

ИДЕНТИФИКАЦИЯ РЕЖИМОВ В МОДЕЛИ КОЛЬЦЕВОГО ИНТЕРФЕРОМЕТРА С ПОВОРОТОМ ОПТИЧЕСКОГО ПОЛЯ НА 120°

А.В. Лячин, А.Л. Магазинников, Б.Н. Пойзнер

Идентифицированы возможные режимы в модели процессов в нелинейном кольцевом интерферометре с поворотом поля в поперечной плоскости на 120° . Построена карта динамических режимов, позволяющая установить, в каких областях параметров системы реализуется устойчивая стационарная точка, предельный цикл, странный хаотический аттрактор. Выводы иллюстрируются фазовыми портретами, амплитудными спектрами и автокорреляционными функциями процессов, зависимостями ляпуновских характеристических показателей от параметров системы, оценкой корреляционной размерности аттракторов.

Введение

Исследование нелинейных динамических систем имеет давнюю историю. Вначале нелинейная динамика находила предмет своего изучения в задачах астрономии, механике, теории волн etc. Далее нелинейные процессы были обнаружены в объектах, которыми занимается радиотехника, биология, физика плазмы, лазерная оптика, а позднее - и гуманитарные науки [1].

Как известно, распространенными рабочими методами нелинейной динамики служат: построение фазовых портретов, отображения Пуанкаре, бифуркационных диаграмм, карт динамических режимов; определение размерности аттрактора, фрактальности процессов и пространственных структур; вычисление спектров Фурье и спектров ляпуновских характеристических показателей (ЛХП).

Последние оказались удобным инструментом для исследования динамических режимов [2, 3], анализа устойчивости (см., например, [4]), выявления скейлинга (см., например, [5, 6]), анализа передачи информации с использованием хаоса [7, 8]. Об этом говорит и то, что знакомство с содержанием статей в журнале «Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика» с 1993 по 2001 год позволяет обнаружить около двух десятков публикаций, которые затрагивают те или иные аспекты применения спектров ляпуновских характеристических показателей. О высокой разрешающей способности метода расчета спектров ЛХП свидетельствует, например, применение его для диагностики сердечной патологии [9].

Следует отметить, что оперирование ЛХП продуктивно при теоретическом изучении динамических систем с запаздыванием, описываемых дифференциальными уравнениями с отклоняющимся аргументом, например, уравнением

Икеды [10]. Напомним, что одной из таких систем является оптический нелинейный кольцевой интерферометр (НКИ). Икеда предложил модель процессов в НКИ и обнаружил в модели режим детерминированного хаоса [11]. Опыт использования расчета спектров ЛХП для изучения зависимости динамического режима в модели нелинейного кольцевого интерферометра от параметров интерферометра отражен в [12]. В цитированной статье исследовался процесс установления величин ЛХП в модели НКИ с поворотом оптического поля в поперечной плоскости пучка на $\Delta=120^\circ$ для отдельных значений коэффициента нелинейности K и видности γ . Однако общая картина динамических режимов как функция K и γ осталась невыясненной даже в приближении модели с «сосредоточенными» параметрами.

Идентификация режимов в подобной модели интерферометра представляет интерес как в общем плане исследования особенностей хаотических явлений в оптике [13], так и в прикладных аспектах. Среди них перспективными являются: перенос опыта создания радиотехнических систем хаотической связи [8] в оптический диапазон с использованием НКИ [14,15], разработка принципов действия криптосистем оптического диапазона на основе НКИ [16,17], воздействие оптическим сигналом извне на интерферометр [18].

Задачи данной работы:

- построение фазовых портретов процессов в модели НКИ для отдельных значений параметра нелинейности K и при различных значениях видности γ ;
- определение зависимости ЛХП от K и γ ;
- выявление типов динамических режимов в модели и построение их карты.

Модель интерферометра с поворотом поля на 120°

Рассмотрим оптическую схему кольцевого интерферометра с керровской средой в контуре обратной связи и с поворотом оптического поля на угол $\Delta=2\pi/n$, где $n=3$, то есть на 120° , в поперечной плоскости лазерного пучка (рис. 1). Этот поворот эквивалентен наличию в интерферометре n одинаковых по параметрам нелинейных элементов, фазовые набег в которых взаимосвязаны. Случай, когда $n=2$, впервые описан в [19, с. 276-280].

Наиболее простая динамика нелинейной фазовой модуляции в подобном интерферометре описывается системой уравнений [18]

$$\tau_n du_j(t)/dt + u_j(t) = K[1 + \gamma \cos(u_i(t) + \varphi_0)], \quad j = 1, 2, 3, \quad i = 2, 3, 1. \quad (1)$$

Здесь u_j - фазовый набег в j -м канале; τ_n - время релаксации нелинейного элемента; φ_0 - невозмущенный фазовый набег. Параметры τ_n , K , γ , φ_0 зависят от условий проведения экспериментов и физических свойств элементов интерферометра. Их физический смысл и явный вид приведены в [18, 19]. В системе (1) все u_j положительны [18]. Ниже постоянный фазовый набег φ_0 полагаем равным нулю, что экспериментально легко реализовать [19, с. 300]. Ясно, что система (1), ввиду наличия второго члена в левой части равенства, описывающего релаксацию, является диссипативной. Численное значение K определяет сте-

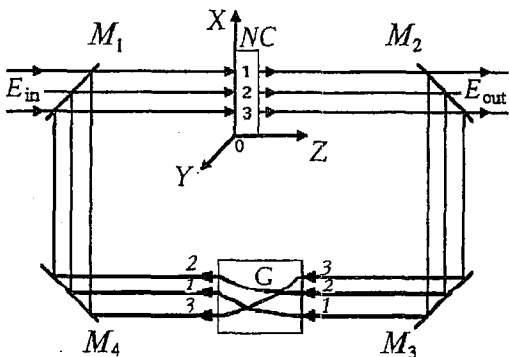


Рис. 1. Схема распространения световых пучков через НКИ с поворотом поля на 120°

пень взаимодействия волн в керровских средах. Для придания результатам моделирования общности текущее время в модели нормировано к времени релаксации нелинейного элемента τ_n .

Анализ результатов моделирования

На рис. 2 показана «матрица», составленная из фазовых портретов, иллюстрирующих динамику процессов в модели (1) при различных значениях параметра

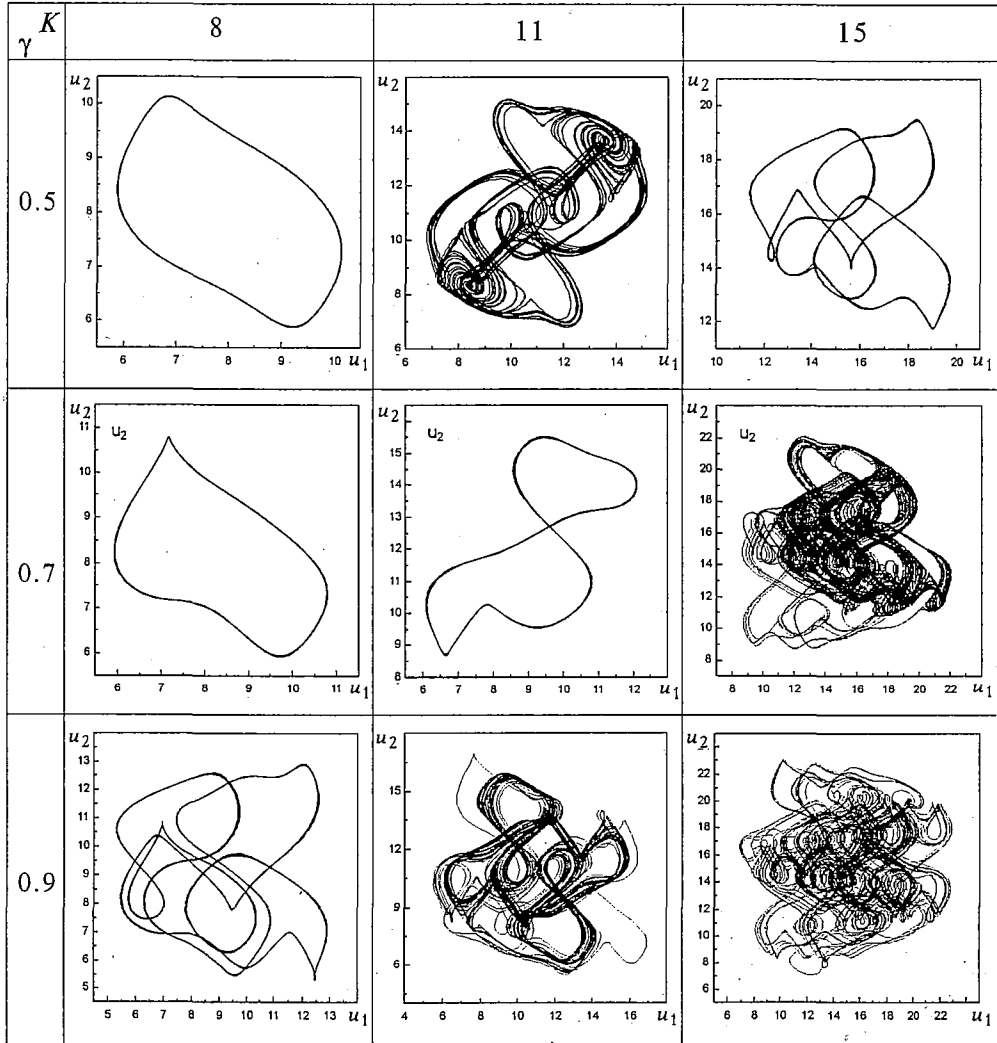


Рис. 2. Примеры фазовых портретов при различных значениях параметров нелинейности K и видности γ

нелинейности K (строки) и видности γ (столбцы). Из структуры дифференциального уравнения в модели (1) вытекает, что «эффективной» мерой нелинейности НКИ служит произведение параметров K и γ , а не одно лишь K . Забегая вперед, скажем, что критерием высокой степени нелинейности оказывается условие $K\gamma > 5.0$ (рис. 3, а).

Можно отметить следующие особенности нелинейной динамики. Увеличение как нелинейности K , так и видности γ ведет к усложнению режима. Из вида

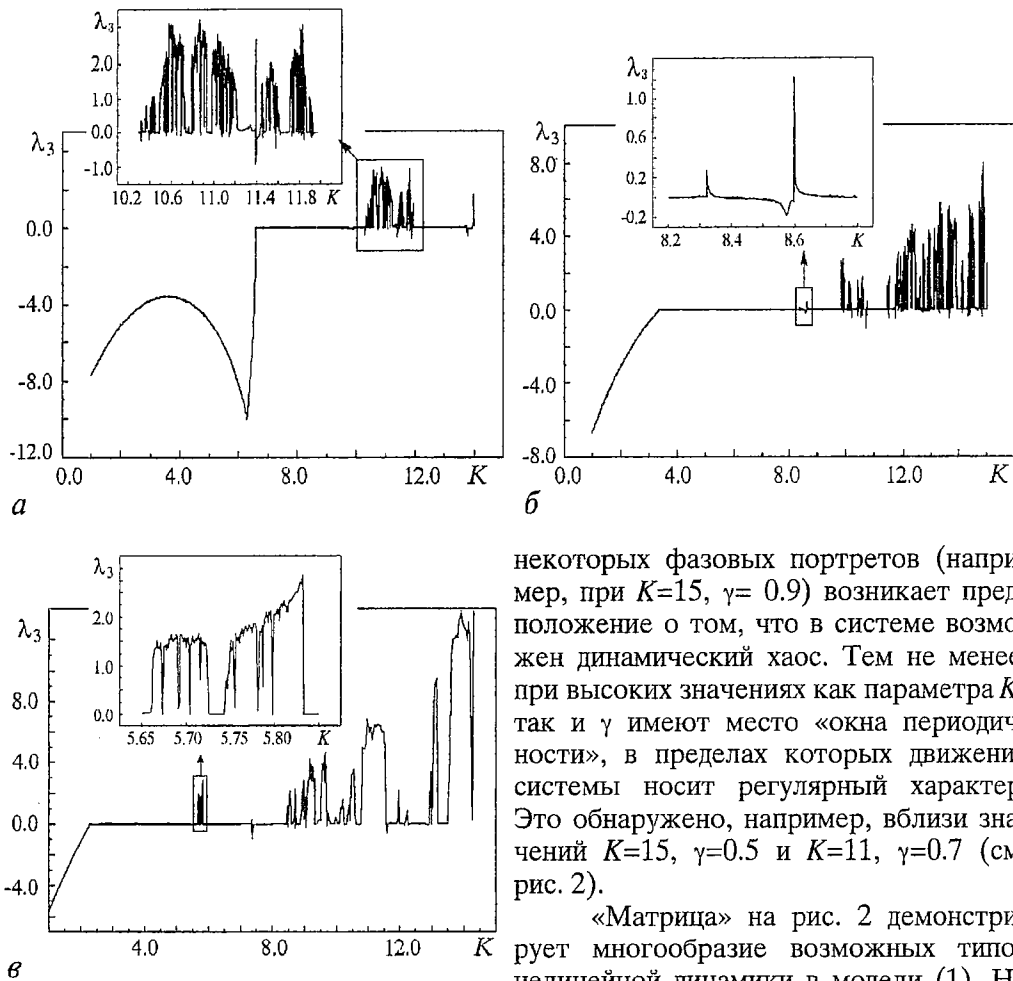


Рис. 3. Зависимость старшего ЛХП от параметра нелинейности K при значениях видности γ : a - 0.5; b - 0.7; c - 0.9. Выделенные фрагменты зависимости $\lambda_3(K)$ соответствуют режиму динамического хаоса

предпринят расчет максимального ЛХП λ_3 как функции K при заданных значениях $\gamma = 0.5, 0.7, 0.9$. Эти зависимости построены соответственно на графиках рис. 3. Из их анализа можно заключить следующее. Во-первых, в зависимости от значения K в модели трехкомпонентного НКИ реализуются такие динамические режимы, как устойчивая точка ($\lambda_3 < 0$), предельный цикл ($\lambda_3 = 0.00$), динамический хаос ($\lambda_3 > 0$). Во-вторых, действительно, в модели реализуется режим динамического хаоса. В-третьих, области значений K , в которых возникает динамический хаос, разделяются «окнами периодичности». В-четвертых, как показали расчеты значений λ_3 (до величины $K=15$), с ростом величин K либо γ границы «окон периодичности» вдоль оси K сокращаются (см. рис. 3, б, в). В-пятых, с ростом видности γ интервал значений K , при которых происходит бифуркация «устойчивая точка \rightarrow предельный цикл», расширяется (то есть величина производной $d\lambda_3/dK$ падает) и смещается в сторону меньших величин K .

В тех случаях, когда для идентификации динамического режима недостаточно знания максимального ЛХП λ_3 , было проведено расчет второго ЛХП λ_2 . При этом, по данным расчетов, первый ЛХП $\lambda_1 < 0$ (и на графиках не приводится). Это согласуется с классификацией динамических режимов по

некоторых фазовых портретов (например, при $K=15, \gamma = 0.9$) возникает предположение о том, что в системе возможен динамический хаос. Тем не менее, при высоких значениях как параметра K , так и γ имеют место «окна периодичности», в пределах которых движение системы носит регулярный характер. Это обнаружено, например, вблизи значений $K=15, \gamma=0.5$ и $K=11, \gamma=0.7$ (см. рис. 2).

«Матрица» на рис. 2 демонстрирует многообразие возможных типов нелинейной динамики в модели (1). Но поскольку «матрица» построена для дискретного набора значений K и γ , нельзя судить о том, каков общий характер эволюции режима в выбранном диапазоне величин K и γ . Поэтому

основанию значений ЛХП, приведенному в [20, 21]. Такая необходимость возникла при исследовании структуры зависимости $\lambda_3(K)$ в области значений K , где возможен хаотический режим (см. увеличенный фрагмент на рис. 3, в).

На рис. 4 представлены зависимости $\lambda_3(K)$ и $\lambda_2(K)$, позволяющие с большей точностью разрешать области значений K , где имеет место тот или иной режим. Например, в интервале величины $5.725 < K < 5.743$ находится «окно периодичности», для которого ЛХП составляют: $\lambda_3=0$, $\lambda_2 < 0$, $\lambda_1 < 0$. Соответствующий фазовый портрет для $K=5.73$ представлен в верхней части рис. 4. Анализ значений ЛХП показывает, что возможно сложное поведение различного рода. Так, при $K=5.82$ идентифицирован режим детерминированного хаоса. Ему соответствует характерный спектр ЛХП: $\lambda_3=2.39$, $\lambda_2=0.00$, $\lambda_1=-32.4$, что позволяет говорить о странном хаотическом аттракторе (его фазовый портрет изображен на рис. 4).

Чтобы создать более полную картину совместного влияния нелинейности K и видности γ на характер поведения оптической системы, моделируемого уравнением (1), целесообразно построить карту динамических режимов. Она воспроизведена на рис. 5, где незакрашенный (белый) фон соответствует устойчивой стационарной точке, серые точки - предельному циклу, черные точки - странному хаотическому аттрактору, «крестики» - неидентифицированному режиму.

Обращает на себя внимание то, что, во-первых, границы относительно

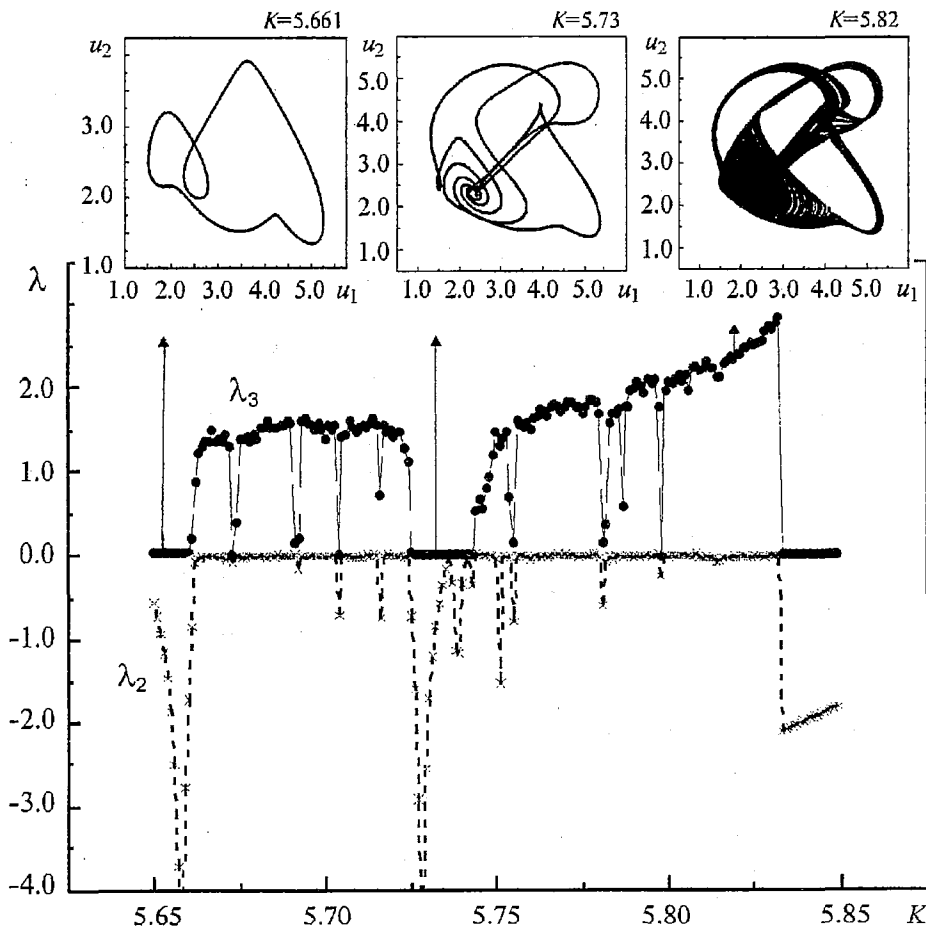


Рис. 4. Зависимость двух старших ЛХП от параметра нелинейности K для $\gamma=0.9$ и вид фазовых портретов для трех типичных режимов

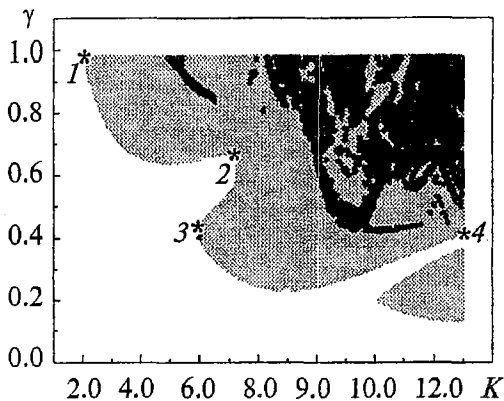


Рис. 5. Карта динамических режимов НКИ с $\Delta=120^\circ$ на плоскости: параметр нелинейности K - видность γ

В-третьих, при значениях произведения $\gamma K \approx 5$ «окна периодичности» либо располагаются вдоль границ в виде гипербол, либо имеют сложную конфигурацию.

В-четвертых, относительно крупные по размеру области, где имеет место устойчивая стационарная точка (белый фон), локализуются преимущественно там, где значения произведения $K\gamma$ малы. Это вполне согласуется с известными представлениями о причинах сложной динамики.

При построении карты режимов - преимущественно на границах между областями регулярной и хаотической динамики - были обнаружены точки (отмечены на карте «крестиками»), идентификация которых вызвала затруднения. Им соответствовала «парадоксальная» сигнатура спектра ЛХП (+,-,-). Вид фазовых портретов для некоторых из этих точек подобен структуре хаотических аттракторов. Судя по характеристике возможностей метода расчета ЛХП, изложенной в книге [22, с. 275-281], здесь требуется привлечь дополнительные методы.

Относительно процедуры верификации данных, полученных в ходе вычислительных экспериментов, можно заметить следующее. Построение фазовых портретов, приведенных на рис. 2, и расчет спектров ЛХП, показанных на рис. 3 и 4, осуществлялись независимо, с помощью различных методов. Однако две эти группы результатов вполне согласуются друг с другом, что позволяет утверждать наличие их достоверности. Для проверки работоспособности программы, вычисляющей ЛХП, был выбран ряд тестовых ситуаций, позволяющих сопоставить результаты расчетов ЛХП для классической модели Лоренца с данными в литературе [21, 23, 24].

Кроме того, с целью проверки выдвинутых предположений о типах динамических режимов в модели (1) для некоторых точек на карте авторами предпринят, во-первых, расчет амплитудных спектров Фурье (рис. 6, а-в); во-вторых, расчет автокорреляционной функции (рис. 6, г-е); в-третьих, расчет корреляционной размерности.

Кроме того, проверка правильности идентификации режимов для «тестовых» точек карты опиралась на использование программы «FRACTAN 3.6. Фрактальный анализ» [25]. Программа позволяет вычислять корреляционную размерность D_2 по временному ряду данных. Таблица содержит значения D_2 для нескольких «тестовых» точек карты режимов.

Для сравнения укажем, что, например, для отображения Хенона корреляционная размерность $D_2=1.21$ [26, с. 122-137].

крупных областей режимов $\gamma(K)$, где существует предельный цикл (серые точки), имеют форму гипербол.

Во-вторых, возможны два варианта перехода от режима устойчивой стационарной точки к периодическому. В первом варианте имеет место «мягкое» возбуждение, отличающееся длительным переходом к предельному циклу. Первый вариант реализуется на границах 1-2 и 3-4 (см. рис. 5). Во втором варианте происходит «жесткое» возбуждение, для которого характерен скачкообразный переход к предельному циклу. Второй вариант реализуется на границе 2-3.

Таблица

Тип аттрактора	K	γ	D_2
Стационарная устойчивая точка	2.0	0.3	0
Предельный цикл	8.0	0.5	1.0
Хаотический	5.75	0.9	1.80
Хаотический	15.0	0.9	1.35

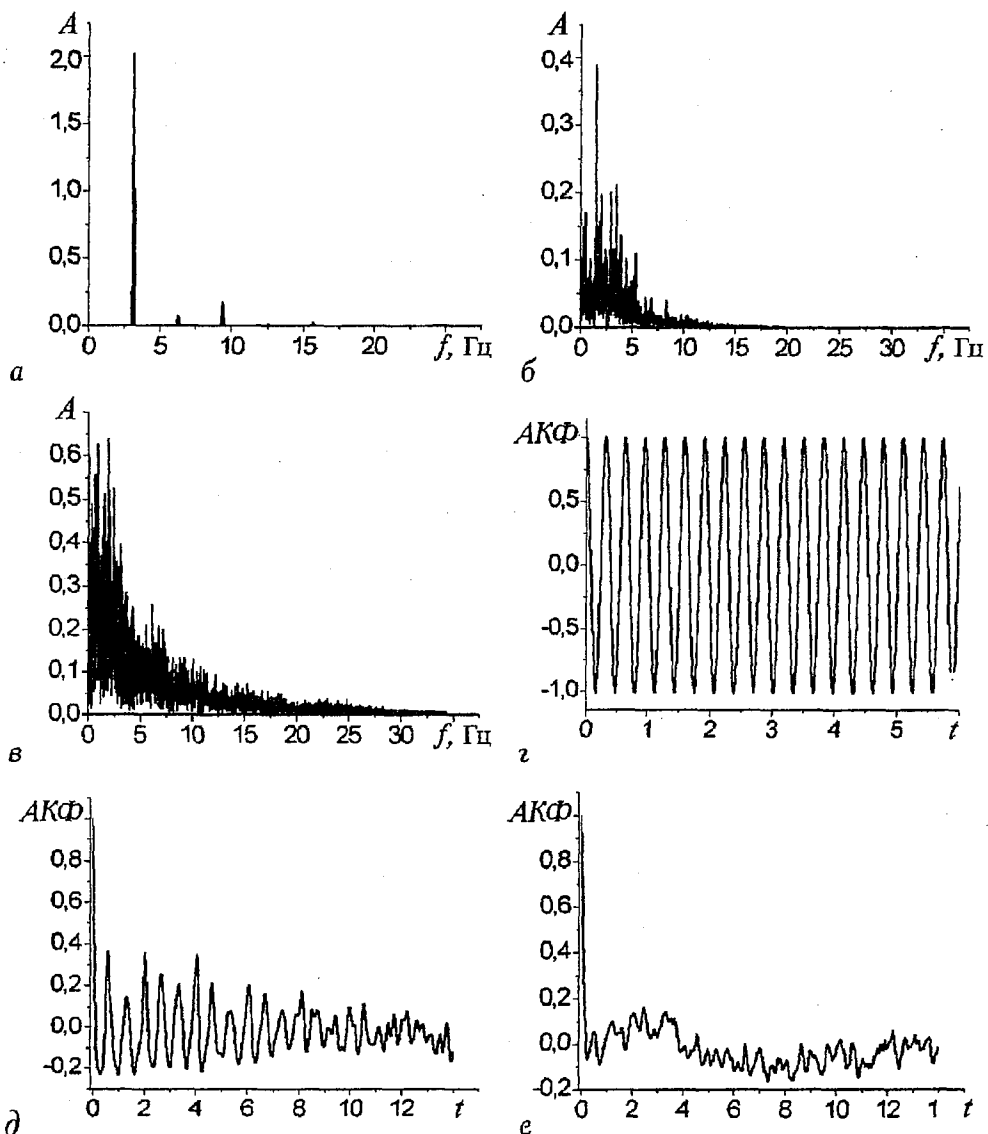


Рис. 6. Верификационная процедура. Амплитудные спектры Фурье (а-в) и автокорреляционная функция (г-е) процессов в модели (1), соответствующих параметрам: $K=8.0, \gamma=0.5$; $K=5.75, \gamma=0.9$; $K=15.0, \gamma=0.9$

Приведенные результаты проверок позволяют убедиться в правильности алгоритмов построения карты таких режимов, как устойчивая точка, предельный цикл, странный хаотический аттрактор, и приемов их идентификации.

Заключение

В работе проведен цикл вычислительных экспериментов на основе модели (1) процессов в НКИ с поворотом поля в поперечной плоскости пучка на угол $\Delta=120^\circ$.

Построены типичные фазовые портреты процессов, иллюстрирующие влияние значений параметра нелинейности K и видности γ на динамику процессов.

Построены зависимости двух старших ЛХП от K (в интервале величин 0.5-15.0) при значениях γ равных 0.5, 0.7, 0.9.

Идентифицированы динамические режимы в модели (1) и выяснено влияние на них параметра нелинейности K и видности γ . На плоскости (параметр нелинейности K - видность γ) построена карта динамических режимов, позволяющая установить, в каких областях параметров системы реализуется устойчивая стационарная точка, предельный цикл, странный хаотический аттрактор.

Карта дает ориентиры для выбора коэффициентов в модели (1) процессов в НКИ с $\Delta=120^\circ$ при выполнении компьютерных экспериментов на базе (1), а также для выбора интервалов рабочих параметров реального НКИ - в зависимости от целей его применения. Мелкомасштабная детализация карты динамических режимов может составлять одно из направлений дальнейших исследований сложного поведения в модели (1).

Приведены результаты верификационной процедуры, основанной на построении амплитудных спектров Фурье, автокорреляционной функции и расчете корреляционной размерности.

Авторы глубоко признательны за предоставление вычислительных ресурсов А.В. Роменскому и А.А. Жукову, а также С.Н. Владимирову и И.В. Измайлову за предоставленные программы и консультации.

Авторы с благодарностью признают, что им помогла своими советами П.С. Ланда.

Авторы благодарны рецензенту за тщательный анализ статьи и критические замечания, позволившие исправить недостатки.

Библиографический список

1. Трубецков Д.И. Колебания и волны для гуманитариев: Учебное пособие для вузов. Саратов: Изд-во ГосУНЦ «Колледж», 1997. 392 с.
2. Ram Rajeev J., Sporer Ralph, Blank Hans-Richard, York Robert A. Chaotic dynamics in coupled microwave oscillators // IEEE Trans. Microwave Theory and Techn. 2000. Vol. 48, № 11, Т. 1. P. 1909.
3. Панцырев М.А., Рукавица К.А., Шахтарин Б.И. Исследование хаотических режимов неавтономной системы Костаса 2-го порядка при возбуждении ЧМ-сигналов // Науч. вестн. МГТУ ГА. 2000. № 31. С. 101.
4. Анищенко В.С. Аттракторы динамических систем (лекция) // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1997. Т. 5, № 1. С. 109.
5. Кузнецов А.П., Кузнецов С.П. Критическая динамика одномерных отображений. Часть I. Сценарий Фейгенбаума // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1993. Т. 1, № 1. С. 15.
6. Кузнецов А.П., Кузнецов С.П., Сатаев И.Р. Критическая динамика одномерных отображений. Часть II. Двухпараметрический переход к хаосу // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1993. Т. 1, № 3-4. С. 17.
7. Емец С.В., Старков С.О. Применение цифровых сигнальных процессоров

для генерации хаотических сигналов и передачи информации с использованием хаоса. // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1999. Т. 7, № 2-3. С. 95.

8. *Владимиров С.Н., Негруль В.В.* Сравнительный анализ некоторых систем хаотической синхронной связи // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2000. Т. 8, № 6. С. 53.

9. *Павлов А.Я., Янсон Н.Б., Анищенко В.С., Гриднев В.И., Довгалецкий П.Я.* Диагностика сердечно-сосудистой патологии методом вычисления старшего показателя Ляпунова по последовательности RR-интервалов // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1998. Т. 6, № 2. С. 3.

10. *Mensour Boualem, Longtin Andre.* Power spectra and dynamical invariants for delay-differential and difference equations // Physica D. 1998. Vol. 113, № 1. P. 1.

11. *Неймарк Ю.И., Ланда П.С.* Стохастические и хаотические колебания. М.: Наука, 1987. 227 с.

12. *Магазинников А.Л., Пойзнер Б.Н., Сабденов К.О., Тимохин А.М.* Тройка керровских сред в нелинейном интерферометре: факторы, влияющие на бифуркационное поведение // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1998. Т. 6, № 5. С. 56.

13. *Воронцов М.А., Корябин А.В., Шмальгаузен В.И.* Управляемые оптические системы. М.: Наука, 1989. С. 216.

14. *Garcia-Ojalvo J., Roy R.* Spatiotemporal communication with Synchronized Optical Chaos. Доступно в сети Internet: // <http://xxx.lanl.gov/abs/nlin.CD/0011012>.

15. *Chesnokov S.S., Rybak A.A.* Spatiotemporal chaotic behavior of time-delayed nonlinear optical systems // Laser Phys. 2000. Vol. 16, № 3. P. 1.

16. *Izmailov I.V., Shulepov M.A.* Simulation of signal enciphering by means of nonlinear ring interferometer and decoding // Optoelectronic Information Systems and Processing (11-15 September, 2000, Vladivostok, Russia) / Eds. Yu.N. Kulchin, O.B. Vitrik. Proceedings of SPIE. 2001. Vol. 4513. P. 46.

17. *Измайлов И.В., Пойзнер Б.Н.* Варианты реализации нелинейно-оптического устройства скрытой передачи информации // Оптика атмосферы и океана. 2001. Т. 14, № 11. С. 1074.

18. *Аришинов А.И., Мударисов Р.Р., Пойзнер Б.Н.* Тройка керровских сред в кольцевом интерферометре: роль неидентичности // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1995. Т. 3, № 1. С. 20.

19. Новые физические принципы оптической обработки информации: Сб.ст. / Под ред. С.А. Ахманова, М.А., Воронцова. М.: Наука, 1990. С. 13-33; 263-326.

20. *Анищенко В.С., Вадивасова Т.Е., Астахов В.В.* Нелинейная динамика хаотических и стохастических систем. Фундаментальные основы и избранные проблемы / Под ред. В.С. Анищенко. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1999. 368 с.

21. *Лоскутов А.Ю., Михайлов А.С.* Введение в синергетику. М.: Наука, 1990.

22. *Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б.* Современные проблемы нелинейной динамики. М.: Эдиториал УРСС, 2000.

23. *Мун Ф.* Хаотические колебания. М.: Мир, 1990.

24. *Магазинников А.Л., Пойзнер Б.Н.* Регулярные и хаотические процессы в модели кольцевой оптической системы // Преподавание физики в высшей школе, 2000. № 19. С. 103.

25. FRACTAN 3.6. Фрактальный анализ // Доступно в сети Интернет по адресу: <http://fractan.boom.ru/fractan/fractan.zip>

26. *Шустер Г.* Детерминированный хаос: Введение. Пер. с англ. М.: Мир, 1988.

Томский государственный
университет

Поступила в редакцию 15.01.02
после доработки 9.09.02

IDENTIFICATION OF PROCESSES IN THE MODEL OF RING INTERFEROMETER WHEN OPTICAL FIELD IS ROTATED THROUGH 120°

A.V. Lyatchin, A.L. Magazinnikov, B.N. Poizner

The possible regimes in model of processes in nonlinear ring interferometer when optical field is rotated through 120° in transversal plane are identified. The map of dynamic regimes is constructed. The map represents areas of parameters of this system where the steady stationary point, limit cycle, strange chaotic attractor are realized. Conclusion is illustrated by phase portraits, amplitude Fourier spectra, auto-correlation functions of the processes, dependence of Lyapunov's characteristic exponents from parameters of this system. Correlation dimension of attractors is evaluated.



Лячин Александр Владимирович - родился в 1979 году. Аспирант кафедры квантовой электроники и фотоники радиофизического факультета Томского государственного университета. Область научных интересов - моделирование и изучение процессов в нелинейных динамических системах, динамический хаос и его приложение в системах обработки и передачи информации. Автор 9 публикаций.

E-mail: 765-alex.rff@elefot.tsu.ru



Магазинников Антон Леонидович - родился в Томске (1974). Окончил с отличием радиофизический факультет Томского государственного университета. Защитил кандидатскую диссертацию в 2000 году по динамике процессов формообразования в кольцевом интерферометре. В настоящее время работает на кафедре физики Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. Область научных интересов: оптическая синергетика, моделирование процессов в газовых лазерах. Автор более 30 работ по данной тематике.

E-mail: anton@elefot.tsu.ru



Пойзнер Борис Николаевич - родился в Томске (1941), окончил радиофизический факультет Томского государственного университета. Защитил кандидатскую диссертацию по теории колебаний и волн (1970), доцент кафедры квантовой электроники и фотоники ТГУ. Читает лекции по нелинейной оптике, физике, физике лазеров, принципам управления лазерным излучением, основам синергетики. Область научных интересов: квантовая электроника, применение нелинейной динамики в оптике и материаловедении, прикладная наукометрия, культурологическая теория образования. Имеет много статей по указанной тематике. Инициатор подготовки и редактор семи библиографических указателей (в том числе «Синергетика и сопредельные науки», «Университетское образование и его социальная роль», «Интеллигенция в российском обществе и университете», «Психика и интеллект обучаемого»). Действительный член Всероссийского общества библиофилов.