

ВРЕМЕННОЙ ХАОС В АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СРЕДЕ КАК СЛЕДСТВИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ

*В.С. Анищенко, А.А. Акопов, Т.Е. Вадивасова,
Г.А. Окрокверцхов, В.В. Астахов*

Исследуется динамика неоднородной среды, описываемой одномерным уравнением Гинзбурга - Ландау с вещественными параметрами. Показано, что неоднородность среды служит причиной возникновения хаотических автоколебаний. Различными методами рассчитывается старший ляпуновский показатель. Установлено, что декремент экспоненциального затухания автокорреляционной функции колебаний вещественной амплитуды $A(t)$ во времени для фиксированной точки пространства на порядок меньше старшего ляпуновского показателя и определяется коэффициентом эффективной диффузии мгновенной фазы хаотического процесса $A(t)$. Хаотические автоколебания неоднородной среды в любой точке пространства оказываются близки по своим характеристикам к режиму спирального аттрактора в конечномерных системах.

Введение

Распределенные системы являются одним из интереснейших объектов изучения в теоретической физике. Этот интерес связан прежде всего с волновыми явлениями, включая турбулентность, которые могут возникнуть только в распределенной среде. В настоящее время имеется большое количество работ, посвященных исследованию турбулентности в различных средах и их математических моделях [1]. Обнаружены и исследованы различные типы турбулентного поведения: фазовая турбулентность, амплитудная турбулентность, пространственно-временная перемежаемость [2]. Исследованы статистические характеристики турбулентного состояния, в частности, показан экспоненциальный характер расщепления временных корреляций в режиме фазовой турбулентности [3].

В развитии неупорядоченного поведения среды во времени и пространстве может участвовать пространственная неоднородность (зависимость параметров среды от точки пространства). Неоднородность неизбежно присутствует в реальных распределенных системах и средах. Однако влияние неоднородности на динамику среды и ее роль в возникновении хаотического и турбулентного поведения на сегодняшний день исследованы недостаточно. В ряде работ исследовалось влияние пространственной неоднородности на поведение цепочек и

решеток локально-связанных автоколебательных систем [4-8]. Такие ансамбли в определенной степени могут быть применены для приближенного описания распределенных сред. В отсутствие взаимодействия каждый из осцилляторов имеет свою частоту автоколебаний. При сильной связи наблюдается полная синхронизация всего ансамбля. Если связь не достаточна для полной синхронизации, возникают частотные кластеры - группы осцилляторов, имеющих строго одинаковые или близкие средние частоты колебаний. Соответственно говорят об идеальных и неидеальных кластерах [7]. Из-за конечности числа элементов ансамбля, спектр колебаний осцилляторов как в режиме идеальных кластеров, так и в режиме неидеальных кластеров, включает конечный набор частот. С увеличением степени взаимодействия число спектральных компонент в результате синхронизации уменьшается. Частотная расстройка осцилляторов ансамбля не ведет непосредственно к нерегулярной динамике. В непрерывной неоднородной автоколебательной среде при определенном выборе параметров также возможно наблюдать эффект формирования частотных кластеров [9-11]. В отличие от ансамбля, состоящего из конечного (пусть и очень большого) числа осцилляторов, в непрерывной среде в режиме неидеальных кластеров средняя частота колебаний является непрерывной функцией пространственной координаты. Таким образом, в результате взаимодействия элементов среды колебания в каждой точке пространства должны обладать сплошным спектром. Как известно, сплошной спектр в отсутствие шума является характерной чертой динамического хаоса (то есть турбулентного режима в непрерывной среде) и должен соответствовать перемеживанию (расщеплению корреляций) и абсолютной экспоненциальной неустойчивости.

В настоящей работе установлен и исследован эффект возникновения хаотического поведения непрерывной среды во времени, связанный с пространственной неоднородностью.

1. Исследуемая модель среды

В работе рассматривается одномерная автоколебательная среда, задаваемая уравнением Гинзбурга - Ландау с вещественными параметрами и частотой колебаний, зависящей от пространственной координаты

$$a_t = i\omega(x)a + 1/2(1-|a|^2)a + ga_{xx}, \quad (1)$$

где $i = (-1)^{1/2}$; $a(x,t)$ - комплексная амплитуда колебаний; независимые переменные t и $x \in [0,1]$ есть соответственно время и нормированная пространственная координата; a_t - первая производная по времени; a_{xx} - вторая производная по пространственной координате. Коэффициент диффузии g полагался постоянным. Колебания в различных точках среды при $g \rightarrow 0$ имеют разные частоты, задаваемые функцией $\omega(x)$. Исследовался случай линейной зависимости частоты ω от пространственной координаты: $\omega(x) = x\Delta_{\max}$. Данную модель среды можно рассматривать как предельный случай неоднородной цепочки квазигармонических автогенераторов [7,8] при переходе к непрерывной пространственной координате. Аналогичная модель среды исследовалась в [9-11].

Разность значений параметра ω на границах среды фиксировалась постоянной: $\Delta_{\max} = 0.2$. Граничные условия задавались в виде: $a_x(x,t)|_{x=0,1} = 0$. Начальное состояние среды выбиралось случайным образом вблизи некоторого однородного распределения $a_0 = \text{const}$. Уравнение (1) численно интегрировалось методом конечных разностей по неявной схеме с использованием прямой и

обратной прогонки [12]. Вычислялись вещественная амплитуда $A(x,t)$ и фаза $\phi(x,t)$ колебаний

$$A(x,t) = |a(x,t)| = (\text{Re}a(x,t))^2 + (\text{Im}a(x,t))^2)^{1/2},$$

$$\phi(x,t) = \text{arg}a(x,t) = \text{arctg}(\text{Im}a(x,t)/\text{Re}a(x,t)) \pm \pi k, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Добавление величины $\pm \pi k$ обеспечивало непрерывность изменения фазы во времени. Средняя частота колебаний в точке среды с координатой x рассчитывалась по формуле

$$\Omega(x) = \langle \phi_t(x,t) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} (\phi(x,t_0+T) - \phi(x,t_0))/T. \quad (2)$$

Угловые скобки означают усреднение по времени.

2. Корреляционные и спектральные характеристики вещественной амплитуды колебаний $A(x,t)$ в режиме кластерной синхронизации

В отсутствие расстройки ($\Delta_{\max} = 0$) в среде, задаваемой уравнением (1), возможен только однородный автоколебательный режим: $a(x,t) = a(t)$. Введение частотной расстройки вызывает изменение средней частоты колебаний вдоль пространственной координаты x . При заданном значении Δ_{\max} в некоторой области значений коэффициента диффузии можно наблюдать формирование идеальных и неидеальных частотных кластеров (рис. 1).

В режиме неидеальных кластеров изменение амплитуды колебаний A во времени в любой фиксированной точке среды x является довольно сложным и внешне напоминает хаотический процесс. Примеры колебаний $A(x,t)$ в режиме неидеальных кластеров, изображенных на рис. 1, б, приведены на рис. 2 для двух точек среды: $x=0.5$ (центр кластера) и $x=0.64$ (середина межкластерной области). Идеальным кластерам соответствуют периодические во времени колебания. Говорить о пространственном порядке или беспорядке не имеет смысла, поскольку при выбранных параметрах g и Δ_{\max} система оказывается недостаточно «длинной». На длине системы укладывается всего 2-3 пространственных колебания. Соответственно нельзя говорить и о турбулентности, так как понятие турбулентности включает нерегулярное поведение среды как во времени, так и в пространстве. Однако с уменьшением параметра g в среде с неидеальными кластерами можно обнаружить пространственный беспорядок.

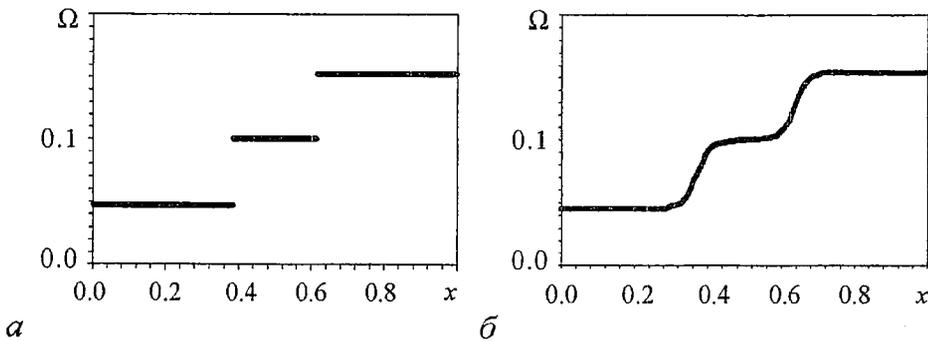


Рис. 1. Изменение средней частоты колебаний Ω вдоль среды в случае: а - идеальной кластерной структуры при $g=0.4 \cdot 10^{-3}$; б - неидеальной структуры при $g=0.34 \cdot 10^{-3}$. Вычисление проводилось на периоде $T=30000$ при времени установления $t_0=120000$ и шагах дискретизации $\Delta t=0.01$ и $\Delta x=0.001$ [11]

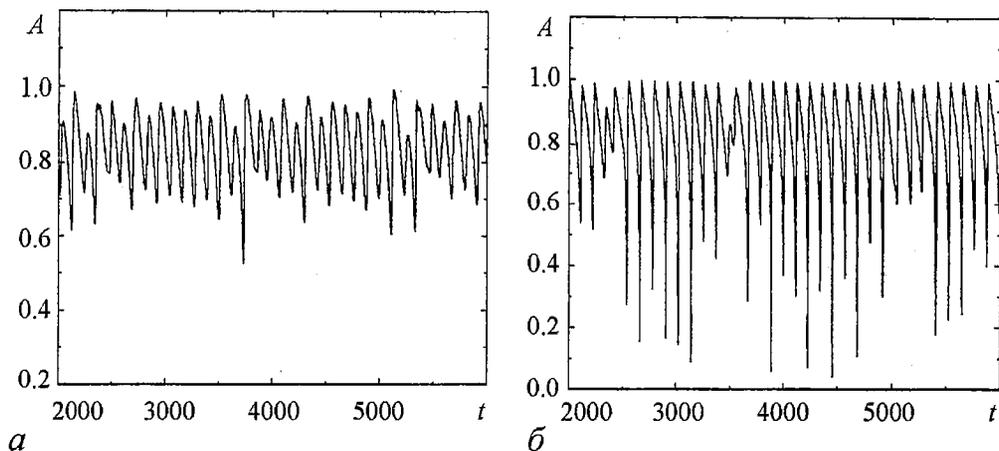


Рис. 2. Зависимость вещественной амплитуды от времени в режиме неидеальных кластеров при $g=0.34 \cdot 10^{-3}$ в двух фиксированных точках среды: а - $x=0.5$ (центр кластера); б - $x=0.64$ (середица межкластерной области)

В различных точках среды вычислялись временные автокорреляционные функции (АКФ) процесса $A(x,t)$. В предположении стационарности и эргодичности исследуемого процесса для расчета АКФ можно применить формулу

$$\psi_A(x,\tau) = \langle A(x,t)A(x,t+\tau) \rangle - \langle A(x,t) \rangle^2, \quad (3)$$

где скобки (...) означают усреднение по времени, $\langle A(x,t) \rangle$ не зависит от t . Мы рассматривали нормированную автокорреляционную функцию (коэффициент корреляции): $\Psi_A(x,\tau) = \psi_A(x,\tau) / \psi_A(x,0)$. Примеры рассчитанных АКФ приведены на рис. 3.

Расчеты показывают, что в режиме неидеальных кластеров АКФ амплитуды $A(x,t)$ в любой точке среды x убывают во времени, стремясь к нулю при $\tau \rightarrow \infty$ (рис. 3, а, б). Это означает наличие перемешивания. В середине кластера характер временной зависимости амплитуды A более простой по сравнению с процессом в межкластерной области. При этом в характере спада огибающей АКФ можно выделить два масштаба времени. При малых значениях τ (несколько периодов колебаний) наблюдается быстрый спад корреляций. На более длительных временах для огибающей АКФ достаточно хорошо применима экспоненциальная аппроксимация с заданным декрементом затухания α . Взаимная корреляционная функция значений вещественной амплитуды в двух точках среды x_1 и x_2 , представленная на рис. 4, рассчитывалась по формуле

$$\psi_A(x_1, x_2, \tau) = \langle A(x_1, t)A(x_2, t+\tau) \rangle - \langle A(x_1, t) \rangle \langle A(x_2, t) \rangle$$

и нормировалась: $\Psi_A(x_1, x_2, \tau) = \psi_A(x_1, x_2, \tau) / (\psi_A(x_1, 0)\psi_A(x_2, 0))^{1/2}$.

Наблюдаемая в численных экспериментах скорость перемешивания (скорость убывания временных корреляций) сравнительно невелика. Декременты затухания экспоненциальных аппроксимаций несколько меняются в зависимости от точки среды, принимая значения $\alpha = 0.15 \cdot 10^{-3} \dots 0.4 \cdot 10^{-3}$. Тем не менее, можно с уверенностью говорить о расщеплении временных корреляций в режиме неидеальных кластеров. В то же время, если кластерная структура является идеальной, то в среде протекают периодические во времени процессы и их корреляционные функции также являются периодическими (рис. 3, в).

Связь нерегулярной динамики с режимом неидеальных кластеров очевидна. В этом случае средняя частота колебаний $\Omega(x)$ является гладкой функцией пространственной координаты (см. рис. 1, б). Это означает, что в системе

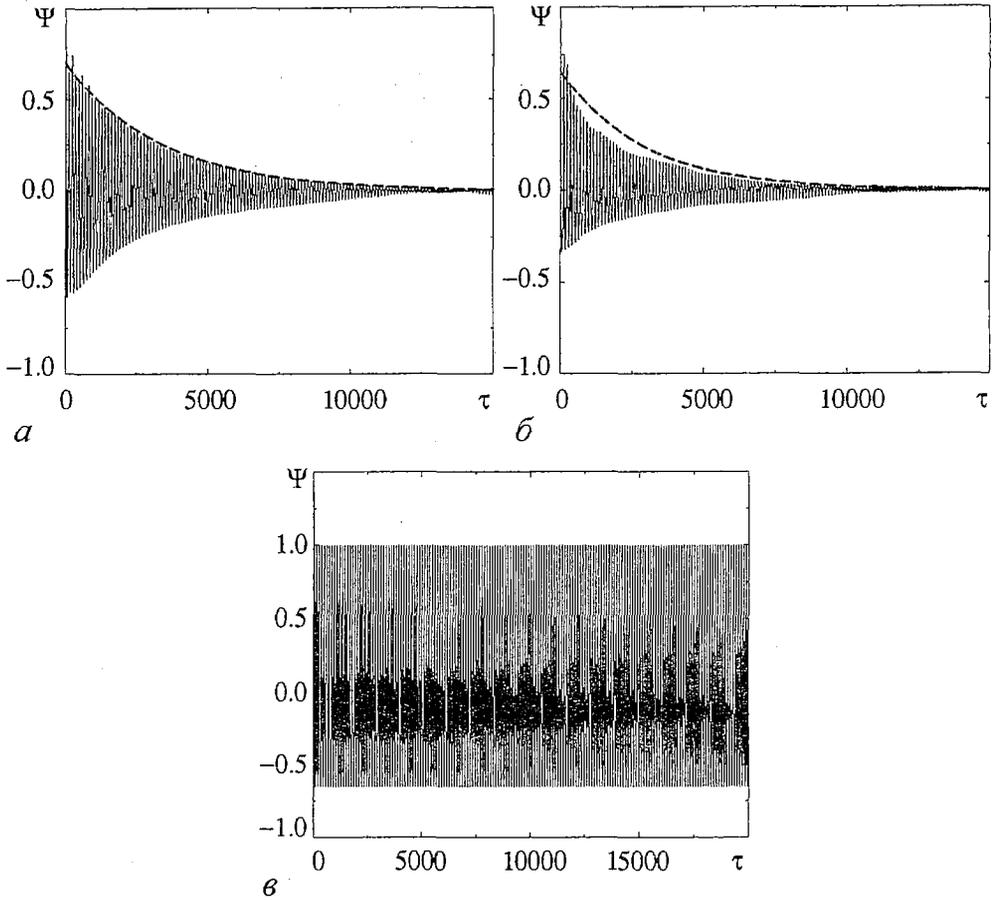


Рис. 3. Нормированные автокорреляционные функции процесса $A(x,t)$: *a* - в режиме неидеальных кластеров при $g=0.34 \cdot 10^{-3}$ в точке $x=0.5$ (центр кластера); *б* - в режиме неидеальных кластеров при $g=0.34 \cdot 10^{-3}$ в точке $x=0.64$ (середина межкластерной области); *в* - в режиме идеальных кластеров при $g=0.4 \cdot 10^{-3}$ в точке $x=0.5$ (центр кластера). Пунктирными линиями на графиках (*a*) и (*б*) даны экспоненциальные аппроксимации огибающих АКФ: $S \exp(-\alpha \tau)$, $\alpha = \text{const}$, $S = \text{const}$. Декременты экспоненциального убывания равны $\alpha_1=0.0003$ и $\alpha_2=0.00035$ в точках $x=0.5$ и $x=0.64$, соответственно

присутствует непрерывное множество частот в пределах некоторого интервала, определяемого расстройкой Δ_{max} и коэффициентом диффузии g . В силу взаимодействия элементов среды все эти частоты будут содержаться в спектре колебаний в любой точке среды. Таким образом, спектр колебаний в любой точке

среды будет сплошным. Напротив, если кластерная структура является регулярной, то средняя частота $\Omega(x)$ принимает конечное множество значений (рис. 1, *a*) и спектр в любой точке будет дискретным. В качестве

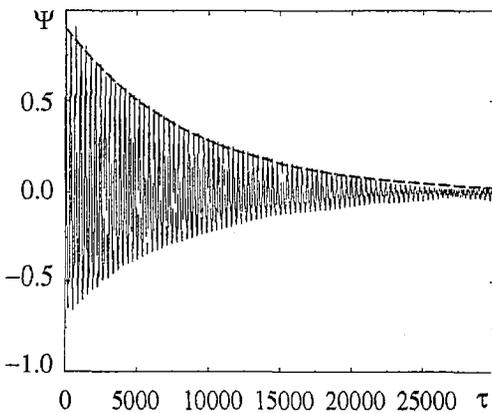


Рис. 4. Нормированная взаимная корреляционная функция процессов $A(x_1,t)$ и $A(x_2,t)$ в режиме неидеальных кластеров при $g=0.34 \cdot 10^{-3}$ для $x_1=0.5$ (центр кластера) и $x_2=0.64$ (середина межкластерной области). Пунктирная линия соответствует экспоненциальной аппроксимации огибающей корреляционной функции: $S \exp(-\alpha \tau)$ с декрементом затухания $\alpha=0.00015$

примера на рис. 5 приведены спектральные плотности мощности колебаний $A(x,t)$, соответствующие автокорреляционным функциям, изображенным на рис. 3.

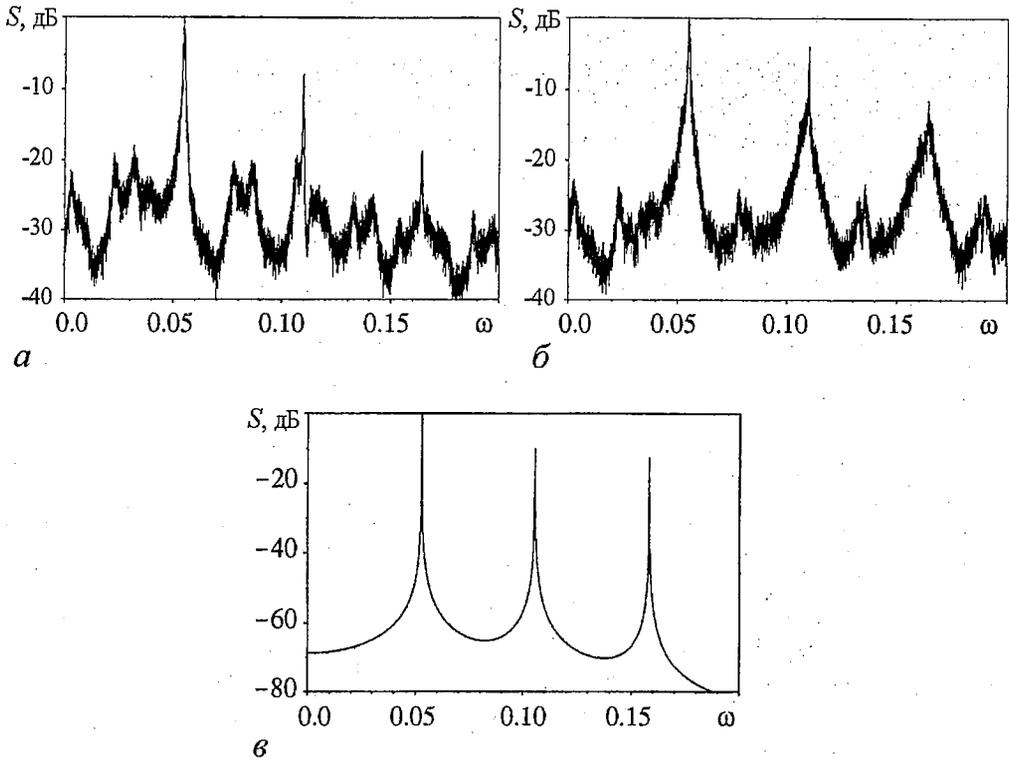


Рис. 5. Нормированные спектральные плотности мощности процесса $A(x,t)$: *a* - в режиме неидеальных кластеров при $g=0.34 \cdot 10^{-3}$ в точке $x=0.5$ (центр кластера); *б* - в режиме неидеальных кластеров при $g=0.34 \cdot 10^{-3}$ в точке $x=0.64$ (середина межкластерной области); *в* - в режиме идеальных кластеров при $g=0.4 \cdot 10^{-3}$ в точке $x=0.5$ (центр кластера)

3. Линейный анализ устойчивости колебаний в режимах идеальной и неидеальной кластерной синхронизации

Поскольку в исследуемой модели среды отсутствуют источники шума, то причиной перемешивания может быть только возникновение динамического хаоса, то есть абсолютной экспоненциальной неустойчивости колебаний среды. Для анализа устойчивости колебаний совместно с уравнением (1) интегрировалось линеаризованное уравнение для малого возмущения $u(x,t)$ комплексной амплитуды $a(x,t)$

$$u_t = i\omega(x)u + \frac{1}{2}(1-|a|^2)u - \frac{1}{2}a^2u^* + gu_{xx}, \quad (4)$$

где u^* - комплексно-сопряженная с u величина. Граничные условия для возмущения имеют вид $u_x(x,t)|_{x=0;1} = 0$. В каждый момент времени t рассматривалась евклидова норма возмущения $\|u(x,t)\|$, которая с учетом дискретизации пространственной координаты сводилась к сумме конечного числа слагаемых

$$\|u(x,t)\| = \left(\int_0^1 ((\text{Re}u(x,t))^2 + (\text{Im}u(x,t))^2) dx \right)^{1/2} \approx \quad (5)$$

$$\approx \left(\sum_{k=1}^m (\text{Re}u(x_k,t))^2 + (\text{Im}u(x_k,t))^2 \right)^{1/2},$$

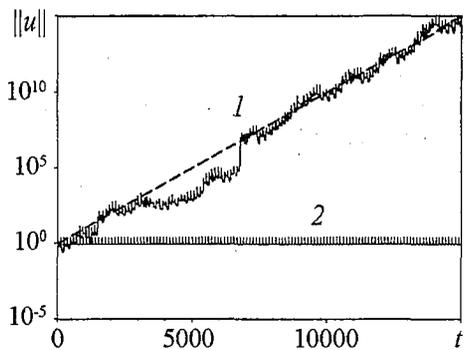


Рис. 6. Зависимость от времени нормы возмущения $\|u(x,t)\|$ колебаний среды (1) в режиме неидеальных частотных кластеров при $g=0.34 \cdot 10^{-3}$ (кривая 1) и в режиме идеальных частотных кластеров при $g=0.4 \cdot 10^{-3}$ (кривая 2). Значения $\|u(x,t)\|$ даны в логарифмическом масштабе. Пунктирная прямая соответствует экспоненте $\exp(0.0023t)$

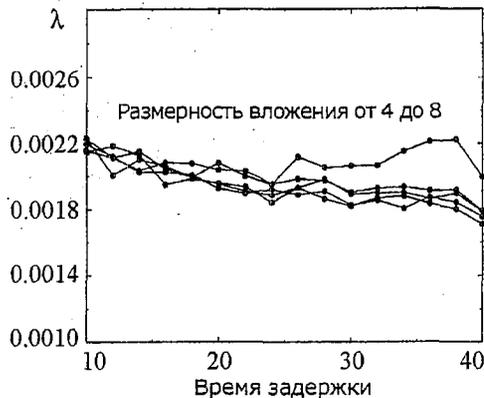


Рис. 7. Зависимость старшего ЛХП от времени задержки и от пространства вложения при $g=0.34 \cdot 10^{-3}$ (режим неидеальных кластеров), $x=0.5$ (центр кластера)

где m - число шагов интегрирования h_x на длине системы. Расчеты показали, что спадание АКФ в режиме неидеальных кластеров сопровождается, в среднем, экспоненциальным ростом нормы возмущения во времени (рис. 6). Показатель экспоненциального роста λ_{\max} , полученный при $g=0.34 \cdot 10^{-3}$, имел значение $\lambda_{\max} \approx 0.002$.

Следует отметить, что полученное значение λ_{\max} , хотя и мало, но на порядок превышает декремент спадания АКФ.

Для проверки наличия в среде экспоненциальной неустойчивости колебательного режима во времени был проведен расчет старшего ляпуновского показателя λ_{\max} по временному ряду данных с помощью алгоритма, предложенного в [13]. Расчеты дают положительное значение старшего ляпуновского показателя, слабо зависящее от параметров численной схемы (рис. 7). Результаты, соответствующие зависимостям $A(x,t)$ в различных точках среды, несколько различались, но их порядок сохранялся на уровне 10^{-3} . Так для точки $x_1=0.5$ при оптимальных параметрах численной схемы метод реконструкции давал значение $\lambda_{\max}=0.002 \pm 0.0002$, что очень хорошо согласуется со значением ляпуновского показателя, полученного при линейном анализе устойчивости колебаний.

Таким образом, мы можем с уверенностью говорить о том, что режим неидеальных частотных кластеров, возникающий в неоднородной среде, соответствует хаотическому поведению во времени.

4. Коэффициент эффективной диффузии мгновенной фазы процесса $A(t)$

Полученные двумя различными методами оценки старшего ляпуновского показателя хорошо согласуются между собой, но существенно (на порядок) отличаются от оценки декремента экспоненциального затухания корреляций в соответствующем режиме. В работах [14] было показано, что для широкого класса хаотических автоколебательных систем с сосредоточенными параметрами скорость расщепления корреляций на больших интервалах времени и ширина основной спектральной линии определяются коэффициентом эффективной диффузии мгновенной фазы хаотических колебаний. При этом, положительные

ляпуновские показатели (энтропия Колмогорова) определяют скорость перемешивания в трансверсальном сечении траекторий на аттракторе. Перемешивание в сечении происходит, как правило, значительно быстрее, чем перемешивание вдоль потока траекторий, связанное с динамикой мгновенной фазы. Возникает вопрос, не связана ли скорость перемешивания, возникающего в среде в результате неоднородности, также с диффузией мгновенной фазы процесса флуктуаций $y(x,t)=A(x,t)-\langle A(x,t) \rangle$. Для проверки этого предположения была исследована динамика мгновенной фазы, определяемой как

$$\Theta(x,t) = \arctg(y_h(x,t)/y(x,t)) \pm \pi k, \quad k = 0,1,2,\dots, \quad (6)$$

где $y_h(x,t)$ - сопряженный по Гильберту процесс

$$y_h(x,t) = 1/\pi \int_{-\infty}^{\infty} y(x,\tau)/(t-\tau) d\tau. \quad (7)$$

Рассматривается основное значение несобственного интеграла. Выбор целого k в (6) определяется условием непрерывности функции $\Theta(x,t)$.

На ансамбле отрезков достаточно длинной реализации $\Theta(x,t)$ производился расчет дисперсии $\sigma_{\Theta}^2(x,t) = \langle \Theta^2(x,t) \rangle - \langle \Theta(x,t) \rangle^2$ (здесь скобки $\langle \dots \rangle$ означают усреднение по ансамблю). График зависимости дисперсии мгновенной фазы от времени для точки $x=0.5$ приведен на рис. 8. На интервале $t \in [0, 10000]$ дисперсия растет во времени почти линейно. Оценка углового коэффициента роста по методу наименьших квадратов позволяет определить коэффициент эффективной диффузии фазы $\Theta(x,t)$

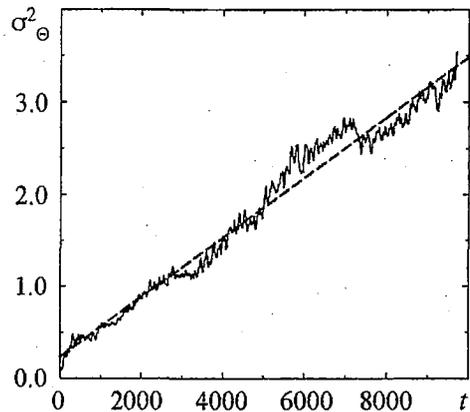


Рис. 8. Дисперсия мгновенной фазы, рассчитанная для режима неидеальных кластеров при $g=0.34 \cdot 10^{-3}$ в точке $x=0.5$ (центр кластера), $B_{\text{eff}} \approx 0.00016$. Пунктиром показана аппроксимирующая прямая

$$B_{\text{eff}} = 1/2 \langle d\sigma_{\Theta}^2(x,t)/dt \rangle. \quad (8)$$

Здесь скобки $\langle \dots \rangle$ означают усреднение «быстрых» осцилляций дисперсии во времени. В режиме неидеальных кластеров в точке $x=0.5$ было получено значение $B_{\text{eff}} \approx 0.00016$, совпадающее по порядку с декрементом спада соответствующей автокорреляционной функции (см. рис. 3).

Выводы

Проведенные численные исследования позволили установить ряд новых и на наш взгляд важных с фундаментальной точки зрения фактов.

- Развитие хаоса и турбулентности в непрерывной автоколебательной среде может быть обусловлено неоднородностью, приводящей к расстройке частот автоколебаний в различных точках среды.

- Автоколебания среды в режиме неидеальной частичной (кластерной) синхронизации обладают свойством перемешивания, то есть характеризуется расщеплением временных корреляций.

- Перемешивание связано с возникновением хаотического поведения элементов среды во времени, которое характеризуется экспоненциальным ростом малых возмущений.

• Скорость убывания корреляционных функций на больших временах не определяется непосредственно показателем экспоненциального роста возмущения, а связана с диффузией мгновенной фазы рассматриваемых нерегулярных колебаний. Это свидетельствует об общих закономерностях расщепления корреляций в конечномерных и распределенных хаотических системах.

В заключение мы хотим отметить, что настоящая скромная работа авторов посвящается памяти крупного ученого, нашего большого друга и учителя, профессора Юрия Львовича Климонтовича, который внес существенный вклад, в частности, и в изучение проблемы турбулентности.

Данная работа частично поддержана Программой «Фундаментальные исследования и высшее образование» (грант SR-006-XI), грантом РФФИ № 04-02-16283 и грантом Министерства Образования А04-2.9-527. Авторы благодарны Павлову А.Н., Стрелковой Г.И. и Четверикову А.П. за полезные советы и помощь в работе над статьей.

Библиографический список

1. Gollub J.P., Benson S.V. // Fluid J. Mech. 1980. Vol. 100. P. 449; Lesieur M. Turbulence in Fluids (Martinus-Nijhoff, Dordrecht, 1987); Sato Sh., Sano M., Sawada Y. // Phys. Rev. A. 1988. Vol. 37, № 5. P. 1679; Kida S., Yamada M., Ohkitani K. // Physica D. 1989. Vol. 37. P. 116; Bohr T., Jensen M.H., Paladin G., Vulpiani A. Dynamical Systems Approach to Turbulence (Cambridge University, New York, 1998); Aranson I.S., Kramer L. // Riev. Modern Phys. 2002. Vol. 74, P. 99.
2. Kuramoto Y., Chemical Oscillations, Waves and Turbulence (Springer Series in Synergetics, Springer, Berlin, 1984); Pomeau Y., Manneville P // J. Phys. Lett. 1979. Vol. 40. P. 609; Chaté H., Manneville P. // Phys. Rev. Lett. 1987. Vol. 58. P. 112; Couillet P., Gil L., Lega J. // Physica D. 1989. Vol. 37. P. 91; Chaté H. // Nonlinearity. 1994. Vol. 7. P. 185.
3. Manneville P., Chaté H. // Physica D. 1996. Vol. 96. P. 30.
4. Ermentrout G.B., Kopell N., Frequency plateaus in a chain of weakly coupled oscillators // SIAM J. Math. Ann. 1984. Vol. 15. P. 215.
5. Yamaguchi Y., Shimizu H. Theory of self-synchronization in the presence of native frequency distribution and external noises // Physica D. 1984. Vol. 11. P. 212.
6. Strogatz S.H., Mirollo R.E. // Physica D. 1988. Vol. 31. P. 143.
7. Osipov G.V., Sushchik M.M. Synchronized clusters and multistability in arrays of oscillators with different natural frequencies // Phys. Rev. E. 1998. Vol. 58, № 6. P. 7198.
8. Vadivasova T.E., Strelkova G.I., Anishchenko V.S. // Phys. Rev. E. 2001. Vol. 63. P. 036225.
9. Ermentrout G.B., Troy W.C. // SIAM J. Appl. Math. 1986. Vol. 46, № 3. P. 359.
10. Акопов А.А., Вадивасова Т.Е., Астахов В.В., Матюшкин Д.Д. Частичная синхронизация в неоднородной автоколебательной среде // Письма в ЖТФ. 2003. Т. 29, № 15. С. 29.
11. Акопов А.А., Вадивасова Т.Е., Астахов В.В., Матюшкин Д.Д. Кластерная синхронизация в неоднородной автоколебательной среде // Изв. вузов. ПНД. 2003. Т. 11, № 4-5. С. 64.
12. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. М: Наука, 1989.
13. Wolf A., Swift J.B., Swinney H.L., and Vastano J.A. // Physica D. 1985. Vol. 16. P. 285.
14. Anishchenko V.S., Vadivasova T.E., Kurths J., Okrokvertskhov G.A., Strelkova G.I. Physica A. 2003. Vol. 325. P. 199; Anishchenko V.S., Vadivasova T.E., Okrokvertskhov G.A., Strelkova G.I. // Phys. Rev. E. 2004. Vol. 69. P. 036215.

Саратовский государственный
университет

Поступила в редакцию 8.09.2004

CHAOS IN AUTOOSCILLATING MEDIUM DUE TO SPATIAL INHOMOGENEITY

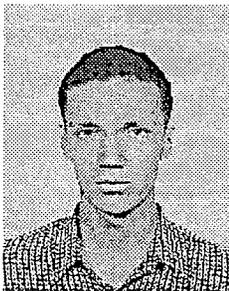
V.S. Anishchenko, A.A. Akopov, T.E. Vadivasova, G.A. Okrokvvertskhov, V.V. Astakhov

In the present paper we show that inhomogeneity of a self-sustained oscillating medium can be responsible for the appearance of a chaotic behavior. We compute the maximal Lyapunov exponent by using different calculation methods. It is established that for a fixed spatial point the autocorrelation function of the real amplitude $A(t)$ decays exponentially with the rate that is one order less than the maximal Lyapunov exponent and is defined by the effective phase diffusion coefficient of the chaotic process $A(t)$.



Анищенко Вадим Семенович - родился в 1943 году. Окончил физический факультет Саратовского университета (1966), защитил диссертацию на звание кандидата физико-математических наук (1970) и доктора физико-математических наук (1986). С 1988 года - заведующий кафедрой радиоп физики и нелинейной динамики СГУ. С 1979 и по настоящее время работает в области исследования нелинейной динамики и стохастических процессов в нелинейных системах. Является автором более 300 научных работ, среди которых 7 монографий на русском и английском языках и 4 учебника. Неоднократно читал лекции в ведущих вузах Германии в качестве приглашенного профессора. Член-корреспондент РАЕН, заслуженный деятель науки РФ (1995), Соросовский профессор, лауреат премии Фонда Александра Гумбольдта (1999).

E-mail: wadim@chaos.ssu.runnet.ru



Акопов Артем Александрович - родился в Сочи (1973), окончил физический факультет Саратовского университета (2000). В настоящее время учится в аспирантуре на кафедре радиоп физики и нелинейной динамики СГУ. Имеет 6 публикаций.

E-mail: artem@chaos.ssu.runnet.ru



Вадивасова Татьяна Евгеньевна - родилась в 1958 году. Окончила физический факультет Саратовского университета (1981), доктор физико-математических наук. В настоящее время - профессор кафедры радиоп физики и нелинейной динамики СГУ. Научные интересы сосредоточены в области нелинейной динамики: эффекты синхронизации в ансамблях хаотических осцилляторов, явление фазовой мультистабильности взаимод-действующих хаотических систем, свойства различных типов нерегулярных аттракторов, статистические характеристики динамического хаоса, роль флуктуаций в нелинейных системах и др. Автор более 60 публикаций в отечественной и зарубежной печати, включая 3 монографии.

E-mail: tanya@chaos.ssu.runnet.ru



Окрокверцов Георгий Александрович родился в Саратове (1980). В 2001 году окончил физический факультет Саратовского государственного университета по специальности биофизика. В настоящее время является аспирантом кафедры радиофизики и нелинейной динамики. Область научных интересов - статистическая радиофизика, статистические свойства хаотических аттракторов, хаотические колебания в распределенных системах. Имеет 10 публикаций.

E-mail: george@chaos.ssu.runnet.ru



Астахов Владимир Владимирович окончил Саратовский государственный университет (1980). Защитил кандидатскую (1983) и докторскую диссертацию (1999). Профессор кафедры радиофизики и нелинейной динамики СГУ. Область научных интересов - теория колебаний и динамический хаос, синхронизация и управление хаосом. Имеет более 80 публикаций в отечественных и зарубежных изданиях.

E-mail: astakhov@chaos.ssu.runnet.ru