

ДИНАМИЧЕСКИЙ ХАОС И МАКРОСКОПИЧЕСКИЕ КВАНТОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ В ДЛИННЫХ ДЖОЗЕФСОНОВСКИХ ПЕРЕХОДАХ

К.Н. Югай, Н.В. Блинов, И.В. Широков

Показано, что в асимптотических стационарных состояниях квантовое число, характеризующее магнитный поток в длинном джозефсоновском переходе, является целым. В нестационарных состояниях квантовое число принимает как целые, так и полуцелые значения. В состояниях динамического хаоса переходы между состояниями и время пребывания в каком-либо состоянии носят нерегулярный характер.

Введение

Джозефсоновский переход представляет собой систему, состоящую из двух сверхпроводников, разделенных между собой тонким слоем изолятора (SIS) или нормального металла (SNS). Толщина изолирующего слоя должна быть такой, чтобы имела место фазовая когерентность этих сверхпроводников, которая обеспечивается при выполнении условия, что толщина слоя, например, изолятора не превышает длины когерентности сверхпроводника. Переходы типа SIS или SNS называются туннельными; впервые они были рассмотрены в 1962 году Джозефсоном, который показал, что через переход, несмотря на наличие изолирующего слоя, может протекать ток интенсивностью $I_s = I_c \sin \varphi$, где φ - разность фаз волновой функции сверхпроводящего конденсата на переходе, I_c - критическое значение тока, и что при $I > I_c$ переход излучает электромагнитные волны СВЧ-диапазона. Эти эффекты, названные эффектами Джозефсона, были подтверждены экспериментально. На основе джозефсоновских переходов созданы квантовые интерферометры - сквиды (Superconducting Quantum Interference Device - SQUID), являющиеся датчиками сверхслабых магнитных полей.

Джозефсоновские переходы вызывают устойчивый интерес с момента их открытия. Кроме огромного практического значения, они обладают рядом замечательных свойств, среди которых в настоящее время на первый план выдвинулись их нелинейные свойства. Оказалось, что джозефсоновский переход служит прекрасным объектом, на котором можно изучать разнообразные нелинейные свойства, например, динамический хаос, причем не только теоретически, но и экспериментально.

Джозефсоновские переходы с длиной, большей джозефсоновской глубины проникновения магнитного поля в переход, называются длинными. Длинные джозефсоновские переходы (ДДП) являются наиболее простыми для описания, но, кроме того, практические туннельные переходы и являются чаще всего таковыми.

Динамический хаос в ДДП представляет большой интерес еще и потому, что он может служить источником динамического шума в построенных на основе ДДП устройствах, в частности, в сквидах, и тем самым ограничивать чувствительность этих устройств. Кроме того, динамический хаос в ДДП является интереснейшим физическим явлением, возникающим в нелинейной системе в отсутствие случайной внешней силы [2-6]. Несмотря на относительную простоту рассматриваемой системы (см., например, [7,8]), ДДП, как показывают исследования, проявляет новые неожиданные свойства по мере углубления наших знаний о нем.

В предыдущих работах [3-6] нами было показано, что среди множества решений граничной задачи Феррелла-Прейнджа, описывающей стационарные состояния ДДП во внешнем магнитном поле в отсутствие тока смещения, имеются устойчивые и неустойчивые стационарные состояния, причем устойчивыми оказались только мейснеровские и флюксонные состояния. При наличии же тока смещения стационарные состояния существуют только в определенной области параметров задачи: внешнего магнитного поля H_0 , тока смещения β , длины перехода L . Достаточно очевидно, что при больших токах смещения β уравнение Феррелла-Прейнджа не будет иметь решений. Поэтому возникает вопрос, при каких значениях β стационарные состояния ДДП исчезают или как в плоскости параметров (β, H_0) будет выглядеть граница, разделяющая эту плоскость на области, в которых стационарные состояния существуют по одну сторону от этой границы и не существуют по другую? Поскольку эта граница является линией, на которой меняется характер решений уравнения Феррелла-Прейнджа, будем далее называть ее бифуркационной кривой. Так как число решений уравнения Феррелла-Прейнджа изменяется при варьировании параметров H_0 , β , возникает другой вопрос: каков вид бифуркационных кривых на плоскости (β, H_0) , разделяющих плоскость параметров на области с различным числом стационарных решений уравнения Феррелла-Прейнджа? Каковы свойства нестационарных состояний вблизи бифуркационной границы, отделяющей область, где нет стационарных решений, от всей остальной области, с точки зрения хаоса?

В настоящей работе сделана попытка более подробно исследовать эти устойчивые и неустойчивые решения и проанализировать проблему с точки зрения квантования магнитного потока. Устойчивые состояния, в которых внешнее магнитное поле проникает в переход только на характерное расстояние λ_J - джозефсоновскую глубину проникновения, то есть быстро спадает вглубь перехода, называются мейснеровскими. Мейснеровские состояния характерны для слабых внешних магнитных полей, меньших критического динамического поля H_{dc} , однако они появляются и при больших, чем H_{dc} , полях [5]. Магнитный поток мейснеровского состояния равен нулю. В флюксонных состояниях магнитное поле проникает в переход в виде джозефсоновских вихрей (флюксон, солитон). Направление магнитного поля в вихре совпадает с направлением внешнего поля. Магнитный поток каждого флюксона и антифлюксона равен одному кванту магнитного потока. В антифлюксоне направление магнитного поля противоположно направлению внешнего поля. Показано, что стационарные состояния существуют только с нулевым, целым и полуцелым числом квантов магнитного потока. Состояния с полуцелым числом квантов магнитного потока всегда являются неустойчивыми. Среди состояний с целым числом квантов потока флюксонные состояния являются устойчивыми, а антифлюксонные - неустойчивыми. Среди состояний с нулевым числом квантов потока устойчивыми могут быть только мейснеровские состояния. Сформулирована теорема, которая позволит определять устойчивые и неустойчивые состояния по признаку квантования магнитного потока. Показано также, что в нерегулярных,

хаотических состояниях число квантов потока является нерегулярной функцией времени.

Разрешенные состояния

В общем случае ДДП описывается нестационарным уравнением синус-Гордона [7]

$$\varphi_{tt}(x,t) + 2\gamma\varphi_t(x,t) - \varphi_{xx}(x,t) = -\sin\varphi(x,t) + \beta. \quad (1)$$

Здесь $\varphi(x,t)$ - разность фаз волновой функции сверхпроводящего конденсата на переходе; β - плотность тока смещения, нормированная на критическую плотность тока перехода j_c ; x - расстояние вдоль перехода, отсчитываемое от левого края перехода и нормированное на джозефсоновскую глубину проникновения

$$\lambda_J = [C\Phi_0/(8\pi^2 j_c d)]^{1/2};$$

Φ_0 - квант магнитного потока; $d=2\lambda_L+b$, λ_L - лондоновская глубина проникновения; b - толщина диэлектрического барьера; t - время, нормированное на обратную джозефсоновскую частоту ω_J

$$\omega_J = [2\pi c j_c / (C\Phi_0)]^{1/2};$$

C - емкость перехода на единицу площади; $\gamma = \Phi_0\omega_J/4\pi c R j_c$ - коэффициент диссипации на единицу площади перехода, R - сопротивление перехода на единицу площади. В уравнении (1) и далее нижние индексы у функции φ обозначают соответствующие производные, например, $\varphi_{tt} \equiv \partial^2\varphi/\partial t^2$. Уравнение (1) должно быть дополнено граничным условием в виде

$$\varphi_x(x,t)|_{x=0} \equiv H(0,t) = \varphi_x(x,t)|_{x=L} \equiv H(L,t) = H_0[1 - a \exp(-t/2t_0) \cos 0.5t], \quad (2)$$

где L - длина перехода, нормированная на λ_J ; H_0 - внешнее магнитное поле, перпендикулярное переходу и нормированное на величину $\Phi_0/(2\pi\lambda_J d)$; a и t_0 - некоторые параметры, характеризующие возмущение на границе ДДП. В качестве начальных условий использовались $\varphi(t)=0$ и $\varphi_t(t)=0$. Прежде всего исследуем стационарные состояния ДДП с помощью численного интегрирования уравнения Феррелла-Прейнджа, являющегося стационарным вариантом уравнения синус-Гордона

$$\varphi_{xx}(x) = \sin\varphi(x) - \beta, \quad (3)$$

с граничным условием

$$\varphi_x(x)|_{x=0} = \varphi_x(x)|_{x=L} = H_0. \quad (4)$$

Численное интегрирование уравнения (3)-(4) позволило установить на плоскости параметров (β, H_0) области с определенным числом решений [5]. Границы между областями - бифуркационные кривые - характеризуют существенную перестройку системы. Решения граничной задачи (3) - (4) при заданных параметрах β , H_0 и L будем называть разрешенными состояниями. Их число изменяется при изменении этих параметров, а именно, при росте H_0 и L число разрешенных состояний увеличивается, а при росте β - уменьшается вплоть до нуля. Расчеты показали, что при заданном наборе параметров β , H_0 и L часть разрешенных состояний устойчивы, а остальные неустойчивы. Неустойчивость состояний определялась следующим образом: нестационарное уравнение синус-Гордона линеаризовалось в окрестности стационарного решения: $\varphi(x,t) = \varphi(x) + \theta(x,t)$, где $\theta(x,t)$ - малое возмущение. Уравнение для $\theta(x,t)$ - линеаризованное уравнение синус-Гордона (1),

решается затем с помощью разложения этой функции по полной системе собственных функций оператора Шредингера с потенциалом $\cos[\varphi(x)]$

$$\theta(x,t) = \sum_n \exp(\lambda_n t) u_n(x), \quad (5)$$

где $u_n(x)$ - собственные функции оператора Шредингера:

$$-u_{xx}(x) + u(x)\cos\varphi(x) = Eu(x), \quad (6)$$

$$u_x(x)|_{x=0} = u_x(x)|_{x=L} = 0.$$

Тогда

$$\lambda_n = -\gamma \pm (\gamma^2 - E_n)^{1/2}, \quad (7)$$

где γ - коэффициент диссипации в уравнении синус-Гордона. При $\lambda_n < 0$ решение $\varphi(x)$ - устойчиво, а при $\lambda_n > 0$ - неустойчиво. Неустойчивые состояния распадаются и, как показали расчеты, переходят в одно из устойчивых состояний - мейснеровское или какое-либо флюксонное состояние [5, 6]. На рис. 1 представлена схема переходов между состояниями при $H_0=1,9$; $\beta=0$; $L=10$. Здесь устойчивое состояние 6 - мейснеровское, 8 - однофлюксонное, 10 - двухфлюксонное, 12 - трехфлюксонное. Взаимное расположение горизонтальных черточек на рисунке соответствует значениям термодинамического потенциала Гиббса, вычисленного по формуле

$$G = \int_0^L dx [1/2\varphi_x^2(x) + 1 - \cos\varphi(x) - \beta\varphi(x) - H_0\varphi_x(x)]. \quad (8)$$

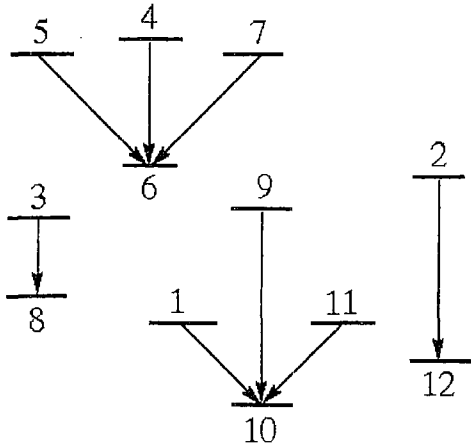


Рис. 1. Схема переходов между состояниями

Здесь G - термодинамический потенциал Гиббса на единицу длины перехода вдоль внешнего магнитного поля, нормированный на величину $\Phi_0/(16\pi^3\lambda_j d)$. Уравнение Феррелла-Прейнджа является экстремалью функционала (8). Исследование второй вариации G показывает, что все экстремумы этого функционала удовлетворяют необходимым и достаточным условиям сильного минимума [9]. Таким образом, все решения уравнения (3)-(4) (и устойчивые и неустойчивые) соответствуют минимумам термодинамического потенциала Гиббса, один из которых является глобальным, остальные - локальными. Иными словами, в стационарных условиях термодинамический потенциал Гиббса принимает дискретные, квантованные значения, соответствующие его локальным или глобальным минимумам. Все эти минимумы соответствуют разрешенным состояниям. Не все из локальных минимумов оказываются равноправными, часть из них оказываются устойчивыми, часть - неустойчивыми.

Квантование потока в стационарных состояниях

Для бесконечно длинного перехода однофлюксонное решение обладает значениями: $\varphi(x)|_{x \rightarrow -\infty} = 0$, $\varphi(x)|_{x \rightarrow +\infty} = 2\pi$, полный магнитный поток

$$\Phi = 1/(2\pi) \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_x(x) dx = 1/(2\pi) [\varphi(\infty) - \varphi(-\infty)] = 1. \quad (9)$$

Здесь магнитный поток Φ нормирован на квант потока Φ_0 . В случае n -флюксонных состояний $\Phi = n$ (см., например, [5]). В случае переходов конечной длины ситуация существенным образом меняется. В работе [6] нами было показано, что полный магнитный поток

$$\Phi = 1/(2\pi) [\varphi(L) - \varphi(0)]$$

не равен единице для однофлюксонного состояния. Однако в случае переходов конечной длины на краях перехода всегда текут экранирующие токи и поток флюксона должен рассчитываться иным образом. Сформулируем теорему, позволяющую учесть эффекты на границах перехода конечной длины.

Теорема. Если функция $\varphi(x)$ является решением стационарной граничной задачи синус-Гордона (3)-(4), то магнитный поток

$$\Phi = 1/(2\pi) \int_{x_1}^{x_2} \varphi_x(x) dx = 1/(2\pi) [\varphi(x_2) - \varphi(x_1)] \equiv \Phi_n, \quad (10)$$

где $\Phi_n = n$ ($n=0,1,2,\dots$) - для мейснеровских и квазимейснеровских состояний $n=0$, для флюксонных и антифлюксонных - $n > 0$, $\Phi_n = n + 1/2 \pm \arcsin \beta$ ($n=0,1,2,\dots$) - для всех остальных состояний, а x_1 и x_2 - ближайшие соответственно левому и правому краям перехода точки, в которых $j(x_1) = \varphi_{xx}(x_1) = j(x_2) = \varphi_{xx}(x_2) = 0$.

Доказательство. Действительно, из определения точек x_1 и x_2 следует $j(x) = \varphi_{xx} = \sin \varphi - \beta = 0$. Отсюда имеем $\varphi_1(x) = 2\pi n + \arcsin \beta$ или $\varphi_2(x) = (2n+1)\pi - \arcsin \beta$, где $n = 0,1,2,\dots$ (Числа $n \geq 0$, так как происходит набег фазы φ от точки x_1 до точки x_2). Функции $\varphi(x_1)$ и $\varphi(x_2)$ принимают вид или $\varphi_1(x)$, или $\varphi_2(x)$, причем $n_2 > n_1$ (n_2 - числа n в точке x_2 , а n_1 - в точке x_1). Подставляя в (3) различные комбинации функций φ_1 и φ_2 , получим $\Phi_n = n$ ($n=0,1,2,\dots$) и $\Phi_n = n + 1/2 \pm \arcsin \beta$ ($n=0,1,2,\dots$). Поток $\Phi_n = 0$ соответствует мейснеровским и квазимейснеровским состояниям, $\Phi_n = n$ ($n > 0$) - флюксонным и антифлюксонным состояниям (названия состояний с $n=0$ и с $n > 0$ - по определению), а $\Phi_n = n + 1/2 \pm \arcsin \beta$ ($n=0,1,2,\dots$) - всем остальным состояниям.

Заметим, что флюксонные и антифлюксонные состояния можно отличить друг от друга по следующему признаку: в точках x_1 и x_2 для флюксонных состояний $j_x > 0$, для антифлюксонных - $j_x < 0$. Это означает, что поле флюксона совпадает с внешним полем, поле антифлюксона противоположно внешнему полю. Кроме того, флюксонные состояния устойчивы, а антифлюксонные - нет. Что касается мейснеровских и квазимейснеровских состояний, то их различить можно по признаку устойчивости: мейснеровские состояния устойчивы, а квазимейснеровские - нет.

Таким образом, асимптотические стационарные состояния ДДП характеризуются значениями магнитного потока $\Phi_n = n$ ($n=0,1,2,\dots$), то есть поток определяется целыми квантовыми числами n . Разрешенные состояния с значениями потока $\Phi_n = n + 1/2 \pm \arcsin \beta$ ($n=0,1,2,\dots$) распадаются и в асимптотических стационарных состояниях их нет. Однако обратим внимание на то, что устойчивые стационарные состояния двукратно вырождены. Это вырождение снимается в состояниях с полуцелым значением квантового числа. Асимптотические состояния находились с помощью решения нестационарного уравнения синус-Гордона (1)-(2).

На рис. 2 представлены асимптотические стационарные состояния для $\gamma = 0.26$ и $L = 10$.

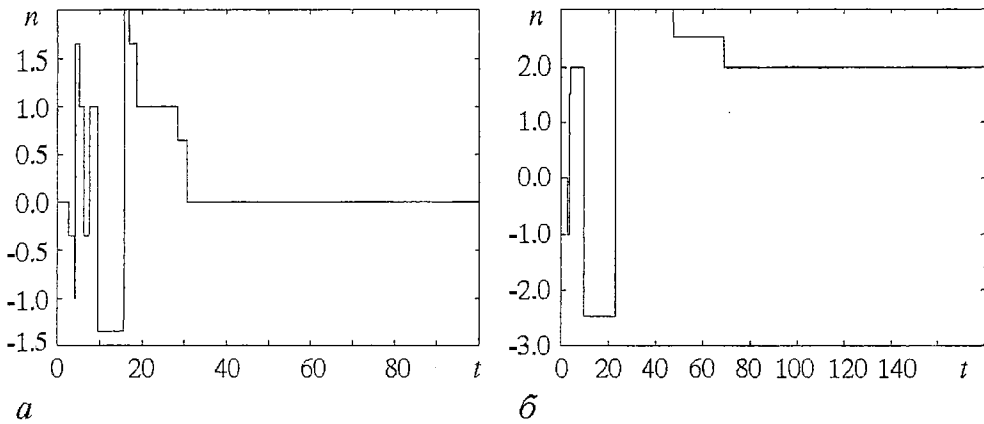


Рис. 2. Асимптотические стационарные состояния: а - мейснеровское при $\beta=0.45, H_0=1.256, a=3.0$; б - двухфлюксонное при $\beta=0.08, H_0=2.0, a=2.0$

Динамический хаос и квантование магнитного потока

Перейдем к рассмотрению нестационарных состояний. Как отмечалось выше, при увеличении тока смещения β число стационарных состояний уменьшается. Расчеты показывают, что при этом увеличивается число нестационарных состояний. В общем случае, как было показано в [4], в ДДП возникает три кластера состояний - стационарный, регулярный и хаотический. В настоящем разделе рассмотрим нестационарные состояния - регулярные и хаотические - с точки зрения квантования потока.

В ДДП конечной длины как в стационарных, так и в нестационарных режимах на краях перехода текут экранирующие токи и необходимо определить точки x_1 и x_2 - ближайшие, соответственно, левому и правому краям перехода точки, в которых токи равны нулю. В данном случае, однако, x_1 и x_2 будут функциями времени: $x_1=x_1(t)$ и $x_2=x_2(t)$, и условиями нахождения этих точек будет равенство нулю в них полного тока - тока сверхпроводимости и квазичастичного, то есть $j(x_1, t)=j(x_2, t)=0$, где $j(x, t)=\varphi_{xx}(x, t)+2\gamma\varphi_x(x, t)-\varphi_{xx}(x, t)$. Таким образом, для случая нестационарных состояний может быть сформулирована следующая теорема.

Теорема. Если функция $\varphi(x, t)$ является решением нестационарной граничной задачи синус-Гордона (1)-(2), то поток

$$\Phi(t) = 1/(2\pi) \int_{x_1(t)}^{x_2(t)} \varphi_x(x, t) dx = 1/(2\pi) [\varphi(x_2, t) - \varphi(x_1, t)] \equiv \Phi_n(t), \quad (11)$$

где $\Phi_n(t) = n(t)$ ($n=0,1,2,\dots$) - для мейснеровских и квазимейснеровских состояний $n=0$, для флюксонных и антифлюксонных - $n \neq 0$, $\Phi_n(t)=n(t)+1/2 \pm \arcsin \beta$ ($n=0,1,2,\dots$) - для всех остальных состояний, а x_1 и x_2 - ближайшие, соответственно, левому и правому краям перехода точки, в которых $j(x_1, t)=j(x_2, t)=0$.

Доказательство этой теоремы не приводится, так как оно аналогично доказательству соответствующей теоремы для стационарного случая, рассмотренного в предыдущем разделе.

Здесь n является функцией времени в том смысле, что в разные моменты времени n принимает разные значения. В отличие от стационарных состояний

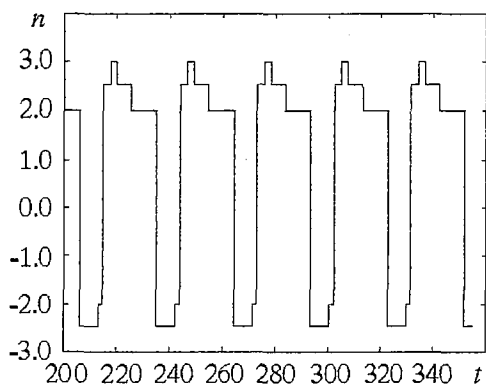


Рис. 3. Зависимость магнитного потока от времени в регулярном режиме при $\gamma=0.1$, $\beta=0.125$, $H_0=1.917$, $L=10$ и $a=1.4$

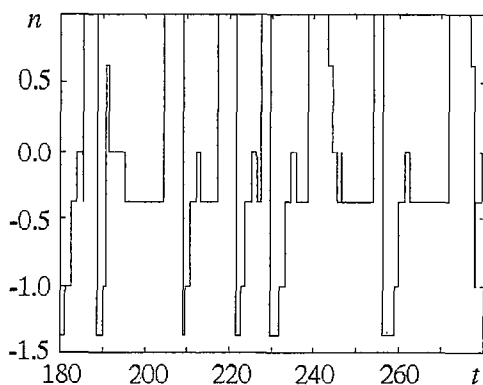


Рис. 4. Зависимость магнитного потока от времени в хаотическом режиме при $\gamma=0.12$, $\beta=0.38$, $H_0=1.41$, $L=6$ и $a=0.0$

магнитный поток $\Phi(t)$ принимает различные значения из всего ряда $\Phi_n(t) = n(t)$ и $\Phi_n(t) = n(t)+1/2 \pm \arcsin\beta$ ($n=0,1,2,\dots$), пребывая в каждом из них какое-то определенное время. При заданных параметрах поток $\Phi(t)$ изменяется во времени скачкообразно. Кроме того, сами точки x_1 и x_2 перемещаются с течением времени и характер перемещения в регулярных и хаотических состояниях оказывается различным.

На рис. 3 представлена зависимость магнитного потока от времени в регулярном режиме. В работе [4] отмечалось, что начальное состояние существенным образом влияет на асимптотическое состояние ДДП с диссипацией. Расчеты показывают, что при $a=0.0 \div 1.35$; $2.64 \div 3.90$ и т.д. реализуется регулярное состояние с максимальным числом $n=2$, а при $a=1.36 \div 2.63$; $3.91 \div 5.21$ и т.д. - состояние, изображенное на рис. 3 и т.д. Таким образом, этот параметр существенно влияет на эволюцию распределения магнитного потока. Но общим является то, что поток в данный момент времени может характеризоваться как целыми, так и полуцелыми квантами магнитного потока. Причем реализуются состояния со значениями потока $\Phi_n(t) = n(t)$ и $\Phi_n(t) = n(t)+1/2 \pm \arcsin\beta$ ($n=0,1,2,\dots$). Из рисунка видно, что система в нестационарном режиме пробегает состояния и устойчивые, и неустойчивые в стационарном режиме. Переходы между состояниями происходят скачкообразно. На рис. 2 и 3 учтено, что во флюксоне магнитное поле совпадает с внешним полем, а в антифлюксоне - противоположно (в точках x_1 и x_2 для флюксонных состояний $j_x > 0$, а для антифлюксонных - $j_x < 0$). Время пребывания в любом состоянии в регулярном режиме изменяется регулярно.

На рис. 4 представлена зависимость магнитного потока от времени в хаотическом режиме. Как видно, значение магнитного потока также изменяется скачкообразно, однако смена состояний происходит нерегулярно, время пребывания в каком-либо состоянии изменяется хаотически. Видно также, что реализуются состояния со

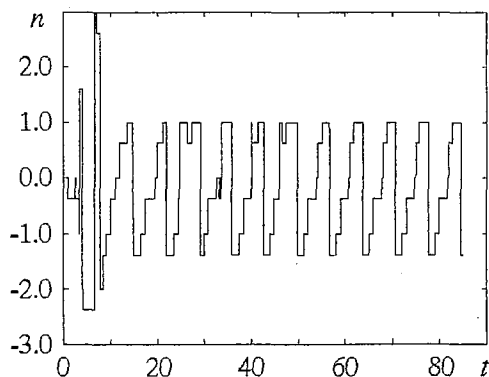


Рис. 5. Зависимость магнитного потока от времени в неустойчивом режиме при $\gamma=0.12$, $\beta=0.38$, $H_0=1.41$, $L=6$ и $a=4.2$

целым, так и с полуцелым значением кванта магнитного потока. В диапазоне значений $a=0.0\div 3.62$ реализуется хаотический режим, который сменяется регулярным режимом при $a=3.63\div 7.58$, вновь сменяющийся хаотическим при $a=7.59\div 13.51$ и т.д. Отметим, что характер состояния - регулярный или хаотический - устанавливался с помощью расчета показателя Ляпунова.

Такое же нерегулярное поведение магнитного потока имеет место и в начальный период времени, в неустановившемся режиме, при переходе к стационарному (см. рис. 2) и к регулярному режиму (рис. 5).

Заключение

Расчеты, проведенные нами, показали, что макроскопическое квантование магнитного потока в ДДП в стационарных и динамических режимах существенно различается. В стационарных режимах квантовое число, определяющее магнитный поток, принимает только целые значения. В динамических режимах кроме целых вступают в игру и полуцелые числа, точнее, $n(t)+1/2\pm\arcsin\beta$. В состояниях динамического хаоса переходы между ними и время пребывания в каждом из них имеют нерегулярный характер, тогда как в регулярных режимах - регулярный.

Пока трудно сказать, является ли обнаруженное свойство квантования динамических нелинейных систем в хаотических и регулярных состояниях общим для макроскопических квантовых систем или нет. Однако удивительно, что, например, целые и полуцелые квантовые числа рассматриваемой системы поддаются такой простой и понятной интерпретации. Что касается хаоса в системе, то, очевидно, мы имеем здесь дело с квантовым хаосом, но описываемым в терминах классической нелинейной динамики. На возможность такого описания квантового хаоса было указано в [10]. Мы надеемся подробнее исследовать этот вопрос применительно к хаосу в ДДП в следующей работе.

Работа поддержана грантом «Университеты России - фундаментальные исследования» № 990032.

Библиографический список

1. Josephson B.D. Possible new effects in superconductive tunneling // Phys.Lett. 1962. Vol.1. P. 251.
2. Yeh W.J., Symko O.G., Zheng D.J. Chaos in Josephson junctions without external rf driving force // Phys. Rev. B. 1990. Vol. 42, № 7. P. 4080.
3. Yugay K.N., Blinov N.V., Shirokov I.V. Asymptotic states in long Josephson junctions in an external magnetic field // Phys. Rev. B. 1994. Vol. 49, № 17. P. 12036.
4. Yugay K.N., Blinov N.V., Shirokov I.V. Effect of memory and dynamical chaos in long Josephson junctions // Phys. Rev. B. 1995. Vol. 51, № 18. P. 12737.
5. Yugay K.N., Blinov N.V., Shirokov I.V. Bifurcations and a chaos strip of long Josephson junctions // Low Temp. Phys. 1999. Vol. 25, № 7. P. 530.
6. Yugay K.N., Blinov N.V., Shirokov I.V. Flux quantization in stationary and nonstationary states in long Josephson junctions // Low Temp. Phys. 2000. Vol. 26, № 11. P. 1067.
7. Barone A., Paterno G. Physics and applications of the Josephson effect. Wiley-Interscience, New York, 1982.
8. Лухарев К.К. Введение в динамику джозефсоновских переходов. М.: Наука, 1985.
9. Коша А. Вариационное исчисление. М.: ВШ, 1983.

10. *Yugay K.N., Tvorogov S.D.* Strange attractor and the probabilities of transitions of an anharmonic oscillator in an external time-dependent field// Proc. SPIE. 1998. Vol. 3485. P. 560.

*Омский государственный
университет*

*Поступила в редакцию 7.02.01
после доработки 29.03.01*

DYNAMICAL CHAOS AND MACROSCOPIC QUANTUM PHENOMENA IN LONG JOSEPHSON JUNCTIONS

K.N.Yugay, N.V.Blinov, I.V.Shirokov

It is shown, that the quantum number characterizing the flux in asymptotic stationary states of a long Josephson junction is integer. The quantum number is both integer and half-integer in nonstationary states. Transitions between states and lifetime of any states have an irregular character in dynamical chaos states.



Югай Климентий Николаевич - родился в Узбекистане, окончил физико-технический факультет Томского политехнического института (1966). После окончания работал в ТПИ. С 1977 года работает в Омском государственном университете. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук в ТПИ (1970), доктора физико-математических наук в Томском государственном университете (1995) в области нелинейных явлений в оптике и сверхпроводимости. Опубликовал 104 научные статьи. Редактор направления «Физика» в журнале «Вестник Омского университета». E-mail: yugay@phys.omsu.omskreg.ru



Блинов Николай Валерьевич - родился в Караганде (1960), окончил физический факультет Омского государственного университета (1982). После окончания работает в Омском государственном университете. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук в Томском государственном университете (1992) в области физики поверхностных явлений. Опубликовал 22 научные статьи.



Широков Игорь Викторович - родился в Омске (1963), окончил физический факультет Омского государственного университета (1985). Работает в Омском государственном университете. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук в Томском государственном университете (1990) и доктора физико-математических наук (1996) в области математической и теоретической физики. Опубликовал 65 научных статей.