



ВЛИЯНИЕ ФЛУКТУАЦИЙ НА синхронизацию автоколебаний в РАСПРЕДЕЛЕННОЙ ЭЛЕКТРОННО-ВОЛНОВОЙ СИСТЕМЕ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ВСТРЕЧНЫХ ВОЛН

П.В. Попов

Рассматривается влияние флуктуаций различной интенсивности на синхронизацию колебаний в распределенной активной среде взаимодействующих встречных волн с кубичной фазовой нелинейностью. Исследуются характеристики режима синхронных колебаний и физические процессы, сопровождающие установление синхронных режимов в электронно-волновой системе со встречной волной и распределенным источником шума.

В последнее время проблема синхронизации автоколебаний в системах различной природы привлекает все большее внимание исследователей, и в связи с рядом приложений (например, при передаче информации с помощью хаотических колебаний) представляется весьма важной и актуальной [1,2]. Большинство исследований явления синхронизации автоколебаний посвящено изучению систем с малым числом степеней свободы (см., например, [1-4]). Меньше подобных работ посвящено анализу синхронизации в распределенных автоколебательных средах. Среди последних особый интерес вызывают электронно-волновые системы со встречной волной, которые являются эталонными моделями распределенных автоколебательных систем электронной природы [5].

Простейшей моделью электронно-волновой системы с обратной волной является модель, содержащая взаимодействующие встречные электронную и электромагнитную волны с кубичной фазовой нелинейностью. В электронике сверхвысоких частот такая модель описывает лампу обратной волны (ЛОВ) с поперечным полем [6]. Для ЛОВ с поперечным полем нелинейное ограничение роста амплитуд волн связано с нелинейным смещением фазы электронной волны. Отметим, что система взаимодействующих встречных волн с кубичной нелинейностью является одной из простейших нелинейных моделей электронных систем, в которых обнаруживаются сложные автоколебательные режимы [6]. Поэтому анализ явления синхронизации в такой системе важен для выяснения общих закономерностей неавтономной динамики распределенных активных сред различной природы. Отметим, что в работах [7] исследованы некоторые общие закономерности синхронизации автоколебаний в распределенных средах типа «электронный пучок - встречная (обратная) электромагнитная волна» (гирогенератор со встречной волной и ЛОВ типа О).

Однако в этих работах не изучено влияние флуктуаций на процессы в неавтономных электронно-волновых системах со встречной волной. Заметим, что все реальные системы подвержены влиянию флуктуаций различной природы и интенсивности, которые обусловлены как внешними факторами, так и свойствами самих систем. Поэтому весьма важно представлять, насколько присутствие шумов может повлиять на динамику системы и как будут изменяться характеристики синхронного режима колебаний в распределенной активной среде при изменении мощности шума.

В данной работе с помощью численного моделирования изучаются характеристики режима синхронных колебаний и физические процессы, сопровождающие установление синхронных режимов в простейшей электронно-волновой системе со встречной волной (ЛОВ с поперечным полем) и распределенным источником шума.

Взаимодействие двух встречных бездисперсных волн может быть описано в линейном приближении системой уравнений

$$\partial F/\partial \tau - \partial F/\partial \xi = -AI, \quad (1)$$

$$\partial I/\partial \tau + \partial I/\partial \xi = -AF, \quad (2)$$

где $F=|F|\exp[j\varphi_r]$ и $I=|I|\exp[j\varphi_l]$ - соответственно безразмерные медленно меняющиеся во времени и пространстве по сравнению с $\exp(j(\hat{\omega}t - \hat{k}\xi))$ амплитуды электромагнитной и электронной волн; τ и ξ - безразмерные время и координата; $\hat{\omega}$ и \hat{k} - частота и волновое число, соответствующие точке пересечения дисперсионных кривых невзаимодействующих электронной и электромагнитной волн; A - безразмерный управляющий параметр, который можно рассматривать как безразмерную длину системы [6].

Предположим, что при изменении энергии волны $W=\alpha I^2$ (α - коэффициент пропорциональности) часть фазы электронной волны φ_r , пропорциональная продольной координате ξ , в первом приближении линейно зависит от энергии. Тогда уравнение (2) в системе координат со смещенным временем $\tau'=(\tau-\xi)/2$, $\xi'=\xi$ можно переписать в виде

$$\partial I/\partial \xi + jI^2 I = -AF, \quad (3)$$

где штрихи у новых переменных опущены.

Система уравнений (1) и (3) описывает процессы в системе взаимодействующих встречных волн с кубичной фазовой нелинейностью при отсутствии источника флуктуаций. В автономном режиме уравнения (1) и (3) необходимо дополнить стандартными граничными условиями $F(\xi=1, \tau)=0$ и $I(\xi=0, \tau)=0$, которые отражают отсутствие соответственно электромагнитной и электронной волн на входе в систему. Анализ автономной динамики такой системы показывает, что при $\pi/2 < A < 1.83$ в системе возбуждается одночастотный режим колебаний, который при $A > 1.83$ сменяется многочастотными колебаниями.

Предположим теперь, что электронная волна возмущается шумом интенсивностью D распределенного шумового источника. Тогда для учета шума можно феноменологически заменить уравнение (3) на стохастическое дифференциальное уравнение с источником белого шума [8]

$$\partial I/\partial \xi + jI^2 I = -AF + (2D)^{1/2} \zeta(\xi, \tau), \quad (4)$$

где $\langle \zeta(\xi, \tau) \rangle = 0$, $\langle \zeta(\xi, \tau) \zeta(\xi', \tau') \rangle = \delta(\xi - \xi') \delta(\tau - \tau')$.

Будем рассматривать систему под воздействием внешнего гармонического сигнала вида $F(\xi=1, \tau) = F_0 \exp[j\Omega\tau]$ при $A=1.7$ (в автономном случае в отсутствие шума в системе при данном значении A наблюдается режим одночастотной генерации). Внешний сигнал вводится на правой границе системы и характеризуется двумя параметрами: амплитудой F_0 и отстройкой частоты Ω от частоты $\hat{\omega}$ «холодного» синхронизма между электромагнитной и электронной волнами [5].

Самосогласованная система уравнений (1) и (4) решалась численно. Для интегрирования уравнения возбуждения (1) использовалась разностная схема Лакса - Вендроффа второго порядка точности. При решении уравнения (4) для электронной волны использовался модифицированный метод Рунге - Кутты [9] для численного интегрирования стохастических дифференциальных уравнений. При моделировании использовалась пространственная сетка с количеством узлов $N=500$, что соответствует шагу по безразмерной пространственной координате $\Delta\xi=0.002$. Шаг по времени в соответствии с условием Куранта устойчивости разностной схемы выбирался равным $\Delta t = \Delta\xi/2 = 0.001$. Выбор параметров схемы подобным образом позволил корректно анализировать нестационарные режимы неавтономных колебаний при различной интенсивности D флуктуаций в пространстве взаимодействия исследуемой системы.

На рис. 1, а показаны зависимости разности частот входного управляющего сигнала Ω и колебаний ω электрического поля F на выходе $\xi=0$ неавтономной активной среды, построенные для случая отсутствия ($D=0.0$) и наличия флуктуаций в системе при амплитуде внешнего воздействия $F_0/F_a=0.06$ (F_a - амплитуда выходного поля распределенной системы в автономном режиме), от нормированной отстройки частоты $(\Omega - \omega_0)/\omega_0$ внешнего сигнала. Из рисунка следует, что при близости частоты внешнего воздействия к частоте колебаний в автономном режиме ω_0 в определенной полосе частот наблюдается режим синхронизации автоколебаний в электронной системе при наличии флуктуаций. Данный режим характеризуется условием $\Omega = \omega$ и соответствует горизонтальному участку кривых. Отметим, что с увеличением интенсивности D флуктуаций частота ω_0 автономной генерации незначительно увеличивается, что отражается на рис. 1, а в сдвиге кривых в сторону меньших величин $(\Omega - \omega_0)/\omega_0$. Кроме того, изменение интенсивности флуктуаций приводит к изменению ширины полосы синхронизации распределенной активной среды.

Последнее иллюстрирует рис. 1, б, на котором показаны зависимости ширины полосы синхронизации при различных амплитудах F_0 внешнего воздействия от интенсивности шума D . Во-первых, из представленных зависимостей следует, что с ростом амплитуды внешнего сигнала F_0 (или мощности $P_0 \sim |F_0|^2$) имеет место расширение полосы частот, в которой наблюдается режим синхронизации. Во-вторых, что более важно, ширина полосы синхронизации весьма сильно зависит от интенсивности флуктуаций D распределенного вдоль пространства взаимодействия волн источника шума. Рассмотрим данный вопрос более подробно.

При малых интенсивностях шума $D < 0.5$ имеет место сужение области частот $\Delta\omega$ внешнего сигнала, в которой существует синхронизация колебаний в распределенной активной среде. Последнее хорошо согласуется с результатами, описанными в литературе (см., например, [4,10]) для синхронизации систем с малым числом степеней свободы в присутствии флуктуаций. В этом случае сужение области синхронизации определяется динамикой разности фаз колебаний в исследуемой неавтономной системе и внешнего сигнала. Фаза колебаний $\arg F(\tau)$ флуктуирует случайным образом под действием шума интенсивностью D , и с ростом величины D имеет место уменьшение области захвата частот [4,10].

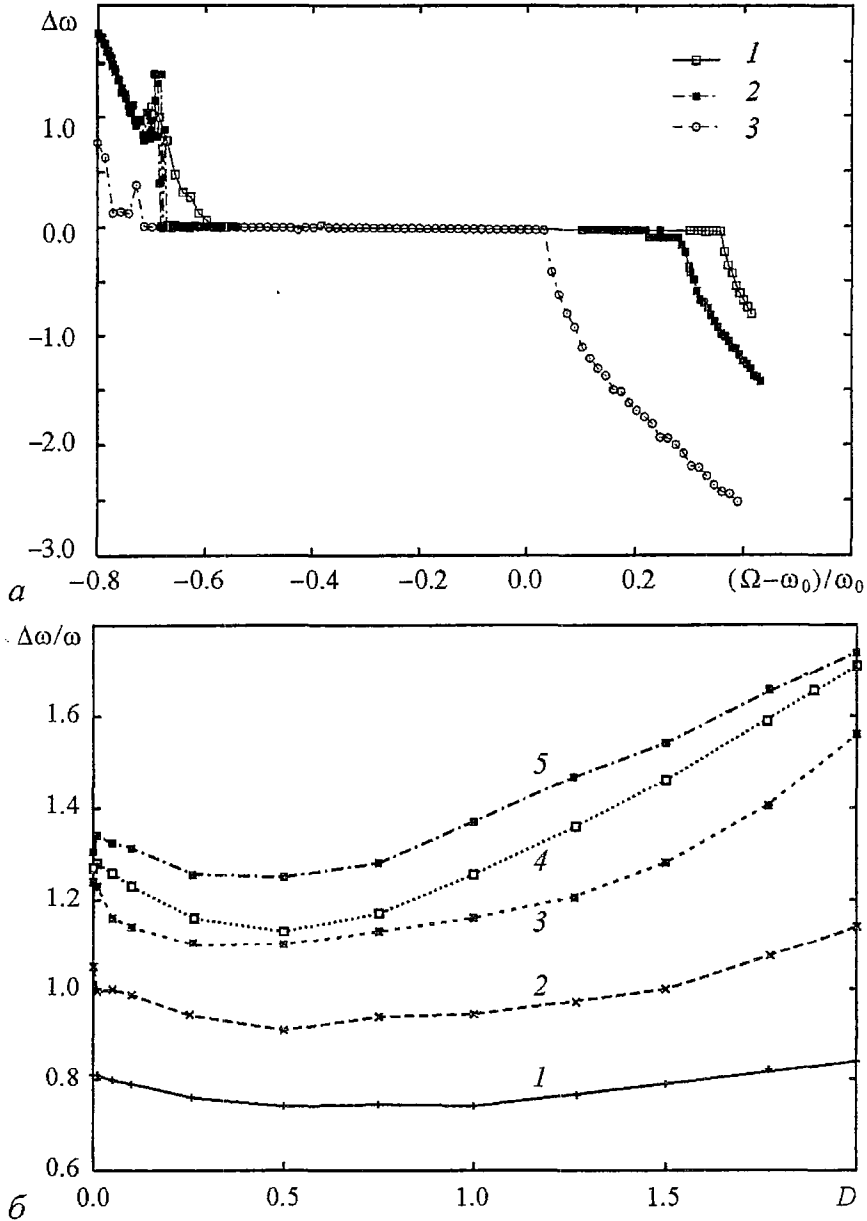


Рис. 1. а - зависимости разности частот $\Delta\omega = \Omega - \omega$ внешнего воздействия и колебаний на выходе распределенной системы от нормированной отстройки частоты внешнего воздействия при различных интенсивностях шума D : 1 - 0.0, 2 - 0.05, 3 - 0.5; б - зависимости нормированной ширины полосы синхронизации от интенсивности шума при различных относительных амплитудах внешнего воздействия F_0/F_a : 1 - 0.06, 2 - 0.094, 3 - 0.125, 4 - 0.14, 5 - 0.16

Отметим, что воздействие шума также приводит к тому, что область синхронизации возникает только при конечной амплитуде внешнего воздействия F_0 в отличие от системы без флуктуаций ($D=0$), в которой синхронизация имеет место при сколь угодно малой амплитуде.

Однако с увеличением интенсивности флуктуаций ($D > 0.5$) наблюдается расширение области частот, в которой имеет место синхронизация колебаний в распределенной активной системе. Такое поведение неавтономной системы представляется весьма нетипичным, так как из аналогии с поведением автоколебательных систем с малым числом степеней свободы следовало бы

ожидать с ростом интенсивности D флуктуаций дальнейшее сужение полосы захвата частот [1,4].

Рассмотрим, с чем связано такое «нетипичное» поведение распределенной неавтономной системы с ростом интенсивности D флуктуаций. На рис. 2 показаны усредненные по времени зависимости амплитуды выходного поля $\langle |F(\xi=0, \tau)| \rangle_\tau$ от интенсивности шума D при различных амплитудах внешнего воздействия F_0 , причем при построении зависимостей частота Ω внешнего воздействия выбиралась равной частоте ω_0 автономных колебаний в системе. Кривая 1 соответствует случаю автономных колебаний в системе с флуктуациями (то есть $F_0=0.0$). Из рисунка видно, что с ростом интенсивности D источника флуктуаций наблюдается уменьшение амплитуды выходного поля. Последнее означает, что с ростом интенсивности флуктуаций в системе имеет место ухудшение взаимодействия электронной и электромагнитной волн. Последнее характеризуется электронным к.п.д., который пропорционален мощности выходного сигнала: $\eta_e \sim (|F(\xi=0)|^2 - |F_0|^2)$. Поэтому с ростом интенсивности флуктуаций имеет место уменьшение амплитуды колебаний вдоль пространства взаимодействия системы, а следовательно, относительная мощность входного сигнала $(F_0/|F(\xi=0)|)^2$ увеличивается. В результате в неавтономной системе с ростом интенсивности D флуктуаций наблюдается расширение полосы синхронизации, которая обусловлена не ростом мощности входного сигнала, а ухудшением взаимодействия между встречными электронной и электромагнитной волнами, и, как следствие, уменьшением амплитуды собственных колебаний в системе.

Таким образом, в работе проведен численный анализ влияния флуктуаций на синхронизацию регулярных автоколебаний в распределенной электронно-волновой среде двух встречных взаимодействующих волн с кубичной нелинейностью. Изученная система является простейшей моделью таких приборов электроники сверхвысоких частот как лампа обратной волны и гирогенератор (МЦР) со встречной волной. Поэтому можно ожидать, что полученные в работе результаты могут быть обобщены на процессы синхронизации колебаний внешним

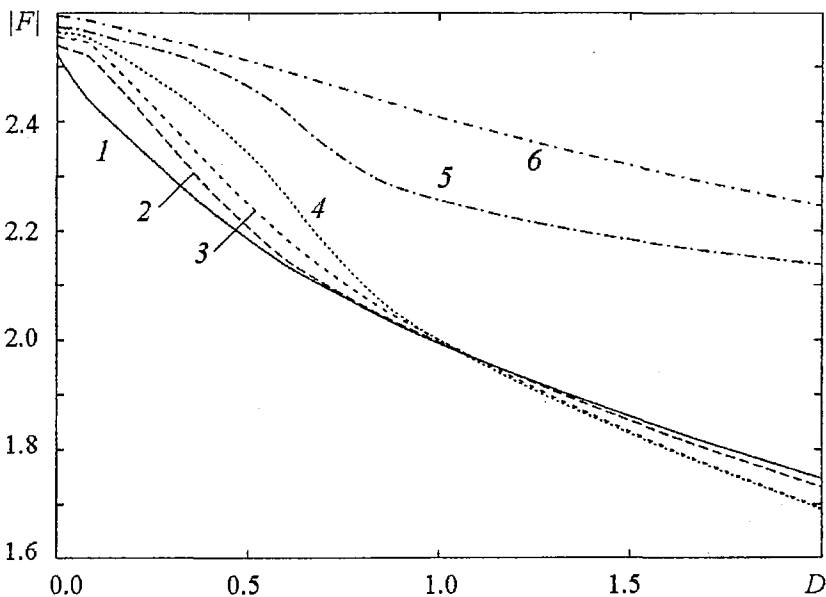


Рис. 2. Зависимости амплитуды выходного поля от интенсивности D шума при различных амплитудах F_0 внешнего поля (частота внешнего поля равна частоте автономной генерации ЛОВ с поперечным полем - центр области синхронизации) F_0/F_a : 1 - 0.0, 2 - 0.03125, 3 - 0.0625, 4 - 0.078, 5 - 0.094, 6 - 0.125

сигналом в подобных электронных приборах в присутствии шумов. Среди важных особенностей поведения системы со встречной (обратной) волной и внешним источником шума следует отметить расширение полосы синхронизации при больших интенсивностях шума (с одновременным уменьшением амплитуды выходного поля).

Автор благодарит профессора А.П.Четверикова за полезные обсуждения и доцентов А.А.Короновского и А.Е.Храмова за помощь в выполнении работы.

Работа выполнена при поддержке программы «Университеты России - Фундаментальные исследования».

Библиографический список

1. Пиковский А., Розенблюм М., Куртс Ю. Синхронизация. Фундаментальное нелинейное явление. М.: Техносфера, 2003.
2. Дмитриев А.С., Панас А.И. Динамический хаос: новые носители информации для систем связи. М.: Физматлит, 2002.
3. Блехман И.И. Синхронизация в природе и технике. М.: Наука, 1981.
4. Ланда П.С. Автоколебания в системах с конечным числом степеней свободы. М.: Наука, 1980.
5. Трубецков Д.И., Храмов А.Е. Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков. Т. 1. М.: Физматлит, 2003.
6. Четвериков А.П. // Изв. РАН. Сер.физич. 1994. Т. 58, № 8. С. 171; Четвериков А.П. // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1994. Т. 2, № 5. С. 46.
7. Трубецков Д.И., Храмов А.Е. // Письма в ЖТФ. 2002. Т. 28, № 18. С. 34; Короновский А.А., Трубецков Д.И., Храмов А.Е. // Изв.вузов. Радиофизика. 2002. Т. XLV, № 9. С. 773; Трубецков Д.И., Храмов А.Е. // Известия РАН. Сер. физич. 2002. Т. 66, № 12. С. 1761; Трубецков Д.И., Храмов А.Е. // Радиотехника и электроника. 2003. Т. 48, № 1. С. 116; Храмов А.Е. // Изв. РАН. Сер. физ. 2003. Т. 67, № 12. С. 1674; Grudiev A., Sch ünemann K. // Phys. Rev. E. 2003. Т. 68. С. 016501.
8. Фролова Н.Б., Четвериков А.П. // Изв.вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2002. Т. 10, № 5. С. 50.
9. Никитин Н.Н., Разевиг В.Д. Методы цифрового моделирования стохастических дифференциальных уравнений и оценка их погрешностей // ЖВМиМФ. 1978. Т. 18. С. 106.
10. Малахов А.Н. Флуктуации в автоколебательных системах. М.: Наука, 1968.
11. Anishchenko V.S. et al. // Int. J. Bifurc. Chaos. 2000. Т. 10. С. 2339.

Саратовский государственный
университет

Поступила в редакцию 12.05.2004

INFLUENCE OF NOISE ON SYNCHRONIZATION OF AUTO-OSCILLATIONS IN ELECTRON-WAVE SYSTEM OF INTERACTING BACKWARD WAVES

P.V. Popov

The influence of noise with different amplitude upon the auto-oscillations in active distributed electron-wave system with cubic phase nonlinearity is considered.

Characteristics of synchronous oscillations and physical processes, attended the establishment of synchronous oscillations in the electron-wave system with backward wave and distributed white noise, are analyzed.



Попов Павел Вячеславович - родился в 1984 году. Студент 4 курса факультета нелинейных процессов Саратовского государственного университета. Научные интересы: синхронизация в распределенных автоколебательных системах электронно-волновой природы. Лауреат Фонда некоммерческих программ "Династия" и Международного центра фундаментальной физики. Автор 3 статей в отечественных и зарубежных журналах.