Изв.вузов «ПНД», т.9, № 1, 2001

УДК 681.3, 519.67

АЛГОРИТМИЧЕСКАЯ КЛАССИФИКАЦИЯ ВРЕМЕННЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

К. Е. Бобров, А. М. Искольдский

Обсуждаются численные методы анализа данных (конечных упорядоченных последовательностей натуральных двоичных кодов), отвечающих фрагментам траекторий, полученных численным решением разностной модели конечного числа нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений. Эти уравнения представляют детерминированные хаотические динамические системы. Процедура классификации реализует разбиение множества последовательностей, прошедших процедуру отбора (по установленным критериям), на два класса. Формализуется понятие устойчивости результатов классификации. Исследуется устойчивость этих результатов по отношению к моделируемым численно малым (в определенном смысле) вариациям параметров схемы измерения, а также – к параметрам процедуры классификации. Показано, что существуют примеры последовательностей данных и процедур их обработки, для которых получаемые результаты устойчивы. На основании результатов, получаемых от процедуры классификации, можно рассматривать вопросы, касающиеся типа аттрактора соответствующей гладкой динамической системы.

Введение

Процедуры, описанные в данной работе, имеют отношение к анализу маломодовых моделей быстропротекающих процессов в электрофизике, представленных, в частности, в [1, 2]. В работе исследованы конечные упорядоченные последовательности кодов, полученные в результате численного решения нелинейных дифференциальных уравнений, представляющих динамическую систему, которая находится в установившемся режиме. Для получения реализаций использованы разностные схемы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Предлагаемая процедура классификации осуществляет разбиение на два класса множества последовательностей, прошедших процедуру отбора по установленным критериям.

Важно формализовать и определить устойчивость результатов классификации по отношению к малым изменениям режимов регистрации. Численно моделируются следующие изменения параметров режима регистрации: шага квантования по времени, шага квантования по амплитуде, длины реализации. Проверка устойчивости результатов, получаемых от процедуры классификации, позволяет сделать вывод о том, является ли этот результат характеристикой процесса. Предполагается, что получаемые результаты классификации также будут устойчивы при малых изменениях параметров процедуры обработки.

Кроме того, предполагается сравнить результаты классификации типов реализации, которые получаются при применении к зарегистрированным данным процедуры классификации, с известными результатами классификации для соответствующих режимов рассматриваемых динамических систем.

Данные, получаемые в результате численного или реального экспериментов, представляют собой упорядоченные последовательности кодов (отсчетов), которые интерпретируются как целые (конструктивные) числа. В случае реального эксперимента аналого–цифровой преобразователь (АЦП) выдает на каждом такте код, интерпретируемый как одно из целых чисел в диапазоне, определяемом разрядностью АЦП. При численном эксперименте формат данных, получаемых на каждом такте работы расчетного алгоритма, может быть и форматом с плавающей точкой. Множество таких кодов конечно. Затем с помощью программы производится нормировка и округление до ближайшего целого числа получаемых от программы решений системы дифференциальных уравнений.

1. Реализации и процедуры вычислений

В результате преобразования, осуществляемого АЦП, получаются упорядоченные двоичные коды разрядностью k, где k – разрядность АЦП. В численном эксперименте используется разностная схема решения дифференциальных уравнений Рунге–Кутты с шагом интегрирования 0.01. Далее применяется стандартная процедура округления числа до ближайшего целого в сочетании с процедурой нормировки на диапазон кодов, определяемых заданной разрядностью. Для моделирования перехода от k–разрядного АЦП к АЦП с меньшей разрядностью используется процедуру сдвига вправо исходных кодов. Для получения реализаций с более редким шагом применяется процедура прореживания.

Изучение свойств аттрактора динамической системы по результатам регистрации конечного фрагмента траектории одной переменной производится по процедуре Паккарда и Такенса [3], основанной на теореме Такенса [4, 5]. Когда имеется только одна последовательность кодов конечной длины N, строится массив размерностью $(N-n\times m)\times n$, в котором каждая последующая реализация получается сдвигом относительно исходной на некоторое фиксированное и одинаковое для всех сдвигов количество кодов m. Обычно n называется размерностью соответствующего псевдофазового портрета.

Будем называть строку длиной n массива, построенного по процедуре Паккарда и Такенса, вектором размерностью n.

Определим, что вектор имеет соседей, если среди остальных (то есть не совпадающих с ним покомпонентно) векторов существует хотя бы один вектор, у которого одна из компонент (чисел) отличается (по модулю) от соответствующей компоненты исходного вектора не более чем на единицу, а все остальные компоненты совпадают.

При заданной размерности псевдофазового портрета n подсчитывается число векторов, не имеющих ни одного соседа. Если векторы, не имеющие соседей, отсутствуют, на выходе процедуры имеем код «0», если они есть – код «1».

В данном случае все вычисления производятся при n=3, хотя этот выбор мог быть и другим. Исходим из предположения, что структура псевдофазового портрета («дырчатость») должна сохраняться при проективных преобразованиях.

Предполагаем, что аттрактор гладкой динамической системы является гладким многообразием, если результат процедуры классификации равен «0», и странным аттрактором, если результат – «1».

Под устойчивостью результата классификации понимаем его неизменность при независимых малых (в определенном смысле) вариациях N, τ, k, m. Для исследования устойчивости сравниваются результаты классификации при вариациях N, τ, m в два раза в большую и меньшую сторону, при вариациях k на единицу в большую и меньшую сторону.

При эксперименте необходимо выбрать оптимальные (в определенном смысле) параметры регистрации – длину реализации N, шаг квантования сигнала по времени τ, разрядность АЦП k, а также параметр процедуры – величины сдвига m. Мы требуем устойчивости (в определенном смысле) получаемого результата. Если результат классификации типа аттрактора гладкой динамической системы априорно известен (для данной модели в определенном режиме), то, помимо устойчивости, представляет интерес сравнение полученного нами результата классификации с априорно известным.

В данной работе мы имеем дело с малоразрядными данными (от 4 до 6), которые типичны для АЦП, применяемых для регистрации быстропротекающих процессов. При этом необходимо выполнение следующих требований.

• Мгновенное значение амплитуды сигнала не должно выходить за допустимые границы.

• Число отсчетов в реализации N необходимо задавать как 2^{nk}.

• Шаг по времени τ выбирается равным половине промежутка от ближайшего максимума до ближайшего минимума и в то же время так, чтобы при заданной длине N в реализации было не менее двух экстремумов.

• После получения реализации в описанной выше процедуре будем выбирать m как число отсчетов между экстремумами, ближайшими к началу.

Устанавленные требования направлены на то, чтобы реконструируемый псевдофазовый портрет отвечал «случаю общего положения»: был достаточно «представительным» (требования к длине реализации), «невырожденным», например, в диагональ (требования к величине сдвига), и в то же время обладал свойством «дырчатости» только в том случае, когда аттрактор соответствующей гладкой динамической системы является странным (требования к шагу по времени).

Если эти требования не удовлетворяются, данная реализация считается непригодной для работы процедуры классификации, так как при работе с такой реализацией не следует ожидать устойчивости результатов или того, что данные результаты будут (в определенном смысле) совпадать с априорно известными результатами классификации типа аттрактора соответствующей гладкой динамической системы.

Описанная процедура классификации применена к анализу временных последовательностей кодов, полученных в результате численного решения по разностной схеме:
системы уравнений Лоренца [6]

$$\dot{X} = \sigma (Y - X),$$
$$\dot{Y} = - XZ + rX - Y, \qquad (1)$$
$$\dot{Z} = XY - bZ;$$

системы уравнений Франческини [7]

$$\dot{X}_1 = -2X_1 + 4{\cdot}5^{1/2} X_2 X_3 + 4{\cdot}5^{1/2} X_4 X_5$$
$$\dot{X}_2 = -9X_2 + 3{\cdot}5^{1/2} X_1 X_3 + 3{\cdot}5^{1/2} X_6 X_7$$
$$\dot{X}_3 = -5X_3 + 9 X_1 X_7 - 7{\cdot}5^{1/2} X_1 X_2 + R,$$
$$\dot{X}_4 = -5X_4 - 5^{1/2} X_1 X_5, \qquad (2)$$
$$\dot{X}_5 = -X_5 - 3{\cdot}5^{1/2} X_1 X_4,$$

$$\dot{X}_6 = -8X_6 - 4{\cdot}5^{1/2}\, X_2\, X_7,$$

$$\dot{X}_7 = -5\, X_7 + 5^{1/2}\, X_2\, X_6 - 9\, X_1\, X_3,$$

где $R = f_{k_3}/a$ – аналог числа Рейнольдса. Схема реализации процедуры и результаты анализа приведены ниже.

2. Результаты численных экспериментов

2.1. ***Численная модель системы уравнений Лоренца (1) в режиме странного аттрактора:*** σ=10, b=8/3, r=26

а. С помощью разностной схемы получаем реализацию X–компоненты системы. Из этой реализации, как было описано выше, получаем реализации с другими N, τ, k.

б. В результате работы описанной выше процедуры получаем:

• для пятиразрядной реализации, выбранной с учетом требований, перечисленных выше, при изменении разрядности от 5 к 6 и от 5 к 4 результат не меняется и равен «1»;

• результат также не меняется при длинах реализаций N/2, N×2, при вариациях τ в два раза в меньшую и большую сторону и при таких же вариациях m.

в. Априорно известный результат классификации типа аттрактора, полученный в [6]: аттрактор – странный.

2.2. ***Численная модель системы уравнений Лоренца (1) в режиме цикла:*** σ=10, b=8/3, r=100

а. См. п.2.1.а.

б. См. п.2.1.б. В данном случае не меняющийся результат процедуры равен «0».

в. См. п.2.1.в. В данном случае, как и в [6], аттрактор – гладкое многообразие.

2.3. ***Численная модель системы уравнений Франческини (2) в режиме странного аттрактора (хаос):*** R=500

а. См. п.2.1.а. В данном случае получаем реализацию X_3 –компоненты.

б. См. п.2.1.б.

в. См. п.2.1.в. В данном случае, как и в [7], аттрактор – странный.

2.4. ***Численная модель системы уравнений Франческини (2) в режиме цикла:*** R=200

а. См. п.2.1.а.В данном случае получаем реализацию X_3 –компоненты.

б. См. п.2.1.б. В данном случае не меняющийся результат процедуры равен «0».

в. См. п.2.1.в. В данном случае, как и в [7], аттрактор – гладкое многообразие.

Выводы

Процедура классификации реализует разбиение множества последовательностей, прошедших процедуру отбора (по установленным критериям), на два класса.

В рассматриваемых реализациях N, τ, k и параметр процедуры классификации m выбраны таким образом, что результаты классификации типа реализаций устойчивы. Обнаружено, что полученные результаты классификации совпадают (в определенном смысле) с априорно известными результатами классификации типов аттракторов гладких динамических систем.

Дальнейшие модификации процедуры классификации могут быть следующими. Можно установить порог для числа векторов, не имеющих соседей (по введенному выше определению). Можно производить вычисления при других размерностях псевдофазового портрета n.

Во всех предлагаемых процедурах операции с плавающей точкой отсутствуют. Это позволяет легко реализовать соответствующие вычисления с использованием алгоритмов распараллеливания, что может быть принципиально при обработке больших объемов данных.

Таким образом, мы имеем возможность делать обоснованные предположения о типе аттрактора гладкой динамической системы, не вычисляя его фрактальной размерности.

Библиографический список

1. *Волков Н. Б., Искольдский А.М.* Об аналогии между начальными стадиями зарождения турбулентности и электрического взрыва проводников// Письма в ЖЭТФ. 1990. Т. 51, вып. 11. С. 560.
2. *Волков Н.Б., Зубарев Н. М., Зубарева О.В., Шкатов В.Т.* Динамическое прерывание тока и вихревые структуры в токонесущей плазмоподобной среде// Письма в ЖТФ. 1996. Т. 22, вып. 13. С. 43.
3. *Packard N.H., Crutchfield J.P., Farmer J.D., Shaw R.S.* Geometry from a Time Series // Phys. Rev. Lett. 1980. Vol. 45. P. 712.
4. *Takens F.* Lect. Notes in Math., Vol. 898. N. Y.: Springer, 1981. P. 366.
5. *Sauer T., Yorke J., Casdagli M.* Embedology// J. Stat. Phys. 1991. Vol. 65. P. 579.
6. *Лоренц Э.* Странные аттракторы. М.: Мир. 1981. С. 88.
7. *Franceschini V.* Bifurcations of tori and phase locking in a dissipative system of differential equations // Physica D. 1983. Vol. 6, № 3. P. 285.

Институт электрофизики
УрО РАН

Поступила в редакцию 21.11.2000
после доработки 5.03.2001

ALGORITHMIC CLASSIFICATION OF TIME SERIES

K. E. Bobrov, A. M. Iskoldsky

The numerical methods of a data analysis (finite ordered sequences of natural binary codes) are discussed. There are corresponding to pieces of trajectories, obtained by a numerical solution of difference model of finite number of nonlinear ordinary differential equations. These equations represent the determined chaotic dynamic systems.

The procedure of a classification realizes splitting set of sequences, which were selected by the procedure of a selection (by defined criterions), on two classes.

The concept of stability of results of a classification is formalized. The stability of obtained results of classification in relation to numerically simulated small (in a defined sense) variations of parameters of registration scheme, and also – to parameters of the procedure of a classification is investigated. It is shown, that there are examples of sequences of the data and procedures of their processing, for which one the obtained results are steady.

Based on results, obtained from the procedure of a classification, it is possible to consider problems, concerning to a type of an attractor of the corresponding smooth dynamic system.

Бобров Константин Евгеньевич – родился в 1966 году. Окончил физико–технический факультет Уральского политехнического института по специальности «электроника и автоматика физических установок» (1992). С 1992 года работает в лаборатории моделирования электрофизических процессов Института электрофизики Уральского Отделения РАН в должности программиста. E–mail: cn@ami.uran.ru

Искольдский Александр Михайлович – родился в 1939 году. Окончил Новосибирский университет по специальности «физика плазмы» (1963). С 1963 по 1968 год учился в аспирантуре и работал в Новосибирском институте ядерной физики, с 1968 по 1980 в Институте автоматики и элетрометрии СОАН. Был зам. директора этого института, зам. главного редактора журнала «Автометрия». В 1985 году защитил докторскую диссертацию по специальности «электрофизика». Долгое время был председателем Совета по автоматизации научных исследований. В начале Томского филиала СО АН, затем Уральского филиала АН. В настоящее время – заведующий лабораторией моделирования электрофизических процессов Института электрофизики УрО РАН. Имеет открытие и несколько изобретений. E–mail: ami@ami.uran.ru