



## УСИЛЕНИЕ ДЕТЕРМИНИРОВАННОГО ХАОТИЧЕСКОГО СИГНАЛА В СИСТЕМЕ ЭЛЕКТРОННЫЙ ПОТОК – ОБРАТНАЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ВОЛНА

*Л.В. Красичков, Н.М. Рыскин*

Проведены численные исследования особенностей усиления детерминированного хаотического сигнала, генерируемого системой Рёсслера, в системе электронный поток – обратная электромагнитная волна (СВЧ–усилитель на основе лампы обратной волны). Показано, что в процессе усиления сигнала происходит его усложнение, которое выражается в искажении структуры аттрактора и увеличении корреляционной размерности при распространении сигнала от входа системы к выходу. Обнаружено, что сигнал искажается аналогично тому, как это происходит при прохождении хаотических сигналов через линейные фильтры.

В последние годы проблема фильтрации детерминированных хаотических сигналов привлекла большое внимание. Было выяснено, что низкоразмерные хаотические колебания усложняются при прохождении через линейные фильтры. Это усложнение выражается в искажении структуры аттрактора и увеличении его размерности [1–4]. Аналогичные эффекты были обнаружены при распространении хаотических сигналов в линейных диспергирующих средах [5,6]. Однако наибольший интерес, очевидно, представляет исследование прохождения подобных сигналов через активные нелинейные среды и системы, применяемые в радиофизике и электронике для усиления и обработки информационных сигналов. Результаты подобных исследований на сегодняшний день отсутствуют. С другой стороны, при анализе характеристик приборов вакуумной и плазменной электроники, действие которых основано на распределенном взаимодействии электронного потока с электромагнитной волной, представляется важным решить вопрос о том, как искажается сложный информационный сигнал в процессе усиления.

В настоящей работе представлены результаты численного моделирования процесса прохождения детерминированного хаотического сигнала через усилитель на основе лампы обратной волны (ЛОВ), который относится к числу наиболее известных приборов электроники СВЧ [7,8]. Из-за узкой полосы усиления ЛОВ–усилитель нередко сравнивают с активным СВЧ–фильтром.

Для численного моделирования использовались традиционные уравнения нестационарной нелинейной теории ЛОВ [9–12], которые имеют вид

$$\partial^2 \theta_\alpha / \partial \xi^2 = -L^2 \operatorname{Re}(F \exp(i\theta_\alpha)), \quad (1)$$

$$\frac{\partial F}{\partial t} - \frac{\partial F}{\partial \xi} = -L/\pi \int_0^{2\pi} \exp(-i\theta_\alpha) d\alpha \quad (2)$$

с граничными условиями

$$\theta_\alpha|_{\xi=0} = \alpha, \quad \frac{\partial \theta_\alpha}{\partial \xi}|_{\xi=0} = 0, \quad F|_{\xi=1} = F_{in}(t). \quad (3)$$

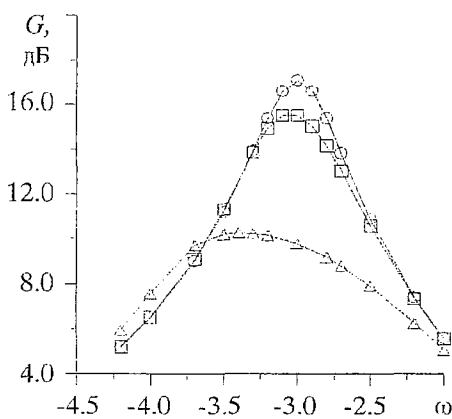
Уравнение (1) представляет собой уравнение движения электронов в поле синхронной электромагнитной волны, в нем  $\theta_\alpha$  – фаза электрона относительно волны;  $\alpha \in [0; 2\pi]$  – начальная фаза;  $\xi$  – координата, нормированная на длину пространства взаимодействия;  $F$  – медленно меняющаяся комплексная амплитуда поля волны;  $L$  – безразмерный параметр, пропорциональный току электронного пучка [7–9]. Уравнение (2) является уравнением возбуждения обратной пространственной гармоники электромагнитной волны током электронного пучка, в нем  $t$  имеет смысл безразмерного времени. Первые два соотношения в граничных условиях (3) отражают отсутствие модуляции электронного потока по плотности и скорости на входе в систему, третье соотношение означает, что на правую границу системы подается усиливаемый входной сигнал  $F_{in}(t)$ .

Решение уравнений (1–3) осуществлялось с помощью хорошо зарекомендовавшей себя разностной схемы второго порядка точности, подобной описанной в [11], с шагами по координате и времени 0.01 и 0.005, соответственно.

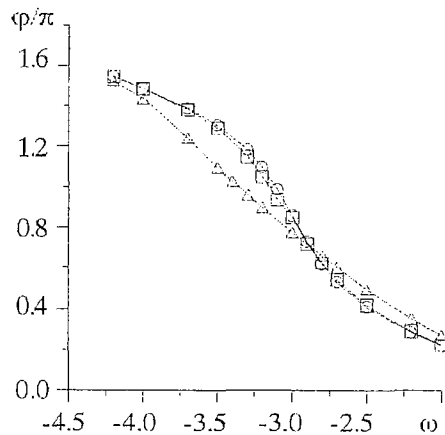
Согласно результатам линейной теории ЛОВ [9,10], самовозбуждение усилителя происходит при  $L=L_{st} \approx 1.98$ . Поэтому моделирование проводилось при  $L < L_{st}$ . На рис. 1 приведены амплитудно–частотные и фазо–частотные характеристики системы в режиме усиления гармонического сигнала с амплитудой  $A_0$  и частотой  $\omega$

$$F_{in} = A_0 \sin(\omega t)$$

при  $L=1.9$ , что соответствует равному 0.88 отношению тока пучка к стартовому. Отметим их совпадение с известными результатами, полученными в стационарной нелинейной теории ЛОВ–усилителя [8]. Когда  $A_0$  мало, то есть усилитель работает в линейном режиме, максимальный коэффициент усиления  $G$  составляет примерно 17 дБ на частоте  $\omega_{max} \approx -3.0$ . В используемой нормировке переменных  $\omega$  равна относительному невозмущенному углу пролета электронов. В соответствии с линейной теорией ЛОВ [7–9] генерация возникает с частотой  $\omega_{st} = -\pi$ . Таким образом, максимум коэффициента усиления наблюдается на частоте, близкой к  $\omega_{st}$



а



б

Рис. 1. Амплитудно–частотные (а) и фазо–частотные (б) характеристики ЛОВ–усилителя при  $L=1.9$ :  $A_0=0.01$  ( $\circ$ ),  $A_0=0.1$  ( $\square$ ),  $A_0=0.5$  ( $\triangle$ )

( $\omega_{\max} \rightarrow \omega_{st}$  при  $L \rightarrow L_{st}$ ). По мере перехода в нелинейный режим (с ростом  $A_0$ ) коэффициент усиления падает, а полоса усиливаемых частот расширяется.

При моделировании усиления хаотического сигнала входной сигнал  $F_{in}(t)$  выбирался в виде модулированного по амплитуде гармонического колебания

$$F_{in} = A_0(1 + mx(t))\sin(\omega t), \quad (4)$$

где  $m$  – глубина модуляции, а  $x(t)$  – детерминированный хаотический сигнал, порождаемый системой Рёсслера [13]

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -(y + z), \\ \dot{y} &= x + 0.2y, \\ \dot{z} &= 0.2 - 4.6z + xz. \end{aligned} \quad (5)$$

В уравнениях (5) точка обозначает дифференцирование по  $t$ . Отметим, что система Рёсслера является одной из наиболее известных и изученных конечномерных моделей со сложной динамикой. Выбранные значения ее параметров соответствуют режиму хаотических колебаний.

Результаты численного моделирования прохождения сигнала вида (4) через ЛОВ–усилитель при  $L=1.9$  представлены на рис. 2. Амплитуда несущего сигнала  $A_0=0.01$ , что соответствует линейному режиму работы усилителя, а частота выбиралась равной частоте максимального усиления  $\omega=\omega_{\max} \approx 3.0$  (см. рис. 1, а). На рис. 2 изображены проекции фазовых портретов и отображения последования в различных сечениях системы. Видно, что искажения сигнала увеличиваются по мере распространения от входа усилителя к выходу, причем этот процесс качественно аналогичен трансформации сигнала при линейной фильтрации [1–3]. Фазовые портреты рассчитывались для огибающей сигнала  $|F(t)|=|F(t_n)|$  по методу Такенса [14], при этом реконструированный аттрактор в  $d_E$ -мерном псевдофазовом пространстве задается набором векторов состояний

$$|F_n| \equiv |F(t_n)| = \{|F(t_n)|, |F(t_n+\tau)|, \dots, |F(t_n+\tau(d_E-1))|\}, \quad (6)$$

где  $n=1, \dots, N$ ;  $N$  – длина реализации  $|F(t_n)|$ ;  $\tau$  – постоянная времени восстановления. Отображения последования ( $P_i, P_{i+1}$ ) получены из последовательности локальных минимумов ( $\{P_i\}_{i=1}^M = \min\{|F(t)|\} = \min\{|F(t_n)|\}_{n=1}^N$ ).

При переходе в нелинейный режим с ростом амплитуды  $A_0$  ширина полосы усиления растет (см. рис. 1). Поэтому узкополосный хаотический сигнал искажается слабее. Соответствующие отображения последования представлены на рис. 3. Однако при этом падает коэффициент усиления, который, например, при  $A_0=0.5$  не превышает 11 дБ.

Численное моделирование при других значениях  $L$ , не превышающих  $L_{st}$ , дает аналогичные результаты. По мере приближения к порогу самовозбуждения максимальный коэффициент усиления возрастает и полоса усиления сужается. Поэтому искажения сигнала становятся более заметными.

Для количественной оценки степени усложнения хаотического сигнала в системе (1)–(3) был проведен расчет корреляционной размерности по методу Грассбергера и Прокаччиа [15], основанный на вычислении корреляционной суммы

$$C(\varepsilon) \approx 1/[N(N-1)] \sum_{j=1}^N \sum_{i=j+1}^N \theta(\varepsilon - \| |F_i| - |F_j| \|), \quad (7)$$

где  $\varepsilon$  – масштаб наблюдения;  $N$  – число точек, по которым производится расчет размерности;  $\theta$  – функция Хевисайда ( $\theta(x)=0$ , если  $x<0$ ;  $\theta(x)=1$ , если  $x \geq 0$ ) и  $\|\cdot\|$  – максимальная норма. Корреляционная размерность представлена функцией  $D_C(E)$  ( $C(\varepsilon) \sim \varepsilon^{D_C}$ ), где  $E=20 \cdot \log_{10}(\varepsilon/\varepsilon_0)$ ,  $\varepsilon_0$  – размер аттрактора. Результаты оценки  $D_C(E)$

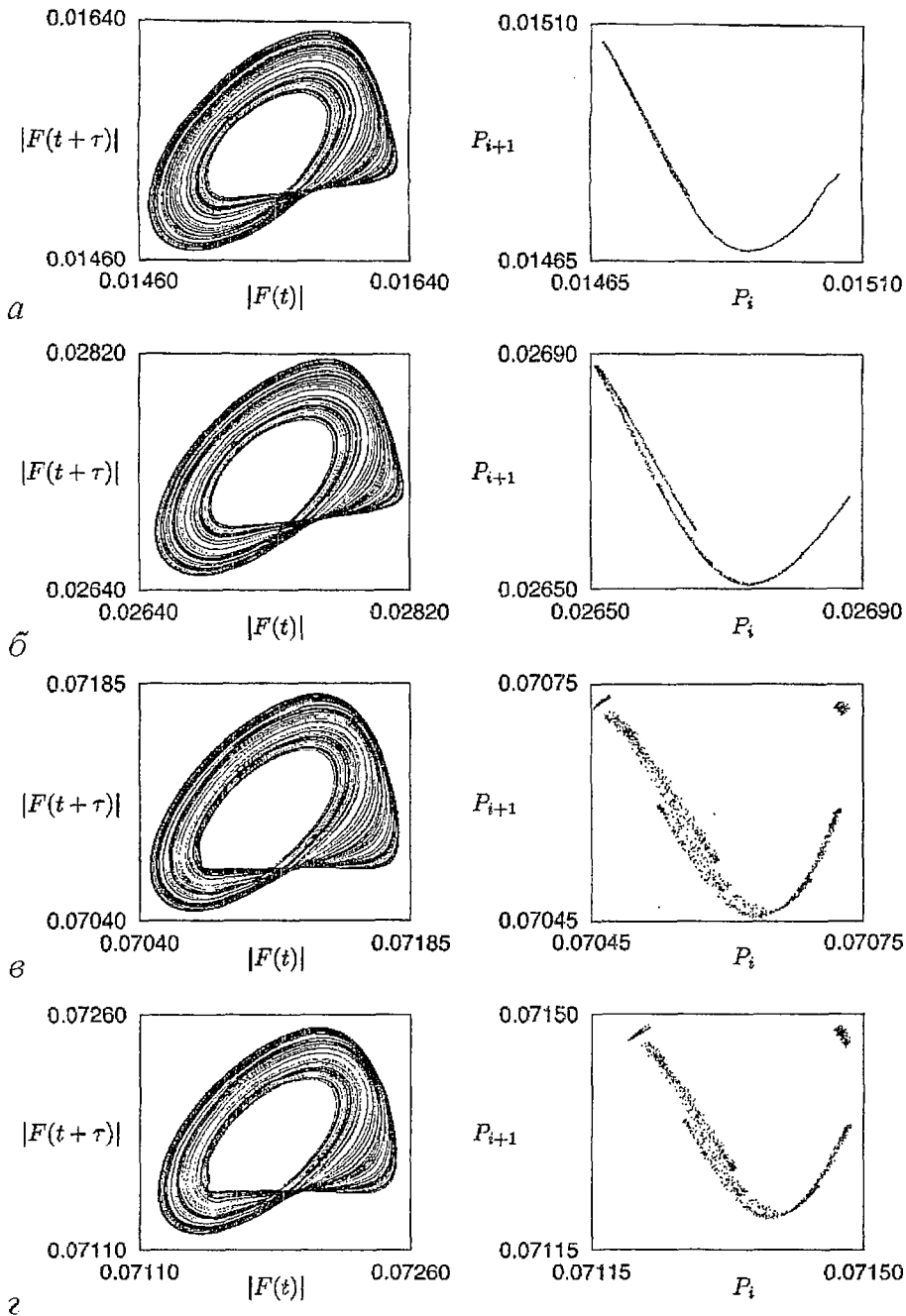


Рис. 2. Восстановленные фазовые портреты (левая колонка) и отображения последования при  $M=1200$  (правая колонка) сигнала в различных сечениях ЛОВ-усилителя:  $\xi=0.9$  (а),  $0.7$  (б),  $0.2$  (в),  $0.0$  (г). Амплитуда входного сигнала  $A_0=0.01$

приведены на рис. 4 для  $A_0=0.01$  в различных сечениях системы при  $N=2 \cdot 10^4$ ,  $\tau=0.375$ ,  $d_E=2 \div 8$ . Из рисунка видно, что значение размерности в диапазоне масштабов наблюдения  $-50 \text{ dB} < E < -40 \text{ dB}$  возрастает в направлении от входа усилителя к выходу. Представленные изменения отображения последования и корреляционной размерности как функции масштаба наблюдения для системы (1-3) при изменении  $\xi$  качественно подобны изменениям данных характеристик при прохождении низкоразмерного хаотического сигнала через линейный фильтр низких частот [1,16].

В настоящей работе впервые рассмотрено прохождение детерминированного хаотического сигнала через активное нелинейное устройство СВЧ-электроники – усилитель обратной волны. Наблюдается усложнение хаотических колебаний, выражающееся в усложнении структуры аттрактора и увеличении корреляционной размерности при распространении сигнала от входа системы к

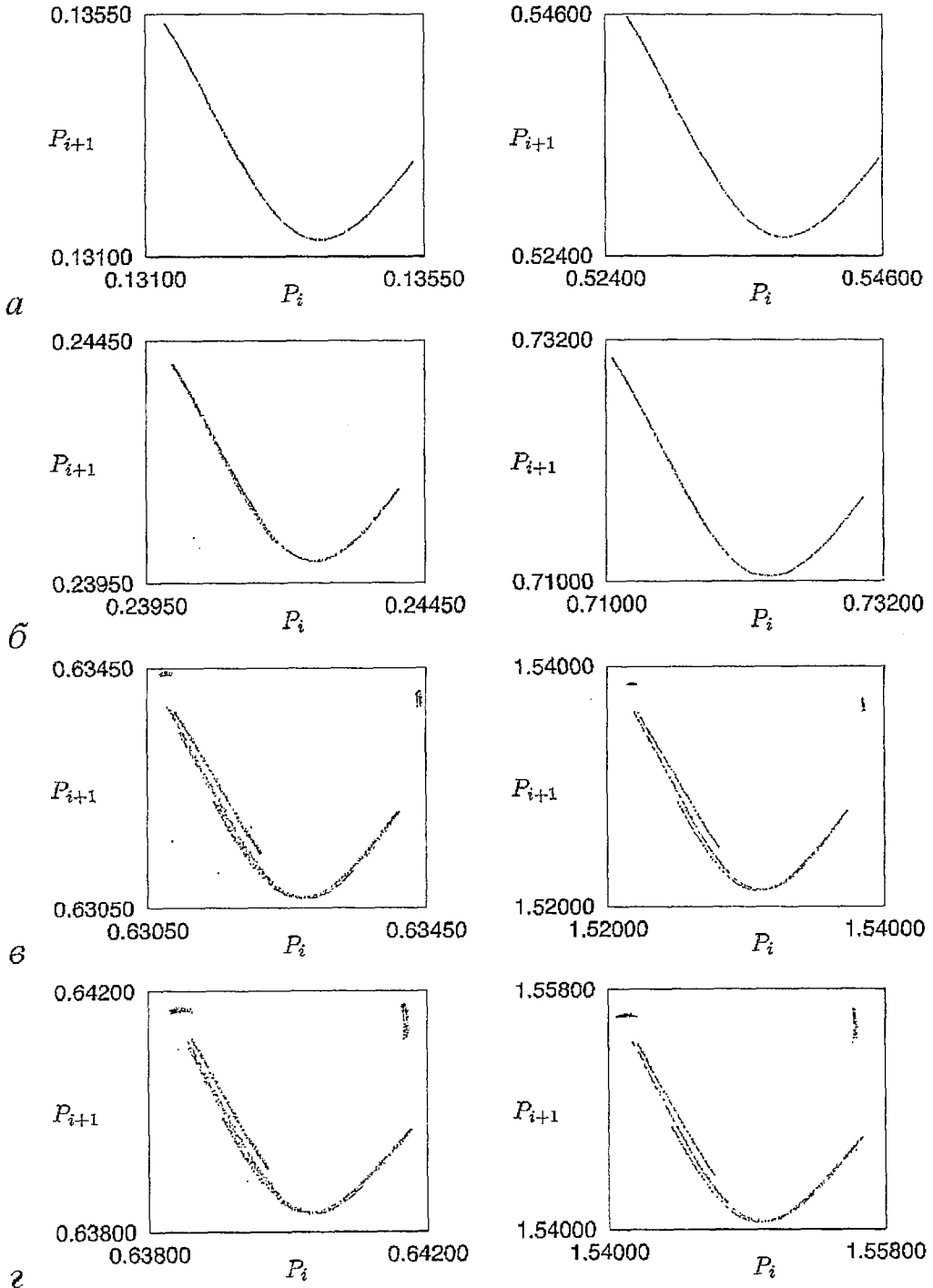


Рис.3. Отображения последования ( $M=1200$ ) сигнала в различных сечениях ЛОВ-усилителя:  $\xi=0.9$  (а),  $0.7$  (б),  $0.2$  (в),  $0.0$  (г). Амплитуда входного сигнала  $A_0=0.1$  (левая колонка) и  $A_0=0.5$  (правая колонка)

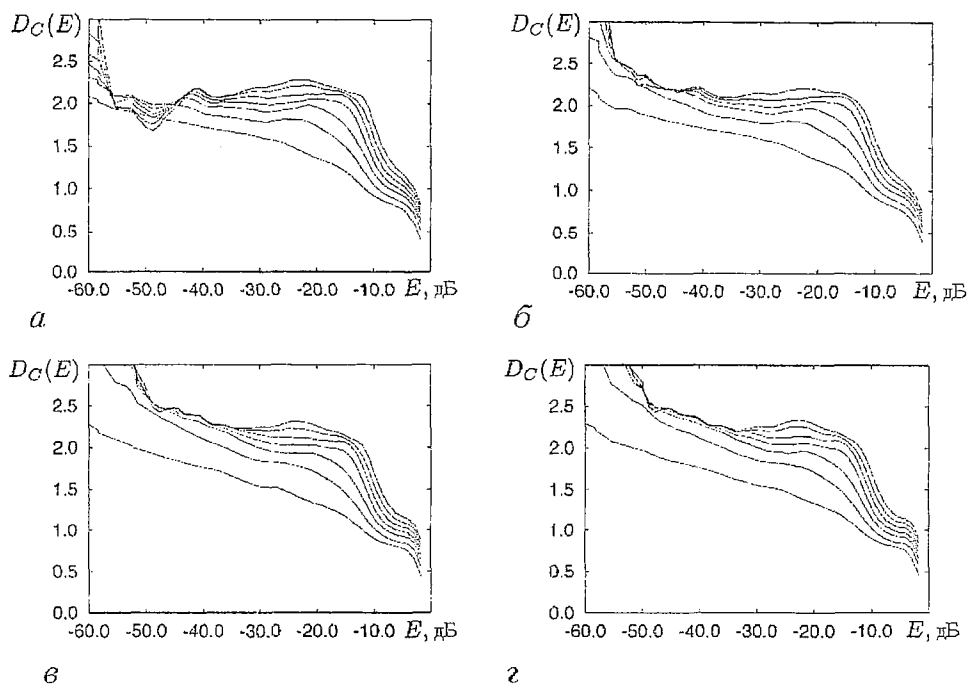


Рис. 4. Корреляционная размерность как функция масштаба наблюдения для сигнала в различных сечениях ЛОВ–усилителя:  $\xi=0.9$  (а),  $0.7$  (б),  $0.2$  (в),  $0.0$  (г). Амплитуда входного сигнала  $A_0=0.01$ . Нижняя кривая получена для  $d_E=2$ , верхняя – для  $d_E=8$

выходу. Важно отметить, что протекающие при этом процессы качественно подобны искажению сигнала, прошедшего через линейные фильтры, и определяются главным образом видом амплитудно–частотной и фазо–частотной характеристик усилителя.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 99–02–16016).*

### Библиографический список

1. Badii R., Broggi G., Derighetti B., Ravani M., Cliberto S., Politi A., Rubio M.A. Dimension increase in filtered chaotic signals // Phys.Rev.Lett. 1988. Vol. 60, № 11. P.979.
2. Mitschke F., Möller M., Lange W. Measuring filtered chaotic signals // Phys. Rev. A. 1988. Vol. 37, № 11. P. 4518.
3. Кипчатов А.А., Красичков Л.В. Изменение структуры странного аттрактора при полосовой фильтрации хаотических колебаний // Письма в ЖТФ. 1993. Т. 19, вып.17. С. 68.
4. Кипчатов А.А., Красичков Л.В. Суперфрактализация хаотического аттрактора при линейной фильтрации // Письма в ЖТФ. 1995. Т. 21, вып. 4. С. 1.
5. Gaponov–Grekhov A.V., Rabinovich M.I., Starobinets I.M., Tsimring M.Sh., Chugurin V.V.  $\Omega$ –dimension of chaotic time series // CHAOS. 1994. Vol. 4, № 1. P.55.
6. Krasichkov L.V., Kipchatov A.A. On high–dimensional oscillations from lattice of linear elements // Nonlinear Waves. Synchronization and Patterns / Eds M.I. Rabinovich, M.M. Sushchik, V.D. Shalfeev. Nizh. Novgorod Univ. Press, 1995. Vol. 1. P.69.
7. Шевчик В.Н., Трубецков Д.И. Аналитические методы расчета в электронике СВЧ. М.: Сов. радио, 1971.
8. Кац А.М., Ильина Е.М., Манькин И.А. Нелинейные явления в приборах О–типа. М.: Сов. радио, 1971.
9. Электроника ламп с обратной волной / Под. ред. В.Н. Шевчика и Д.И. Трубецкова. Саратов: Изд–во Саратов. ун–та, 1975.

10. Гинзбург Н.С., Кузнецов С.П., Федосеева Т.Н. Теория переходных процессов в релятивистской ЛОВ // Изв. вузов. Радиофизика. 1978. Т. 21, № 7. С. 1037.

11. Безручко Б.П., Булгакова Л.В., Кузнецов С.П., Трубецков Д.И. Экспериментальное и теоретическое исследование стохастических автоколебаний в лампе обратной волны // Лекции по электронике СВЧ и радиофизике (5-я зимняя школа-семинар инженеров). Кн.5. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1980. С. 25.

12. Трубецков Д.И., Четвериков А.П. Автоколебания в распределенной системе электронный поток – обратная (встречная) электромагнитная волна // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1994. Т.2, № 5. С.9.

13. Rössler O.E. An equation for continuous chaos // Phys. Lett. A. 1976. Vol. 57, № 5. P.397.

14. Takens F. Detecting strange attractors in turbulence // Dynamical Systems and Turbulence. Lect. Notes in Math. Vol. 898. Berlin – Heidelberg – N.Y.: Springer, 1981. P. 366.

15. Grassberger P., Procaccia I. Characterization of strange attractors // Phys. Rev. Lett. 1983. Vol. 50, № 5. P. 346.

16. Красичков Л.В. Влияние амплитудных и фазовых свойств линейного фильтра на преобразование хаотических колебаний // Письма в ЖТФ. 1996. Т. 22, № 22. С. 72.

Саратовский государственный  
университет

Поступила в редакцию 21.12.99

## AMPLIFICATION OF DETERMINISTIC CHAOTIC SIGNAL IN SYSTEM «ELECTRON BEAM – BACKWARD ELECTROMAGNETIC WAVE»

L.V. Krasichkov, N.M. Ryskin

Numerical simulations of amplification of deterministic chaotic signal originated from Rössler system in «electron beam – backward electromagnetic wave» system (microwave backward wave amplifier) were carried out. It is shown that during the amplification the signal complicates that is demonstrated by distortion of the attractor structure and by increasing of correlation dimension from input to output of the amplifier. It was found that the chaotic signal is distorted in the same manner as when it passes through the linear filters.



Красичков Леонид Валерьевич – окончил физический факультет Саратовского государственного университета. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности радиофизика. Работал в Научно-исследовательском институте механики и физики Саратовского государственного университета. Доцент факультета нелинейных процессов Саратовского госуниверситета. Область научных интересов – нелинейная динамика, количественные характеристики сложнопериодического и хаотического поведения динамических систем, преобразование хаотических колебаний цепями и средами. Автор и соавтор более 24 научных работ. E-mail: lvk@cas.ssu.runnet.ru



Рыскин Никита Михайлович родился в Саратове в 1966 г. После окончания физического факультета Саратовского университета (1991) работал в НИИ механики и физики СГУ. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности «радиофизика» (1996). Доцент кафедры нелинейной физики СГУ. Область научных интересов – нелинейная динамика распределенных систем, нелинейные явления в приборах СВЧ-электроники, вакуумная микроэлектроника. Автор и соавтор более 50 научных работ, в том числе учебного пособия «Нелинейные волны» (М.: Наука, Физматлит, 2000, совместно с Д.И. Трубецковым). E-mail: ryskinm@info.sgu.ru