



## О ВОЗМОЖНОСТИ ИССЛЕДОВАНИЯ ПЕРЕХОДА ОТ КОНВЕКТИВНОЙ К АБСОЛЮТНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В ПОТОКОВОЙ СИСТЕМЕ РЕАКЦИЯ - ДИФФУЗИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КОНИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ РЕАКТОРА

*П.В. Куццов*

В нелинейных распределенных системах с открытым постоянным потоком неустойчивость может носить конвективный и абсолютный характер. В статье обсуждается, какую трансформацию претерпевает неустойчивость в системе, где скорость потока изменяется в пространстве. Предлагается простая модель - одномерный брасселятор с потоком в реакторе конической формы. Так как скорость в такой системе монотонно убывает в пространстве, то образуются пространственные области ограниченной конвективной и абсолютной неустойчивости, разделенные неподвижным волновым фронтом. В статье обсуждаются возникающие в такой системе пространственно-временные структуры, а также возможность использования системы для исследования перехода от конвективной к абсолютной неустойчивости.

В распределенных жидкостных системах с открытым потоком движение вещества осуществляется таким образом, что каждая его порция проходит мимо неподвижного наблюдателя только один раз, как показано на рис. 1, *a*. Предполагается, что вещество непрерывно поступает во входное отверстие реактора, движется в нем с постоянной скоростью  $c$  и удаляется при достижении точки выхода.

Если одномерная система с открытым постоянным потоком находится в состоянии неустойчивого равновесия и в ней возникает локализованное в пространстве возмущение, то в зависимости от скорости потока развитие неустойчивости может происходить по двум различным сценариям [1-7]. Когда

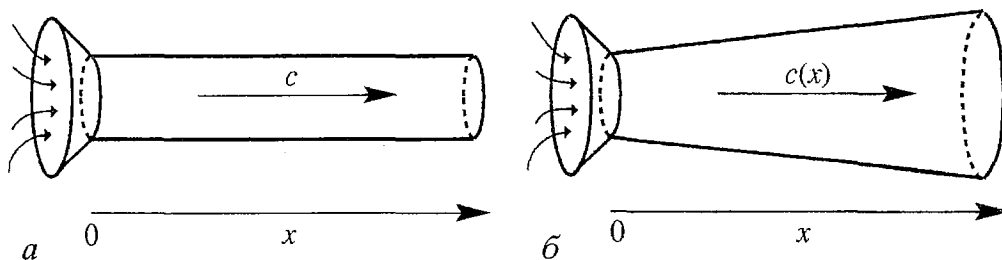


Рис. 1. Реактор с параллельными стенками (*a*), где скорость потока жидкости постоянна, и конический реактор (*b*), где скорость есть монотонно убывающая функция координаты

скорость достаточно велика, поток уносит развивающееся возмущение и неподвижный наблюдатель в каждой фиксированной точке системы регистрирует затухание колебаний. Такая неустойчивость называется конвективной (рис. 2, а). При малой скорости возмущение с течением времени занимает все пространство вне зависимости от размеров реактора, поэтому такая ситуация носит название абсолютной неустойчивости (рис. 2, б). При скорости  $c_{ca}$  происходит переход от одного типа неустойчивости к другому.

Важную роль в динамике нелинейных распределенных систем играют дефекты - локализованные структуры, которые возникают на границах или внутри идеальных пространственных образований, периодических и однородных. В одномерном случае выделяют локализованные импульсы, границы доменов и фронты [8, 9]. Последние напрямую связаны с концепцией абсолютной и конвективной неустойчивости. В системе без потока левый и правый фронты возмущения убегают со скоростью, равной по величине  $c_{ca}$ . Поэтому, если присутствует поток и его скорость больше  $c_{ca}$ , то оба фронта бегут вниз по течению - неустойчивость является конвективной. В противном случае, когда поток медленный, один из фронтов поднимается вверх по течению и развивается абсолютная неустойчивость [10-13].

Иная картина возникает, когда скорость потока изменяется в пространстве. Если в некоторой, достаточно протяженной области системы скорость оказывается больше  $c_{ca}$ , то поток увлекает за собой возмущение и в конечном итоге колебания внутри области затухают. Можно сказать, что имеет место ограниченная конвективная неустойчивость. Соответственно, ограниченной абсолютной неустойчивостью можно называть ситуацию, когда в некоторой области скорость меньше  $c_{ca}$  и протяженность области достаточна для установления в ней колебаний. Очевидно, что при соответствующем законе изменения скорости возможны другие, более сложные ситуации.

Между областями конвективной и абсолютной неустойчивости формируются локализованные граничные структуры - неподвижные волновые фронты. Их можно интерпретировать как еще один, специфический тип дефектов, которые возникают в нелинейных распределенных системах при наличии неоднородного потока.

Рассмотрим простой случай, когда поток монотонно замедляется в пространстве. Его можно реализовать, если поместить систему в реактор конической формы, изображенный на рис. 1, б. Когда скорость, с которой жидкость поступает в реактор, достаточно велика, вблизи входного отверстия существует область ограниченной конвективной неустойчивости. Она простирается примерно до точки  $x_{ca}$ , где скорость достигает критического (для системы с постоянным потоком) значения  $c_{ca}$ . Вблизи этой точки существует неподвижный волновой фронт. Ниже

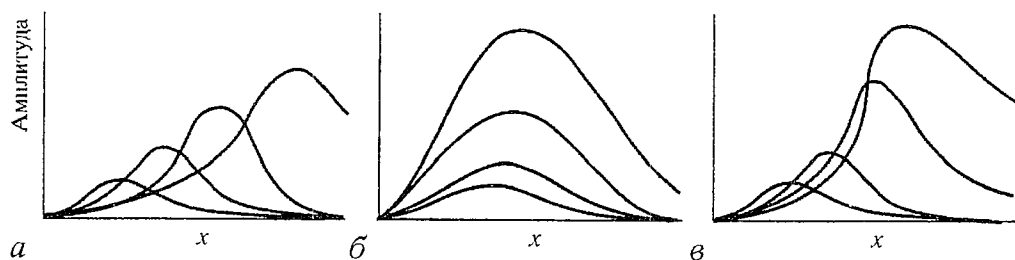


Рис. 2. Развитие локализованного возмущения в системе с постоянным (а, б) и с монотонно замедляющимся (в) потоком: а - конвективная неустойчивость, б - абсолютная неустойчивость, в - остановка волнового фронта

по течению поток оказывается недостаточно быстрым, чтобы увлекать за собой возмущение, вследствие чего развивается ограниченная абсолютная неустойчивость (рис. 2, в).

Система с коническим реактором может быть использована для экспериментального изучения перехода от конвективной к абсолютной неустойчивости. Если придать реактору системы с постоянным потоком коническую форму, а затем каким-либо образом найти точку  $x_{ca}$ , то критическую скорость можно будет вычислить, зная закон изменения скорости в пространстве. Основная трудность состоит, очевидно, в определении местоположения точки критической скорости  $x_{ca}$ . С одной стороны, как обсуждалось выше, есть основания полагать, что она находится вблизи неподвижного волнового фронта, местоположение которого можно определить из непосредственных наблюдений. Однако с другой стороны, на их взаимное расположение каким-то образом должны влиять параметры системы и свойства потока.

Рассмотрим одномерный брасселятор [14], который является системой реакция - диффузия и в присутствии постоянного потока описывается следующими уравнениями [7]:

$$\begin{aligned} \partial U/\partial t + c\partial U/\partial x &= A - (B + 1)U + U^2V + \sigma\partial^2 U/\partial x^2, \\ \partial V/\partial t + c\partial V/\partial x &= BU - U^2V + \partial^2 V/\partial x^2. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $U$  и  $V$  обозначают изменяющиеся в пространстве и во времени концентрации химических веществ и выступают в роли динамических переменных;  $A$  и  $B$  - это постоянные концентрации веществ, присутствующих в избытке, они рассматриваются как управляющие параметры;  $0 < \sigma < 1$  - отношение коэффициентов диффузии компонент  $U$  и  $V$ ;  $c > 0$  - скорость потока. Предполагается, что поток движется в реакторе слева направо, как это изображено на рис. 1, а.

Система (1) допускает решение в виде однородного состояния равновесия

$$U_0 = A, V_0 = B/A, \quad (2)$$

которому отвечает обращение в ноль производных. При малых  $B$  это состояние оказывается устойчивым, а при больших теряет устойчивость в результате одной из двух возможных бифуркаций, Хопфа или Тьюринга [14, 7]. Соответствующие пороговые значения  $B$  имеют вид

$$B_H = 1 + A^2, \quad B_T = (1 + A\sigma^{1/2})^2, \quad (3)$$

где индексы Н и Т обозначают бифуркации Хопфа и Тьюринга, соответственно. В результате бифуркации Хопфа в системе возникают колебания, однородные в пространстве, а при бифуркации Тьюринга пространственно-временная структура имеет ненулевое волновое число и частоту, пропорциональную скорости потока.

В зависимости от скорости потока неустойчивости Хопфа и Тьюринга могут носить абсолютный и конвективный характер [7]. Смена характера неустойчивости происходит при скорости  $c_{ca}$ , которую можно найти по методу запираания контура (pinch-point analysis) [2-7]. В его основе лежит анализ структуры решения линеаризованных динамических уравнений, найденных с использованием преобразования Лапласа, а результатом является система уравнений, из которой можно получить  $c_{ca}$  [7]\*.

$$D(s, q) = 0, \quad \text{Re } s(q) = 0, \quad (\partial D/\partial q)/(\partial D/\partial s) = 0. \quad (4)$$

\* Отметим, что существует другой метод нахождения  $c_{ca}$ , обсуждаемый в работах [10, 11], который приводит к тому же результату.

Здесь  $D(s,q)=0$  - дисперсионное уравнение системы (1), линеаризованной около состояния равновесия (2);  $s$  и  $q$  - комплексные переменные, задающие частоты и инкременты элементарных линейных мод вида  $\exp(st+qx)$ . Так как в системе (1) возможны два разных типа бифуркаций, то в соответствии с этим уравнения (4) имеют два решения. Для выяснения, какое решение действительно соответствует критической ситуации, можно использовать численный эксперимент [7].

Пусть теперь смесь химических веществ поступает в реактор конической формы, схема которого изображена на рис. 1, б. Для вывода уравнений брасселятора в таком реакторе предположим, что  $U$  и  $V$  зависят от трех пространственных координат  $x, y, z$ , и в уравнении (1) сделаем замену дифференциальных операторов

$$c\partial/\partial x \rightarrow c\nabla, \partial^2/\partial x^2 \rightarrow \nabla^2, \quad (5)$$

где  $c$  - вектор скорости. Далее, перейдем к сферическим координатам, которые связаны с декартовыми соотношениями

$$x = r\sin\theta\cos\varphi, \quad y = r\sin\theta\sin\varphi, \quad z = r\cos\theta,$$

где ось  $r$  направлена вдоль оси реактора. Чтобы вновь получить одномерную систему, будем считать, что  $U$  и  $V$  зависят только от  $r$  и вместо вектора скорости  $c$  возьмем его составляющую вдоль  $r$ .

В коническом реакторе скорость зависит от  $r$ . Найдем эту зависимость, считая жидкость несжимаемой. Разделив реактор вдоль  $r$  на тонкие сферические слои одинакового объема, каждый из которых жидкость проходит за одно и то же время, из условия равенства объемов получим

$$c(x) = c_0/(1+\varphi x)^2. \quad (6)$$

Здесь  $c_0$  - скорость на входе;  $\varphi=1/r_0$  - угловая характеристика конуса (при  $\varphi=0$  стенки реактора параллельны);  $r_0$  - координата входного отверстия,  $x=r-r_0$ .

Таким образом, на основании проведенных рассуждений можно записать уравнения одномерного брасселятора в коническом реакторе

$$\partial U/\partial t + [c_0/(1+\varphi x)^2 - 2\sigma\varphi/(1+\varphi x)]\partial U/\partial x = A - (B+1)U + U^2V + \sigma(\partial^2 U/\partial x^2), \quad (7)$$

$$\partial V/\partial t + [c_0/(1+\varphi x)^2 - 2\varphi/(1+\varphi x)]\partial V/\partial x = BU - U^2V + \partial^2 V/\partial x^2.$$

Система (7), также как (1), имеет однородное состояние равновесия вида (2), которое теряет устойчивость в критической точке Хопфа или Тьюринга (3). Возникающие в закритической области неустойчивости устроены более сложно, чем классические хопфовские или тьюринговские, обсуждавшиеся выше. Тем не менее, так как при  $\varphi \rightarrow 0$  коническая система превращается в систему с постоянным потоком, то удобно по-прежнему называть неустойчивости, возникающие в конической системе, «хопфовскими» и «тьюринговскими».

Далее будем численно изучать динамику системы (7), используя метод конечных разностей второго порядка по  $x$  и по  $t$  [15, 16]. Зададим шаг разностной сетки в пространстве и во времени порядка 0.1.

На входе поддерживаем постоянные равновесные концентрации реагентов (2)

$$U_{|x=0} = U_0, \quad V_{|x=0} = V_0. \quad (8)$$

Выбор граничного условия у выходного отверстия реактора для достаточно протяженной системы не имеет принципиального значения. Проверяя в численном эксперименте различные варианты постановки такого условия, несложно

убедиться, что в худшем случае вблизи правой границы возникает локализованное возмущение, которое не распространяется вверх по потоку и поэтому не оказывает существенного влияния на формирующиеся в системе структуры. Мы используем граничное условие

$$\partial U / \partial x_{|x=L} = 0, \quad \partial V / \partial x_{|x=L} = 0, \quad (8)$$

где  $L$  - длина реактора. Такое же граничное условие используется в работах [7, 17], где рассматривается динамика одномерного брюсселятора с потоком.

В работе [7] для системы с постоянным потоком (1) построены плоскости параметров  $(c, B)$ , которые воспроизведены на рис. 3, а и 4, а. Здесь выделены домены, отвечающие различным типам поведения системы, найденные в линейном приближении по методу записи контура.

При переходе к конической геометрии вместо определенного значения скорости  $c$  возникает диапазон ее изменения. На плоскости параметров  $(c, B)$  это соответствует переходу от рассмотрения отдельных точек, представляющих систему с постоянным потоком, к горизонтальным направленным отрезкам. Начало такого отрезка соответствует входному отверстию конического реактора, а конец - точке выхода. Очевидный интерес представляют пересечения отрезками границ доменов. Можно предположить, что вблизи некоторых из пересечений происходит перестройка характера поведения конической системы, тогда как другие система игнорирует.

На рис. 3, б, в и 4, б, в построены пространственно-временные диаграммы системы с коническим реактором (7), а на плоскостях параметров рис. 3, а и 4, а проведены соответствующие этим диаграммам направленные отрезки. В зависимости от расположения отрезков можно выделить три различные ситуации.

1. Когда отрезок переходит из домена конвективной в домен абсолютной неустойчивости, на пространственно-временных диаграммах возникают неподвиж-

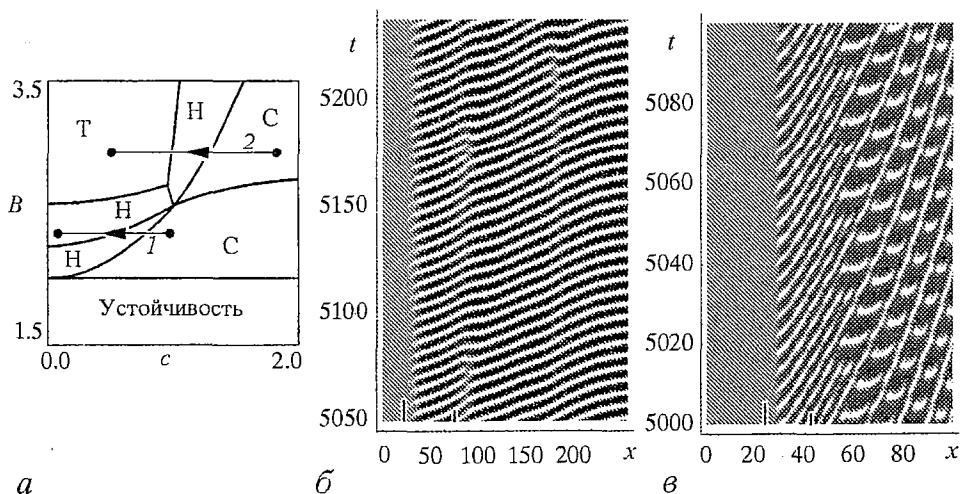


Рис. 3. Представление системы с конической геометрией реактора на плоскости параметров системы с постоянным потоком при помощи ориентированных отрезков. а - плоскость параметров системы (1), полученная в линейном приближении по методу записи контура (из [7]). Буквами Н и Т обозначены домены хопфсовской и тьюринговской неустойчивости, соответственно, С - конвективная неустойчивость. б, в - пространственно-временные диаграммы системы (7), соответствуют отрезкам 1 и 2. Оттенками серого выведены значения концентрации  $U$ . Большим значениям  $U$  отвечают светлые области. Штрихи на горизонтальных осях соответствуют пересечениям на плоскости параметров (а) отрезков с границами доменов. Более высокий штрих показывает точку критической скорости  $x_{ca}$ . Все рисунки построены при  $A=1.0$ ,  $\sigma=0.25$  и  $\varphi=0.01$ . Для пространственно-временных диаграмм: б)  $B=2.3, c_0=1.0$ ; в)  $B=3.0, c_0=2.0$

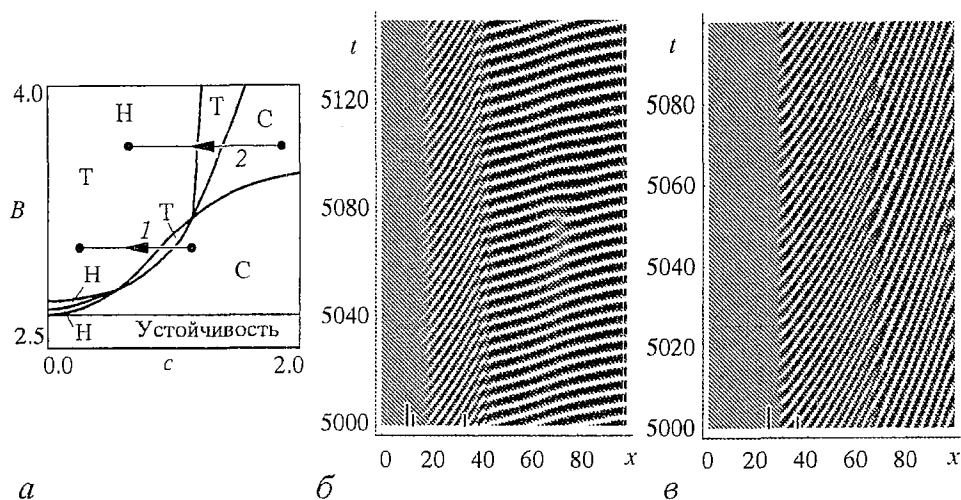


Рис. 4. Плоскость параметров системы (1) и пространственно-временные диаграммы системы (7), аналогичные изображенным на рис. 3, но построенные при  $A=1.3$  и при тех же значениях  $\sigma$  и  $\varphi$ . Другие параметры:  $B=3.1$ ,  $c_0=1.2$  (б);  $B=3.7$ ,  $c_0=2.0$  (в). Третий, дополнительный штрих на диаграмме б (при  $x=35$ ) показывает точку, где скорость достигает величины  $c_{ca} \approx 0.67$ . В системе с постоянным потоком приблизительно при этой скорости происходит изменение структуры пространственно-временных колебаний, не связанное с переходом между доменами на плоскости параметров  $a$  (см. рис. 5)

ные волновые фронты. Заметим, что точки критической скорости (на диаграммах они обозначены высокими штрихами) и неподвижные фронты расположены достаточно близко друг от друга.

2. Если при изменении скорости, соответствующем движению вдоль отрезка, в системе с постоянным потоком происходит бифуркационное изменение характера динамики, то в пространстве конической системы имеются соответствующие этому изменению области с различной структурой. При этом граница между областями находится вблизи точки, где скорость достигает порогового (для системы с постоянным потоком) значения. Коническая система здесь выступает в роли своеобразного сканирующего устройства, позволяющего выявлять различные динамические режимы соответствующей системы с постоянным потоком.

Это иллюстрируют рис. 3, в и 4, б. На рис. 3, в правее неподвижного волнового фронта существуют две области с различной пространственно-временной структурой, что соответствует переходу отрезка из хопфовского домена в тьюринговский. Заметим, что характер наблюдаемых в этих областях колебаний не соответствует названиям доменов. Однако это не связано с конической геометрией реактора, а объясняется тем, что домены характеризуют динамику в линейном приближении, то есть только при малых отклонениях от равновесия [7] (такое же несоответствие имеет место и для системы с постоянным потоком).

На рис. 4, б справа от неподвижного волнового фронта также выделяются две пространственные области с различными структурами. Однако граница между ними не соответствует границе между доменами плоскости параметров, а попадает внутрь одного из доменов. Из этого можно заключить, что в соответствующей системе с постоянным потоком при изменении скорости происходит бифуркационная перестройка пространственно-временной структуры, не наблюдаемая в линейном приближении и вследствие этого не отмеченная на плоскости параметров рис. 4, а. Этот вывод можно проверить непосредственно, при помощи численного эксперимента над системой (1). Действительно, как видно

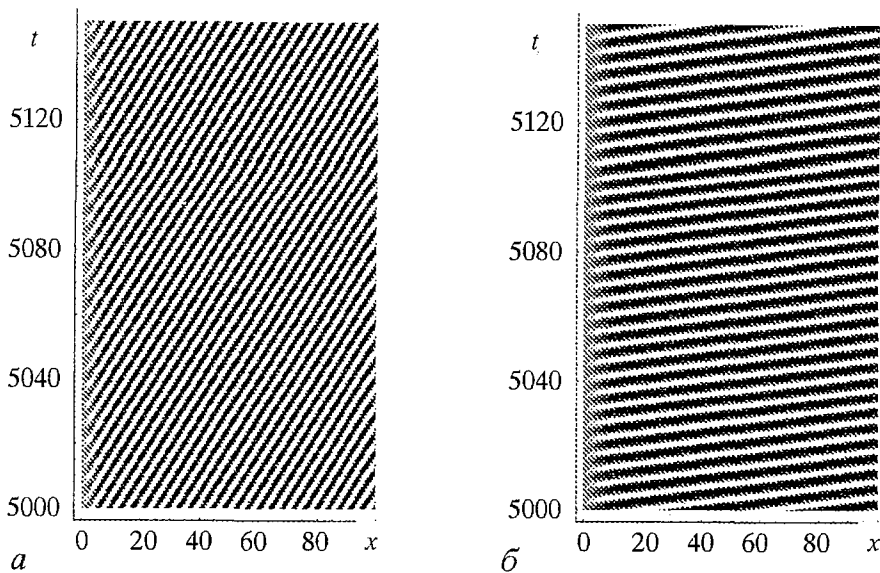


Рис. 5. Пространственно-временные диаграммы системы с постоянным потоком (1) при тех же  $A$ ,  $B$  и  $\sigma$ , что и на рис. 4, б. Значения скорости  $c=0.68$  (а) и  $0.66$  (б) взяты вблизи найденного эмпирически критического значения  $c_{ca} \approx 0.67$ , где происходит перестройка пространственно-временной структуры системы, не связанная с переходом между доменами на плоскости параметров на рис. 4, а. Отметим соответствие изображенных на этих рисунках структур и различных областей на рис. 4, б

из рис. 5, при скорости  $c \approx c_{ca}$  в системе с постоянным потоком происходит качественное изменение характера поведения. Пороговому значению скорости  $c_{ca}$  соответствует штрих на горизонтальной оси на рис. 4, б. Заметим, что штрих находится вблизи границы между областями с различной пространственно-временной структурой.

3. Еще одна интересная ситуация возникает, если в точках плоскости параметров, через которые проходит отрезок, система с постоянным потоком демонстрирует периодические пространственно-временные колебания и при этом в зависимости от скорости частота колебаний меняется гладко. В конической системе в такой ситуации конкурируют две тенденции: с одной стороны, из-за изменения скорости частоты колебаний в разных точках пространства должны быть различными, но с другой стороны, взаимодействие между колебаниями в близлежащих точках приводит к их синхронизации. Это вызывает эффект кластерной синхронизации, проявляющийся также в динамике цепочки локально связанных автогенераторов с монотонно меняющимися вдоль цепочки собственными частотами [18]. В пространстве конической системы возникают кластеры синхронных колебаний, то есть ограниченные области, внутри которых колебания имеют одну и ту же частоту. На границах между кластерами частота меняется практически скачкообразно. Иллюстрацией этого эффекта могут служить рис. 3, б (границы между кластерами находятся в точках  $x_{cl} \approx 60$  и  $x_{cl} \approx 140$ ), рис. 4, б ( $x_{cl} \approx 70$ ) и рис. 4, в ( $x_{cl} \approx 70$ ).

Обсудим свойства неподвижного волнового фронта в конической системе, в частности, его расположение относительно точки критической скорости  $x_{ca}$  при различных значениях параметров.

Точку критической скорости можно найти из формулы (6), разрешив ее относительно  $x_{ca}$

$$x_{ca} = (c_0^{1/2} - c_{ca}^{1/2}) / (\varphi c_0^{1/2}), \quad (10)$$

где  $c_{ca}$  определяется из уравнений (4).

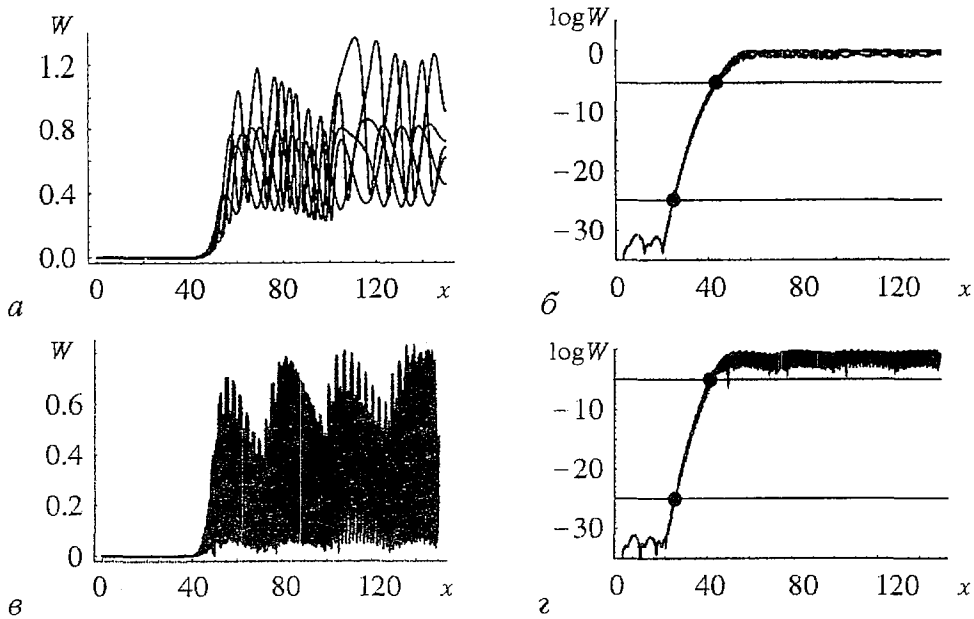


Рис. 6. Пространственные распределения амплитуды в различные моменты времени  $t$ : 1000, 1010, 1020, 1030 и 1040, построенные в одной и той же системе координат при  $\varphi=0.01$ ,  $c_0=1.5$ ,  $B-B_{HT}=0.3$ ,  $\sigma=0.25$ . Рис. *a* и *б* построены при  $A=1$  ( $B_H=2.0$ , критическая точка Хопфа), а рис. *в* и *г* при  $A=1.5$  ( $B_H=3.06$ , критическая точка Тьюринга). Рис. *a* и *б*, также как *в* и *г*, представляют одни и те же кривые с различным масштабом по оси ординат. Горизонтальные линии на рис. *б* и *г* проведены при  $W=W_{1f}$  и  $W=W_{2f}$ , см. (12). Заметим, что в области между  $W_{1f}$  и  $W_{2f}$  кривые практически совпадают

Для того чтобы найти расположение неподвижного фронта, рассмотрим амплитуду, определенную следующим образом:

$$W(x,t) = [(U(x,t) - U_0)^2 + (V(x,t) - V_0)^2]^{1/2}, \quad (11)$$

где  $U_0$  и  $V_0$  - равновесные значения (2). Величина  $W(x,t)$  в асимптотике  $t \rightarrow \infty$  не стремится к предельному распределению  $W^*(x)$ , что иллюстрирует рис. 6. Однако, как видно из рисунка, если вдали от входного отверстия  $W$  осциллирует, то в области интересующего нас неподвижного волнового фронта кривые  $W(x)$  в различные моменты времени практически совпадают друг с другом. Таким образом, неподвижный волновой фронт - это вполне определенная область пространства конической системы, и ее можно найти как при численном моделировании, так и в эксперименте, анализируя мгновенное состояние системы.

Предполагаем, что неподвижный волновой фронт расположен между точками, где амплитуда принимает значения

$$W_{1f} = e^{-2.5} \text{ и } W_{2f} = e^{-5}. \quad (12)$$

Как видно из рис. 6, это определение вполне отвечает интуитивным представлениям. Заметим, что, выбрав в качестве граничных другие значения амплитуды, мы получим зависимости, качественно не отличающиеся от обсуждаемых ниже.

На рис. 7 представлены пространственные распределения амплитуды при различных значениях входной скорости  $c_0$ . На кривых отмечено положение точки критической скорости  $x_{ca}$ . Видно, что при изменении  $c_0$  кривые транслируются в пространстве практически без изменений, так что взаимное расположение



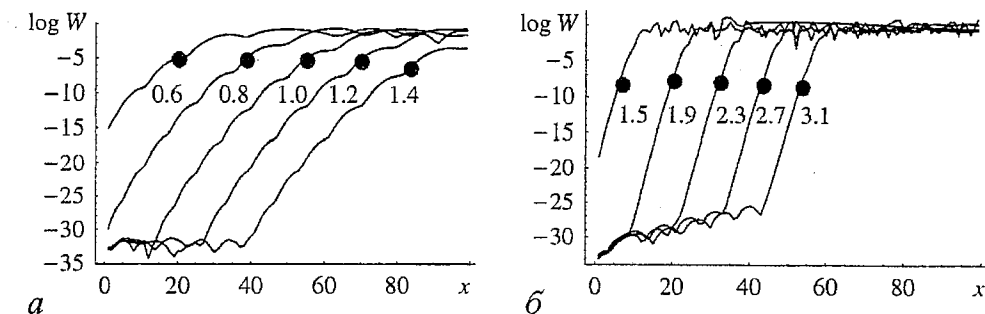


Рис. 7. Амплитуда колебаний (11) в коническом реакторе при различных значениях входной скорости  $c_0$  (записаны рядом с кривыми). На кривых отмечены точки критической скорости. Значения параметров:  $B-B_{H, \Gamma}=0.1, c_{ca}=0.415$  (а);  $B-B_{H, \Gamma}=1.0, c_{ca}=1.308$  (б);  $A=1.0, \sigma=0.25$  и  $\varphi=0.01$

неподвижного фронта и точки критической скорости сохраняется. В области неподвижного фронта амплитуда растет экспоненциально, причем показатель экспоненты увеличивается с ростом надкритичности.

Рис. 8 иллюстрирует расположение границ неподвижного фронта  $x_{lf}$  и  $x_{rf}$  и точки критической скорости  $x_{ca}$  в зависимости от различных параметров. По представленным на этом рисунке графикам можно записать следующие приближенные формулы:

$$\begin{aligned} x_{lf}, x_{rf}, x_{ca} &\sim \varphi^{-\gamma}, \\ x_{lf}, x_{rf}, x_{ca} &\sim c_0, \\ x_{lf}, x_{rf}, x_{ca} &\sim \exp(-p(B - B_{H, \Gamma})), \end{aligned} \quad (13)$$

где  $\gamma > 0$  и  $p > 0$  - некоторые величины, зависящие от параметров системы. На каждом из графиков три кривые демонстрируют сходное поведение. В большей степени это относится к правой границе фронта и к точке критической скорости,

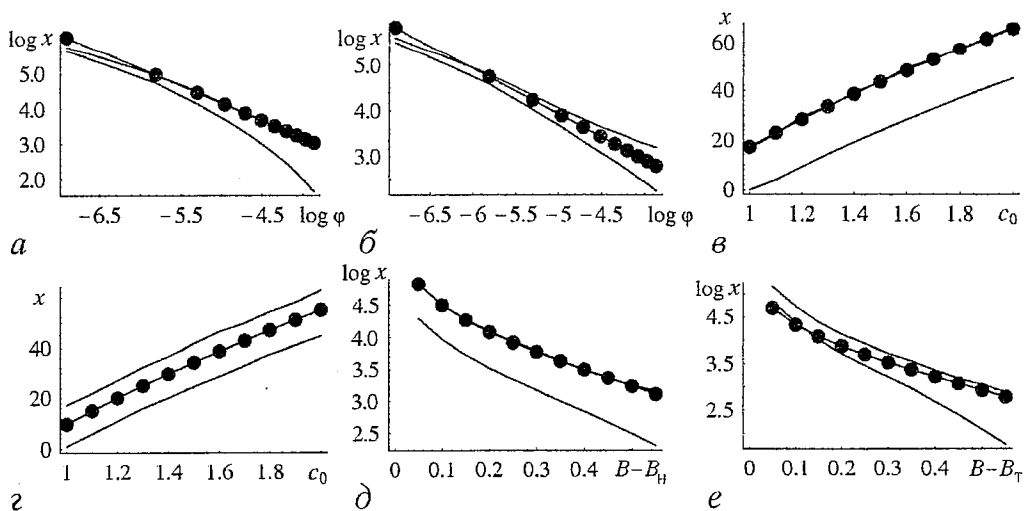


Рис. 8. Границы неподвижного волнового фронта (сплошные линии) и точка критической скорости в зависимости от различных параметров. Графики а, в и д построены при  $A=1.0$ , что соответствует неустойчивости Хопфа, а графики б, з и е - при  $A=1.5$ , неустойчивость Тьюринга. Для всех графиков, кроме а и б,  $\varphi=0.01$ . Входная скорость  $c_0=1.5$  везде, кроме графиков (в) и (з). Надкритичность  $B-B_{H, \Gamma}$  на всех графиках, кроме д и е, взята равной 0.3. Отметим, что границы волнового фронта и точка критической скорости демонстрируют похожее поведение и, следовательно, их взаимное расположение изменяется незначительно

тогда как кривая, отвечающая левой границе, может отклоняться от двух других довольно значительно, как это видно, например, из графиков (а) и (е). В случае неустойчивости Тьюринга (б, г, е) несоответствие между кривыми проявляется в большей степени, чем при неустойчивости Хопфа (а, в, д). Наблюдаемое поведение точек  $x_{lf}$ ,  $x_{rf}$  и  $x_{ca}$  может быть использовано при проведении экспериментального исследования перехода от конвективной к абсолютной неустойчивости в системе с постоянным потоком. Перейдя к системе с конической геометрией и оценив положение точки критической скорости, например, как  $x_{ca} \approx x_{rf}$ , можно, изучая поведение границ неподвижного фронта, найти критическую скорость  $c_{ca}$  и получить информацию о ее зависимости от различных параметров.

Мы обсудили качественно и при помощи численного анализа поведение одномерного брасселятора с потоком в реакторе конической формы. Скорость потока в такой системе является монотонно убывающей функцией координаты. Для выявления различных типов поведения системы использованы плоскости параметров, полученные в работе [7] для брасселятора с постоянным потоком. На этих плоскостях систему с конической геометрией представляют направленные отрезки. Начало такого отрезка соответствует скорости потока у входного отверстия реактора, а конец - скорости потока на выходе.

Выявлены три различные ситуации. Когда скорость на входе конического реактора отвечает конвективной неустойчивости системы с постоянным потоком, а на выходе - абсолютной, то в пространстве конической системы возникает неподвижный волновой фронт, разделяющий область без колебаний и область, где колебания существуют. Показано, что по положению неподвижного волнового фронта можно оценить значение критической скорости в системе с постоянным потоком. Это может быть использовано при экспериментальных исследованиях абсолютной и конвективной неустойчивости.

Когда входная и выходная скорости в коническом реакторе отвечают различным динамическим режимам системы с постоянным потоком, то система с конической геометрией может служить в роли своеобразного сканирующего устройства, позволяющего выявить эти режимы. В ее пространстве возникают области с различным пространственно-временным поведением, граница между которыми находится вблизи точки, где скорость достигает бифуркационного для системы с постоянным потоком значения.

И, наконец, если при изменении скорости, соответствующем движению вдоль конического реактора, в системе с постоянным потоком существуют периодические временные колебания и их частота есть гладкая функция скорости, то возникает эффект кластерной синхронизации, проявляющийся также в динамике локально связанных автогенераторов с различными собственными частотами [18]. В пространстве конической системы формируются области колебаний с одинаковой частотой (кластеры синхронных колебаний), при этом частота убывает от кластера к кластеру практически скачкообразно.

Автор выражает признательность С.П. Кузнецову за полезное обсуждение работы.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Исследовательского и образовательного центра Саратовского государственного университета, CRDF, грант № Res-006 и Российского фонда фундаментальных исследований, грант № 00-02-17509.*

## Библиографический список

1. Рабинович М.И., Трубецков Д.И. Введение в теорию колебаний и волн. М.:Наука, 1984.
2. Briggs R.J. Electron stream interaction with plasma. Cambridge: MIT, 1964.
3. Bers A. Handbook of plasma physics / Eds A.A. Galeev, R.N. Sudan. Amsterdam: North-Holland, 1983. P. 451.
4. Скотт Э. Волны в активных и нелинейных средах в приложении к электронике. М.: Сов. радио, 1977.
5. Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Физическая кинетика. М.: Наука, 1979.
6. Федорченко А.М., Коцаренко Н.Я. Абсолютная и конвективная неустойчивость в плазме и твердых телах. М.: Наука, 1981.
7. Kuznetsov S.P., Mosekilde E., Dewel G., Borckmans P. Absolute and convective instabilities in a one-dimensional brusselator flow model // J. Chem. Phys. Vol. 106. 1997. P. 7609.
8. Hohenberg P.C., van Saarloos W. Fronts, pulses, sources and sinks in generalized complex Ginzburg - Landau equations // Physica D. 1992. Vol. 56. P. 303.
9. Cross M.C., Hohenberg P.C. Pattern formation outside of equilibrium // Rev. Mod. Phys. 1993. Vol. 65. P. 852.
10. Van Saarloos W. Front propagation into unstable states: Marginal stability as a dynamical mechanism for velocity selection // Phys. Rev. A. 1988. Vol. 37. P. 211.
11. Van Saarloos W. Front propagation into unstable states: II. Linear versus nonlinear marginal stability and rate of convergence // Phys. Rev. A. 1989. Vol. 39. P. 6367.
12. Chomaz J.M. Absolute and convective instabilities in nonlinear systems // Phys. Rev. Lett. 1992. Vol. 69. P. 1931.
13. Couairon A., Chomaz J.M. Absolute and convective instabilities, front velocities and global modes in nonlinear systems // Physica D. 1997. Vol. 108. P. 236.
14. Николис Г., Пригожин И.Р. Самоорганизация в неравновесных системах. М.: Мир, 1979.
15. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. М.: Наука, 1989.
16. Press W.H., Teukolsky S.A., Vetterling W.T., Flannery B.P. Numerical recipes in C. Cambridge: University Press, 1992.
17. Andresén P., Bache M., Dewel G., Borckmans P., Mosekilde E. Stationary space periodic structures with equal diffusion coefficients // Phys. Rev. E. 1999. Vol. 60. P. 297.
18. Osipov G.V., Sushchik M.M. Synchronized clusters and multistability in arrays of oscillators with different natural frequencies // Phys. Rev. E. 1998. Vol. 58. P. 7198.

Институт радиотехники  
и электроники РАН  
Саратовское отделение

Поступила в редакцию 24.04.01  
после доработки 7.10.01

## INVESTIGATION OF THE TRANSITION FROM CONVECTIVE INSTABILITY TO ABSOLUTE INSTABILITY IN A REACTION - DIFFUSION SYSTEM WITH FLOW USING A CONICAL REACTOR

P.V. Kuptsov

Instability in a reaction - diffusion system with open constant flow may be absolute or convective. In this paper we study these instabilities in the case when the flow

decelerates in space. As a model system we consider the one-dimensional Brusselator with flow in the conical reactor. Due to decreasing of the flow rate along the spatial coordinate, the instability is convective near the reactor inlet and absolute at the downstream end. In the sustained regime the instabilities are separated by the stationary wave front. Provided in the paper numerical investigation shows that the front is located near the critical rate point, the point where the flow rate corresponds to transition from convective to absolute instability in the respective spatially uniform system.



*Павел Владимирович Купцов* - родился в Саратове (1972), окончил физический факультет Саратовского государственного университета (1994), защитил кандидатскую диссертацию по специальности радифизика (1998). В настоящее время - доцент кафедры информатики Саратовской государственной академии права, а также сотрудник научной группы теоретической нелинейной динамики в Саратовском отделении Института радиотехники и электроники РАН. Область научных интересов - сложные колебания в распределенных системах, теория критических явлений, динамика систем под внешним воздействием с различной структурой. Автор нескольких работ по этим темам.