Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2024. Т. 32, № 2
Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Applied Nonlinear Dynamics. 2024;32(2)

Научная статья
УДК 532.516, 532.517, 517.928

DOI: 10.18500/0869-6632-003091
EDN: SMOTDZ

Особенности динамики вязкой жидкости со свободной границей при периодических воздействиях

В. Л. Сенницкий

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск, Россия
E-mail: ✉sennitskii@yandex.ru

Поступила в редакцию 29.08.2023, принята к публикации 23.10.2023,
опубликована онлайн 8.02.2024, опубликована 29.03.2024

Аннотация. *Целью* работы является выявление и изучение особенностей движения вязкой жидкости, имеющей свободную границу и испытывающей периодические по времени воздействия, которые характеризуются отсутствием выделенного направления в пространстве. *Методы*. Использованы аналитические методы исследования нелинейных задач, краевых задач для системы уравнений Навье–Стокса и неразрывности — метод возмущений (метод малого параметра), метод Фурье (метод разделения переменных), усреднение, построение и изучение асимптотических формул. *Результаты*. Поставлена и решена новая задача о движении вязкой жидкости. Построены и проанализированы асимптотические представления найденного решения. Обнаружены новые гидромеханические эффекты. *Заключение*. Работа выполнена в развитие перспективного направления в механике жидкости — изучения динамики гидромеханических систем при периодических воздействиях. Полученные результаты могут использоваться, в частности, в дальнейших исследованиях нетривиальной динамики гидромеханических систем, при разработке методов управления гидромеханическими системами.

Ключевые слова: вязкая жидкость, свободная граница, периодические по времени воздействия, выделенное направление в пространстве, стационарное движение.

Для цитирования: *Сенницкий В. Л.* Особенности динамики вязкой жидкости со свободной границей при периодических воздействиях // Известия вузов. ПНД. 2024. Т. 32, № 2. С. 197–208. DOI: 10.18500/0869-6632-003091. EDN: SMOTDZ

Article DOI: 10.18500/0869-6632-003091

Peculiarities of the dynamics of a viscous liquid with a free boundary under periodic influences

V. L. Sennitskii

Lavrentyev Institute of Hydrodynamics SB of the RAS, Novosibirsk, Russia
E-mail: ✉sennitskii@yandex.ru
Received 29.08.2023, accepted 23.10.2023, available online 8.02.2024, published 29.03.2024

Abstract. *Purpose* of the work is revealing and researching of peculiarities of a motion of a viscous liquid having a free boundary and undergoing periodic in time influences which are characterized by the absence of a predominant direction in space. *Methods*. The analytic investigation methods of non-linear problems, of boundary problems for the system of Navier–Stokes and continuity equations are used that are the method of perturbations (the method of a small parameter) the method of Fourier (the method of a separation of variables), an averaging, a construction and studying of asymptotic formulas. *Results*. A new problem on the motion of a viscous liquid is formulated and solved. Asymptotic representations of the found solution are constructed and explored. New hydromechanical effects are revealed. *Conclusion*. The work is fulfilled in the development of a perspective direction in liquid mechanics that is of researching the dynamics of hydromechanical systems under periodic influences. The obtained results can be used in particular in further investigations of a non-trivial dynamics of hydromechanical systems, under working for the methods of a control of hydromechanical systems.

Keywords: viscous liquid, free boundary, periodic in time influences, predominant direction in space, stationary motion.

For citation: Sennitskii VL. Peculiarities of the dynamics of a viscous liquid with a free boundary under periodic influences. Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics. 2024;32(2):197–208. DOI: 10.18500/0869-6632-003091

Введение

Работами по теоретическому и экспериментальному изучению динамики гидромеханических систем при периодических по времени воздействиях определяется одно из перспективных направлений в механике жидкости. В данном направлении получен ряд нетривиальных результатов (см., например, работы [1–31], а также [32–38]). Проведенные исследования, в частности, позволили доказать существование явления преимущественно однонаправленного движения сжимаемых включений в вибрирующей жидкости [1, 2, 9, 26, 38]; построить математическую модель гидромеханического аналога «маятника Капицы» [17, 39]; обнаружить эффекты парадоксального поведения твердого тела в вибрирующей жидкости [26, 32, 33, 35–37], «левитации» жидкости [31], «самопроизвольного» перехода твердого включения в колеблющейся жидкости в положение с заданной ориентацией в пространстве [23].

В настоящей работе рассматривается задача о движении вязкой жидкости, обусловленном поступательным периодическим по времени движением плоской стенки и плоской пластины с проницаемой для жидкости границей. Жидкость заполняет две области пространства. Движение жидкости в данных областях происходит в существенно различных гидромеханических условиях: жидкость в одной из областей имеет только твердые границы, в другой — твердую и свободную границы. Обнаружены новые гидромеханические эффекты. В частности, установлено наличие эффекта, состоящего в том, что (на фоне колебаний) жидкость в одной из областей покоится, а в другой области совершает стационарное движение.

1. Постановка задачи

Имеется гидромеханическая система, состоящая из несжимаемой вязкой жидкости, газа, абсолютно твердой пластины η и абсолютно твердой стенки ξ (рис. 1). Жидкость граничит с газом, пластиной и стенкой. Граница пластины η проницаема для жидкости. Пластина поступательно движется относительно инерциальной прямоугольной системы координат X, Y, Z со скоростью $\mathbf{U} = \{U_X, 0, 0\}$. Скорость U_X заданным образом периодически, с периодом T, изменяется со временем t ($U_X = \widetilde{U}\sin(2\pi t/T)$; $\widetilde{U} > 0$ — постоянная). Стенка ξ совершает заданное поступательное движение вдоль оси Y. Граница Γ_ξ стенки ξ представляет собой плоскость $Y = H_\xi$; $-\infty < X < \infty$, $-\infty < Z < \infty$ ($H_\xi = \widetilde{H}\sin(2\pi t/T + \varphi)$; $\widetilde{H} > 0$, φ — постоянные). Границу $\Gamma_{\eta 1}, \Gamma_{\eta 2}$ пластины η составляют плоскости $Y = H_1$, $Y = H_2$; $-\infty < X < \infty$, $-\infty < Z < \infty$ ($H_2 > H_1$, $H_1 > \widetilde{H}$ — постоянные, разность $H_2 - H_1$ — толщина пластины η). Свободная граница Γ_f жидкости характеризуется соотношениями $Y = L$; $-\infty < X < \infty$, $-\infty < Z < \infty$ ($L = \widehat{L} + H_\xi$; $\widehat{L} > H_2 + \widetilde{H}$ — постоянная). Области $\Omega_1 : H_\xi < Y < H_1$ и $\Omega_2 : H_2 < Y < L$ ($-\infty < X < \infty$, $-\infty < Z < \infty$) заполнены жидкостью.

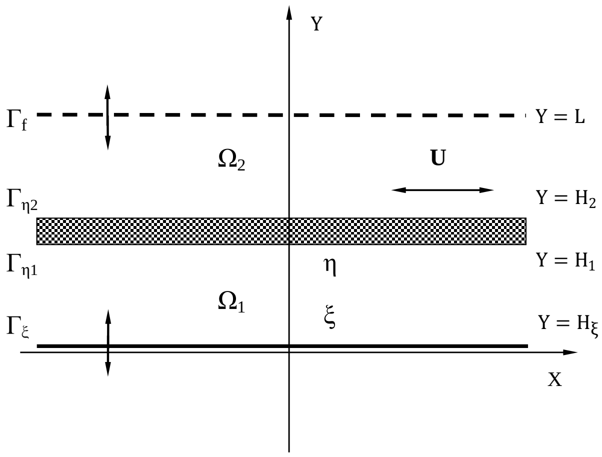


Рис. 1. Гидромеханическая система

Fig. 1. Hydromechanical system

Требуется определить периодическое по времени плоское движение жидкости.

Пусть $\tau = t/T$; $x = X/\widehat{L}$; $y = Y/\widehat{L}$; $z = Z/\widehat{L}$; $\varepsilon = \widetilde{H}/\widehat{L}$; $u = TU_X/\widehat{L} = \widetilde{u}\sin(2\pi\tau)$; $\mathbf{e}_x = \{1, 0, 0\}$; $\mathbf{e}_y = \{0, 1, 0\}$; ρ и $\mathbf{V}$ — соответственно плотность и скорость жидкости; $\mathbf{v} = T\mathbf{V}/\widehat{L} = v_x(\tau, y)\mathbf{e}_x + v_y(\tau, y)\mathbf{e}_y$; P — давление в жидкости; $p = T^2 P/(\rho\widehat{L}^2) = p(\tau, y)$; P_g — давление газа на жидкость; $p_g = T^2 P_g/(\rho\widehat{L}^2) = p_g(\tau)$; $h_\xi = H_\xi/\widehat{L} = \varepsilon\sin(2\pi\tau + \varphi)$; $h_1 = H_1/\widehat{L}$; $h_2 = H_2/\widehat{L}$; $Re = \widehat{L}^2/(\nu T)$ — число Рейнольдса.

Задачу о движении жидкости составляют уравнение Навье–Стокса, уравнение неразрывности и условия на свободной и твердых границах жидкости:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \tau} + (\mathbf{v}\cdot\nabla)\mathbf{v} = -\nabla p + \frac{1}{Re}\Delta\mathbf{v} \qquad \text{в} \quad \Omega_1,\ \Omega_2; \tag{1}$$

$$\nabla\cdot\mathbf{v} = 0 \qquad \text{в} \quad \Omega_1,\ \Omega_2; \tag{2}$$

$$v_y = \frac{dh_\xi}{d\tau}, \quad p - \frac{2}{Re}\frac{\partial v_y}{\partial y} = p_g, \quad \frac{\partial v_x}{\partial y} = 0 \qquad \text{на} \quad \Gamma_f; \tag{3}$$

$$v_x = 0, \quad v_y = \frac{dh_\xi}{d\tau} \qquad \text{на} \quad \Gamma_\xi; \tag{4}$$

$$v_x = u, \quad v_y = \frac{dh_\xi}{d\tau} \qquad \text{на} \quad \Gamma_{\eta 1},\ \Gamma_{\eta 2}. \tag{5}$$

2. Решение задачи

Согласно (2)–(5) имеем

$$v_y = 2\pi\varepsilon[\cos(2\pi\tau + \varphi)] \quad \text{в} \quad \Omega_1,\ \Omega_2. \tag{6}$$

Из (1), (3), (6) следует

$$\begin{aligned} &p = 4\pi^2\varepsilon[\sin(2\pi\tau + \varphi)]y + p' \quad \text{в} \quad \Omega_1, \\ &p = 4\pi^2\varepsilon[\sin(2\pi\tau + \varphi)(y - 1 - h_\xi) + p_g \quad \text{в} \quad \Omega_2, \end{aligned} \tag{7}$$

где p' — функция τ.

Используя (1), (3)–(6), определим задачи

$$\frac{\partial v_x}{\partial \tau} + 2\pi\varepsilon[\cos(2\pi\tau + \varphi)]\frac{\partial v_x}{\partial y} = \frac{1}{Re}\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \quad \text{в} \quad \Omega_1, \tag{8}$$

$$v_x = 0 \quad \text{при} \quad y = h_\xi, \tag{9}$$

$$v_x = u \quad \text{при} \quad y = h_1 \tag{10}$$

и

$$\frac{\partial v_x}{\partial \tau} + 2\pi\varepsilon[\cos(2\pi\tau + \varphi)]\frac{\partial v_x}{\partial y} = \frac{1}{Re}\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \quad \text{в} \quad \Omega_2, \tag{11}$$

$$v_x = u \quad \text{при} \quad y = h_2, \tag{12}$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial y} = 0 \quad \text{при} \quad y = 1 + h_\xi. \tag{13}$$

Будем рассматривать задачи (8)–(10) и (11)–(13) при малых по сравнению с единицей значениях ε. Применим метод разложения по степеням малого параметра [40, 41]. Предположим, что

$$v_x \sim v_0 + \varepsilon v_1 \quad \text{при} \quad \varepsilon \to 0. \tag{14}$$

Используя (8)–(14), в ε^N-приближении ($N = 0, 1$) получим

$$\frac{\partial v_N}{\partial \tau} + 2N\pi[\cos(2\pi\tau + \varphi)]\frac{\partial v_0}{\partial y} = \frac{1}{Re}\frac{\partial^2 v_N}{\partial y^2} \qquad \text{в} \quad \bar{\Omega}_1, \tag{15}$$

$$v_N = -N[\sin(2\pi\tau + \varphi)]\frac{\partial v_0}{\partial y} \qquad \text{при} \quad y = 0, \tag{16}$$

$$v_N = (1 - N)u \qquad \text{при} \quad y = h_1, \tag{17}$$

$$\frac{\partial v_N}{\partial \tau} + 2N\pi[\cos(2\pi\tau + \varphi)]\frac{\partial v_0}{\partial y} = \frac{1}{Re}\frac{\partial^2 v_N}{\partial y^2} \qquad \text{в} \quad \bar{\Omega}_2, \tag{18}$$

$$v_N = (1 - N)u \qquad \text{при} \quad y = h_2, \tag{19}$$

$$\frac{\partial v_N}{\partial y} = -N[\sin(2\pi\tau + \varphi)]\frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2} \qquad \text{при} \quad y = 1, \tag{20}$$

где $\bar{\Omega}_1$ и $\bar{\Omega}_2$ — области соответственно $0 < y < h_1$ и $h_2 < y < 1$ $(-\infty < x < \infty, -\infty < z < \infty)$.

Пусть $N = 0$. Задача (15)–(17) имеет решение

$$v_0 = \widetilde{u}\ \mathrm{Imag}\ \left(\frac{\mathrm{sh}\ qy}{\mathrm{sh}\ qh_1} e^{2\pi i \tau}\right) \qquad \text{для}\ \ 0 \leqslant y \leqslant h_1, \tag{21}$$

задача (18)–(20) имеет решение

$$v_0 = \widetilde{u}\ \mathrm{Imag}\ \left[\frac{\mathrm{ch}\ q(1-y)}{\mathrm{ch}\ q(1-h_2)} e^{2\pi i \tau}\right] \qquad \text{для}\ \ h_2 \leqslant y \leqslant 1, \tag{22}$$

где $q = (1+i)\sqrt{\pi Re}$.

Пусть $N = 1$. Произведем усреднение (15)–(20) по безразмерному времени τ. В результате этого получим

$$2\pi \left\langle [\cos(2\pi\tau + \varphi)] \frac{\partial v_0}{\partial y} \right\rangle = \frac{1}{Re} \frac{d^2 \bar{v}}{dy^2} \quad \text{в} \quad \bar{\Omega}_1, \tag{23}$$

$$\bar{v} = -\left\langle [\sin(2\pi\tau + \varphi)] \frac{\partial v_0}{\partial y} \right\rangle \quad \text{при} \quad y = 0, \tag{24}$$

$$\bar{v} = 0 \quad \text{при} \quad y = h_1, \tag{25}$$

$$2\pi \left\langle [\cos(2\pi\tau + \varphi)] \frac{\partial v_0}{\partial y} \right\rangle = \frac{1}{Re} \frac{d^2 \bar{v}}{dy^2} \quad \text{в} \quad \bar{\Omega}_2, \tag{26}$$

$$\bar{v} = 0 \quad \text{при} \quad y = h_2, \tag{27}$$

$$\frac{d\bar{v}}{dy} = -\left\langle [\sin(2\pi\tau + \varphi)] \frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2} \right\rangle \quad \text{при} \quad y = 1. \tag{28}$$

Здесь $\langle ... \rangle = \int_\tau^{\tau+1} ...\ d\tau'$; $\bar{v} = \langle v_1 \rangle$. Задача (15)–(17) имеет решение

$$v_1 = \bar{v} + \mathrm{Real}[v^{(1)} e^{4\pi i \tau}] \quad \text{для}\ \ 0 \leqslant y \leqslant h_1, \tag{29}$$

задача (18)–(20) имеет решение

$$v_1 = \bar{v} + \mathrm{Real}[v^{(2)} e^{4\pi i \tau}] \qquad \text{для}\ \ h_2 \leqslant y \leqslant 1, \tag{30}$$

где $v^{(1)}$, $v^{(2)}$ — функции y.

Из (21)–(28) следует

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{\pi}{2} Re}\ \widetilde{u}\ \mathrm{Real}\Big[\frac{(\mathrm{ch}\, qh_1)y - h_1\, \mathrm{ch}\, qy}{h_1\, \mathrm{sh}\, qh_1}\ e^{i(\frac{\pi}{4} - \varphi)}\Big] \qquad \text{для}\ \ 0 \leqslant y \leqslant h_1, \tag{31}$$

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{\pi}{2} Re}\ \widetilde{u}\ \mathrm{Real}\Big[\frac{\mathrm{sh}\, q(1-y) - \mathrm{sh}\, q(1-h_2)}{\mathrm{ch}\, q(1-h_2)}\ e^{i(\frac{\pi}{4} - \varphi)}\Big] \qquad \text{для}\ \ h_2 \leqslant y \leqslant 1. \tag{32}$$

Формулами

$$v_x = v_0 + \varepsilon v_1 \tag{33}$$

и (6), (7), (22), (23), (29)–(32) определяется приближенное решение задачи (1)–(5). Данное решение, в частности, свидетельствует о наличии эффекта, состоящего в том, что (на фоне колебаний) жидкость совершает стационарное движение.

Рассмотрим вопрос о среднем по времени течении жидкости при малых по сравнению с единицей значениях Re. Используя (6), (21), (22), (29)–(33), получим

$$\langle \mathbf{v} \rangle \ \sim \ -\frac{1}{2}\varepsilon\widetilde{u}(\cos\varphi)\frac{h_1 - y}{h_1^2}\,\mathbf{e}_x \quad \text{для} \ \ 0 \leqslant y \leqslant h_1, \tag{34}$$

$$\langle \mathbf{v} \rangle \ \sim \ -\pi\varepsilon\widetilde{u}Re(\sin\varphi)(y - h_2)\,\mathbf{e}_x \quad \text{для} \ \ h_2 \leqslant y \leqslant 1 \tag{35}$$

при $Re \to 0$.

Согласно (34), (35) (на фоне колебаний) имеет место следующее. В области $\bar{\Omega}_1$ при $\cos\varphi > 0$ жидкость движется в направлении, противоположном направлению оси X; при $\cos\varphi < 0$ жидкость движется в направлении, совпадающем с направлением оси X; при $\cos\varphi = 0$ жидкость покоится. В области $\bar{\Omega}_2$ при $\sin\varphi > 0$ жидкость движется в направлении, противоположном направлению оси X; при $\sin\varphi < 0$ жидкость движется в направлении, совпадающем с направлением оси X; при $\sin\varphi = 0$ жидкость покоится. При $(\sin\varphi)\cos\varphi > 0$ жидкость в областях $\bar{\Omega}_1,\ \bar{\Omega}_2$ движется (вдоль оси X) в одинаковых направлениях; при $(\sin\varphi)\cos\varphi < 0$ жидкость в областях $\bar{\Omega}_1,\ \bar{\Omega}_2$ движется (вдоль оси X) во взаимно противоположных направлениях; при $(\sin\varphi)\cos\varphi = 0$ жидкость в одной из областей $\bar{\Omega}_1,\ \bar{\Omega}_2$ покоится, а в другой движется в направлении, совпадающем с направлением оси X или в направлении, противоположном направлению оси X.

Используя (34), (35), найдем, что при $(\sin\varphi)\cos\varphi \neq 0$ выполняется соотношение

$$(\cos\varphi)\Big(\frac{1}{1-h_2}\int\limits_{h_2}^{1}\langle \mathbf{v} \rangle\,dy\Big) \ = \ 2\pi Re(\sin\varphi)h_1(1-h_2)\Big(\frac{1}{h_1}\int\limits_{0}^{h_1}\langle \mathbf{v} \rangle\,dy\Big). \tag{36}$$

Согласно (36) для малых значений Re (в (34), (35) $Re \to 0$) и любых (допустимых) значений $h_1, 1-h_2$ при движении жидкости в обеих областях $\bar{\Omega}_1,\ \bar{\Omega}_2$ жидкость в области $\bar{\Omega}_2$, в среднем, движется значительно медленнее, чем в области $\bar{\Omega}_1$.

Рассмотрим вопрос о среднем по времени течении жидкости в областях $\bar{\Omega}_1, \bar{\Omega}_2$ при малых по сравнению с единицей значениях $h_1, 1-h_2$. Пусть $\sigma_1 = (h_1 - y)/h_1$ $(0 \leqslant \sigma_1 \leqslant 1$ при $0 \leqslant y \leqslant h_1)$; $\sigma_2 = (y - h_2)/(1-h_2)$ $(0 \leqslant \sigma_2 \leqslant 1$ при $h_2 \leqslant y \leqslant 1)$. Используя (6), (21), (22), (29)–(33), получим

$$\langle \mathbf{v} \rangle \ \sim \ -\frac{1}{2}\varepsilon\widetilde{u}(\cos\varphi)\frac{\sigma_1}{h_1}\,\mathbf{e}_x \quad \text{для} \quad 0 \leqslant y \leqslant h_1, \tag{37}$$

$$\langle \mathbf{v} \rangle \ \sim \ -\pi\varepsilon\widetilde{u}Re(\sin\varphi)\sigma_2(1-h_2)\,\mathbf{e}_x \quad \text{для} \quad h_2 \leqslant y \leqslant 1 \tag{38}$$

при $h_1 \to 0,\ 1-h_2 \to 0$ (и фиксированных $Re, \widetilde{u}, \varphi$).

Отметим, что выражения в правых частях (37), (38) совпадают с выражениями в правых частях соответственно (34), (35), но, в отличие от формул (34), (35), пригодных при малых $Re > 0$ и любых (допустимых) $h_1, 1-h_2$, формулы (37), (38) пригодны при малых $h_1, 1-h_2$ и любом (фиксированном) $Re > 0$.

Из (37), (38), в частности, следует соотношение, совпадающее с (36), согласно которому для малых значений $h_1,\ 1-h_2$ (в (37), (38) $h_1 \to 0, 1-h_2 \to 0$) и любого значения $Re > 0$, при движении жидкости в обеих областях $\bar{\Omega}_1,\ \bar{\Omega}_2$ жидкость в области $\bar{\Omega}_2$, в среднем, движется значительно медленнее, чем в области $\bar{\Omega}_1$.

Остановимся на вопросе о среднем по времени силовом воздействии со стороны жидкости на пластину η в направлении оси X, вдоль которой происходит движение пластины η. Пусть $\Delta\eta$ — тело, часть пластины η, в (произвольный) момент времени $t = t^*$ занимающая область

$\Omega_{\Delta\eta}$: $X^* < X < X^* + D_X$, $H_1 < Y < H_2$, $Z^* < Z < Z^* + D_Z$ ($X^*, Z^*, D_X > 0, D_Z > 0$ — постоянные). Определим среднюю по времени силу F, действующую со стороны жидкости на тело $\Delta\eta$ в направлении оси X. Используя (6), (21), (22), (29)–(33), найдем

$$F = \varepsilon \frac{\rho \widehat{L}^4}{Re\, T^2}\Big[-\,(\frac{d\bar{v}}{dy})_{|y=h_1} +\, (\frac{d\bar{v}}{dy})_{|y=h_2}\Big] s = -\sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\varepsilon}{\sqrt{Re}} \frac{\rho \widehat{L}^4 \widetilde{u}}{T^2 h_1} \mathrm{Real}\Big[(\mathrm{cth}\, q h_1) e^{i(\frac{\pi}{4} - \varphi)}\Big] s, \qquad (39)$$

где $s = D_X D_Z / L^2$.

Отметим, что согласно (39) среднее по времени силовое воздействие со стороны жидкости на пластину η в направлении оси X не зависит от «толщины» $1 - h_2$ области $\bar{\Omega}_2$.

Из (39), в частности, следует

$$f = \frac{F T^2}{\rho \widehat{L}^4} \sim -\sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\varepsilon}{\sqrt{Re}} \frac{\widetilde{u}}{h_1} \cos\Big(\varphi - \frac{\pi}{4}\Big) \qquad (40)$$

при $Re \to \infty$ (и фиксированных $h_1, \widetilde{u}, \varphi$).

Формулой (40) демонстрируется, что при больших по сравнению с единицей значениях числа Рейнольдса (в рассматриваемом приближении), при $\cos(\varphi - \pi/4) = 0$ сила F равна нулю, какое-либо среднее по времени силовое воздействие в направлении оси X со стороны жидкости на пластину η не оказывается; для $\cos(\varphi - \pi/4) \neq 0$ при возрастании Re модуль силы F убывает по закону $Re^{-1/2}$.

Заключение

Проведенное исследование привело к обнаружению новых эффектов необычного движения жидкости при периодических по времени воздействиях. Рассмотрено поведение вязкой жидкости, обусловленное воздействиями, не имеющими выделенного направления в пространстве. Из представленного в работе следует, что такие воздействия способны порождать качественные изменения в движении жидкости. Причиной обнаруженных эффектов является согласованность (друг с другом) оказываемых на жидкость воздействий. Гидромеханическая система, подвергающаяся периодическим по времени воздействиям, не имеющим выделенного направления в пространстве, производит отклики (реакции на воздействия), которые характеризуются наличием выделенного направления в пространстве и выражаются в том, что свободные части системы (части системы, движение которых не задано) — например, жидкие слои — на фоне колебаний совершают среднее движение. Это находится в непосредственной связи со следующим обобщенным принципом среднего движения: основополагающей причиной того, что не имеющими выделенного направления в пространстве периодическими по времени (колебательными, вибрационными) воздействиями на гидромеханическую систему порождается среднее по времени движение свободных частей системы, является возможность совершения свободными частями системы движения в различных направлениях в пространстве в неодинаковых условиях (см. также [26]).

Изложенным в настоящей работе, в частности, демонстрируется, что «не имеющим направления» может создаваться «имеющее направление».

Полученные результаты могут использоваться при проведении направленных экспериментальных исследований нетривиальной динамики гидромеханических систем; при разработке перспективных методов управления гидромеханическими системами; при создании гидромеханических систем, обладающих предписанными свойствами, например, систем, заданным образом реагирующих на периодические по времени воздействия.

Список литературы

1. *Сенницкий В. Л.* Преимущественно однонаправленное движение газового пузыря в вибрирующей жидкости // Доклады Академии наук СССР. 1991. Т. 319, № 1. С. 117–119.
2. *Сенницкий В. Л.* Преимущественно однонаправленное движение сжимаемого твердого тела в вибрирующей жидкости // Прикладная механика и техническая физика. 1993. № 1. С. 100–101.
3. *Lyubimov D. V.* New approach in the vibrational convection theory // In: Proc. 14 IMACs Congresson Computational and Applied Mathematics. Atlanta, Georgia, USA: Georgia Institute of Technonogy, 1994. P. 59–68.
4. *Lyubimov D. V.* Thermovibrational flows in nonuniform systems // Microgravity Quarterly. 1994. Vol. 4, no. 1. P. 221–225.
5. *Kozlov V. G.* Solid-body dynamics in cavity with liquid under high-frequency rotational vibration // Europhysics Letters. 1996. Vol. 36, no. 9. P. 651–656. DOI: 10.1209/epl/i1996-00282-0.
6. *Lyubimov D. V., Lyubimova T. P., Meradji S., Roux B.* Vibrational control of crystal growth from liquid phase // Journal of Crystal Growth. 1997. Vol. 180, no. 3–4. P. 648–659. DOI: 10.1016/S0022-0248(97)00294-7.
7. *Иванова А. А., Козлов В. Г., Эвеск П.* Динамика цилиндрического тела в заполненном жидкостью секторе цилиндрического слоя при вращательных вибрациях // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 1998. № 4. С. 29–39.
8. *Любимов Д. В., Перминов А. В., Черепанов А. А.* Генерация осреднённых течений в вибрационном поле вблизи поверхности раздела сред // Вибрационные эффекты в гидродинамике. Пермь: Издательство Пермского госуниверситета, 1998. С. 204–221.
9. *Сенницкий В. Л.* О движении пульсирующего твердого тела в вязкой колеблющейся жидкости // Прикладная механика и техническая физика. 2001. Т. 42, № 1. С. 82–86.
10. *Любимов Д. В., Любимова Т. П., Черепанов А. А.* Динамика поверхностей раздела в вибрационных полях. М.: Физматлит, 2003. 216 с.
11. *Иванова А. А., Козлов В. Г., Кузаев А. Ф.* Вибрационная подъемная сила, действующая на тело жидкости вблизи твердой поверхности // Доклады Академии наук. 2005. Т. 402, № 4. С. 488–491.
12. *Lyubimov D., Lyubimova T., Vorobev A., Mojtabi A., Zappoli B.* Thermal vibrational convection in near-critical fluids. Part 1. Non-uniform heating // Journal of Fluid Mechanics. 2006. Vol. 564. P. 159–183. DOI: 10.1017/S0022112006001418.
13. *Hassan S., Lyubimova T. P., Lyubimov D. V., Kawaji M.* Motion of a sphere suspended in a vibrating liquid-filled container // J. Appl. Mech. 2006. Vol. 73, no. 1. P. 72–78. DOI: 10.1115/1.1992516.
14. *Lyubimov D. V., Lyubimova T. P., Shklyaev S. V.* Behavior of a drop on an oscillating solid plate // Phys. Fluids. 2006. Vol. 18, no. 1. P. 012101. DOI: 10.1063/1.2137358.
15. *Shevtsova V., Melnikov D., Legros J. C., Yan Y., Saghir Z., Lyubimova T., Sedelnikov G., Roux B.* Influence of vibrations on thermodiffusion in binary mixture: A benchmark of numerical solutions // Phys. Fluids. 2007. Vol. 19, no. 1. P. 017111. DOI: 10.1063/1.2409622.
16. *Иванова А. А., Козлов В. Г., Кузаев А. Ф.* Вибрационное взаимодействие сферического тела с границами полости // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2008. № 2. С. 31–40.
17. *Сенницкий В. Л.* О колебательном движении неоднородного твердого шара в вибрирующей жидкости // Прикладная механика и техническая физика. 2009. Т. 50, № 6. С. 27–35.
18. *Иванова А. А., Козлов В. Г., Щипицын В. Д.* Легкий цилиндр в полости с жидкостью при горизонтальных вибрациях // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2010. № 6. С. 63–73.
19. *Kozlov V., Ivanova A., Schipitsyn V., Stambouli M.* Lift force acting on the cylinder in viscous liquid under vibration // Acta Astronautica. 2012. Vol. 79. P. 44–51. DOI: 10.1016/j.actaastro.2012.04.013.

20. *Lyubimov D. V., Baydin A. Y., Lyubimova T. P.* Particle dynamics in a fluid under high frequency vibrations of linear polarization // Microgravity Sci. Technol. 2013. Vol. 25, no 2. P. 121–126. DOI: 10.1007/s12217-012-9336-3.
21. *Иванова А. А., Козлов В. Г., Щипицын В. Д.* Подъемная сила, действующая на цилиндрическое тело в жидкости вблизи границы полости, совершающей поступательные колебания // Прикладная механика и техническая физика. 2014. Т. 55, № 5. С. 55–64.
22. *Алабужев А. А.* Поведение цилиндрического пузырька под действием вибраций // Вычислительная механика сплошных сред. 2014. Т. 7, № 2. С. 151–161. DOI: 10.7242/1999-6691/2014.7.2.16.
23. *Сенницкий В. Л.* О заданной ориентации твердого включения в вязкой жидкости // Сибирский журнал индустриальной математики. 2015. Т. 18, № 1. С. 123–128. DOI: 10.17377/SIBJIM.2015.18.110.
24. *Kozlov V., Vlasova O.* The repulsion of flat body from the wall of vibrating container filled with liquid // Microgravity Sci. Technol. 2015. Vol. 27, no. 4. P. 297–303. DOI: 10.1007/s12217-015-9460-y.
25. *Kozlov N. V., Vlasova O. A.* Behavior of a heavy cylinder in a horizontal cylindrical liquid-filled cavity at modulated rotation // Fluid Dyn. Res. 2016. Vol. 48, no. 5. P. 055503. DOI: 10.1088/0169-5983/48/5/055503.
26. *Сенницкий В. Л.* Парадоксальное движение жидкости // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. 2017. № 8–1. С. 28–33. DOI: 10.17513/mjpfi.11753.
27. *Власова О. А., Козлов В. Г., Козлов Н. В.* Динамика тяжелого тела, находящегося во вращающейся кювете с жидкостью, при модуляции скорости вращения // Прикладная механика и техническая физика. 2018. Т. 59, № 2. С. 39–49. DOI: 10.15372/PMTF20180105.
28. *Коновалов В. В., Любимова Т. П.* Численное исследование влияния вибраций на взаимодействие в ансамбле газовых пузырьков и твердых частиц в жидкости // Вычислительная механика сплошных сред. 2019. Т. 12, № 1. С. 48–56. DOI: 10.7242/1999-6691/2019.12.1.5.
29. *Щипицын В. Д.* Колебания неосесимметричного цилиндра в заполненной жидкостью полости, совершающей вращательные осцилляции // Письма в Журнал технической физики. 2020. Т. 46, № 15 (153). С. 43–46. DOI: 10.21883/PJTF.2020.15.49749.18349.
30. *Коновалов В. В., Любимова Т. П.* Влияние акустических вибраций на взаимодействие газового пузыря и твердой частицы в жидкости // Пермские гидродинамические научные чтения. Сборник статей по материалам VIII Всероссийской конференции, посвященной памяти профессоров Г. З. Гершуни, Е. М. Жуховицкого и Д. В. Любимова / Отв. редактор Т. П. Любимова. Пермь: Пермский государственный национальный исследовательский университет, 2022. С. 254–261.
31. *Сенницкий В. Л.* Об особенностях течения жидкости в поле силы тяжести // Сибирские электронные математические известия. 2022. Т. 19, № 1. С. 241–247. DOI: 10.33048/semi.2022.19.018.
32. *Челомей В. Н.* Парадоксы в механике, вызываемые вибрациями // Доклады Академии наук СССР. 1983. Т. 270, № 1. С. 62–67.
33. *Сенницкий В. Л.* О движении кругового цилиндра в вибрирующей жидкости // Прикладная механика и техническая физика. 1985. № 5. С. 19–23.
34. *Сенницкий В. Л.* Движение шара в жидкости, вызываемое колебаниями другого шара // Прикладная механика и техническая физика. 1986. № 4. С. 31–36.
35. *Луговцов Б. А., Сенницкий В. Л.* О движении тела в вибрирующей жидкости // Доклады Академии наук СССР. 1986. Т. 289, № 2. С. 314–317.
36. *Любимов Д. В., Любимова Т. П., Черепанов А. А.* О движении твёрдого тела в вибрирую-

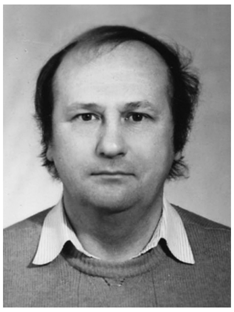
щей жидкости // Конвективные течения. Пермь: Издательство Пермского педагогического института, 1987. С. 61–71.
37. *Челомей В. Н.* Избранные труды. М.: Машиностроение, 1989. 336 с.
38. *Сенницкий В. Л.* О движении газового пузыря в вязкой вибрирующей жидкости // Прикладная механика и техническая физика. 1988. № 6. С. 107–113.
39. *Капица П. Л.* Маятник с вибрирующим подвесом // Успехи физических наук. 1951. Т. 44, № 1. С. 7–20. DOI: 10.3367/UFNr.0044.195105b.0007.
40. *Крылов Н. М., Боголюбов Н. Н.* Введение в нелинейную механику. Москва-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2004. 352 с.
41. *Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А.* Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. 2-е изд-е. М: Физматгиз, 1958. 408 с.

References

1. Sennitskii VL. Predominantly unidirectional motion of a gas bubbe in a vibrating liquid. Proceedings of the Academy of Sciences of the USSR. 1991;319(1):117–119 (in Russian).
2. Sennitskii VL. Predominantly unidirectional motion of a compressible solid body in a vibrating liquid. Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 1993;34(1):96–97. DOI: 10.1007/BF00851812.
3. Lyubimov DV. New approach in the vibrational convection theory. In: Proc. 14 IMACs Congresson Computational and Applied Mathematics. Atlanta, Georgia, USA: Georgia Institute of Technonogy; 1994. P. 59–68.
4. Lyubimov DV. Thermovibrational flows in nonuniform systems. Microgravity Quarterly. 1994;4(1): 221–225.
5. Kozlov VG. Solid-body dynamics in cavity with liquid under high-frequency rotational vibration. Europhysics Letters. 1996;36(9):651–656. DOI: 10.1209/epl/i1996-00282-0.
6. Lyubimov DV, Lyubimova TP, Meradji S, Roux B. Vibrational control of crystal growth from liquid phase. Journal of Crystal Growth. 1997;180(3–4):648–659. DOI: 10.1016/S0022-0248(97)00294-7.
7. Ivanova AA, Kozlov VG, Evesque P. Dynamics of a cylindrical body in a liquid-filled sector of a cylindrical layer under rotational vibration. Fluid Dynamics. 1998;33(4):488–496. DOI: 10.1007/BF02698213.
8. Luybimov DV, Perminov AV, Cherepanov AA. Generation of mean flows in vibrational field near the interface. In: Vibration Effects in Hydrodynamics. Perm: Perm State University Publishing; 1998. P. 204–221 (in Russian).
9. Sennitskii VL. Motion of a pulsating rigid body in an oscillating viscous liquid. Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 2001;42(1):72–76. DOI: 10.1023/A:1018808628235.
10. Lyubimov DV, Lyubimova TP, Cherepanov AA. Dynamics of Interfaces in Vibrationalfields. Moscow: Fizmatlit; 2003. 216 p. (in Russian).
11. Ivanova AA, Kozlov VG, Kuzaev AF. Vibrational lift force acting on a body in a fluid near a solid surface. Doklady Physics. 2005;50(6):311–314. DOI: 10.1134/1.1958123.
12. Lyubimov D, Lyubimova T, Vorobev A, Mojtabi A, Zappoli B. Thermal vibrational convection in near-critical fluids. Part 1. Non-uniform heating. Journal of Fluid Mechanics. 2006;564:159–183. DOI: 10.1017/S0022112006001418.
13. Hassan S, Lyubimova TP, Lyubimov DV, Kawaji M. Motion of a sphere suspended in a vibrating liquid-filled container. J. Appl. Mech. 2006;73(1):72–78. DOI: 10.1115/1.1992516.
14. Lyubimov DV, Lyubimova TP, Shklyaev SV. Behavior of a drop on an oscillating solid plate. Phys. Fluids. 2006;18(1):012101. DOI: 10.1063/1.2137358.
15. Shevtsova V, Melnikov D, Legros JC, Yan Y, Saghir Z, Lyubimova T, Sedelnikov G, Roux B.

Influence of vibrations on thermodiffusion in binary mixture: A benchmark of numerical solutions. Phys. Fluids. 2007;19(1):017111. DOI: 10.1063/1.2409622.
16. Ivanova AA, Kozlov VG, Kuzaev AF. Vibrational hydrodynamic interaction between a sphere and the boundaries of a cavity. Fluid Dynamics. 2008;43(2):194–202. DOI: 10.1134/S0015462 80802004X.
17. Sennitskii VL. Pulsating motion of an inhomogeneous solid sphere in a vibrating liquid. Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 2009;50(6):936–943. DOI: 10.1007/s10808-009-0127-6.
18. Ivanova AA, Kozlov VG, Shchipitsyn VD. A light cylinder under horizontal vibration in a cavity filled with a fluid. Fluid Dynamics. 2010;45(6):889–897. DOI: 10.1134/S0015462810060062.
19. Kozlov V, Ivanova A, Schipitsyn V, Stambouli M. Lift force acting on the cylinder in viscous liquid under vibration. Acta Astronautica. 2012;79:44–51. DOI: 10.1016/j.actaastro.2012.04.013.
20. Lyubimov DV, Baydin AY, Lyubimova TP. Particle dynamics in a fluid under high frequency vibrations of linear polarization. Microgravity Sci. Technol. 2013;25(2):121–126. DOI: 10.1007/s12217-012-9336-3.
21. Ivanova AA, Kozlov VG, Shchipitsyn VD. Lift force acting on a cylindrical body in a fluid near the boundary of a cavity performing translational vibrations. Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 2014;55(5):773–780. DOI: 10.1134/S002189441405006X.
22. Alabuzhev AA. Behavior of a cylindrical bubble under vibrations. Computational Continuum Mechanics. 2014;7(2):151–161 (in Russian). DOI: 10.7242/1999-6691/2014.7.2.16.
23. Sennitskii VL. On a prescribed orientation of a solid inclusion in a viscous liquid. Journal of Applied and Industrial Mathematics. 2015;18(1):123–128 (in Russian). DOI: 10.17377/SIBJIM.2015.18.11.
24. Kozlov V, Vlasova O. The repulsion of flat body from the wall of vibrating container filled with liquid. Microgravity Sci. Technol. 2015;27(4):297–303. DOI: 10.1007/s12217-015-9460-y.
25. Kozlov NV, Vlasova OA. Behavior of a heavy cylinder in a horizontal cylindrical liquid-filled cavity at modulated rotation. Fluid Dyn. Res. 2016;48(5):055503. DOI: 10.1088/0169-5983/48/5/055503.
26. Sennitskii VL. Paradoxical motion of a liquid. International Journal of Applied and Basic Research. 2017;(8–1):28–33 (in Russian). DOI: 10.17513/mjpfi.11753.
27. Vlasova OA, Kozlov VG, Kozlov NV. Lift force acting on a heavy solid in a rotating liquid-filled cavity with a time-varying rotation rate. Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 2018;59(2):219–228. DOI: 10.1134/S0021894418020050.
28. Konovalov BB, Lyubimova TP. Numerical study of the effect of vibrations on the interaction in an ensemble of gas bubbles and solid particles in a liquid. Computational Continuum Mechanics. 2019;12(1):48–56 (in Russian). DOI: 10.7242/1999-6691/2019.12.1.5.
29. Shchipitsyn VD. Vibrations of a nonaxisymmetric cylinder in a cavity filled with liquid and performing rotational oscillations. Tech. Phys. Lett. 2020;46(8):771–774. DOI: 10.1134/S106378 5020080143.
30. Konovalov VV, Lyubimova TP. Influence of acoustic vibrations on the interaction of a gas bubble and a solid particle in a liquid. In: Lyubimova TP, editor. Perm Hydrodynamical Scientific Readings. Digest of Articles by the Materials of VIII All-Russian Conference Dedicated for the Memory of Professors G. Z. Gershuny, E. M. Juhovitskii and D. V. Lyubimov. Perm: Perm State National Research University; 2022. P. 254–261 (in Russian).
31. Sennitskii VL. On peculiarities of a liquid flow in a gravity field. Siberian Electronic Mathematical Reports. 2022;19(1):241–247 (in Russian). DOI: 10.33048/semi.2022.19.018.
32. Chelomei VN. Paradoxes in mechanics caused by vibrations. Proceedings of the Academy of Sciences of the USSR. 1983;270(1):62–67 (in Russian).

33. Sennitskii VL. Motion of a circular cylinder in a vibrating liquid. Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 1985;26(5):620–623. DOI: 10.1007/BF00915307.
34. Sennitskii VL. Motion of a sphere in fluid caused by vibrations of another sphere. Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 1986;27(4):501–505. DOI: 10.1007/BF00910190.
35. Lugovtsov BA, Sennitskii VL. Motion of a body in a vibrating liquid. Proceedings of the Academy of Sciences of the USSR. 1986;289(2):314–317 (in Russian).
36. Lyubimov DV, Lyubimova TP, Cherepanov AA. On the motion of a solid body in a vibrating fluid. In: Convective Flows. Perm: Perm Pedagogical Institute Publishing; 1987. P. 61–71 (in Russian).
37. Chelomei VN. Selected Works. Moscow: Mashinostroenie; 1989. 336 p. (in Russian).
38. Sennitskii VL. Motion of a gas bubble in a viscous vibrating liquid. Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 1988;29(6):865–870. DOI: 10.1007/BF00858387.
39. Kapitsa PL. Pendulum with a vibrating suspension. Sov. Phys. Usp. 1951;44(1):7–20 (in Russian). DOI: 10.3367/UFNr.0044.195105b.0007.
40. Krylov NM, Bogoliubov NN. Introduction in Non-linear Mechanics. Moscow-Izhevsk: Research Center Regular and Chaotic Dynamics; 2004. 352 p. (in Russian).
41. Bogoliubov NN, Mitropolsky YA. Asymptotic Methods in the Theory of Non-linear Oscillations. New York: Gordon and Breach; 1961. 537 p.



Сенницкий Владимир Леонидович — родился в 1950 году. Окончил физический факультет Новосибирского государственного университета (НГУ, 1972). Защитил диссертации на соискание ученой степени кандидата (1983) и доктора (1995) физико-математических наук. Имеет звание доцента (1994). С 1975 года работает в Институте гидродинамики им. М. А. Лаврентьева Сибирского отделения РАН, в настоящее время в должности старшего научного сотрудника. Область научных интересов: самодвижение тел в жидкости; нетривиальная, парадоксальная динамика гидромеханических систем.

Россия, 630090 Новосибирск, проспект академика Лаврентьева, 15
Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН
E-mail: sennitskii@yandex.ru
ORCID: 0009-0006-5131-2858
AuthorID (eLibrary.Ru): 2024