



## О ДИНАМИКЕ НА ПОРОГЕ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ХАОСА В МОДЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ, ПОСТРОЕННЫХ НА БАЗЕ ЛОГИСТИЧЕСКИХ ОТОБРАЖЕНИЙ С ИНЕРЦИОННОЙ И ДИССИПАТИВНОЙ ГЛОБАЛЬНОЙ СВЯЗЬЮ

*А.С. Иванова, С.П. Кузнецов*

Исследуется система глобально связанных отображений, демонстрирующих переход к хаосу через удвоения периода, в которой каждый элемент взаимодействует со всеми остальными. Основное внимание уделяется области, где реализуется наиболее разнообразное и сложное поведение - на пороге хаоса. Рассмотрены и сопоставлены динамика системы с инерционной и диссипативной глобальной связью, выявлены и проиллюстрированы свойства универсальности и скейлинга.

### Введение

В настоящее время большой интерес вызывает изучение динамики хаотических элементов с глобальным взаимодействием. Такие системы возникают, например, при описании многомодовых лазеров, нейросетей, некоторых химических систем. Модельную систему в виде набора логистических отображений, в котором каждый элемент связан с каждым другим, ввел в рассмотрение Канеко [1,2].

На рис. 1, *а* показана схематически система двух связанных элементов, а на рис. 1, *б* - система глобально связанных отображений. Ясно, что систему с глобальной связью можно мыслить как набор элементов, каждый из которых попарно связан с каждым другим.

В свое время, для двух связанных элементов, демонстрирующих удвоения периода, на основе ренормгруппового (РГ) анализа было обнаружено, что слабая связь между отображениями представляется в общем случае как комбинация двух типов связи, инерционной и диссипативной [3-5]. В области перехода к хаосу оба этих типа связи характеризуются принципиально разными свойствами по отношению к РГ-преобразованию. В отличие от диссипа-

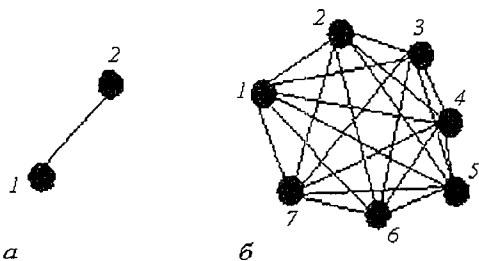


Рис. 1. *а* - Система двух связанных элементов; *б* - система из большого числа глобально связанных элементов, где каждый элемент попарно связан с каждым другим

тивной связи, инерционная может приводить к самопроизвольно возникающей нетривиальной динамике не только в закритической, но и в докритической области [3-6].

Соответственно, в системе с глобальной связью в общем случае мы должны иметь дело с теми же двумя типами взаимодействия элементов.

Уравнение для системы, в котором присутствуют оба типа глобальной связи можно записать в следующем виде:

$$x_{n+1}(i) = (1-\varepsilon_1)f(x_n(i)) - \varepsilon_2 x_n(i) + \varepsilon_1/N \sum_{j=1}^N f(x_n(j)) + \varepsilon_2/N \sum_{j=1}^N x_n(j). \quad (1)$$

Здесь  $n$  - дискретное время;  $i$  - индекс элемента;  $f(x)=1-\lambda x^2$  - нелинейная функция, отвечающая логистическому отображению;  $N$  - количество элементов в системе, предполагающееся большим. Член с  $f(x)$  соответствует диссипативной связи, а линейный член представляет собой комбинацию инерционной и диссипативной связи (причем вклад диссипативной связи относительно мал). Согласно анализу, сделанному в работе [7], коэффициенты  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  связаны с коэффициентами инерционной и диссипативной связи следующим образом:

$$\varepsilon_I = \varepsilon_2, \quad \varepsilon_D = \varepsilon_1 - 0.088\varepsilon_2.$$

Заметим, что последние два члена в уравнении (1) одинаковы для всех элементов системы и их можно трактовать как два средних поля, отвечающих за два типа связи. Иными словами, систему (1) можно переписать в виде

$$x_{n+1}(i) = (1-\varepsilon_1)f(x_n(i)) - \varepsilon_2 x_n(i) + \varepsilon_1 F_n^1 + \varepsilon_2 F_n^2, \quad (2)$$

где

$$F_n^1 = 1/N \sum_{j=1}^N f(x_n(j)) \quad \text{и} \quad F_n^2 = 1/N \sum_{j=1}^N x_n(j). \quad (3)$$

В работах Канеко и других авторов выявлена богатая феноменология модели с диссипативной глобальной связью, включая феномен кластеризации - образование в процессе динамики групп элементов, состояния которых в точности совпадают [1, 2, 4, 8]. Это возможно благодаря глобальному характеру связи: если не различаются мгновенные состояния элементов, принадлежащих кластеру, то не отличается и действующее на них поле.

Естественно классифицировать возможные состояния системы по числу кластеров  $k$  и по относительным числам заполнения кластеров (отношению количества элементов в кластере к общему числу элементов)  $p_i = N_i/N$ .

Феномен кластеризации с очевидностью будет возможен также и в системе с двумя типами связи. В самом деле, элементы, мгновенные состояния которых совпадают, будут находиться в идентичных условиях независимо от количества средних полей.

Наличие кластеризации в случае небольшого числа кластеров позволяет существенно упростить описание динамики системы с глобальной связью. Действительно, для состояния с  $K$  кластерами уравнения сводятся к системе  $K$  связанных отображений

$$X_{n+1}^k = (1-\varepsilon_1)f(X_n^k) - \varepsilon_2 X_n^k + \varepsilon_1 \sum_{k=1}^K p_k f(X_n^k) + \varepsilon_2 \sum_{k=1}^K p_k X_n^k, \quad (4)$$

$$k=1, 2, \dots, K, \quad \sum_{k=1}^K p_k = 1.$$

Простейшим примером может служить двухкластерное состояние, которое описывается с помощью системы двух связанных отображений. Если относительные числа заполнения кластеров  $p_1$  и  $p_2=1-p_1$ , то уравнение (4) принимает вид

$$\begin{aligned} X_{n+1} &= f(X_n) + \varepsilon_1 p_2 [f(Y_n) - f(X_n)] + \varepsilon_2 p_2 (Y_n - X_n), \\ Y_{n+1} &= f(Y_n) + \varepsilon_1 p_1 [f(X_n) - f(Y_n)] + \varepsilon_2 p_1 (X_n - Y_n). \end{aligned} \quad (5)$$

В частном случае  $p_1=p_2=1/2$  система (5) совпадает с предложенной в работе [9] системой двух отображений с комбинированной связью. Случай  $p_1 \neq p_2$  отвечает асимметрично связанным системам, в которых связь содержит и диссипативную, и инерционную составляющие.

Заметим что, интересные феномены в динамике связанных систем появляются тогда, когда есть тенденция, противодействующая сглаживанию состояний, вносимому за счет диссипативной связи, а именно, неустойчивость траекторий, присущая хаосу. По-видимому, по этой причине, в опубликованных работах основное внимание уделялось *закритической области* по параметру индивидуального логистического отображения, тогда как представляющий принципиальный интерес вопрос об особенностях перехода к хаосу и о критических состояниях систем с глобальной связью на границе между хаосом и порядком практически не затрагивался.

Известно, что в индивидуальном логистическом отображении переход к хаосу через удвоения периода характеризуется закономерностями универсальности и скейлинга, которые были установлены и объяснены Фейгенбаумом [6,10] на основе РГ-анализа. Естественно ожидать, что такого рода свойства будут проявляться и в случае глобальной связи. Этот вопрос, очевидно, заслуживает целенаправленного и подробного изучения.

В своей содержательной части статья посвящена рассмотрению особенностей динамики системы с инерционной связью, однако для сравнения будет обсуждаться также случай диссипативной связи. Заметим, что в работах [11, 12] уже указывалось на необходимость рассмотрения двух типов глобальной связи, но в деталях динамика соответствующих моделей не изучалась, и свойства скейлинга, продемонстрированы не были.

В разделе 1 исследуется динамика системы с глобальной связью, определяются различные режимы, построены фазовые диаграммы, сравнивается поведение системы в различных фазах. В разделе 2 проиллюстрированы свойства универсальности и скейлинга в случае глобальной связи.

## 1. Фазы Канеко и динамика глобально связанных отображений

Так как кластеризация возможна при наличии двух типов связи, то возникает задача определить расположение соответствующих областей в трехмерном пространстве параметров  $(\lambda, \varepsilon_1, \varepsilon_2)$ . Ниже будут обсуждаться сечения пространства параметров плоскостями  $(\lambda, \varepsilon_1, 0)$  и  $(\lambda, 0, \varepsilon_2)$ .

С целью анализа и классификации динамики системы с глобальной связью в зависимости от параметров Канеко вводит представление о фазах [1,2]. Для этого рассматривается ансамбль систем с глобальной связью с начальными условиями, заданными случайным образом, и в каждой точке пространства параметров определяется, какой из типов аттракторов (I - IV) [1,2] возникает с большей вероятностью. Используя эту идею, в принципе можно выявить распределение областей различных фаз и в трехмерном пространстве параметров  $(\lambda, \varepsilon_1, \varepsilon_2)$ .

На рис. 2, а приведена фазовая диаграмма, отвечающая сечению пространства параметров плоскостью  $(\lambda, 0, \varepsilon_2)$ , что соответствует инерционной связи. Для сравнения на рис. 2, б представлена диаграмма для случая диссипативной связи, которая воспроизводит полученную ранее в работе Канеко [1,2].

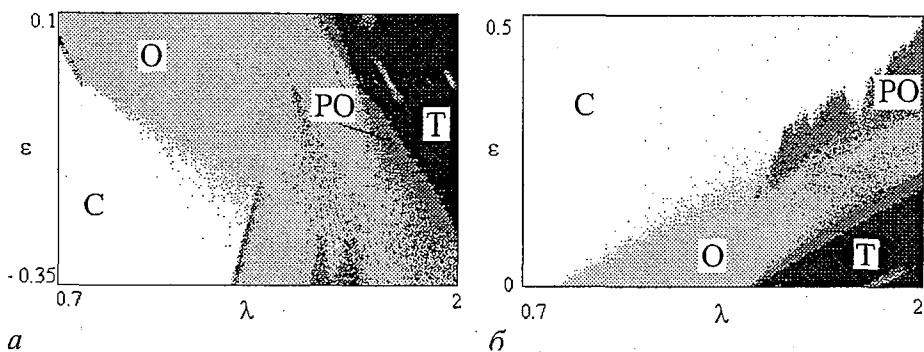


Рис. 2. Фазовые диаграммы на плоскости  $(\lambda, \epsilon_2)$  для случая инерционной связи (а) и на плоскости  $(\lambda, \epsilon_1, 0)$  для случая диссипативной связи (б) системы (1). Количество элементов системы - 100, число начальных условий - 250. Здесь С - когерентная фаза, О - упорядоченная фаза, РО - частично упорядоченная фаза, Т - турбулентная фаза

*Когерентной фазе*, согласно предлагаемой Канеко классификации, отвечает область пространства параметров, где с доминирующей вероятностью возникают аттракторы с одним кластером. На рис. 2 она обозначена буквой С (coherent). В этом случае динамика во времени описывается просто одномерным логистическим отображением. Как видно из рис. 2, б, в случае диссипативной связи увеличение параметра  $\epsilon_1$  приводит к появлению когерентного аттрактора. В случае инерционной связи увеличение параметра приводит, наоборот, к возникновению в системе большего числа кластеров (см. рис. 2, а). На рис. 3, е приведена иллюстрация временной динамики системы (1) с диссипативной связью при  $\lambda=0.85$  и  $\epsilon_1=0.2$  в случае когерентного аттрактора. Возникает один кластер, который при данных значениях параметров демонстрирует периодическую динамику. Для случая инерционной связи временная динамика показана на рис. 3, а при  $\lambda=0.8$  и  $\epsilon_2=-0.2$ . В этом случае динамика системы (1) является периодической.

Под *упорядоченной фазой* Канеко понимает ситуацию, когда в системе (1) с доминирующей вероятностью возникают аттракторы с небольшим числом кластеров. Область, соответствующая этой фазе, обозначена на рис. 2 буквой О (ordered). На рис. 2, б видно, что для малой диссипативной связи переход от когерентной к упорядоченной фазе происходит при  $\lambda=0.75$ , что соответствует первой бифуркации удвоения периода для логистического отображения [6,10]. При большем значении параметра  $\epsilon_1$  такой переход имеет место при большем значении  $\lambda$ . В случае инерционной связи (см. рис. 2, а) граница перехода имеет более сложную форму. Динамика описывается системой небольшого числа связанных отображений вида (4). При этом числа заполнения определяются начальными условиями для системы с глобальной связью, а динамика во времени будет такой, как в системе (4). На рис. 3, ж показан пример временной диаграммы при  $\lambda=1.5$  и  $\epsilon_1=0.2$  для случая диссипативной связи. При таких значениях параметров возникает два кластера, в одном из которых 51, а в другом 49 элементов, причем эти два кластера движутся хаотически в противофазе друг другу. Для системы с инерционной связью пример аттрактора, отвечающего упорядоченной фазе, показан на рис. 3, б при  $\lambda=1.23$  и  $\epsilon_2=-0.1$ . В данном случае в системе (1) возникают два кластера (по 60 и 40 элементов), движущиеся периодически в противофазе друг другу.

*Турбулентная фаза*, обозначенная на рис. 2 символом Т (turbulent), соответствует области, где с подавляющей вероятностью реализуются аттракторы с большим числом кластеров. Если связь диссипативная, турбулентная фаза возникает при значениях параметра  $\lambda$ , близких к 2. Для системы с инерционной связью случай турбулентной фазы возможен и при меньших значениях  $\lambda$ . В этом

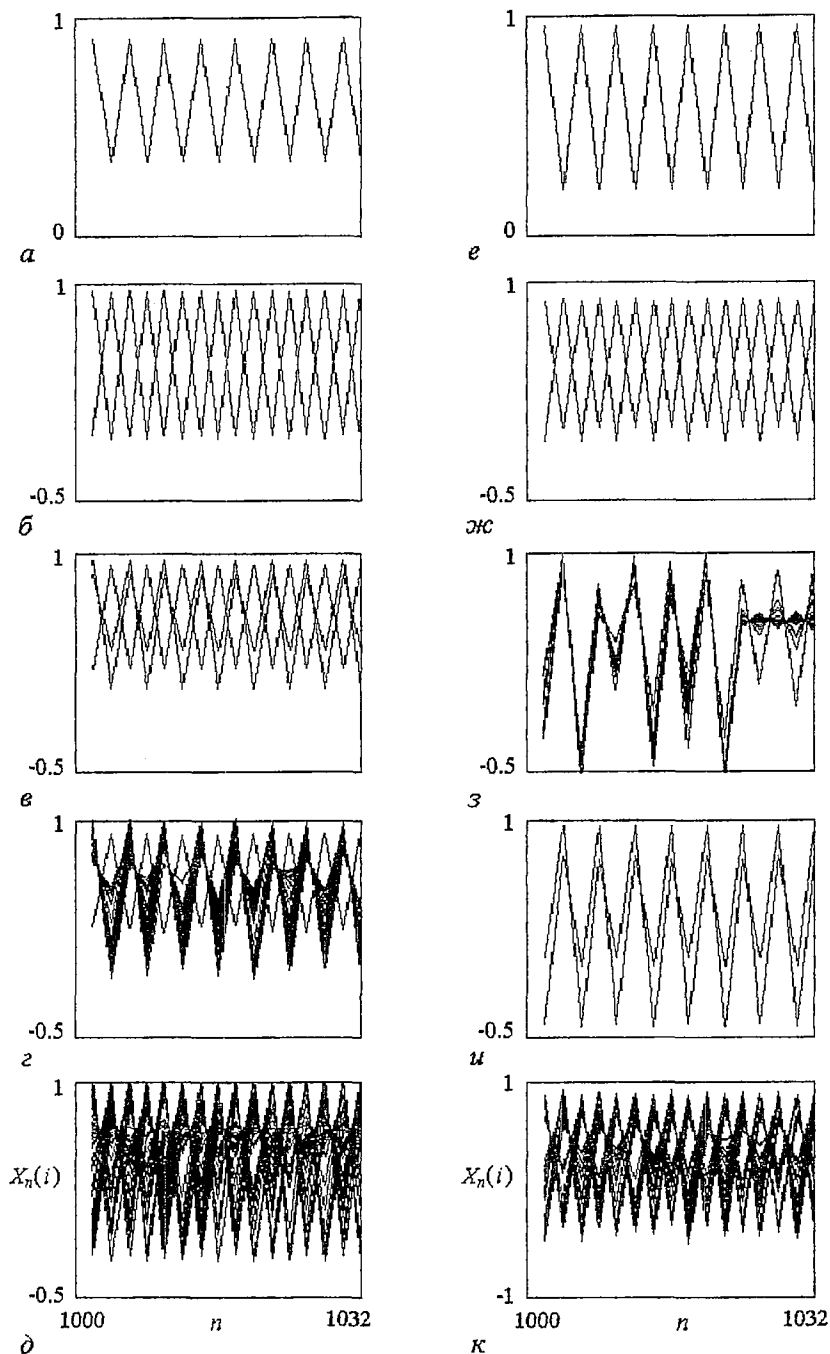


Рис. 3. Временные диаграммы системы (1) для инерционной связи (а-д) и для диссипативной связи (е-к): а -  $\lambda=0.8$ ,  $\epsilon_2=-0.2$ ; б -  $\lambda=1.23$ ,  $\epsilon_2=-0.1$ ; в -  $\lambda=1.53$ ,  $\epsilon_2=-0.13$ ; г -  $\lambda=1.52$ ,  $\epsilon_2=-0.13$ ; д -  $\lambda=1.53$ ,  $\epsilon_2=-0.05$ ; е -  $\lambda=0.85$ ,  $\epsilon_1=0.2$ ; ж -  $\lambda=1.5$ ,  $\epsilon_1=0.2$ ; з -  $\lambda=1.61$ ,  $\epsilon_1=0.25$ ; и -  $\lambda=1.6$ ,  $\epsilon_1=0.25$ ; к -  $\lambda=1.9$ ,  $\epsilon_1=0.15$

случае не происходит кластеризации, и нет возможности использовать для описания динамики систему, состоящую из небольшого числа связанных отображений. Динамика элементов во времени преимущественно хаотическая. Иллюстрации временной динамики в турбулентной фазе показаны на рис. 3, к для диссипативной связи ( $\lambda=1.9$  и  $\epsilon_1=0.15$ ) и на рис. 3, д для инерционной ( $\lambda=1.53$  и  $\epsilon_2=-0.05$ ).

Частично упорядоченная фаза Канеко реализуется в области РО (partially ordered) на рис. 2. В этой области со сравнимой вероятностью возникают

аттракторы как с большими, так и с малыми числами заполнения. Эта фаза переходная между когерентной и упорядоченной фазой или между упорядоченной и турбулентной фазами. Система (1) демонстрирует свойство перемежаемости как в смысле формирования кластеров (возникает либо большое, либо малое число кластеров), так и в смысле временной динамики (хаотическое - периодическое движение). На рис. 3, з показан аттрактор системы (1) с диссипативной связью, содержащий 90 кластеров, которые хаотически движутся синфазно друг другу при  $\lambda=1.61$  и  $\varepsilon_1=0.25$ . В то же время, при немного отличающихся значениях параметров ( $\lambda=1.6$  и  $\varepsilon_1=0.25$ ) возникает аттрактор, содержащий два кластера, в одном из которых 60, а в другом - 40 элементов (рис. 3, и). Эти кластеры демонстрируют периодическую динамику и движутся синфазно друг другу. Аттракторы системы (1) с инерционной связью показаны на рис. 3, в, г. При  $\lambda=1.53$  и  $\varepsilon_2=-0.13$  в системе возникает 3 кластера, два из которых синфазны (содержат по 29 и 43 элемента), а третий, состоящий из 28 элементов, им противофазен (см. рис. 3, в). Если немного изменить параметры ( $\lambda=1.52$  и  $\varepsilon_1=-0.13$ ), возникает 86 кластеров, в одном из которых 13 элементов, а в остальных по одному. Все они демонстрируют хаотическую динамику (см. рис. 3, г).

## 2. Скейлинг в системе глобально связанных отображений

Для системы двух отображений с симметричной связью и с однонаправленной связью вопрос о свойствах скейлинга был исследован в работах [3,4,7]. В контексте систем с глобальной связью для двухкластерных состояний мы имеем отображение (3) с четырьмя параметрами  $(\lambda, \varepsilon_1, \varepsilon_2, p)$ , где параметр  $p$  отвечает за асимметрию редуцированной системы. В четырехмерном пространстве параметров имеется критическая линия  $(\lambda_c, 0, 0, p)$ , где  $\lambda_c=1.401155189\dots$  Зададимся вопросом о свойствах скейлинга вблизи этой линии.

Свойство скейлинга заключается в том, что в окрестности критической точки  $\lambda=\lambda_c$  вся картина областей переходит в себя при растяжении (сжатии) по оси  $\lambda$  в  $\delta_f=4.669201\dots$  раз, при этом временной масштаб изменяется в два раза, а масштаб динамических переменных вблизи точки экстремума системы (1) пересчитывается в  $a_f=-2.502907876\dots$  раз. Для параметров связи в [7] определены следующие константы: для диссипативной связи фактор пересчета  $a_f=2$ , а для инерционной  $a_f=-2.502907876\dots$

На рис. 4 иллюстрируется свойство скейлинга для случая инерционной связи на плоскости параметров  $(\varepsilon, p)$ . Слева показаны карты динамических режимов, на которых приведены области периодических режимов (рис. 4, а-б), а справа - карты старшего ляпуновского показателя (рис. 4, г-е). Черным цветом на рис. 4, г-е обозначена хаотическая динамика, белым - области расхожимости, соответствующие убеганию значений динамических переменных на бесконечность. Периодической динамике отвечают отрицательные значения ляпуновского показателя, которые кодируются оттенками серого цвета, так что большему по модулю значению ляпуновского показателя соответствует более светлый цвет. Каждый последующий рисунок является увеличенным фрагментом предыдущего. Видно, что структуры действительно подобны. Следовательно, система двух несимметрично инерционно связанных отображений демонстрирует свойства универсальности и скейлинга.

Наличие инерционной связи приводит к возникновению сложной хаотической и квазипериодической динамики уже в докритической области, то есть при  $\lambda < \lambda_c$ .

Для сравнения на рис. 5 приведены карты динамических режимов и

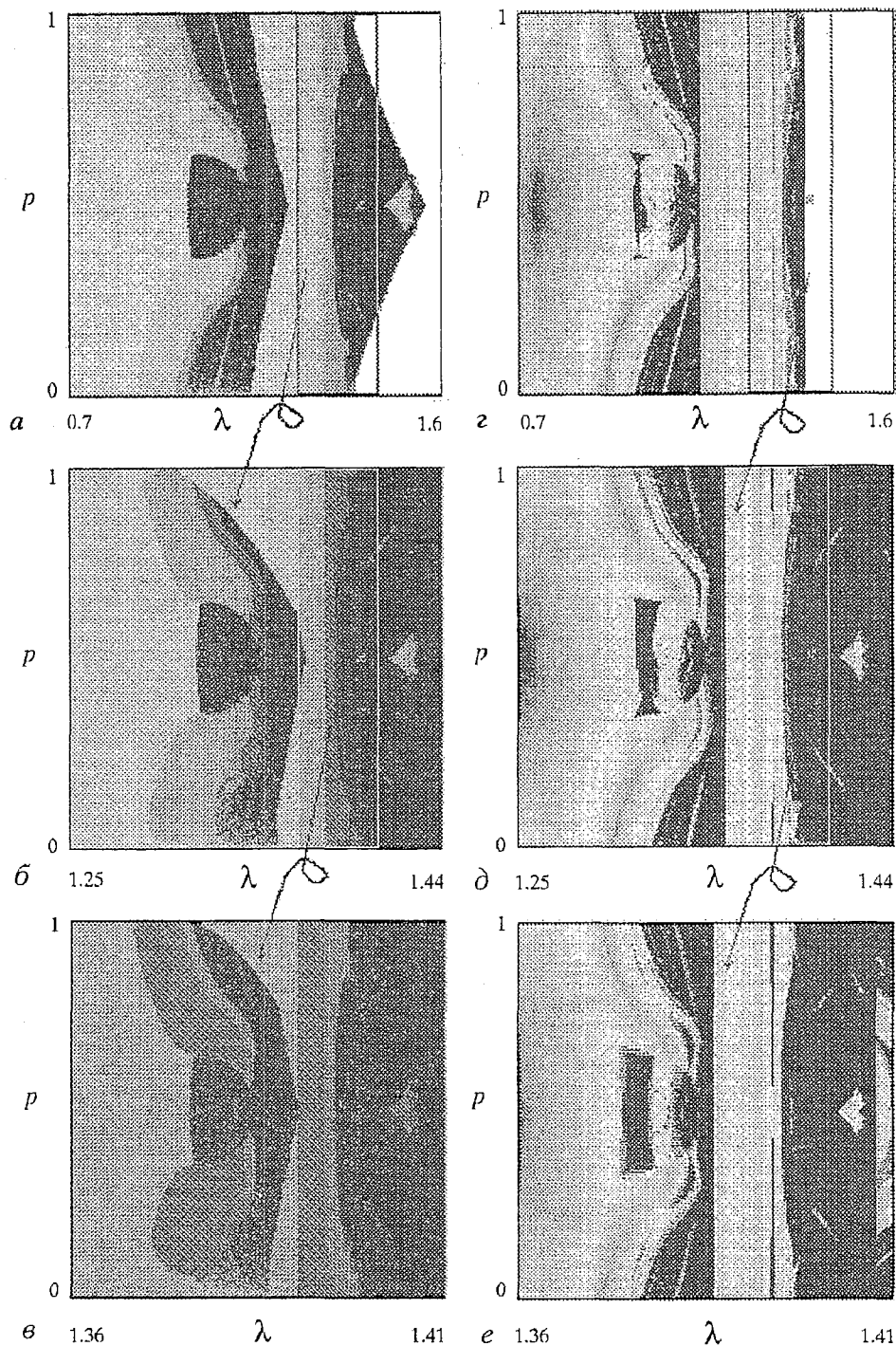


Рис. 4. Иллюстрации свойств скейлинга на картах динамических режимов (слева) и старшего ляпуновского показателя (справа) системы двух отображений с инерционной связью  $\epsilon_2$ :  $a, z - 0.25$ ;  $б, д - (-0.1)$ ;  $в, е - 0.03$

ляпуновского показателя на плоскости параметров  $(\epsilon, p)$  в случае диссипативной связи. При этом в докритической области возникает периодическая динамика с каскадом бифуркаций удвоений периода, завершающаяся переходом к хаосу при  $\lambda = \lambda_c$ . На рис. 5 каждый последующий рисунок является увеличенным фрагментом предыдущего. Получающиеся подобные структуры служат иллюстрацией

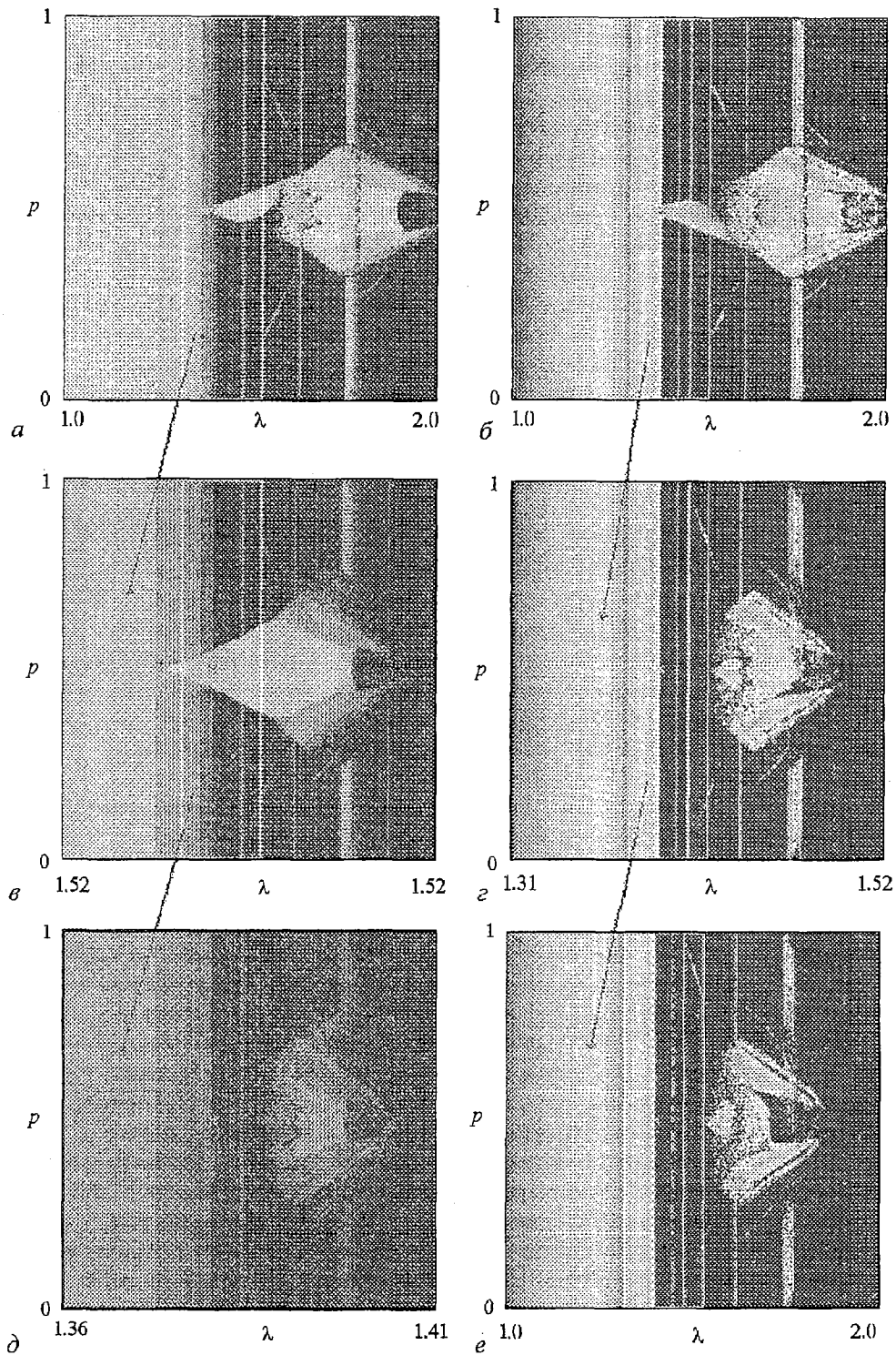


Рис. 5. Иллюстрации свойств скейлинга на картах динамических режимов (*a, в, д*) и старшего ляпуновского показателя (*б, г, e*) системы двух отображений с диссипативной связью  $\varepsilon_1$ : *a, г* - 0.25; *б, д* - 0.125; *в, e* - 0.0625

скейлинга для системы двух отображений с несимметричной диссипативной связью.

Таким образом, двухкластерные состояния системы с глобальной связью



характеризуются свойствами универсальности и скейлинга. Естественно ожидать, что и состояния с большим числом кластеров будут обладать аналогичными свойствами.

Чтобы в этом убедиться, помимо фазовых диаграмм будем строить диаграммы формирования кластеров. Для этого зафиксируем параметр  $\lambda$  и, изменяя параметр связи, после 1032 итераций отображаем на плоскости  $(x_n(i), \epsilon_j)$  значения элементов  $x_n(i)$  системы (1). При этом в случае когерентной фазы одному значению параметра связи соответствует единственное значение динамической переменной (так как в системе только один кластер), поэтому на диаграмме будет только одна точка. В случае упорядоченной фазы при одном значении параметра связи будет несколько значений  $x_n(i)$ , так как возникает несколько кластеров. В случае частично упорядоченной фазы при одном значении параметра может возникать несколько кластеров, а при другом - число этих кластеров будет велико, поэтому на диаграмме этой фазе соответствуют вертикальные линии. Турбулентная фаза характеризуется большим числом кластеров, поэтому на диаграмме значения динамических переменных разбросаны по всей области.

На рис. 6 приведены иллюстрации скейлинга для случая инерционной (a-в) и диссипативной (г-е) связи. Каждый последующий рисунок является увеличенным

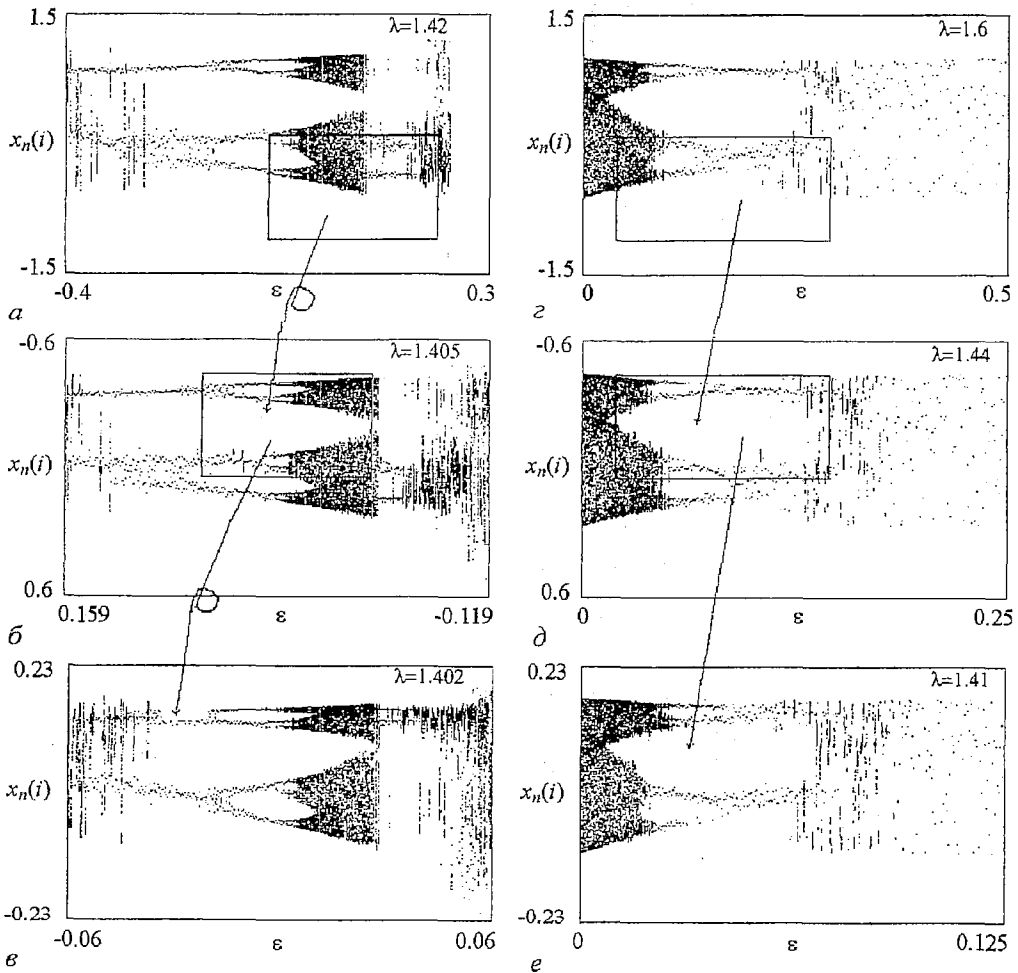


Рис. 6. Иллюстрации скейлинга на диаграмме формирования кластеров для системы (1). Слева - инерционная связь ( $\epsilon_1=0$ ); справа - диссипативная ( $\epsilon_2 \neq 0$ )

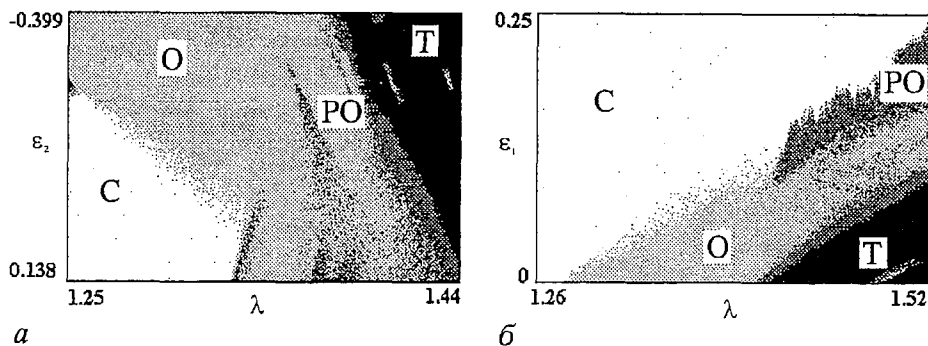


Рис. 7. Фазовые диаграммы на плоскости  $(\lambda, 0, \varepsilon_2)$  для случая инерционной связи (а) и на плоскости  $(\lambda, \varepsilon_1, 0)$  для случая диссипативной связи (б) системы (1). Сравнивая с рис. 2, видим, что получаются подобные структуры пространства параметров

фрагментом предыдущего, причем константы пересчета такие же, как и для случая парной связи. Видно, что вблизи критической точки  $(\lambda_c, 0)$  при пересчете параметров вся картина фаз переходит сама в себя. В случае инерционной связи при  $\varepsilon_2 = -0.4$  в системе (1) реализуется частично упорядоченная фаза (а). С увеличением параметра  $\varepsilon_2$  возникает упорядоченная фаза, причем сначала реализуются аттракторы с двумя кластерами, затем число кластеров удваивается, и при  $\varepsilon_2 \approx 0.01$  в системе (1) наблюдается турбулентная фаза. Дальнейший рост параметра связи приводит к возникновению частично упорядоченной фазы. В случае диссипативной связи при малой связи реализуется турбулентная фаза (з). При  $\varepsilon_1 \approx 0.1$  в системе образуется восемь кластеров, затем с увеличением связи четыре, два, и при  $\varepsilon_1 \approx 0.3$  реализуется аттракторы, содержащие один кластер.

На рис. 7 приведены фазовые диаграммы системы с глобальной инерционной (а) и с глобальной диссипативной (б) связью. В данном случае произведен пересчет значений параметров  $\lambda$  и  $\varepsilon_2$ , отвечающих рис. 2, на константы скейлинга, характерные для инерционной связи. При задании начальных условий интервал, из которого случайным образом выбираются значения динамической переменной, также уменьшен в  $a_f = -2.502907876\dots$  раз по сравнению с начальными условиями, использованными для построения фазовых диаграмм на рис. 2. Если сравнить рис. 2 и 7, то видно, что при пересчете параметров получают подобные структуры областей плоскости параметров.

Таким образом, система глобально связанных логистических отображений обладает свойствами скейлинга, аналогичными тем, которые характерны для двух связанных элементов.

## Заключение

В данной работе рассмотрена динамика системы глобально связанных отображений в области перехода к хаосу.

С точки зрения РГ-анализа, существует два типа связи, обладающие принципиально различными свойствами, - инерционная и диссипативная. В данной работе введена в рассмотрение модель системы с двумя типами глобальной связи. Для этой системы предпринято обобщение классификации состояний системы в зависимости от числа кластеров и различных фаз для ансамбля систем. Построены и сопоставлены фазовые диаграммы системы в случае инерционной и диссипативной глобальных связей.

Если в системе возникает малое число кластеров, то ее можно описывать с помощью системы соответствующего числа связанных отображений. В частности,

исследование двухкластерных состояний позволяет обобщить свойства универсальности и скейлинга, характерные для логистических отображений с симметричной связью, на несимметричный случай.

Показано, что система с глобальной инерционной связью демонстрирует более сложную динамику, чем система с диссипативной связью; в частности, в докритической области может самопроизвольно возникать сложная, в том числе хаотическая, динамика.

Как известно, логистическое отображение, использованное в качестве индивидуального элемента при построении исследуемых моделей, является представителем обширного класса универсальности, включающего многие нелинейные диссипативные системы различной природы. Поэтому найденные нами универсальные закономерности в поведении систем с глобальной связью, по-видимому, будут справедливы также для систем с глобальной связью, построенных из других нелинейных диссипативных систем, в частности, реальных систем в области физики, биологии, экономики.

*Работа выполнена в рамках госконтракта № 40.020.1.1.1168 Минпромнауки РФ при частичной поддержке РФФИ (грант № 00-02-17509) и ФЦП «Интеграция».*

### Библиографический список

1. *Kaneko K.* Clustering, coding, switching, hierarchical ordering, and control in network of chaotic elements // *Physica D.* 1990. Vol. 41, № 2. P. 137.
2. *Kaneko K.* Chaotic but regular Posi-Nega switch among coded attractors by cluster-size variation // *Phys. Rev. Letter.* 1989. Vol. 63, № 3. P. 219.
3. *Кузнецов С.П.* Универсальность и подобие в поведении связанных систем Фейгенбаума // *Изв. вузов. Радиофизика.* 1985. Т. 28, № 8. С. 991.
4. *Kook H., Ling F.H., Schmidt G.* Universal behavior of coupled nonlinear systems // *Phys. Rev. A.* 1991. Vol. 43, № 6. P. 2700.
5. *Kim S.-Y., Kook H.* Period doubling in coupled maps // *Phys. Rev. E.* 1993. Vol. 48, № 2. P. 785.
6. *Feigenbaum M.J.* Quantitative universality for a class of nonlinear transformations // *J. Stat. Phys.* 1978. Vol. 19, № 1. P. 25.
7. *Kuznetsov S.P.* Universality and scaling in two-dimensional coupled map lattices // *Chaos, Solitons and Fractals.* 1992. Vol. 2, № 3. P. 281.
8. *Taborov A.V., Maistrenko Yu.L., Mosekilde E.* Partial synchronization in a system of coupled logistic map // *International Journal of Bifurcation and Chaos.* 2000. Vol. 10, № 5. P. 1051.
9. *Кузнецов А.П., Кузнецов С.П.* Критическая динамика решеток связанных отображений у порога хаоса: Обзор // *Изв. вузов. Радиофизика.* 1991. Т. 34, № 10-11-12. С. 1079.
10. *Feigenbaum M.J.* The universal metric properties of nonlinear transformations // *J. Stat. Phys.* 1979. Т. 21, № 6. P. 669.
11. *Kuznetsov S.P.* Renormalization group, universality and scaling in dynamics of coupled map lattices // *Theory and applications of coupled map lattices / Ed. by K. Kaneko.* John Wiley & Sons Ltd, 1993.
12. *Kim S.-Y., Kook H.* Renormalization analysis of two coupled maps // *Phys. Lett. A.* 1993. 178. С. 258.

*Саратовский государственный университет  
Саратовское отделение ИРЭ РАН*

*Поступила в редакцию 4.03.02  
после доработки 3.09.02*

## ON DYNAMICS OF MODEL NETWORKS COMPOSED OF LOGISTIC MAPS WITH INERTIAL AND DISSIPATIVE GLOBAL COUPLING

*A.S. Ivanova, S.P. Kuznetsov*

We study a system of globally period-doubling coupled maps, each element interacts with each other. The main attention is given to the domain of the most various and complex behavior, near the onset of chaos. We discuss and compare dynamics of the system with pure inertial and pure dissipative coupling, reveal and illustrate the associated scaling properties.



*Иванова Анна Сергеевна* - родилась в Саратове (1979). В 1996 году закончила Лицей прикладных наук, в 2001 году - факультет нелинейных процессов СГУ, аспирантка СГУ. Область научных интересов - изучение систем глобально связанных отображений, универсальности и скейлинга. Принимала участие в нескольких международных конференциях. Соросовская студентка (2000).