(\omega_1 t/N) - x_1^2)\dot{x}_1 + \omega_1^2 x_1 = \varepsilon y_1 \sin(\omega_1 t + \rho(t)), \\ \ddot{y}_1 - (-A_1 \cos(\omega_1 t/N) - y_1^2)\dot{y}_1 + (2\omega_1)^2 y_1 = \varepsilon x_1^2, \end{cases} \quad (1)$$

$$s(t) = y_1 \sin(\omega_1 t + \rho(t)), \quad (2)$$

$$\begin{cases} \ddot{x}_2 - (A_2 \cos(\omega_2 t/N) - x_2^2)\dot{x}_2 + \omega_2^2 x_2 = \varepsilon s(t), \\ \ddot{y}_2 - (-A_2 \cos(\omega_2 t/N) - y_2^2)\dot{y}_2 + (2\omega_2)^2 y_2 = \varepsilon x_2^2. \end{cases} \quad (3)$$

Здесь (1) — передатчик, (2) — сигнал в канале связи, (3) — приемник. Вторая модель:

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 - (A_1 \cos(\omega_1 t/N) - x_1^2)\dot{x}_1 + \omega_1^2 x_1 = \varepsilon y_1 \sin(\omega_1 t + \xi\omega_1 t/N + \rho(t)), \\ \ddot{y}_1 - (-A_1 \cos(\omega_1 t/N) - y_1^2)\dot{y}_1 + (2\omega_1)^2 y_1 = \varepsilon x_1 \sin \omega_1 t, \end{cases} \quad (4)$$

$$s(t) = y_1 \sin(\omega_1 t + \xi\omega_1 t/N + \rho(t)), \quad (5)$$

$$\begin{cases} \ddot{x}_2 - (A_2 \cos(\omega_2 t/N) - x_2^2)\dot{x}_2 + \omega_2^2 x_2 = \varepsilon s(t), \\ \ddot{y}_2 - (-A_2 \cos(\omega_2 t/N) - y_2^2)\dot{y}_2 + (2\omega_2)^2 y_2 = \varepsilon x_2 \sin \omega_1 t, \end{cases} \quad (6)$$

Аналогично, уравнения (4), (5) и (6) — передатчик, сигнал в канале связи и приемник, соответственно. В обеих схемах передатчик и приемник представляют собой одинаковые генераторы, связанные друг с другом через функцию $s(t)$ — сигнал в канале. Передаваемый информационный сигнал $\rho(t)$, как видно, нелинейным образом подмешивается к динамике передатчика. Такое подмешивание имеет преимущества с точки зрения повышения конфиденциальности по сравнению с обычным аддитивным [15–17]. Информация подмешивается к фазе колебаний генерируемого передатчиком сигнала. Поясним, как это происходит.

В отсутствие подмешивания $\rho = 0$ передатчики (1) и (4) представляют собой генератор гиперболического хаоса [5] и генератор со странным нехаотическим аттрактором [6]. В настоящем исследовании использованы одинаковые для обоих генераторов, но отличные от указанных в оригинальных работах значения параметров

$$A_1 = 8.0, \quad \omega_1 = 2\pi, \quad N = 6, \quad \varepsilon = 0.5. \quad (7)$$

Это сделано для максимального сходства между ними. Оба генератора функционируют по принципу манипулирования фазами. Они состоят из двух осцилляторов ван дер Поля, поочередно и в противофазе медленно возбуждаемых. Собственные частоты осцилляторов отличаются в два раза. Специально подобранные функции связи в правых частях уравнений осцилляторов резонансным образом осуществляют передачу преобразованной фазы колебаний между осцилляторами. В генераторе гиперболического хаоса (1) в стробоскопическом сечении с периодом $T = \omega_1/N$ с фазой $\varphi_n = \varphi(nT)$ происходит преобразование $\varphi_{n+1} = 2\varphi_n$, что отвечает отображению Бернулли. Для генератора (4) в таком же стробоскопическом сечении фаза претерпевает преобразование $\varphi_{n+1} = \varphi_n + \theta_n + F(\varphi_n, \theta_n)$, где $\theta_{n+1} = \theta_n + \xi\omega/N$ — квазипериодическое (при иррациональном $\xi = (\sqrt{5} - 1)/2$) воздействие, а F — некоторая функция нелинейности. Это преобразование отвечает отображению Ханта–Отта. Выбранный способ введения информационного сигнала позволяет смещать его непосредственно с нетривиально ведущей себя фазой колебаний, производимой генераторами сигнала.

Заметим, что при альтернативном наборе параметров

$$A_1 = 3.79981, \quad \omega_1 = 2\pi, \quad N = 6, \quad \varepsilon = 0.5 \quad (8)$$

генератор (1) может производить хаотическую динамику негиперболического типа. Это видно из рис. 1. На фрагменте *a* представлен гиперболический аттрактор, топологически эквивалентный соленоиду Смейла–Вильямса, а на фрагменте *b* аттрактор достаточно сложен, но характерной структурой соленоида не обладает. Фрагмент *c* демонстрирует странный нехаотический аттрактор. Ниже представлены диаграммы для угловых переменных. Рис. 1, *d* и *e* — итерационные диаграммы, эквивалентная динамике отображения Бернулли и разрушенная. Фрагмент *f* — зависимость фазы колебаний генератора (4) от переменной квазипериодического воздействия, которая имеет явно фрактальный характер, как и должно быть для странного нехаотического аттрактора.

Удобной демонстрацией и подтверждением специфических свойств используемых нами динамических режимов могут служить спектр мощности и распределение величин локального старшего ляпуновского показателя. (Под распределением мы подразумеваем плотность вероятности — функцию, характеризующую сравнительную вероятность реализации тех или иных значений локального показателя Ляпунова.) На рис. 2 видно, что спектры всех трех выбранных динамических режимов визуально сопоставимы с шумоподобными. Для гиперболического хаоса спектр наиболее близок к спектру белого шума, для негиперболического — хоть и выглядит достаточно сплошным, но спадает, для нехаотического режима спектр вполне может быть сингулярно непрерывным (для подтверждения этого факта необходим расширенный статистический спектральный анализ). Все три спектра выглядят достаточно широкополосными, что, очевидно, является полезным свойством для системы связи. Распределение величин локального показателя

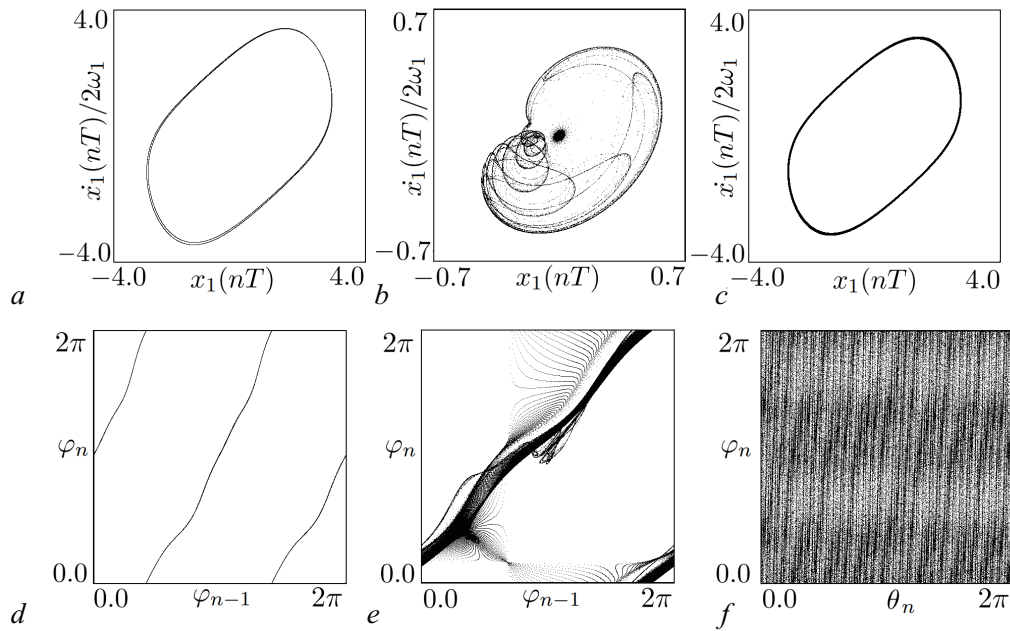


Рис. 1. Фазовые портреты стробоскопического отображения с периодом $T = 2\pi N/\omega_1$: для генератора (1) при значениях параметров (7), находящегося в режиме гиперболического хаоса (a); для того же генератора, находящегося при значениях параметров (8) в режиме негиперболического хаоса (b); для генератора со странным нехаотическим аттрактором (4) при значениях параметров (7) (c). Итерационные диаграммы для угловой переменной $\varphi_n = \text{Arg}(x_1(nT) + ix_1(nT)/\omega_1)$ для гиперболического (d) и негиперболического (e) аттрактора. Зависимость φ_n от переменной внешнего квазипериодического воздействия $\theta_n = n\omega(\sqrt{5} - 1)/2$ для странного нехаотического аттрактора (f). Рисунки построены при отсутствии информационного сигнала $\rho(t) = 0$

Fig. 1. Phase portraits of the stroboscopic map with the period $T = 2\pi N/\omega_1$: for the generator (1) at the parameter values (7) in the hyperbolic chaos regime (a); for the same generator at the parameter values (8) in the nonhyperbolic chaos regime (b); for the generator with the strange nonchaotic attractor (4) at the parameter values (7) (c). Iteration diagrams for the angular variable $\varphi_n = \text{Arg}(x_1(nT) + ix_1(nT)/\omega_1)$ for hyperbolic (d) and nonhyperbolic (e) attractor. Diagram of angular variable φ_n versus the variable of quasi-periodic forcing $\theta_n = n\omega(\sqrt{5} - 1)/2$ for the strange nonchaotic attractor (f). Figures are obtained in the absence of the informational signal $\rho(t) = 0$

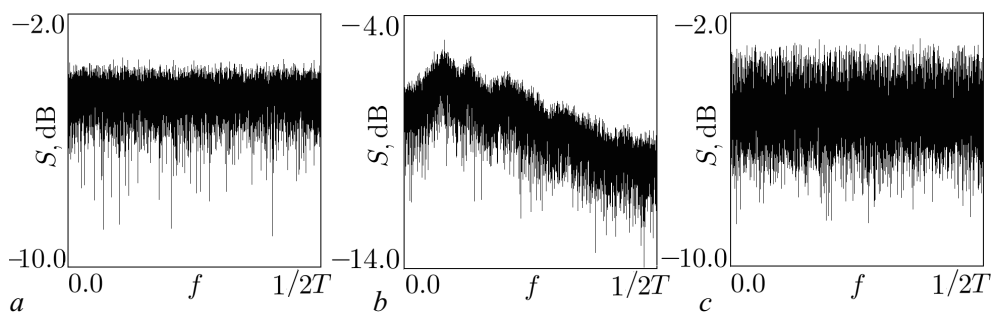


Рис. 2. Спектр мощности для стробоскопического отображения генерации, ассоциирующей с гиперболическим хаотическим аттрактором (a), негиперболическим аттрактором (b) и странным нехаотическим аттрактором (c)

Fig. 2. Power spectrum of the stroboscopic map for generation associating with the hyperbolic chaotic attractor (a), nonhyperbolic chaotic attractor (b) and strange nonchaotic attractor (c)

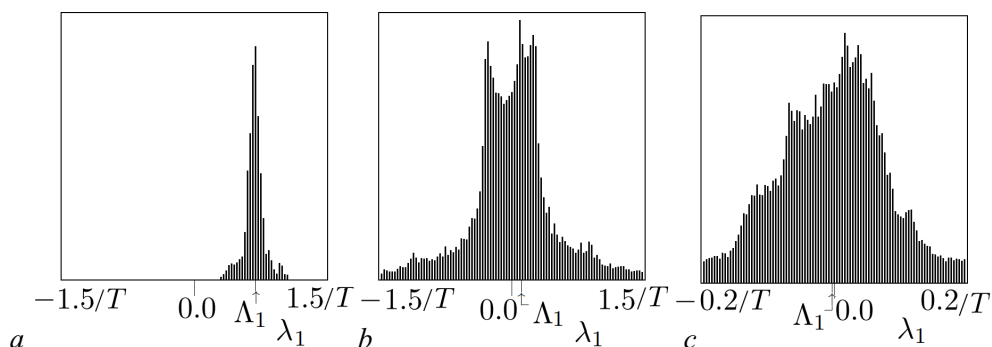


Рис. 3. Функция распределения по величине локального старшего показателя Ляпунова, оцененного за период $\tau = 5T$ для стробоскопического отображения генерации, ассоциирующей с гиперболическим хаотическим аттрактором (а), негиперболическим аттрактором (b) и странным нехаотическим аттрактором (c)

Fig. 3. Distribution of the values of the largest finite-time Lyapunov exponent estimated on the period $\tau = 5T$ of the stroboscopic map for the generation associating with the hyperbolic chaotic attractor (a), nonhyperbolic chaotic attractor (b) and strange nonchaotic attractor (c)

Ляпунова λ_1 для рассматриваемых генераций также отвечают известным закономерностям (рис. 3). Для гиперболического хаоса локальные показатели хорошо сгруппированы и находятся в положительной области. Для негиперболического хаоса распределение имеет два четко выраженных максимума — в положительной и отрицательной области. Полный показатель Ляпунова Λ_1 , однако, положителен. Третье распределение при малом по абсолютной величине, но отрицательном полном показателе захватывает и отрицательную, и положительную области. Это отвечает наличию неоднородной локальной неустойчивости на аттракторе, приводящей к его фрактализации.

2. Демонстрация функционирования коммуникационных схем

Далее приведем демонстрацию численного моделирования рассматриваемых схем. В качестве передаваемого информационного сообщения было выбрано графическое изображение (рис. 4, a). Информационный сигнал представлял собой ступенчатую функцию времени. Каждая

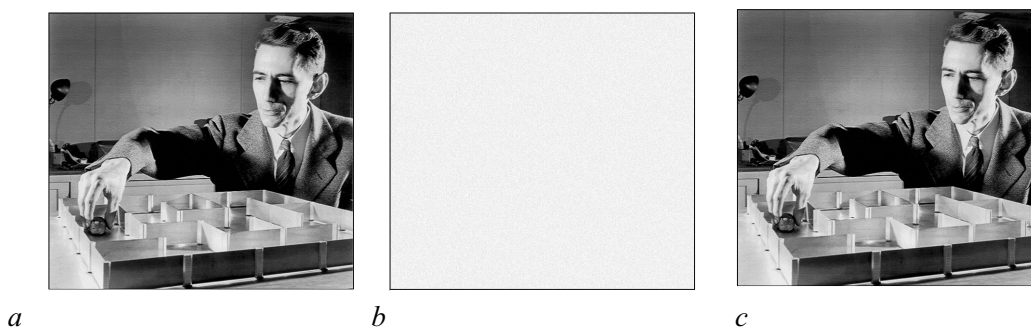


Рис. 4. Передаваемый информационный сигнал — фотография Клода Шеннона с разрешением 571×630 пикселей и кодировкой «256 оттенков серого цвета» (a), пропущенный через низкочастотный фильтр сигнал в канале связи (b) и декодированный сигнал (c). Применена коммуникационная схема (1–3) при значениях параметров (7). Передатчик и приемник идентичны $A_1 = A_2$, $\omega_1 = \omega_2$

Fig. 4. The transmitted informational signal — Claude Shannon photograph with resolution 571×630 pixels and «256 gray color tones» coding (a), the signal in the communication channel after low-frequency filtration (b) and the decoded signal (c). The communication scheme (1–3) is used at the parameter values (7). The transmitter and the receiver are identical $A_1 = A_2$, $\omega_1 = \omega_2$

ступенька имела длину τ и высоту, поставленную в соответствие одной из 256 градаций серого цвета отдельного пикселя изображения. Размах этой ступенчатой функции составлял от 0 до $\pi/2$.

На рис. 4, *b, c* показана демонстрация коммуникации посредством схемы (1–3) при значениях параметров (7) и $A_2 = A_1$, $\omega_2 = \omega_1$. Результаты действия схем связи с негиперболической хаотической и странной нехаотической несущей визуально не отличаются и потому не приведены. На фрагменте *b* можно видеть сигнал, поступающий в канал связи, на фрагменте *c* — идеально детектированную информацию. Детектирование произведено по следующей методике:

$$\sin \rho' = \langle 2s(t) \cos(\omega_2 t) / y_2(t) \rangle_\tau, \quad (9)$$

где угловые скобки означают усреднение за период τ . Этот период должен составлять как минимум несколько периодов медленной модуляции несущего сигнала. Для представленных в работе результатов $\tau = 5T$. Такое усреднение удаляет высокочастотные компоненты из результата умножения на косинус отношения соответствующих друг другу переменных приемника и передатчика $(y_1/y_2) \sin(\omega_1 t + \rho(t)) \cos(\omega_2 t)$ для сигнала $s(t)$ вида (2). Эти переменные в случае полной синхронизации совпадают. При совпадающих же частотах $\omega_1 = \omega_2$, в соответствии с правилом, произведение тригонометрических функций распадается на сумму высокочастотной компоненты и медленно меняющегося $\sin \rho$: $\sin(\omega_1 t + \rho(t)) \cos(\omega_1 t) = (1/2)(\sin \rho + \sin(2\omega_1 t + \rho))$. Таким образом, для идентичных приемника и передатчика очевиден результат $\sin \rho' = \sin \rho$. Сходные рассуждения могут быть проделаны и для случая сигнала в канале связи (5).

Следует отметить, что полная синхронизация при одинаковых значениях параметров в коммуникационных схемах (1–3) и (4–6) достигается благодаря достаточно сильной односторонней связи через сигнал $s(t)$. При расстройке же параметров полная синхронизация нарушается. Как видно (рис. 5), это сильно сказывается на результате. При расстройке параметров A_1 и A_2 ,

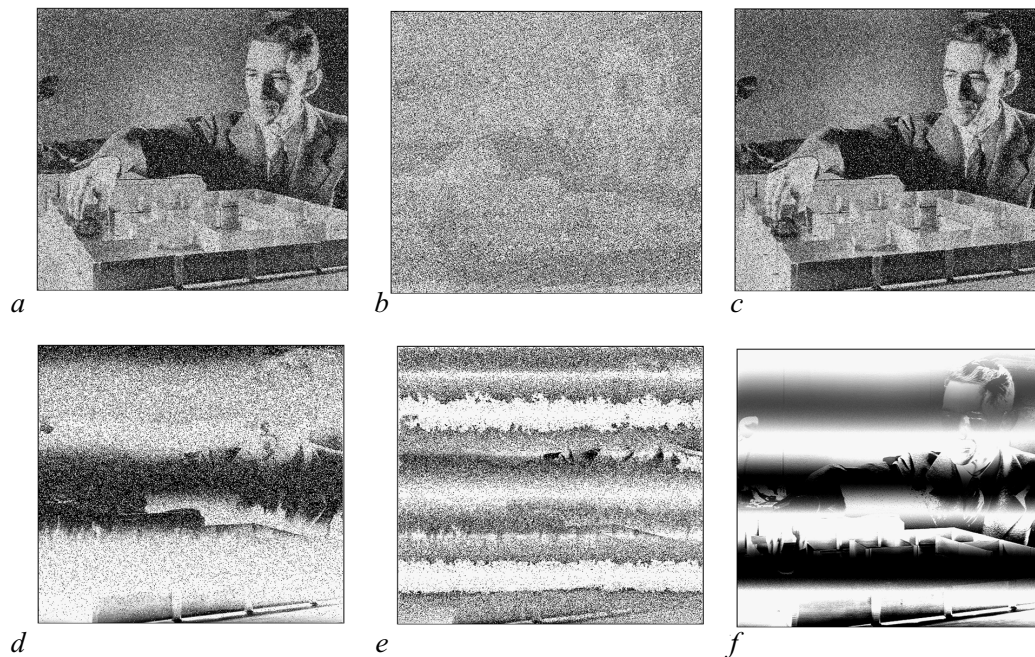


Рис. 5. Изображение, детектированное посредством метода (9) при неидентичных приемнике и передатчике с отстройкой $A_2 = 1.05A_1$ (*a-c*) и $\omega_2 = \omega_1 + 10^{-7}$ (*d-f*). Рисунки *a, d* отвечают коммуникации с гиперболической хаотической несущей, *b, e* — негиперболической, *c, f* — странной нехаотической

Fig. 5. The image detected via the method (9) at nonidentical transmitter and receiver with the detuning $A_2 = 1.05A_1$ (*a-c*) and $\omega_2 = \omega_1 + 10^{-7}$ (*d-f*). Figures *a, d* are for the communication with the hyperbolic chaotic carrier, *b, e* — nonhyperbolic, *c, f* — strange nonchaotic

отвечающих за амплитуду генерации, на пять процентов детектированное изображение оказывается достаточно зашумленным, причем в гораздо большей степени это происходит для негиперболического хаоса. Расстройка частотных параметров приемника и передатчика приводит к полной невозможности распознать передаваемое сообщение в этом случае. Для гиперболической хаотической же и странной нехаотической несущих часть сообщения приближенно восстанавливается. Это возможно в промежутки времени передачи информации, когда накачка осцилляторов передатчика и приемника происходит в одной фазе.

3. Альтернативный метод детектирования информации

Более успешные результаты восстановления передаваемой информации (см. рис. 5) именно в случае гиперболической хаотической и странной нехаотической несущей объясняются, на наш взгляд, возникновением для таких режимов грубой обобщенной синхронизации. При обобщенной синхронизации должна иметь место ненулевая корреляция между переменными. Локальные во времени ее значения, по-видимому, ведут себя более гладко для грубых гиперболических и нехаотических странных связанных систем. Исходя из этого предположения предложен альтернативный метод детектирования информации

$$\sin \rho' = \langle 2s(t) \cos(\omega_2 t) y_2(t) \rangle_\tau. \quad (10)$$

Здесь, в отличие от (9), усредняется не отношение, а произведение переменных y_1 и y_2 . Усреднение дает локальное значение корреляции.

Из результатов альтернативного детектирования на рис. 6, *a* и *c* можно видеть, что локальная корреляция $C_\tau(t) = \langle y_1(t)y_2(t) \rangle_\tau$ постоянна во времени. Восстановленное изображение для

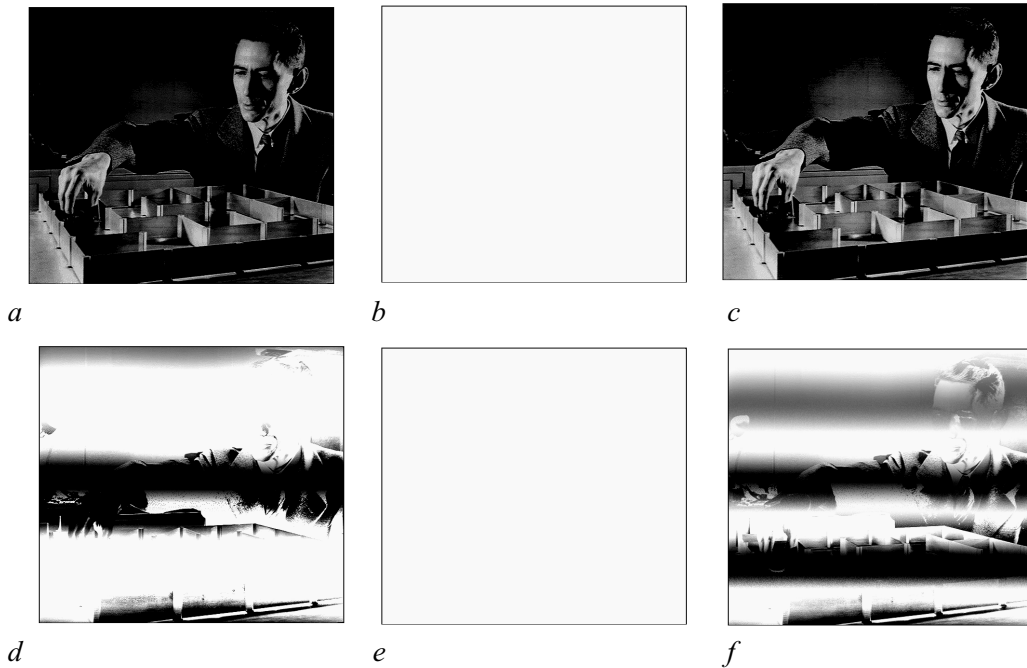


Рис. 6. Изображение, детектированное посредством метода (10) при неидентичных приемнике и передатчике с отстройкой $A_2 = 1.05A_1$ (*a-c*) и $\omega_2 = \omega_1 + 10^{-7}$ (*d-f*). Рисунки *a, d* отвечают коммуникации с гиперболической хаотической несущей, *b, e* – негиперболической, *c, f* – странной нехаотической

Fig. 6. The image detected via the method (10) at nonidentical transmitter and receiver with the detuning $A_2 = 1.05A_1$ (*a-c*) and $\omega_2 = \omega_1 + 10^{-7}$ (*d-f*). Figures *a, d* are for the communication with the hyperbolic chaotic carrier, *b, e* – nonhyperbolic, *c, f* – strange nonchaotic

гиперболического и нехаотического случаев практически не зашумлено, но его тон несколько темнее, чем у оригинального изображения. Это объясняется умножением на константу корреляции: $\sin \rho' = C_\tau \sin \rho$. Также чуть лучше выглядят детектированные по альтернативному методу изображения и при частотной расстройке. Кардинально отличаются результаты применения метода (10) при любых неидентичностях параметров для хаоса негиперболического типа. Локальная корреляция отсутствует, и восстановление абсолютно невозможно.

Заключение

Использование генераторов гиперболического хаоса и грубой странной нехаотической динамики открывает новые перспективы развития систем конфиденциальной и широкополосной коммуникации. Затухший в последние годы интерес к этой области технического приложения динамического хаоса объясняется, в частности, крайними затруднениями в достижении в реальном эксперименте полной синхронизации между передатчиком и приемником, необходимой для успешного детектирования передаваемой информации. В настоящей работе показано, что грубые системы со сложной динамикой могут обеспечить грубую обобщенную синхронизацию даже в случае неидентичных подсистем. Учет этого факта позволяет успешно выделить информационную составляющую из сигнала, пришедшего по каналу связи.

Следует добавить, что, как отмечалось во введении, коммуникационные схемы на основе обобщенной синхронизации уже описывались в литературе и даже воплощались в радиотехническом эксперименте [2, 4]. Указанные схемы работают по принципу переключения передатчика между двумя состояниями, отвечающими разным режимам синхронизации неидентичного с ним приемника. Такие схемы допускают передачу лишь двоичного цифрового сигнала: «1», если обобщенная синхронизация имеет место; «0» – отсутствует. Передача, продемонстрированная в настоящей работе, осуществлена для цифрового сигнала со скоростью 8 бит за отсчет (то есть в 8 раз быстрее, чем в ранее известных схемах) и, более того, может быть обобщена на полностью аналоговую информацию. Помимо этого, преимуществом предлагаемой в работе схемы является отсутствие переходных процессов, возникающих при переключении передатчика между двумя состояниями. Учет этих переходных процессов замедляет передачу и усложняет схемы коммуникации в [2, 4].

Список литературы

1. *Дмитриев А. С., Панас А. И.* Динамический хаос: Новые носители информации для систем связи. М.: Физматлит, 2002. 252 с.
2. *Короновский А. А., Москаленко О. И., Храмов А. Е.* О применении хаотической синхронизации для скрытой передачи информации // *Успехи физических наук.* 2009. Т. 179, № 12. С. 1281–1310. DOI: 10.3367/UFNr.0179.200912c.1281.
3. *Пиковский А., Розенблюм М., Куртс Ю.* Синхронизация: Фундаментальное нелинейное явление. М.: Техносфера, 2003. 496 с.
4. *Prokhorov M. D., Ponomarenko V. I., Kulminskiy D. D., Koronovskii A. A., Moskalenko O. I., Hramov A. E.* Resistant to noise chaotic communication scheme exploiting the regime of generalized synchronization // *Nonlinear Dynamics.* 2017. Vol. 87, no. 3. P. 2039–2050. DOI: 10.1007/s11071-016-3174-6.
5. *Kuznetsov S. P.* Example of a physical system with a hyperbolic attractor of the Smale-Williams type // *Phys. Rev. Lett.* 2005. Vol. 95, no. 14. P. 144101. DOI: 10.1103/PhysRevLett.95.144101.
6. *Жалнин А. Ю., Кузнецов С. П.* О возможности реализации в физической системе странного нехаотического аттрактора Ханта и Отта // *Журнал технической физики.* 2007. Т. 77, № 4. С. 10–18.

7. Кузнецов С. П. Динамический хаос и гиперболические аттракторы: От математики к физике. М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2013. 488 с.
8. Купцов П. В., Кузнецов С. П. О феноменах, сопровождающих переход к режиму синхронного хаоса в связанных неавтономных осцилляторах, представленных уравнениями для комплексных амплитуд // Нелинейная динамика. 2006. Т. 2, № 3. С. 307–331. DOI: 10.20537/nd0603005.
9. Пиковский А. С. Синхронизация осцилляторов с гиперболическими хаотическими фазами // Известия вузов. ПНД. 2021. Т. 29, № 1. С. 78–87. DOI: 10.18500/0869-6632-2021-29-1-78-87.
10. Isaeva O. B., Jalnine A. Y., Kuznetsov S. P. Chaotic communication with robust hyperbolic transmitter and receiver // In: 2017 Progress In Electromagnetics Research Symposium - Spring (PIERS). 22-25 May 2017, St. Petersburg, Russia. IEEE, 2017. P. 3129–3136. DOI: 10.1109/PIERS.2017.8262295.
11. Feudel U., Kuznetsov S., Pikovsky A. Strange Nonchaotic Attractors: Dynamics between Order and Chaos in Quasiperiodically Forced Systems. Singapore: World Scientific, 2006. 228 p. DOI: 10.1142/6006.
12. Ramaswamy R. Synchronization of strange nonchaotic attractors // Phys. Rev. E. 1997. Vol. 56, no. 6. P. 7294–7296. DOI: 10.1103/PhysRevE.56.7294.
13. Zhou C.-S., Chen T.-L. Robust communication via synchronization between nonchaotic strange attractors // Europhys. Lett. 1997. Vol. 38, no. 4. P. 261–265. DOI: 10.1209/epl/i1997-00235-7.
14. Rizwana R., Raja Mohamed I. Applicability of strange nonchaotic Wien-bridge oscillators for secure communication // Pramana. 2018. Vol. 91, no. 1. P. 10. DOI: 10.1007/s12043-018-1582-5.
15. Волковский А. Р., Рульков Н. В. Синхронный хаотический отклик нелинейной колебательной системы как принцип детектирования информационной компоненты хаоса // Письма в ЖТФ. 1993. Т. 19, № 3. С. 71–75.
16. Behnia S., Akhshani A., Mahmodi H., Akhavan A. A novel algorithm for image encryption based on mixture of chaotic maps // Chaos, Solitons & Fractals. 2008. Vol. 35, no. 2. P. 408–419. DOI: 10.1016/j.chaos.2006.05.011.
17. Жалнин А. Ю. Новая схема передачи информации на основе фазовой модуляции несущего хаотического сигнала // Известия вузов. ПНД. 2014. Т. 22, № 5. С. 3–12. DOI: 10.18500/0869-6632-2014-22-5-3-12.

References

1. Dmitriev AS, Panas AI. Dynamical Chaos: New Information Carriers for Communication Systems. Moscow: Fizmatlit; 2002. 252 p. (in Russian).
2. Koronovskii AA, Moskalenko OI, Hramov AE. On the use of chaotic synchronization for secure communication. Physics-Uspekhi. 2009;52(12):1213–1238. DOI: 10.3367/UFNe.0179.200912c.1281.
3. Pikovsky A, Rosenblum M, Kurths J. Synchronization: A Universal Concept in Nonlinear Sciences. New York: Cambridge University Press; 2001. 432 p. DOI: 10.1017/CBO9780511755743.
4. Prokhorov MD, Ponomarenko VI, Kulminskiy DD, Koronovskii AA, Moskalenko OI, Hramov AE. Resistant to noise chaotic communication scheme exploiting the regime of generalized synchronization. Nonlinear Dynamics. 2017;87(3):2039–2050. DOI: 10.1007/s11071-016-3174-6.
5. Kuznetsov SP. Example of a physical system with a hyperbolic attractor of the Smale-Williams type. Phys. Rev. Lett. 2005;95(14):144101. DOI: 10.1103/PhysRevLett.95.144101.
6. Jalnine AY, Kuznetsov SP. On the realization of the Hunt-Ott strange nonchaotic attractor in a physical system. Tech. Phys. 2007;52(4):401–408. DOI: 10.1134/S1063784207040020.
7. Kuznetsov SP. Hyperbolic Chaos: A Physicist's View. Berlin, Heidelberg: Springer; 2012. 320 p. DOI: 10.1007/978-3-642-23666-2.
8. Kuptsov PV, Kuznetsov SP. Transition to a synchronous chaos regime in a system of coupled non-

autonomous oscillators presented in terms of amplitude equations. Russian Journal of Nonlinear Dynamics. 2006;2(3):307–331 (in Russian). DOI: 10.20537/nd0603005.

9. Pikovsky AS. Synchronization of oscillators with hyperbolic chaotic phases. Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics. 2021;29(1):78–87. DOI: 10.18500/0869-6632-2021-29-1-78-87.
10. Isaeva OB, Jalnine AY, Kuznetsov SP. Chaotic communication with robust hyperbolic transmitter and receiver. In: 2017 Progress In Electromagnetics Research Symposium - Spring (PIERS). 22-25 May 2017, St. Petersburg, Russia. IEEE; 2017. P. 3129–3136. DOI: 10.1109/PIERS.2017.8262295.
11. Feudel U, Kuznetsov S, Pikovsky A. Strange Nonchaotic Attractors: Dynamics between Order and Chaos in Quasiperiodically Forced Systems. Singapore: World Scientific; 2006. 228 p. DOI: 10.1142/6006.
12. Ramaswamy R. Synchronization of strange nonchaotic attractors. Phys. Rev. E. 1997;56(6): 7294–7296. DOI: 10.1103/PhysRevE.56.7294.
13. Zhou CS, Chen TL. Robust communication via synchronization between nonchaotic strange attractors. Europhys. Lett. 1997;38(4):261–265. DOI: 10.1209/epl/i1997-00235-7.
14. Rizwana R, Raja Mohamed I. Applicability of strange nonchaotic Wien-bridge oscillators for secure communication. Pramana. 2018;91(1):10. DOI: 10.1007/s12043-018-1582-5.
15. Volkovskii AR, Rulkov NF. Synchronous chaotic response of a nonlinear oscillator system as a principle for the detection of the information component of chaos. Tech. Phys. Lett. 1993; 19(2):97–99.
16. Behnia S, Akhshani A, Mahmodi H, Akhavan A. A novel algorithm for image encryption based on mixture of chaotic maps. Chaos, Solitons & Fractals. 2008;35(2):408–419. DOI: 10.1016/j.chaos.2006.05.011.
17. Jalnine AY. A new information transfer scheme based on phase modulation of a carrier chaotic signal. Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics. 2014;22(5):3–12 (in Russian). DOI: 10.18500/0869-6632-2014-22-5-3-12.

Исаева Ольга Борисовна — родилась в Баку (1977). Окончила Саратовский государственный университет (1999). Кандидат физико-математических наук (2003). Работает в Саратовском филиале Института радиотехники и электроники РАН, в настоящее время старшим научным сотрудником, и на кафедре динамических систем СГУ (с момента основания кафедры). Область научных интересов — нелинейная динамика и теория хаоса.



Россия, 410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский национальный исследовательский
государственный университет имени Н. Г. Чернышевского
Россия, 410038 Саратов, ул. Зеленая, 38
Саратовский филиал Института радиотехники
и электроники им. В. А. Котельникова РАН
E-mail: isaevao@rambler.ru
ORCID: 0000-0001-7750-8388
AuthorID (eLibrary.Ru): 42307

Любченко Дмитрий Олегович — родился в Балакове Саратовской области (1998). Окончил Саратовский государственный университет (2022) и поступил в аспирантуру Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН. С 2022 года работает инженером в Саратовском филиале Института радиотехники и электроники РАН. Область интересов — математическое моделирование и нелинейная динамика.



Россия, 410038 Саратов, ул. Зеленая, 38
Саратовский филиал Института радиотехники
и электроники им. В. А. Котельникова РАН
E-mail: dima4398lub@mail.ru
ORCID: 0000-0002-8229-6807
AuthorID (eLibrary.Ru): 1185438