



## ДИНАМИЧЕСКИЕ РЕЖИМЫ НЕАВТОНОМНОЙ ДИСКРЕТНОЙ СИСТЕМЫ ФАЗОВОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ

*Д.Э. Палей*

Рассмотрены периодические движения, возникающие в дискретных системах фазовой синхронизации при наличии на входе периодического по частоте внешнего воздействия. Получены условия и области существования периодических движений различной структуры. Выявлена структура расположения этих областей в пространстве параметров для систем 1-го и 2-го порядков. Получены качественно-численные оценки на область глобального слежения системы с пилообразной характеристикой фазового детектора.

### Введение

Задача анализа неавтономных режимов дискретных систем фазовой синхронизации (ДСФС) при периодическом по частоте воздействии представляют как теоретический, так и практический интерес, так как позволяют ответить на ряд важных вопросов, связанных с изучением динамических свойств поведения системы и использованием ее в составе различных радиотехнических устройств. К их числу относятся различные поисковые по частоте системы, системы слежения за входной частотой при наличии детерминированной помехи на входе, а также устройства, выполняющие функции частотных и фазовых демодуляторов. Актуальность исследования нелинейных дискретных СФС при наличии внешнего воздействия также связана с задачами, возникающими при решении проблем обработки сигналов, когда требуется исключить возможность появления различных периодических движений, связанных с входным воздействием.

Следует отметить, что поведение системы фазовой синхронизации в неавтономных режимах является сугубо нелинейным. При этом для эффективного функционирования системы необходимо определение параметров, которые приводили бы ее в необходимые режимы, что, в свою очередь, невозможно без глубокого анализа ее математической модели в неавтономном варианте.

Для непрерывных СФС задача анализа неавтономных режимов при периодическом по частоте воздействии на сегодняшний день решена в достаточной для практики степени [1-4]. В случае дискретных СФС можно назвать ограниченное число работ, посвященных анализу неавтономных систем. При этом большинство из них посвящено исследованию поисковых по частоте режимов различных модификаций СФС [5-7]. Незначительное число работ посвящено анализу возможных установившихся периодических и квазипериодических движений, обусловленных частотными изменениями на входе [8,9].

Целью данной работы было исследование динамических свойств неавтономных ДСФС при наличии на входе периодического по частоте внешнего воздействия. Основным объектом исследования являлась обобщенная модель неавтономной СФС, описываемая в символическом виде следующим нелинейным отображением [10,11]

$$\varphi_{n+1} = \varphi_n + aW(z)F(\varphi_n) + g_f + u_n, \quad (1)$$

где  $\varphi$  - нормированная на  $\pi$  разность фаз сигналов на входе фазового детектора ( $\varphi \in [-1,1]$ ), имеющего пилообразную характеристику  $F(\varphi)$ ;  $W(z)$  - коэффициент передачи фильтра в цепи обратной связи,  $a$  - параметр системы;  $g_f$  - нормированная начальная частотная расстройка;  $u_n$  - входное воздействие в момент времени  $n$ .

В работе рассмотрен широко распространенный на практике случай СФС с пилообразной характеристикой фазового детектора. На начальном этапе изучены общие свойства системы (1). Рассмотрены предельные циклы (условия возникновения, области существования, бифуркации), возникающие в системе и обусловленные как собственным поведением системы, так и входным воздействием. Конечным итогом анализа было получение качественных и численных оценок области глобального слежения (ОГС), в которой из любых начальных условий возникает устойчивый режим слежения. При этом под устойчивым режимом слежения понимается состояние системы, в котором под воздействием входного сигнала не происходит проскальзываний по фазе. Можно сказать, что ОГС является неавтономным аналогом области глобальной устойчивости автономных систем, а точнее ее распространением на неавтономный случай, так как область глобальной устойчивости определяет область параметров, при которых система приходит в синхронный режим, но только при постоянном по частоте воздействии.

Отметим, что ОГС может существенно зависеть от типа и вида входного воздействия. Результаты численного расчета приведены для распространенного и практически важного случая входного воздействия: сигнала с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ).

### Математическая модель

Рассмотрим вначале общие свойства неавтономной ДСФС. Коэффициент передачи фильтра можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} W(z) &= a_n + A(z)/B(z) = \\ &= a_n + (a_{n-1}z^{n-1} + a_{n-2}z^{n-2} + \dots + a_0)/(z^n + b_{n-1}z^{n-1} + b_{n-2}z^{n-2} + \dots + b_0), \end{aligned} \quad (1)$$

где коэффициент  $a_n$  описывает пропорциональное звено.

Известно, что обобщенное уравнение (1) в этом случае можно свести к системе  $n+1$  уравнений первого порядка вида

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_{j+1} = \varphi_j - sa_n F(\varphi_j) + x_j^1 + u_j + g_f \\ x_{j+1}^1 = a_{n-1} F(\varphi_j) - b_{n-1} x_j^1 + x_j^2, \\ x_{j+1}^2 = a_{n-2} F(\varphi_j) - b_{n-2} x_j^1 + x_j^3, \\ \dots \\ x_{j+1}^n = a_0 F(\varphi_j) - b_0 x_j^1. \end{array} \right. \quad (2)$$

Для случая пилообразной характеристики детектора  $F(\varphi)$  поведение системы можно описать матричным уравнением

$$\mathbf{q}_{j+1} = A \mathbf{q}_j + \mathbf{p}_j + \mathbf{u}_j, \quad (3)$$

$$A = \begin{bmatrix} 1-a_n & 1 & 0 & 0 & . & 0 \\ a_{n-1} & -b_{n-1} & 1 & 0 & . & . \\ a_{n-2} & -b_{n-2} & 0 & 1 & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ a_0 & -b_0 & 0 & 0 & . & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_j = \begin{bmatrix} u_n + g_f \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{p}_j = \begin{bmatrix} p_n \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где  $\mathbf{q}_j$  - вектор состояния системы в момент времени  $j$ ;  $A$  - линеаризованная квадратная размерности  $(n+1) \times (n+1)$  матрица отображения (2);  $\mathbf{u}_j$  - вектор размерности  $n+1$ , описывающий входное воздействие в момент времени  $j$ ;  $\mathbf{p}_j$  - вектор размерности  $n+1$ , описывающий нелинейные отображения на  $j$ -й итерации ( $\text{mod}(\varphi_j, 2) = \varphi_j + \pi p_j$ ,  $p_j = \pm 2$ ,  $m \in \mathbb{N}$ ). Фазовым пространством системы (2) является многомерный фазовый цилиндр, так как оно инвариантно относительно замены  $\varphi \rightarrow \varphi + 2\pi l$ . При нелинейном отображении вектор состояния  $\mathbf{q}_j$  переходит с одного его периода на другой (с одного периода  $F(\varphi)$  на другой). Соответственно значение  $[p_j]_\varphi$  ( $\varphi$ -компоненты вектора  $\mathbf{p}_j$ ) компенсирует влияние нелинейности  $F(\varphi)$  при отображении и не равно нулю. В реальной системе этому движению соответствует явление проскальзывания фазы.

Пусть период внешнего воздействия кратен периоду дискретизации кольца  $T_{\text{вх}} = kT_p$ . В этом случае все движения в системе будут также периодическими с периодом  $T_d$ , кратным  $T_{\text{вх}}$ ,  $T_d = mT_{\text{вх}} = mkT_p$ ,  $m=1, 2, 3, \dots$ . Соответственно режим слежения будет представлять движения в системе с периодом  $k$  без проскальзывания фазы. Подобный режим выполняет функцию, аналогичную состоянию равновесия (простой неподвижной точке) в системе при постоянном входном воздействии.

### Условия существования предельных циклов

Рассмотрим далее произвольный предельный цикл на периоде входного сигнала. Необходимым условием его существования является выполнение условия замыкания (через  $k$  итераций вектор  $\mathbf{q}_0$  должен прийти в начальное состояние)

$$\mathbf{q}_k = \mathbf{q}_0 = A^k \mathbf{q}_0 + \sum_{j=0}^{k-1} A^j (\mathbf{p}_{k-j-1} + \mathbf{u}_{k-j-1}). \quad (5)$$

Из (5) следует, что структура произвольного движения определяется набором векторов нелинейных отображений на периоде входного сигнала  $\{\mathbf{p}_j\}$  ( $j=1..k$ ). В качестве начальной точки цикла мы можем выбрать любой из  $k$  векторов состояния на периоде ( $\mathbf{q}_i$ ,  $i=0..k-1$ ). Соответственно при переходе от одной начальной точки к другой набор  $\{\mathbf{p}_j\}$  осуществляет циклический сдвиг векторов. В случае, когда значения всех векторов  $\mathbf{p}_j$  на периоде входного сигнала равны нулю, наблюдается устойчивое слежение.

Для автономной системы можно показать, что для существования периодического движения заданной структуры необходимо и достаточно, чтобы все точки цикла находились на каждой итерации в пределах одного периода фазового цилиндра по координате  $\varphi$  [12]

$$\varphi_j \in [-1, 1], \quad j = 1..k_p. \quad (6)$$

Аналогичное утверждение справедливо и для предельных циклов отображения (2) при наличии входного воздействия. В самом деле, пусть для некоторого набора  $\{p_j\}$  выполняется условие замыкания (5) предельного цикла и на  $j$ -й итерации значение  $\varphi_j$  выходит за пределы фазового цилиндра, то есть  $|\varphi_j| > 1$ . Это означает, что на  $j$ -й итерации  $\text{mod}(\varphi_j, 2) \neq \varphi_j$ , и линеаризованная модель (3) уже не может быть использована, то есть становится ложным и равенство (5).

### Устойчивость и бифуркации периодических движений

Для случая пилообразной характеристики детектора критерий устойчивости отображения (2), согласно (3), (4), определяется собственными значениями матрицы  $A^k$ , не зависит от внешнего воздействия и, таким образом, совпадает с критерием устойчивости автономной системы.

Исходя из этого, бифуркация рождения - исчезновения любого периодического движения связана с выполнением условий существования периодических движений (5), (6). Рассмотрим их в зависимости от вектора  $\mathbf{u}$  (внешнего воздействия  $u_n$  и начальной расстройки  $g_f$ ).

Рассмотрим предельный цикл некоторой структуры, определяемой набором  $\{p_j\}$ . Из условия замыкания (5) при заданном внешнем воздействии вычислим для него координаты  $[q]_\varphi$  всех векторов состояния на периоде входного сигнала. Можно утверждать, что если расстояние по  $\varphi$  между двумя любыми точками цикла меньше  $2\pi$  ( $|\varphi_m - \varphi_n| < 2\pi$ ,  $m, n = 0 \dots k-1$ ), то есть такое  $g_f \in [g_{\min}, g_{\max}]$ , при котором этот цикл существует. В самом деле, изменение значения  $g_f$  согласно (4) приводит к перемещению векторов состояния вдоль координаты  $\varphi$ . Так как мы предположили, что все векторы принадлежат одному периоду  $F(\varphi)$ , то цикл возникает, когда вектор состояния с минимальным значением  $[q]_\varphi$  пересекает границу  $\varphi = -1$  (это соответствует значению  $g = g_{\min}$ ), и исчезает, когда вектор состояния с максимальным значением  $[q]_\varphi$  пересекает границу  $\varphi = 1$  (это соответствует значению  $g = g_{\max}$ ).

По аналогии можно сформулировать такое утверждение: если для заданного внешнего воздействия существуют точки цикла, такие что  $|\varphi_m - \varphi_n| > 2\pi$ , то это периодическое движение не существует при любых значениях  $g_f$ .

Приведенные утверждения позволяют оценить возможность существования периодического движения при заданном входном воздействии и определить параметры (например, амплитуду) входного воздействия, при которых существование цикла в принципе возможно.

### Функция последования

Для анализа предельных циклов и движений без нелинейных отображений отображения (2) (они соответствуют устойчивому режиму слежения в ДСФС) перейдем, учитывая вышесказанное, к новой временной шкале, в которой шаг дискретизации совпадает с периодом входного сигнала  $T_{\text{вх}}$ . В новом времени режиму слежения будет соответствовать неподвижная точка, а движениям с периодом  $T_d = mT_{\text{вх}}$  -  $m$ -кратная неподвижная точка.

Будем описывать поведение системы с помощью вектора состояния  $\mathbf{q}_{n,i}^*$ , совпадающего в новой шкале со значениями  $\mathbf{q}_{n,i}^* = \mathbf{q}_{n,k+i}^*$  ( $k > i \geq 0$ ). Не теряя общности, будем далее полагать, что начальная точка цикла - первый вектор состояния на периоде входного сигнала, то есть  $i=0$ ,  $\mathbf{q}_{n,0}^* \rightarrow \mathbf{q}_n^*$ .

Построим функцию последования  $f(\mathbf{q}_n^*)$ , связывающую состояния системы в два соседних момента в новой временной шкале,

$$\mathbf{q}_{n+1}^* = f(\mathbf{q}_n^*). \quad (7)$$

Для общего вида нелинейности  $F(\varphi)$  и произвольного типа входного воздействия сделать это представляется возможным только численным способом. Для случая кусочно-линейной  $F(\varphi)$  и входного воздействия, представимого в виде кусочно-линейной функции,  $f(\mathbf{q}_n^*)$  можно получить аналитически. Так, для случая ЛЧМ воздействия и пилообразной характеристики детектора с учетом  $T_{\text{вх}} = kT_p$ , вектор входного воздействия можно представить в виде:

$$\mathbf{u}_n = \begin{bmatrix} u_n + g_0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_0 + iU\Delta u + g_0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_0 + g_0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} iU\Delta u \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} = \mathbf{u}_0 + \mathbf{v}_n,$$

где  $i = \text{mod}(n, k)$  - номер итерации на периоде входного воздействия. Через период входного воздействия отображение (3) (в терминах вектора состояния  $\mathbf{q}_n^*$ ) примет вид

$$\mathbf{q}_{n+1}^* = A^k \mathbf{q}_n^* + \sum_{j=0}^{k-1} A^j (\mathbf{u}_0 + \mathbf{v}_{k-j-1} + \mathbf{p}_{k-j-1}). \quad (8)$$

Сворачивая суммы в (8), приходим к отображению в новом времени

$$\mathbf{q}_{n+1}^* = A^k \mathbf{q}_n^* + \frac{E - A^k}{E - A} \mathbf{u}_0 + \frac{E - A^k}{E - A} \begin{bmatrix} (k-1)\Delta u \\ 0 \end{bmatrix} - \frac{(k-1)A^{k+1} - kA^k + A}{(E - A)^2} \begin{bmatrix} \Delta u \\ 0 \end{bmatrix} + \sum_{j=0}^{k-1} A^j \mathbf{p}_{k-j-1}, \quad (9)$$

которое и определяет функцию последования совместно с условиями  $|\rho_i| > 1$  при всех  $i$  ( $k > i \geq 0$ ) для конкретного набора  $\{\mathbf{p}_j\}$ .

Условие замыкания, определяемое (5), будет иметь вид

$$\mathbf{q}_{n,0}^* = (E - A^k)^{-1} \left[ \frac{E - A^k}{E - A} \mathbf{u}_0 + \frac{E - A^k}{E - A} \begin{bmatrix} (k-1)\Delta u \\ 0 \end{bmatrix} - \frac{(k-1)A^{k+1} - kA^k + A}{(E - A)^2} \begin{bmatrix} \Delta u \\ 0 \end{bmatrix} + \sum_{j=0}^{k-1} A^j \mathbf{p}_{k-j-1} \right].$$

Аналогично получаются условия замыкания для состояний  $\mathbf{q}_{n,j}$ ,  $0 \leq j \leq k-1$ .

### Пример расчета функция последования для ДСФС первого порядка

В качестве примера приведем функцию последования СФС первого порядка. В этом случае выражение (9), согласно (2), преобразуется к виду:

$$\varphi_{n+1} = (1 - \alpha)^k \varphi_n + (g + u_0) \frac{1 - (1 - \alpha)^k}{\alpha} + \frac{(k\alpha - 1) + (1 - \alpha)^k}{\alpha^2} \Delta u + \sum_{j=0}^{k-1} (1 - \alpha)^j p_{k-j-1}, \quad (10)$$

где  $\alpha = sa_0$  - имеет смысл коэффициента усиления по постоянному току в кольце синхронизации. На периоде входного воздействия может произойти в общем случае  $k$  нелинейных отображений, которые описываются слагаемым

$$\sum_{j=0}^{k-1} (1-\alpha)^j p_{k-j-1}.$$

Согласно (9) на плоскости  $\varphi_n, \varphi_{n+1}$  функция последования  $f(\varphi_n)=f(\varphi_n, k, \alpha, \Delta u)$  будет представлена параллельными отрезками, лежащими на различной высоте по координате  $\varphi_{n+1}$ . Конкретное расположение отрезков будет определяться соответствующими комбинациями  $p_0 p_1 \dots p_{k-1}$ . При наличии пересечения соответствующего участка с линией старта ( $\varphi_{n+1}=\varphi_n$ ) в системе существует режим «квасислежения», при котором на периоде входного сигнала происходят скольжения по фазе, а абсолютное приращение фазы за период составляет величину  $\sum_{j=0}^{k-1} p_j$ .

На рис. 1, 2 приведены примеры расчета функции последования для различных параметров СФС. Функции представляют собой набор отрезков, наклон которых определяется  $\alpha$ . Длительность отрезков зависит от комбинации  $p_0 p_1 \dots p_{k-1}$ . Для малого  $\alpha$  наиболее характерными являются комбинации с чередованием линейных и нелинейных отображений на периоде (см. рис. 1), для большого  $\alpha$  - комбинации без чередования линейных и нелинейных отображений. Комбинация вида «0,0,0,0,0,0» соответствует движению без нелинейных отображений. Точка пересечения отрезка функции  $f(\varphi_n)$  с данной комбинацией и линии переключения определяет состояние слежения системы (см. рис. 2). Комбинация вида «2,2,2,2,2,2» соответствует движению системы с нелинейным отображением одного знака на каждом шаге. Точка пересечения отрезка функции  $f(\varphi_n)$  с данной комбинацией и линии переключения определяет состояние кратного слежения, аналога кратному захвату системы для постоянного по частоте воздействия (рис. 2, б). Точки пересечения отрезков  $f(\varphi_n)$  с другими комбинациями определяют в большом времени существование как простых неподвижных точек (период движения равен  $k$ ), так и кратных. Во втором случае каждая из точек соответствует одному из состояний движения с периодом  $mkT_p$ . Изменение постоянной расстройки  $g$  приводит к смене типа неподвижных точек.

Согласно рис. 1 при малом усилении режим слежения невозможен. При малом  $g$  характерным является и полное отсутствие неподвижных точек. При этом возникают движения с нелинейным отображением разных знаков (рис. 1, б), то

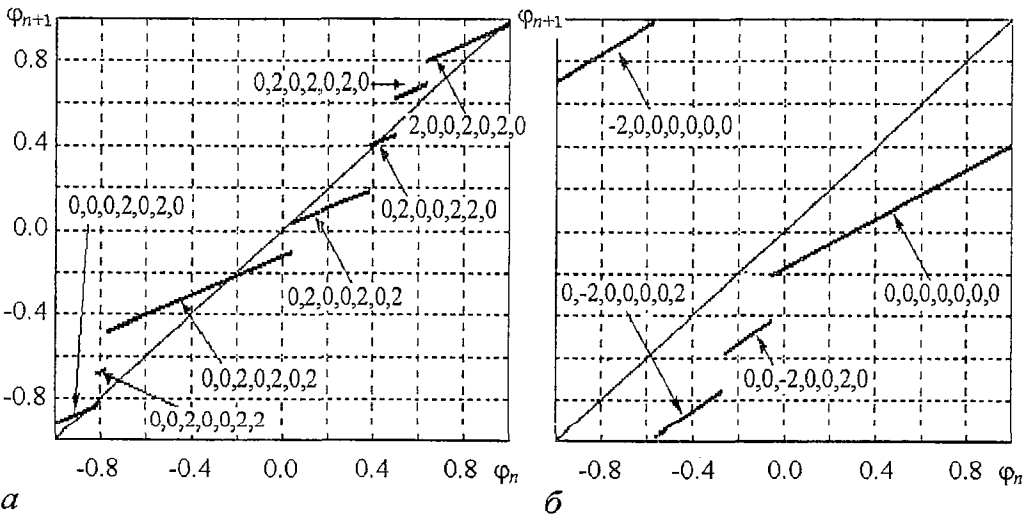


Рис. 1. Функция последования СФС с малым усилением для  $k=7$ : а -  $U=0.5, g=0.9, \alpha=0.1$ ; б -  $U=0.5, g=0.02, \alpha=0.05$

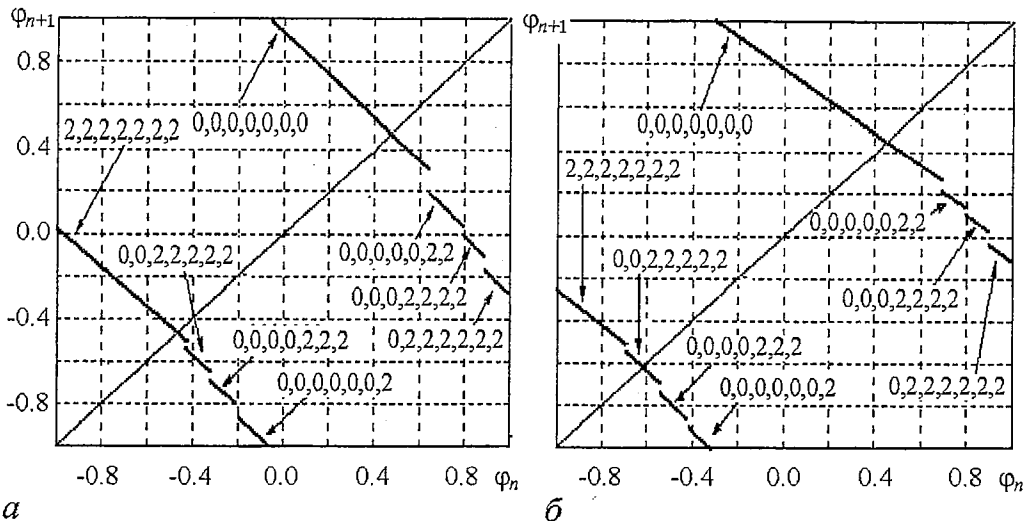


Рис. 2. Функция последования СФС с большим усилением для  $k=7$ : а -  $U=0.5, g=1.1, \alpha=1.95$ ; б -  $U=0.5, g=0.87, \alpha=1.95$

есть создаются условия для возникновения движений, аналогичных циклам 1-го рода.

При большом усилии существует режим слежения и дополнительно несколько циклов, аналогов колебательным и вращательным движениям. При этом наблюдается зависимость от четности периода  $k$ . Для четных  $k$  режим слежения, как правило, ограничивается режимом кратного слежения. Для нечетных  $k$  режим слежения ограничивается либо кратным слежением, либо циклами 2-го рода, в которые переходит кратное слежение в результате уменьшения числа нелинейных отображений на периоде ЛЧМ.

### Области существования периодических движений, область глобального слежения

Рассмотрим примеры расчета областей существования периодических движений СФС различной структуры и области глобального слежения на примере СФС 1-го и 2-го порядков.

**СФС 1-го порядка с пилообразной характеристикой детектора для ЛЧМ входного воздействия.** На рис. 3 приведен пример расчета областей существования различных периодических движений и области глобального слежения для ДСФС 1-го порядка в плоскости параметров  $(\alpha, g)$ . На рис. 3, а приведены результаты для четного, а на рис. 3, б - для нечетного отношения периода входного воздействия и периода дискретизации системы  $k=T_{вх}/T_p$ .

Следует подчеркнуть стройную схему образования областей существования циклов. При малом усилии с ростом расстройки наблюдается возникновение циклов 2-го рода с равномерным увеличением количества нелинейных отображений и абсолютным приращением разности фаз на периоде цикла. Данные циклы образуют группы, которые с ростом усиления также дают движения с большим числом нелинейных отображений. Количество таких групп равно  $k-1$ , в качестве  $k$ -й группы при больших расстройках выступает кратное слежение с изменением фазы, равным  $2k$ . На рисунках показаны абсолютные приращения фазы, нормированные на  $\pi$ , на периоде предельного цикла.

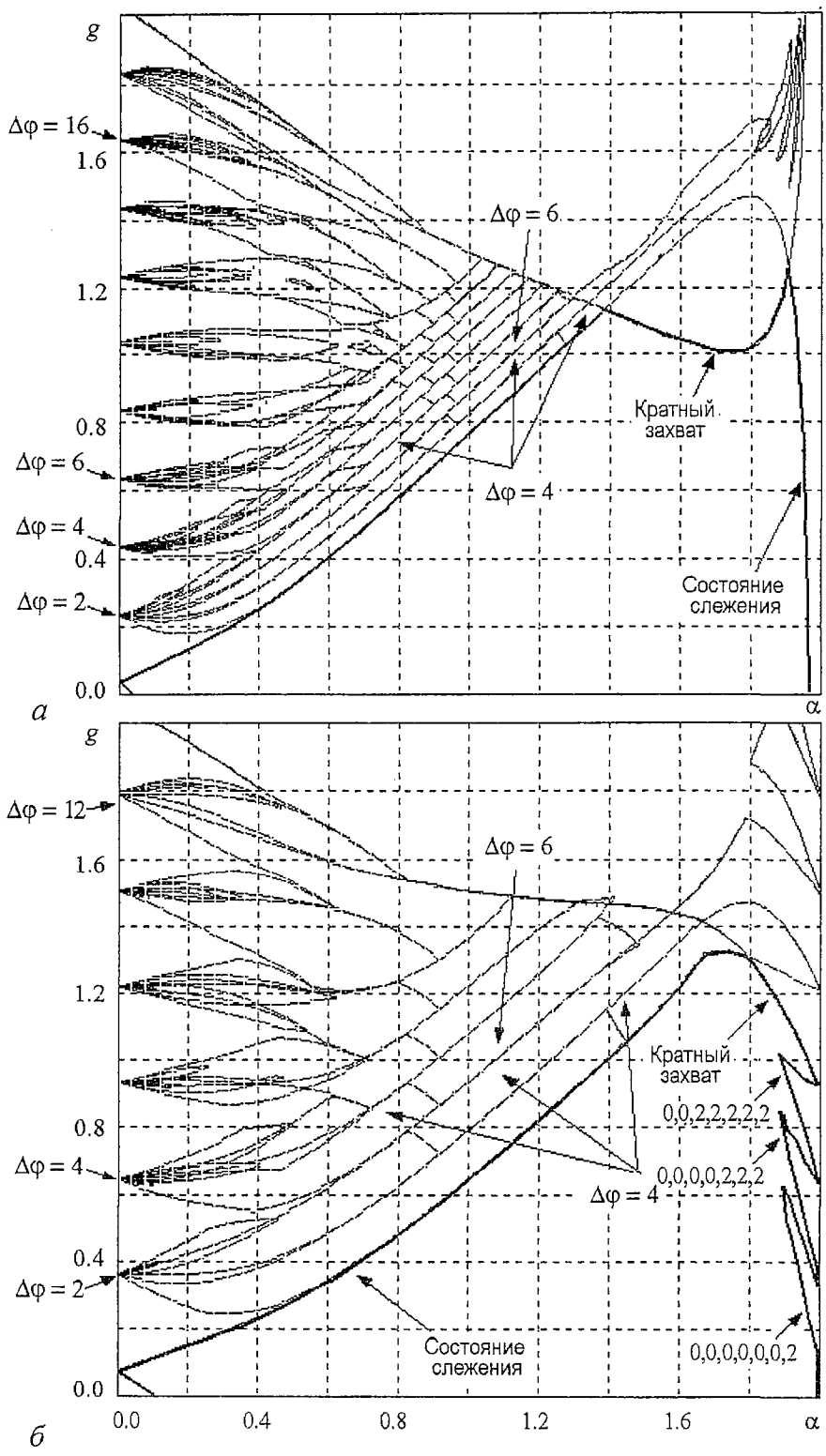


Рис. 3. Области существования установившихся движений: а -  $U=0.3, k=10$ ; б -  $U=0.5, k=7$

С ростом усиления в случае четного  $k$  граница кратного слежения уходит в область больших расстроек (см. рис. 3, а), в случае нечетного  $k$  - в область малых



расстроек с переходом в границы циклов 2-го рода с меньшим числом нелинейных отображений (см. рис. 3, б). Для  $\alpha$ , близких к нулю, режим слежения отсутствует.

В целом характер полученных областей на качественном уровне повторяет результаты, полученные для автономных дискретных систем 2-го порядка [13]. Это можно объяснить тем, что неавтономное отображение 1-го порядка путем введения второй координаты может быть сведено к автономному отображению 2-го порядка.

Одним из важных результатов проведенного анализа является установление области глобального слежения за входным сигналом. Выбором параметров системы можно добиться устойчивой работы ДСФС при значительных амплитудах входного воздействия и расстройках по частоте.

**СФС второго порядка с пилообразной характеристикой детектора для ЛЧМ входного воздействия.** Аналогичный расчет был выполнен для СФС 2-го порядка. Отображение (2) в этом случае преобразуется к следующему виду [10]:

$$\begin{cases} \varphi_{n+1} = \varphi_n - \alpha F(\varphi_n) + x_n + u_n + g_f \\ x_{n+1} = dx_n - \beta F(\varphi_n), \end{cases} \quad (11)$$

где  $\alpha = sa_1$ ,  $\beta = -a_0$ ,  $d = -b_0$ . На рис. 4 на плоскости обобщенных параметров  $\alpha$ ,  $\beta$  приведены области существования режима слежения при постоянной амплитуде входного сигнала и различных расстройках  $g_f$ . С ростом  $g_f$  наблюдается смещение границы существования от границы локальной устойчивости  $G_{-1}$ . Отметим, что это качественно повторяет результаты, полученные для областей существования состояния равновесия автономной системы. В то же время имеется отличие,

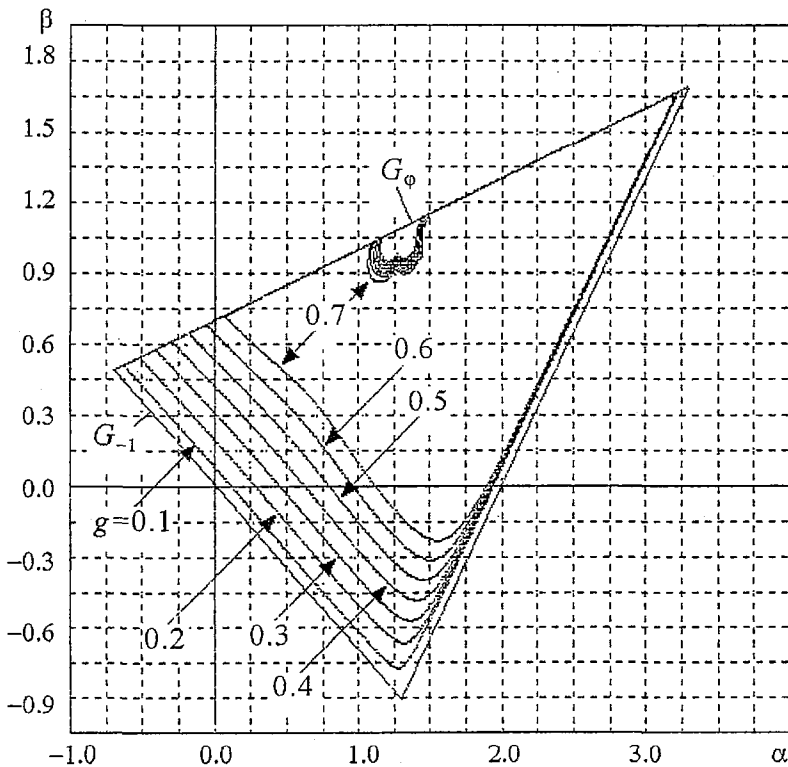


Рис. 4. Области существования режима слежения для  $d=0.3$ ,  $U=0.2$ ,  $k=4$

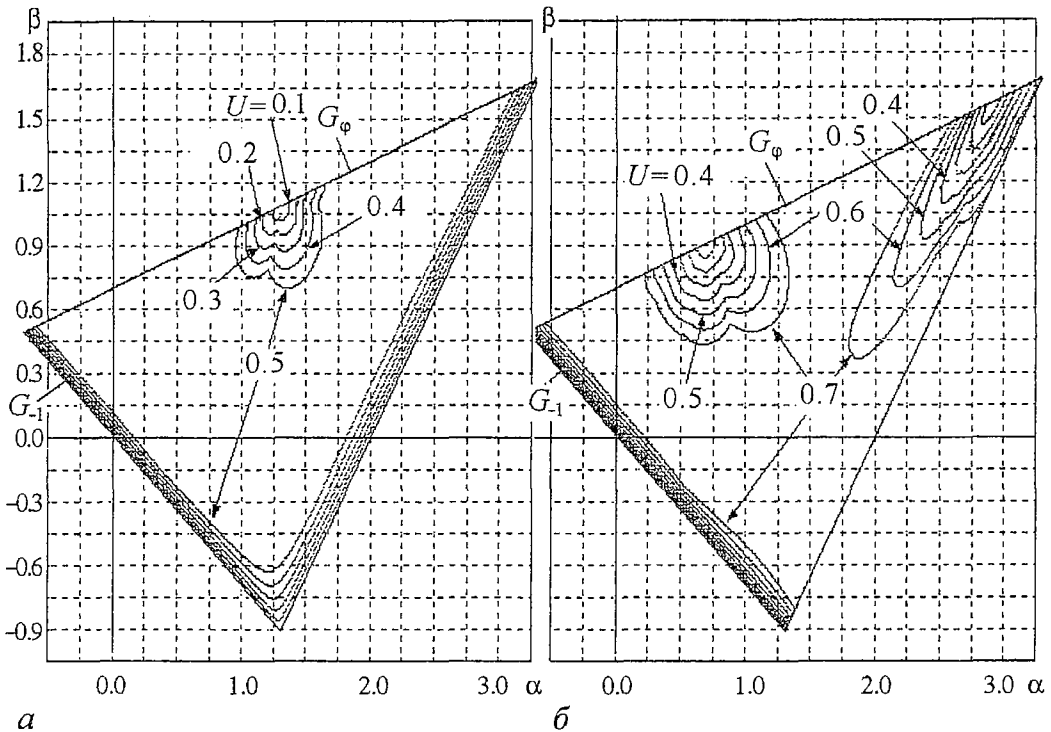


Рис. 5. Области существования режима слежения для  $d=0.3, g=0, k=4$  (а) и  $d=0.3, g=0, k=5$  (б)

связанное с тем, что в окрестности границы локальной устойчивости  $G_\phi$  имеется незначительная замкнутая область, в которой также отсутствует режим слежения, размер области увеличивается с ростом  $g_f$

На рис. 5 приведены области существования режима слежения для нулевой расстройки и, соответственно, четного (рис. 5, а) и нечетного (рис. 5, б) периодов входного сигнала. В случае нечетного  $k$  граница  $G_1$  совпадает с границей существования, но есть область для больших  $\alpha, \beta$ , в которой нет режима слежения. С ростом амплитуды входного воздействия  $U$  области, в которых не существует режим слежения, увеличиваются.

На рис. 6 приведен пример расчета областей существования периодических движений различного типа в плоскости параметров  $(\alpha, g_f)$ .

На графике приведены только области существования движений с периодом, равным  $k_p$ . Исследования показали, что именно эти циклы в основном определяют границы ОГС, которая выделена на графике. Качественно повторяются результаты, полученные для системы 1-го порядка. Области существования периодических движений объединены в семейства. У движений из одного семейства абсолютные приращения координаты  $\phi$  за период входного сигнала одинаковые. Распределение областей существования вдоль оси  $g_f$  практически симметрично относительно значения  $g_f=1$ . Аналогично области глобального слежения, в области больших  $g_f$  можно выделить область глобального слежения для кратного захвата. Справа, в области больших значений  $\alpha$  (большое усиление в системе), ОГС ограничивается кратным захватом.

В заключение отметим, что результаты исследований позволяют судить о свойствах и качественном поведении неавтономной системы в зависимости от ее параметров. Полученные данные могут быть использованы научными работниками и специалистами в области систем синхронизации для исследования и разработки различных типов ДСФС, оптимизации режимов их функционирования.

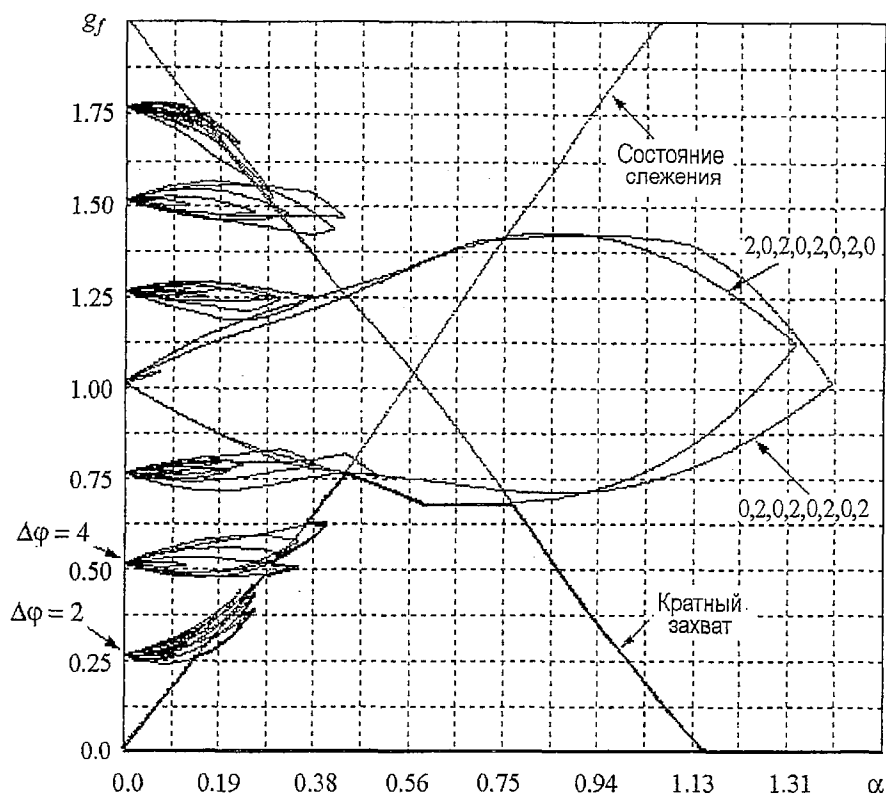


Рис. 6. Области существования периодических движений различной структуры для  $d=0.5$ ,  $U_{вх}=0.1$ ,  $k_p=8$ ,  $\beta/\alpha=0.5$

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 02-02-17500).

### Библиографический список

1. Тузов Г.И. Выделение и обработка информации в доплеровских системах. М.: Советское радио, 1967. 256 с.
2. Журавлев В.И. Поиск и синхронизация в широкополосных системах. М.: Радио и связь, 1986. 240с.
3. Белых В.Н. Качественные методы теории нелинейных колебаний сосредоточенных систем: Учебное пособие. Горький, 1980. 98 с.
4. Шахгильдян В.В., Белюстина Л.Н., Капранов М.В. и др. Фазовая синхронизация / Под ред. В.В. Шахгильдяна, Л.Н. Белюстиной. М.: Связь, 1975. 288 с.
5. Рыжков А.В. Комбинированная система ФАПЧ с реверсивным поиском // Электросвязь. 1975, № 10. С. 68.
6. Козлов В.И., Литвиненко В.К. Время установления в импульсной системе фазовой АПЧ с делителем частоты и цифро-аналоговым поиском // Известия вузов. Радиоэлектроника. 1978. Т. XXI, № 3. С. 98.
7. Карякин В.Л., Другов М.И. Система частотно-фазовой автоподстройки // Электросвязь. 1981, № 9. С. 48.
8. Башмаков М.В., Захаров Д.Е., Казаков Л.Н. Анализ выходного сигнала цифрового синхронно-фазового демодулятора при наличии на входе гармонической помехи // Современные проблемы радиофизики и электроники. Ярославль: ЯрГУ, 1998. С. 118.
9. Казаков Л.Н., Башмаков М.В. Помехоустойчивость цифрового син-

хронно-фазового демодулятора с многоуровневым квадратурным преобразованием входного сигнала // Материалы 2-й международной конф. Цифровая обработка сигналов и ее применение. Москва, 21-24 сентября, 1999.

10. *Палей Д.Э., Казаков Л.Н.* Динамика дискретной системы второго порядка с несколькими нелинейностями // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1995, № 3. С. 61.

11. *Палей Д.Э.* Динамика цифровой системы фазовой синхронизации второго порядка с синусоидальной характеристикой детектора и ограничивающим фильтром // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1998. Т. 6, № 6. С. 29.

12. *Палей Д.Э.* Анализ режимов слежения дискретной СФС при периодическом по частоте воздействии // Тез. науч.-тех. конф. Проблемы синхронизации третьего тысячелетия. Ярославль, 26-28 июля, 2000.

13. *Казаков Л.Н., Палей Д.Э.* Анализ полосы захвата импульсной системы фазовой синхронизации второго порядка // Радиотехника и электроника. 1995. Т. 40, № 5. С. 823.

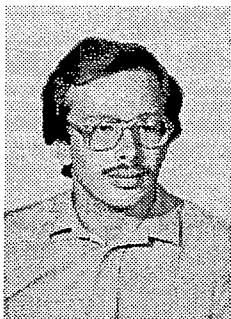
*Ярославский государственный  
университет*

*Поступила в редакцию 13.11.2003  
после доработки 30.03.2004*

## DYNAMIC BEHAVIOR OF NON-AUTONOMOUS DISCRETE PHASE SYSTEMS

*D.E. Paley*

The periodical movements of discrete phase lock systems with input signal are examined in this paper. The conditions and regions of existence of different periodical movements are considered. The structure of these regions in a parameter space is investigated for systems of first and second orders. The qualitative and numeral estimations of global tracking region are obtained for system with saw-tooth phase detector characteristic.



*Палей Дмитрий Эзрович* - родился в Гусеве Калининградской области (1967), окончил физический факультет Ярославского государственного университета им. П.Г. Демидова (1991). После окончания ЯрГУ работал на кафедре радиофизики, а затем на кафедре динамики электронных систем физического факультета. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук в МЭИ (Московский энергетический институт, 1998) в области исследования динамических свойств нелинейных дискретных систем синхронизации с несколькими нелинейностями. Опубликовал более 10 научных работ, посвященных изучению сложной динамики дискретных систем.

E-mail: [paley@yars.free.net](mailto:paley@yars.free.net).