



ОБОСТРЯЮЩИЕСЯ АВТОМОДЕЛЬНЫЕ СТРУКТУРЫ В ВЫСОКОЧАСТОТНОМ РАЗРЯДЕ НИЗКОГО ДАВЛЕНИЯ

Н. В. Введенский, В. Б. Гильденбург, А. А. Солодов

Исследована нелинейная динамика цилиндрически симметричного высокочастотного разряда, создаваемого вращающимся внешним электрическим полем. На базе численных расчетов проанализированы три основные стадии в развитии разряда: самоускоряющийся лавинообразный процесс вплоть до значений максимальной плотности плазмы, отвечающих «геометрическому» резонансу плазменного цилиндра; диффузионное распространение быстрой волны ионизации, содержащей на своем переднем фронте область плазменного резонанса; установление устойчивого стационарного состояния. Изучены режимы обострения профилей амплитуды поля и плотности при приближении к точке плазменного резонанса на оси симметрии. Показано, что возникающие при этом динамические структуры хорошо согласуются с найденными автомоделными решениями системы нелинейных уравнений для электрического поля и плотности плазмы.

Введение

В последние 20 лет ведутся активные исследования в области динамики и структуры неравновесных разрядов, создаваемых в газах мощными электромагнитными полями различных частотных диапазонов (радио, СВЧ, оптического). Неравновесным («холодным») называется разряд, характеризуемый низкими температурами всех степеней свободы молекул ($T_m \sim 300$ К) и высокими температурами электронов ($T_e > 10^4$ К). Неравновесная стадия является начальной в динамике любого высокочастотного разряда и существенным образом определяет его дальнейшую эволюцию, в частности, скорость, а также саму возможность перехода в режим термической ионизации. Изучение неравновесного режима представляет основной интерес при решении обсуждаемых в последнее время прикладных задач – таких, как повышение энергоемкости рабочей среды газовых лазеров и плазмохимических реакторов, разработка новых методов напыления пленочных покрытий и создание радиоотражающих или «озоновостанавливающих» областей искусственной ионизации в атмосфере Земли.

Ранее проведенные теоретические и экспериментальные исследования показали [1–7], что важную роль в динамике неравновесных разрядов может играть явление плазменного резонанса, выражающееся в сильном увеличении амплитуды поля при приближении плотности к критическому значению. Это явление приводит, в частности, к сильному возрастанию скорости распространения фронтов ионизации [6, 7] и к возникновению в разрядах (как микроволновых, так и оптических) так называемой плазменно-резонансной ионизационной неустойчи-

ности (ПРИН) [1–6], развивающейся в тех областях параметров, где частота соударений электронов мала по сравнению с частотой поля, а максимальная электронная плотность может превышать критическое значение. Эта неустойчивость, обусловленная взаимным усилением мелкомасштабных возмущений поля и плотности плазмы, приводит на нелинейной стадии к формированию мелкомасштабных структур, характеризующихся наличием резких пиков амплитуды поля в областях критической плотности [4–6]. В работе [6] рассматривалась простейшая одномерная модель разряда в продольном переменном электрическом поле – модель «плоского конденсатора» с фиксированным значением электрической индукции в плазме. На основании анализа квазилинейного параболического уравнения удалось найти класс автомодельных решений, хорошо описывающих одномерные обострения профилей плотности плазмы при приближении максимальной концентрации электронов к критическому значению и неограниченном росте величины поля. Однако ряд важных вопросов динамики разряда, касающихся нелинейной стадии ПРИН и вообще характера эволюции поля и плотности плазмы в условиях сильного плазменного резонанса, пока остается мало изученным. К числу таких вопросов можно отнести изучение явления плазменного резонанса и обусловленных им режимов обострения в неоднородных (не плоских) динамических разрядных структурах.

В данной работе исследуются двумерные (осесимметричные) динамические структуры, формируемые на нелинейной стадии ПРИН в высокочастотном разряде, создаваемом вращающимся электрическим полем; проведено компьютерное моделирование полной картины пространственно-временной эволюции разряда низкого давления (при частотах соударений электронов, малых по сравнению с частотой поля) и найдены автомодельные решения, описывающие процесс обострения профилей поля и плотности плазмы вблизи точки плазменного резонанса.

Исходные уравнения и приближения. Основные стадии развития разряда

Исследуем нелинейную динамику осесимметричного газового разряда, создаваемого в бесконечно длинной цилиндрической трубке высокочастотным вращающимся электрическим полем. Вектор напряженности квазимонохроматического электрического поля запишем в виде $\mathbf{E} = \text{Re}(E(x, y, t) \exp(-i\omega t))$, где $E(x, y, t)$ комплексная амплитуда (медленная огибающая), x, y – декартовы координаты в плоскости, перпендикулярной оси симметрии. Вектор напряженности внешнего электрического поля (поля вдали от области разряда), имеющий комплексную амплитуду $E_0 = -(2^{-1/2} E_0)(x_0 + iy_0)$ (x_0, y_0 – единичные орты на осях x и y , $E_0 = \text{const}$ – заданная величина, не зависящая от времени), вращается с постоянной угловой частотой ω в плоскости (x, y) . Задача решается в квазистатическом приближении, то есть размеры области, в которой происходит разряд, много меньше длины волны $\lambda \sim c/\omega$. В этом приближении электрическое поле можно считать потенциальным и описывать уравнениями вида

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi, \quad \nabla(\epsilon\mathbf{E}) = 0. \quad (1)$$

Здесь φ – электрический потенциал; $\epsilon = 1 - (N/N_c)(1 - i\nu)$ – комплексная диэлектрическая проницаемость плазмы; $N_c = m(\omega^2 + \nu^2)/(4\pi e^2)$ – критическая концентрация; e и m – заряд и масса электрона; $\nu = \nu/\omega$, где ν – частота соударений электронов. Концентрация электронов (плотность плазмы) $N(\mathbf{r}, t)$ является медленной (в масштабе периода $2\pi/\omega$) функцией и в широкой области параметров неравновесного разряда, зажигаемого в электроотрицательных газах (в том числе, в воздухе) [8], определяется уравнением баланса

$$\partial N/\partial t = D\Delta N + (v_i - v_a)N, \quad (2)$$

в котором частота прилипания электронов v_a и коэффициент амбиполярной диффузии D предполагаются постоянными; для частоты ионизирующих соударений v_i используется степенная аппроксимация

$$v_i = v_a(|E|/E_c)^\beta, \quad (3)$$

где E_c – критическое (пороговое) поле однородного пробоя, показатель β зависит от рода газа и диапазона изменения амплитуды поля; в частности, для воздуха $\beta \sim 5 \div 3$ при $|E|/E_c \sim 1 \div 6$ [8–10].

Введем в плоскости (x, y) полярную систему координат r, θ (где $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$ – расстояние до оси симметрии, θ – полярный угол, отсчитываемый от оси x) и будем рассматривать решения, в которых $N = N(r, t)$. Переходя к безразмерным переменным $n = N/N_c$, $E' = E/E_c$, $t' = v_a t$, $x' = x/L_a$, $y' = y/L_a$ ($L_a = (D/v_a)^{1/2}$ – диффузионная длина прилипания электронов) и, опуская далее штрихи в обозначениях переменных x, y, t, E , запишем уравнения (2), (3) для радиально-симметричных распределений плотности $n = n(r, t)$

$$\partial n/\partial t = \partial^2 n/\partial r^2 + (1/r)\partial n/\partial r + (|E|^\beta - 1)n. \quad (4)$$

Зададим граничные условия для функции n . Будем считать, что на стенках трубки выполняется условие полного поглощения электронов, то есть $n(R, t) = 0$, где R – радиус цилиндрической трубки. Второе граничное условие – $\partial n/\partial r(0, t) = 0$; оно вытекает непосредственно из (4) при условии конечности скорости ионизации.

Запишем уравнения и граничные условия, описывающие распределения электрического поля в пространстве. Представим скалярный потенциал φ в виде

$$\varphi(x, y, t) = \psi(r, t)\exp(i\theta), \quad (5)$$

где ψ является комплексной функцией переменных r и t . Уравнения (1), записанные с помощью функции ψ , будут иметь следующий вид:

$$E = -\nabla\varphi = -(\partial\psi/\partial r e_r + i\psi/r e_\theta)\exp(i\theta), \quad (6)$$

$$\partial^2\psi/\partial r^2 + (1/\epsilon \partial\epsilon/\partial r + 1/r)\partial\psi/\partial r - \psi/r^2 = 0. \quad (7)$$

Здесь e_r и e_θ – единичные векторы в направлении радиуса и азимута. Очевидно, что на оси симметрии скалярный потенциал φ в любой момент времени не должен зависеть от азимутального угла θ , поэтому, согласно выражению (5), $\psi(0, t) = 0$. Заметим также, что из уравнения (7) (фактически – из дифференцируемости функции $\psi(r)$) следует равенство $\lim_{r \rightarrow 0} (\psi/r) = \partial\psi/\partial r(0, t)$, означающее, согласно (6), что поле на оси имеет круговую поляризацию; во всех остальных точках пространства $0 < r < \infty$ в общем случае поляризация эллиптическая. По известной функции $\psi(r, t)$ находится модуль амплитуды неоднородного электрического поля в любой момент времени в каждой точке пространства

$$|E| = E = \begin{cases} (|\partial\psi/\partial r|^2 + |\psi/r|^2)^{1/2}, & r > 0, \\ 2^{1/2}|\partial\psi/\partial r|, & r = 0. \end{cases} \quad (8)$$

В области $r > R$ плотность плазмы $n = 0$, диэлектрическая проницаемость $\epsilon = 1$, и решение уравнения (7) для функции ψ , отвечающее при $r \rightarrow \infty$ переходу к невозмущенному внешнему полю, запишется следующим образом:

$$\psi(r,t) = 2^{-1/2}E_0 r + C(t)/r. \quad (9)$$

Второе слагаемое в формуле (9) описывает порождаемое разрядом поле вращающегося двумерного диполя. В силу непрерывности тангенциальной и нормальной (поскольку $\varepsilon(R,t)=1$) компонент электрического поля на стенках трубки, легко получить еще одно граничное условие для функции ψ : $(\psi/r + \partial\psi/\partial r)(R,t) = 2^{1/2}E_0$.

Таким образом, запишем полную систему уравнений и граничные условия для плотности плазмы $n(r,t)$ и функции $\psi(r,t)$ внутри плазменного цилиндра

$$\partial n/\partial t = \partial^2 n/\partial r^2 + 1/r \partial n/\partial r + [(\partial\psi/\partial r)^2 + (\psi/r)^2]^{1/2} - 1]n, \quad (10)$$

$$\partial^2 \psi/\partial r^2 + (1/\varepsilon \partial\varepsilon/\partial r + 1/r)\partial\psi/\partial r - \psi/r^2 = 0, \quad \varepsilon = 1 - n(1 - i\bar{v}); \quad (11)$$

$$\partial n/\partial r(0,t) = 0; \quad \psi(0,t) = 0; \quad n(R,t) = 0; \quad (\psi/r + \partial\psi/\partial r)(R,t) = E_0 2^{1/2}. \quad (12)$$

В качестве начального условия выберем гауссово распределение для функции $n(r,0)$

$$n(r,0) = n_0 [\exp(-r^2/l^2) - \exp(-R^2/l^2)]. \quad (13)$$

Задача (10)–(13) решалась численно с помощью компьютера на промежутке $r \leq R$ при значениях параметров $\beta=4$, $n_0=0.4$, $E_0=1.2$, $\bar{v}=0.2$, $R=10$, $l=2$. Выбор этих значений определялся, с одной стороны, их соответствием типичным условиям лабораторного эксперимента по пробоем газа низкого давления [2, 3], а с другой – возможностью демонстрации (в условиях неизбежной ограниченности вычислительных ресурсов) интересующих нас эффектов на основных стадиях процесса. Численное решение задачи (10)–(13) проводилось с использованием неявной разностной схемы Крэнка – Николсона и метода прогонки с размерами шагов по временной ($\delta t=10^{-7}$) и пространственной ($\delta r=10^{-3}$) координатам, обеспечивающими устойчивость численной схемы и достаточно высокое разрешение резонансных пиков исследуемых зависимостей. Эволюция полученных пространственных распределений плотности плазмы и модуля амплитуды электрического поля, найденного из выражения (8), показана на рис. 1. На первой стадии процесса рост максимальной плотности, достигающей в точке $r=0$ ($n_{\max}=n(0,t)$), происходит с увеличивающейся скоростью до значения $n_{\max} \approx 1.94$ (кривые 3). Далее скорость роста n_{\max} снижается, и процесс приобретает характер стационарной волны пробоя [7], содержащей на своем переднем фронте точку плазменного резонанса и распространяющейся от центра к границам трубки (кривые 5–8). На завершающей стадии процесса образуется устойчивое стационарное состояние (кривые 10), изученное в работе [11].

Заметим, что условие $v \ll \omega$ накладывает, вообще говоря, ограничения на максимальную величину безразмерной переменной r (радиальная координата, отнесенная к диффузионной длине L_a), допустимую в рамках используемого квазистатического приближения ($\omega r/(cL_a) \ll 1$). В частности, для разряда в воздухе, согласно известным справочным данным [8–10], равенство $\omega r/(cL_a)=1$ при использованном в расчетах значении $v/\omega=0.2$ отвечает максимальному значению $r \approx 2$. Распространение разряда в области $r > 2$ может описываться представленными на рис. 1 кривыми лишь для некоторого гипотетического газа, характеризуемого меньшими значениями диффузионной длины при той же частоте соударений электронов. Фактически результаты для области $r > 2$ должны рассматриваться лишь как иллюстрирующие динамику диффузионной волны ионизации в рамках простейшей квазистатической модели.

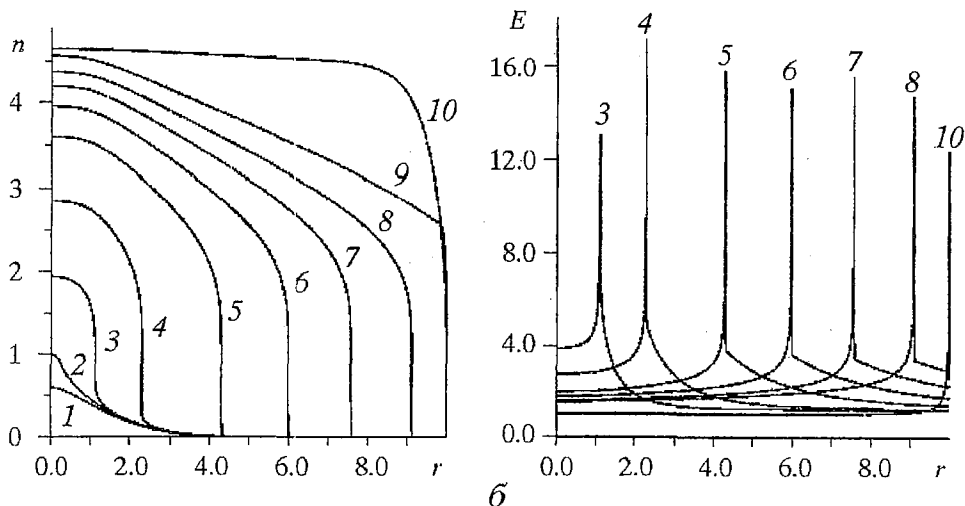


Рис. 1. Пространственные распределения плотности плазмы $n(r)$ и модуля амплитуды электрического поля $E(r)$ в различные моменты времени t при значениях параметров $n_0=0.4$, $E_0=1.2$, $\bar{\nu}=0.2$, $\beta=4$, $R=10$, $l=2$. Кривые 1-4 соответствуют значениям $t=0.0856$, 0.1187 , 0.1285 , 0.1319 ; кривые 4-9 построены через равные промежутки времени $\Delta t=0.0088$; кривым 10 соответствует момент времени $t=0.9$

Автомоделные режимы с обострением в приосевой области

При приближении значения плотности плазмы на оси цилиндра к критическому (в условиях сильного плазменного резонанса, то есть при малых значениях $\bar{\nu}/\omega$) взрывной рост амплитуды поля и концентрации может происходить в режиме обострения. Процесс обострения и динамические структуры профилей поля и плотности плазмы при приближении к точке плазменного резонанса (в области $\bar{\nu} \ll 1$, $0 < \epsilon = 1 - n < 1$, $|E| \gg 1$) можно описать приближенно на основании некоторых упрощенных уравнений, полученных из (10), (11),

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} = \frac{\partial^2 \epsilon}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \epsilon}{\partial r} - [(\frac{\partial \psi}{\partial r})^2 + (\frac{\psi}{r})^2]^{\beta/2}, \quad (14)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + (\frac{1}{r} + \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial r}) \frac{\partial \psi}{\partial r} - \psi/r^2 = 0. \quad (15)$$

Будем искать автомоделные решения системы уравнений (14), (15) при $t < t_0$ (t_0 – момент достижения особенности в точке $r=0$) в виде

$$\epsilon(r,t) = (t_0 - t)^p f(\xi), \quad \psi(r,t) = (t_0 - t)^q g(\xi), \quad (16)$$

где $\xi = r/(t_0 - t)^{1/2}$ – автомоделная переменная. По известной функции $g(\xi)$ находим значения модуля амплитуды электрического поля

$$|E| = E = (t_0 - t)^{q-1/2} \times \begin{cases} [(g')^2 + (g/\xi)^2]^{1/2}, & \xi > 0, \\ g'(0)2^{1/2}, & \xi = 0. \end{cases}$$

Подставляя выражения (16) в уравнение (14) и приравнивая значения показателей степени при временных множителях, находим связь между показателями p и q

$$p = (q - 1/2)\beta + 1. \quad (17)$$

Автомоделные функции $f(\xi)$ и $g(\xi)$ удовлетворяют системе уравнений в полных производных

$$f'' + (1/\xi - 1/2\xi)f' + pf - [(g')^2 + (g/\xi)^2]^{\beta/2} = 0, \quad (18)$$

$$g'' + (1/\xi + f'/f)g' - g/\xi^2 = 0. \quad (19)$$

Интересующие нас решения системы (18), (19) должны отвечать следующим условиям: $0 < \varepsilon(r, t) < \infty$ при $0 < r < \infty$, $t \leq t_0$; $\varepsilon(0, t_0) = 0$, $\partial \psi / \partial r(0, t_0) = \infty$; $f'(0) = g(0) = 0$. Автономные функции, удовлетворяющие вышеперечисленным условиям, должны выходить при $\xi \rightarrow \infty$ на степенные асимптотики $f_{as}(\xi) \sim \xi^{2p}$, $g_{as}(\xi) \sim \xi^{2q}$, позволяющие найти вид функций $\varepsilon(r, t_0) = 1 - n(r, t_0) \sim r^{2p}$ и $E(r, t_0) \sim r^{2q-1}$. Требуя, чтобы уравнения (18), (19) действительно имели такие асимптотики, с учетом связи (17) находим показатели q, p ; в области значений $q < 1/2$ и $p > 0$, отвечающей второму из приведенных выше условий, имеем

$$q = [\beta - 2 + (\beta^2 + 8)^{1/2}] / [4(\beta + 1)], \quad p = [-\beta^2 + \beta(\beta^2 + 8)^{1/2} + 4] / [4(\beta + 1)]. \quad (20)$$

Зависимости (20) изображены на рис. 2. Интересно отметить, что при значениях $\beta < \beta_c = (5^{1/2} + 3) / 2 \approx 2.618$ соответствующие значения $p > 1/2$. При этом автономные решения $\varepsilon(r, t)$ сохраняют колоколообразную форму с нулевой производной в точке $r=0$ также и в момент возникновения особенности $t=t_0$. При $\beta > \beta_c$ профиль $\varepsilon(r)$ при $t=t_0$ имеет заострение ($\partial \varepsilon / \partial r = \infty$) в точке $r=0$.

Для того, чтобы построить решения системы уравнений (18), (19), необходимо задание четырех начальных значений в точке $\xi=0$: $f(0)$, $f'(0)$, $g(0)$, $g'(0)$. Два значения для интересующих решений нам известны: $f'(0) = g(0) = 0$, так как $\partial \varepsilon / \partial r(0, t) = \psi(0, t) = 0$. Представим автономные функции $f(\xi)$ и $g(\xi)$ в виде

$$f(\xi) = f(0)f_1(\xi), \quad g(\xi) = g'(0)g_1(\xi).$$

Из системы уравнений (18), (19) находим систему уравнений для нормированных функций f_1 и g_1

$$f''_1 + (1/\xi - 1/2\xi)f'_1 + pf_1 - K[(g'_1)^2 + (g_1/\xi)^2]^{\beta/2} = 0, \quad (21)$$

$$g''_1 + (1/\xi + f'_1/f_1)g'_1 - g_1/\xi^2 = 0, \quad (22)$$

где $K = g'(0)/f(0)$, $g_1(0) = f'_1(0) = 0$, $g'_1(0) = f_1(0) = 1$. При фиксированном значении показателя β выход решений системы уравнений (21), (22) при $\xi \rightarrow \infty$ на нужные нам степенные асимптотики $f_{1as} = C_{f1}\xi^{2p}$, $g_{1as} = C_{g1}\xi^{2q}$ обеспечивается выбором

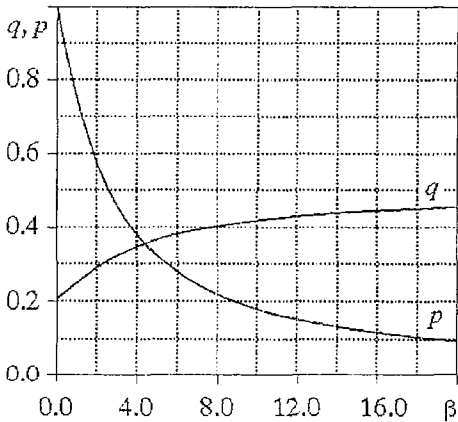


Рис. 2

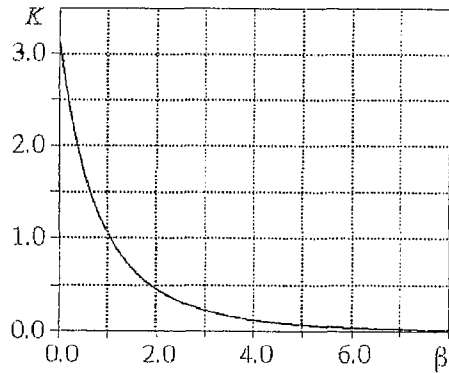


Рис. 3

соответствующего значения параметра $K(\beta)$. Зависимости $K(\beta)$ и коэффициентов $C_{f1}(\beta)$, $C_{g1}(\beta)$ в степенных асимптотиках функций $f_{1as}(\xi)$, $g_{1as}(\xi)$, найденные нами численными методами, изображены на рис. 3, 4. Заметим, что, как следует из результатов численных расчетов, функция $C_{g1}(\beta)$ имеет максимум при значении $\beta = \beta_c \approx 2.618$, которому соответствует линейный профиль $\varepsilon(r, t_0)$ ($p=1/2$). Нормированные автомодельные функции $f_1(\xi)$, $g_1(\xi)$ и их асимптотики для значения параметра $\beta=4$ изображены на рис. 5.

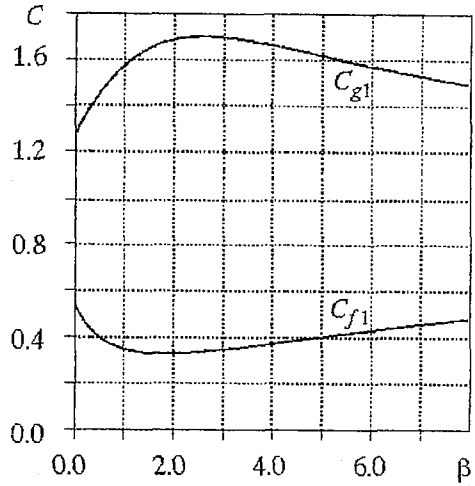


Рис. 4

Знание параметра $K(\beta)$ позволяет выразить одно из двух оставшихся неизвестными начальных значений $f(0)$ и $g'(0)$ через другое: $f(0) = g'(0)/K(\beta)$, чем устанавливается существование однопараметрического (с параметром $g'(0)$) семейства автомодельных решений, обладающих требуемыми степенными асимптотиками на бесконечности: $f_{as} = C_f \xi^{2p}$, $g_{as} = C_g \xi^{2q}$ (C_f и C_g – константы, зависящие от β и $g'(0)$). Какое из автомодельных решений этого класса реализуется на стадии обострения в исходной полной задаче (10)–(12) при $\bar{v}=0$, может зависеть, в принципе, от начального распределения плотности плазмы $n(r, 0)$ и модуля амплитуды внешнего поля E_0 . Для установления этой связи было проведено численное моделирование эволюции процесса пробоя на базе уравнений (10)–(12) при $\bar{v}=0$ для широкого класса начальных распределений типа «колокол на пьедестале» (рис. 6). Было найдено, что в малой окрестности точки $r=0$ в области значений параметров $\beta=4$, $n_0 \leq 0.9$, $n_0 - n_1 \geq 0.2$, $1.5 < R \leq 100$, $1 \leq R/r_1 \leq 200$, $1.2 \leq E_0 \leq 3$ динамические структуры, формируемые на стадии обострения, хорошо совпадают с автомодельными решениями уравнений (14), (15), отвечающими

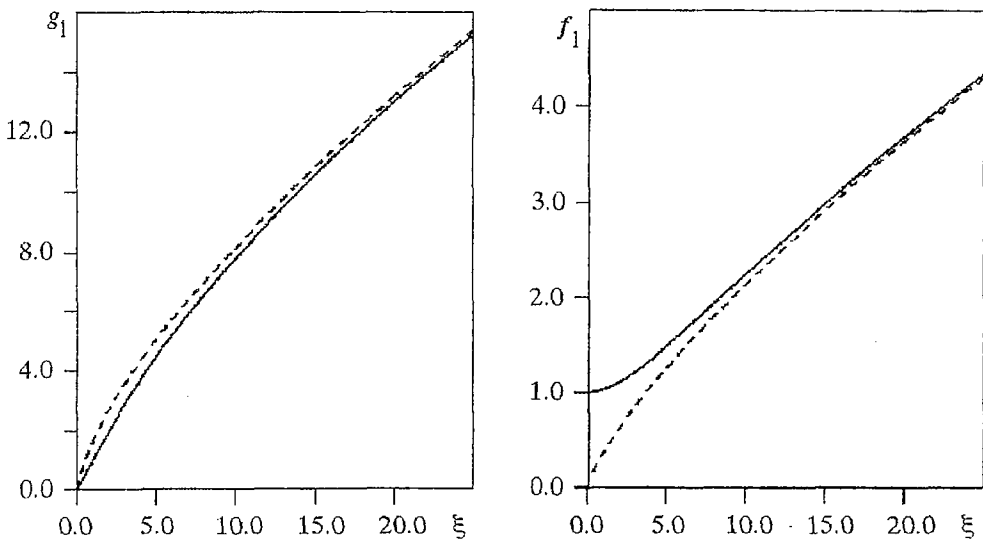


Рис. 5. Нормированные автомодельные функции – решения уравнений (21), (22) (сплошные кривые) и их степенные асимптотики (пунктир) при $\beta=4$

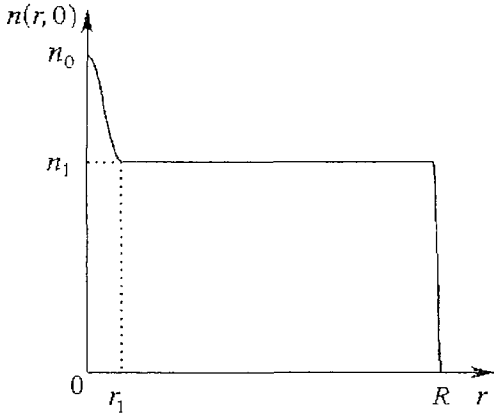


Рис. 6. Начальное распределение плотности плазмы типа «колокол на пьедестале»

параметру $g'(0)$, зависящему только от величины модуля амплитуды внешнего поля E_0 . Значения параметра $g'(0)$ определялись из численного решения задачи (10)–(12).

На основании анализа зависимости $g'(0)$ от E_0 был сформулирован приближенный рецепт выбора автомодельного решения, отвечающего заданному значению E_0 . В соответствии с этим рецептом (см. формулу (27)) связь $g'(0)$ с внешним полем E_0 принимается такой же, как в задаче, где распределение $\varepsilon(r)=1-n(r)$ совпадает с автомодельной асимптотикой $\varepsilon_{as}(r)=C_f r^{2p}$ вплоть до

значения $\varepsilon=1$. В качестве обоснования приближенной применимости этого рецепта для рассмотренного нами достаточно широкого класса начальных распределений плотности можно привести следующие соображения.

Пусть в момент времени $t \approx t_0$ задано распределение рис. 6 с $n_0 \approx 1$; на промежутке $r \leq r_1$ распределения $\varepsilon=1-n$ и ψ совпадают со своими автомодельными решениями, причем $\xi_1=r_1/(t_0-t)^{1/2} \gg 1$. Тогда при $r=r_1$ можно считать $\varepsilon_1=C_f r_1^{2p}$, $\psi_1=\psi(r_1)=C_g r_1^{2q}$. Отсюда для распределения рис. 6 при известном значении модуля амплитуды невозмущенного внешнего поля определяется коэффициент C_g

$$C_g = 2^{3/2} E_0 r_1^{1-2q} / [(1+\varepsilon_1)(1+2q) + (r_1^2/R^2)(1-\varepsilon_1)(1-2q)]. \quad (23)$$

Найдем коэффициент $C_g=C_g^*$ для распределения без пьедестала, положив в формуле (23) $\varepsilon_1=1$, $r_1=R^*=C_f^{-1/(2p)}$

$$C_g^* = 2^{1/2} E_0 (R^*)^{1-2q} / (2q+1). \quad (24)$$

Отношение коэффициента C_g , найденного по формуле (23), к коэффициенту C_g^* (24), равное отношению локальных значений величины поля при $r \leq r_1$ в распределениях с пьедесталом и без пьедестала, с учетом равенства $r_1/R^*=\varepsilon_1^{1/(2p)}$ имеет вид

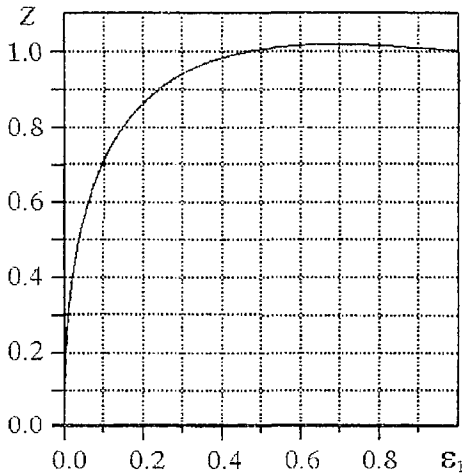


Рис. 7

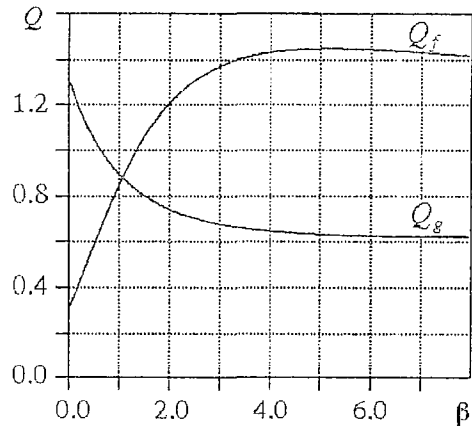


Рис. 8

$$Z = C_g/C_g^* = 2\varepsilon_1^{(1-2q)/(2p)} / [1 + \varepsilon_1 + (r_1^2/R^2)(1-\varepsilon_1)(1-2q)/(1+2q)]. \quad (25)$$

При $(1-\varepsilon_1)r_1^2/R^2 \ll 1$ (что всегда имело место в проведенных численных расчетах) третьим слагаемым в знаменателе выражения (25) при любом значении $\beta \geq 0$ можно пренебречь по сравнению с единицей, при этом функцию Z можно считать не зависящей от отношения r_1/R (фактически, от ширины пьедестала)

$$Z(\beta, \varepsilon_1) = 2\varepsilon_1^{(1-2q)/(2p)} / (1 + \varepsilon_1). \quad (26)$$

Следует отметить, что показатель степени в формулах (25), (26) является медленной функцией β и принимает значения от 0.3 до 0.5 при изменении β от 0 до ∞ . В частности, при $\beta=4$ функция Z имеет следующий вид: $Z(\varepsilon_1) = 2\varepsilon_1^{0.408} / (1 + \varepsilon_1)$. При $\varepsilon_1 \geq 0.3$ функция $Z(\varepsilon_1)$ (рис. 7) почти постоянна: ее значения лежат в пределах от 0.94 до 1.02, поэтому величину поля на автомоделном участке распределений поля и плотности плазмы с высокой точностью можно считать локальной функцией ε , не зависящей от высоты и ширины пьедестала. На основании вышесказанного воспользуемся формулой (24) для определения связи параметров $g'(0)$ и E_0 .

Подставляя в формулу (24) $R^* = C_f^{-1/(2p)}$, $C_g^* = C_g = C_{g1}(\beta)g'(0)$, $C_f = C_{f1}(\beta)f(0)$ (C_{g1} , C_{f1} – коэффициенты при степенных асимптотиках нормированных функций g_1 и f_1), получаем искомые выражения для нахождения $g'(0)$ и $f(0)$

$$g'(0) = Q_g(\beta)E_0^p, \quad f(0) = g'^{\beta}(0)/K = Q_f(\beta)E_0^{p\beta}, \quad (27)$$

где зависимости

$$Q_g(\beta) = \{2^{1/2}/[(2q+1)C_{g1}]\}^p (K/C_{f1})^{0.5-q}, \quad Q_f(\beta) = \{2^{1/2}/[(2q+1)C_{g1}]\}^{p\beta} (1/C_{f1})(C_{f1}/K)^p$$

изображены на рис. 8. Когда $\beta=4$, то $q \approx 0.345$, $p \approx 0.38$, $K \approx 0.123$, $C_{f1} \approx 0.374$, $C_{g1} \approx 1.67$, $Q_g \approx 0.65$, $Q_f \approx 1.43$, и выражения (27) запишутся следующим образом:

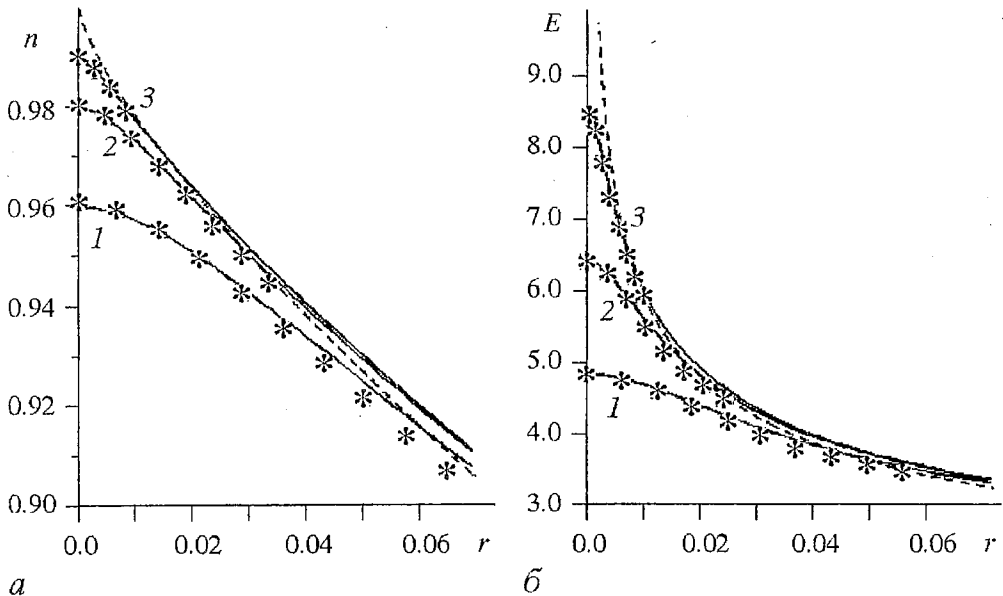


Рис. 9. Выход решений с «физическими» начальными условиями на автомоделные вблизи момента достижения особенности ($t \approx t_0 \approx 0.108$). Сплошные кривые – решения задачи (8), (10)–(13) с теми же начальными и граничными условиями, что и кривые рис. 1 при $\bar{v}=0$, $\beta=4$, $E_0=1.2$; звездочки – автомоделные решения уравнений (14), (15); пунктир – асимптотики автомоделных решений $n_{as}=n(r, t_0)$, $E_{as}=E(r, t_0)$. Кривые 1–3 на каждом из графиков соответствуют значениям разности $(t_0 - t) \times 10^5 = 3.61, 0.572, 0.0918$

$$g'(0) \approx 0.65E_0^{0.38}, \quad f(0) \approx 1.43E_0^{1.52}. \quad (28)$$

При $E_0=1.2$ формулы (28) дают значения $g'(0) \approx 0.7$, $f(0) \approx 1.9$.

Процесс выхода решений $\varepsilon(r,t)$ и $E(r,t)$ на автомодельные в области малых положительных $\varepsilon(r,t)$ иллюстрируется результатами численных расчетов, представленными на рис. 9 для тех же значений параметров ($\beta=4$, $E_0=1.2$) и тех же начальных и граничных условий, что и кривые рис. 1. Как видим, при значениях t , достаточно близких к t_0 ($t_0-t < 3.6 \cdot 10^{-5}$), решения задачи (10)–(13) с $\bar{v}=0$ (сплошные кривые) вблизи точки плазменного резонанса (при $1-n(0,t) < 6 \cdot 10^{-2}$, $E(0,t) > 4$) близки к автомодельным, изображенным звездочками на рис. 9 для тех же значений разности (t_0-t). Пунктиром на рис. 9 показаны асимптотики автомодельных решений

$$n_{as}(r) = n(r, t_0) = 1 - 0.71r^{0.76},$$

$$E_{as}(r) = E(r, t_0) = 1.17(1+4q^2)^{1/2} r^{2q-1} = 1.42r^{-0.31}.$$

Заключение

Решенная выше задача о нелинейной динамике осесимметричного разряда во вращающемся внешнем поле имеет ряд принципиальных отличий от одномерной задачи, рассмотренной в работе [6].

Во-первых, спецификой двумерной системы служит то, что в цилиндрическом разряде помимо неограниченного роста поля в точке $\varepsilon=0$, при малых частотах столкновений электронов (в области $\nu \ll \omega$) есть эффект возрастания поля вследствие «геометрического» резонанса в системе. В случае однородного плазменного цилиндра, согласно выражению для внутреннего поля $E=2E_0/(\varepsilon+1)$, этот резонанс возникает при $\varepsilon=-1$. В нашем случае плазма не является однородной, однако, как видно из результатов численных расчетов (см. рис. 1), усиление поля во всей области разряда за счет «геометрического» резонанса оказывается весьма существенным.

Во-вторых, интересно отметить, что в данной работе удалось построить автомодельные решения, соответствующие исходной физической задаче, при постоянном коэффициенте амбиполярной диффузии $D=\text{const}$, что невозможно было сделать в одномерной задаче, рассмотренной в работе [6], где автомодельное решение существовало только при степенной зависимости коэффициента диффузии от амплитуды электрического поля (ситуация там оказалось схожей с описанной в книге [12]). Однако, в отличие от одномерного случая, где автомодельное решение, отвечающее заданному значению внешнего поля E_0 , находится однозначно и автоматически, в рассмотренном цилиндрически симметричном разряде выбор нужного автомодельного решения из найденного однопараметрического семейства представляет собой в общем случае предмет дополнительного исследования.

В-третьих, в одномерной задаче модуль амплитуды поля $E \sim 1/\varepsilon$. В двумерной задаче характер особенности в условиях сильного плазменного резонанса, то есть при $\varepsilon \ll 1$, можно описать аналитически только с помощью найденных автомодельных решений. Так, в процессе обострения профилей амплитуды поля и плотности плазмы $E \sim \varepsilon^{-(1-2q)/(2p)} \approx 1/\varepsilon^{0.408}$ при $\beta=4$, то есть особенность носит более «слабый» характер, чем в одномерной задаче. Данный факт можно объяснить частичным «обтеканием» силовыми линиями поля области режима обострения.

Авторы признательны В. Е. Семенову за полезные дискуссии и замечания.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 99-02-16238).

Библиографический список

1. Гильденбург В.Б., Ким А.В. Ионизационные неустойчивости электромагнитной волны // ЖЭТФ. 1978. Т. 74, вып. 1. С. 141.
2. Вихарев А.Л., Гильденбург В. Б., Иванов О.А., Степанов А.Н. СВЧ-разряд в пересекающихся пучках электромагнитных волн // Физика плазмы. 1984. Т. 10, вып. 1. С. 165.
3. Вихарев А.Л., Гильденбург В.Б., Голубев С.В. и др. Нелинейная динамика свободно локализованного СВЧ-разряда в пучке электромагнитных волн // ЖЭТФ. 1988. Т. 94, вып. 4. С. 136.
4. Гильденбург В.Б., Солодов А.А. Нелинейная стадия ионизационно-полевой неустойчивости в высокочастотном разряде // Письма в ЖЭТФ. 1995. Т. 62, вып. 7. С. 535.
5. Gil'denburg V.B., Litvak A.G., Zharova N.A. Microfilamentation in optical-field-induced ionization process // Phys. Rev. Lett. 1997. Vol. 78, № 15. P. 2968.
6. Введенский Н.В., Вдовичева Н.К., Гильденбург В.Б. и др. Мелкомасштабные динамические структуры в микроволновых разрядах низкого давления // Изв. вузов. Радиофизика. 1997. Т. 40, № 8. С. 991.
7. Гильденбург В.Б., Залезский А.А., Семёнов В.Е. Волна ионизации в продольном высокочастотном поле // Изв. вузов. Радиофизика. 1995. Т. 38, № 10. С. 991.
8. Мак-Доналд А. Сверхвысокочастотный пробой в газах. М.: Мир, 1969.
9. Mayhan J.T., Fante R.L., O'Keef R. et al. Comparison of various microwave breakdown prediction models // J. Appl. Phys. 1971. Vol. 42, № 13. P. 5362.
10. Гуревич А.В., Шварцбург А.Б. Нелинейная теория распространения радиоволн в ионосфере. М.: Наука, 1973.
11. Гильденбург В.Б., Семенов В.Е. Стационарные структуры неравновесного высокочастотного разряда в квазистатических полях // Физика плазмы. 1980. Т. 6, вып. 2. С. 445.
12. Самарский А.А., Галактионов В.А., Курдюмов С.П., Михайлов А.П. Режимы с обострением в задачах для квазилинейных параболических уравнений. М.: Наука, 1987.

Институт прикладной физики РАН
Нижний Новгород

Поступила в редакцию
после доработки

7.09.99
8.12.99

SHARPENING SELF-SIMILAR STRUCTURES IN THE LAW-PRESSURE HIGH-FREQUENCY DISCHARGE

N.V. Vvedenskii, V.B. Gildenburg, A.A. Solodov

The nonlinear dynamics of the cylindrically symmetric high-frequency discharge produced by a circular polarized electric field is considered. Three main stages of discharge evolution are analyzed by computer simulation. These stages are the following: (i) self-accelerating avalanche-like process which develops up to plasma density maximum corresponding to «geometric» resonance of the plasma cylinder; (ii) diffusion propagation of the fast ionization wave which contains the plasma resonance region at its leading edge; (iii) transition to the steady-state. The sharpening regimes for the field amplitude and plasma density profiles in the vicinity of the plasma resonance point at the axes are analyzed. The arising dynamic structures are found to be in a good agreement with the self-similar solution defined for the electric field and plasma density nonlinear equation set.



Введенский Николай Владимирович – родился в Горьком (1976), окончил Нижегородский государственный университет, факультет – Высшая школа общей и прикладной физики (1999). После окончания ННГУ работает в Институте прикладной физики РАН и учится в аспирантуре ИПФ РАН. Область научных интересов – нелинейная динамика микроволновых и оптических разрядов.



Гильденбург Владимир Борисович – родился в Бобруйске, Белоруссия (1936), окончил радиофизический факультет Горьковского (ныне Нижегородского) государственного университета (1959). После окончания университета работает на кафедре электродинамики ГГУ, а также в Институте прикладной физики РАН. Защитил кандидатскую диссертацию (1965) в ГГУ и докторскую (1983) в Научно-исследовательском радиофизическом институте. Область научных интересов – электродинамика плазмы, физика высокочастотных разрядов. Автор более 150 научных работ. Лауреат Государственной премии СССР (1987) и премии Нижнего Новгорода в области высшей школы (1993). E-mail: gil@appl.sci-nnov.ru



Солодов Андрей Аркадьевич – родился в Горьком (1973), окончил радиофизический факультет Нижегородского государственного университета (1996) и аспирантуру Института прикладной физики РАН (1999). В настоящее время работает в ИПФ РАН. Область научных интересов – взаимодействие сильного электромагнитного излучения с плазмой.