

СЛОЖНАЯ ДИНАМИКА ГЕНЕРАТОРА НА ДИОДЕ С N -ОБРАЗНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ

М.Б. Бодров

Приведены результаты исследования сложного и хаотического поведения кусочно-линейной модели генератора на диоде с N -образной характеристикой. Построена детальная картина бифуркационных множеств в пространстве управляющих параметров. Метод автоматического определения периодических режимов с подстройкой шага интегрирования, примененный в работе, позволил выявить тонкую структуру фрагментов карты режимов.

Введение

Генератор на диоде с N -образной характеристикой, демонстрирующий хаотическое поведение, был впервые исследован в 1976 году С.В.Кияшко, А.С. Пиковским и М.И. Рабиновичем [1, 2]. В экспериментах авторы показали существование сложных колебаний, а также символическими методами доказали возможность рождения в подобных системах хаотических режимов [2]. Более подробно этот генератор был исследован в начале 90-х: экспериментальная карта режимов и сценарии хаотизации подробно описаны в работе [3]. В данной работе был использован туннельный диод (рис. 1, а). Отвлекаясь от специфики процессов в туннельных диодах, в частности, существенного влияния на вольт-амперную характеристику (ВАХ) уровня СВЧ-мощности [4], удается качественно изучить динамику такого генератора на модели, отражающей лишь N -образную форму ВАХ (рис. 1, б) и наличие емкостной составляющей импеданса диода.

Модель в безразмерном виде описывается системой дифференциальных уравнений [3]

$$\begin{cases} \dot{x} = 2\delta x + y - gz, \\ \dot{y} = -x - y/(2\lambda), \\ \varepsilon \dot{z} = x - f(z), \end{cases} \quad (1)$$

где x , y , z - соответственно безразмерные ток I , напряжения U и V на емкости C и на диоде, соответственно (см. рис. 1, а). Параметр $g = (V_m / I_m)(C/L)^{1/2}$ определяет степень влияния туннельного диода на процессы в контуре; $\varepsilon = gC_1/C$ - малый

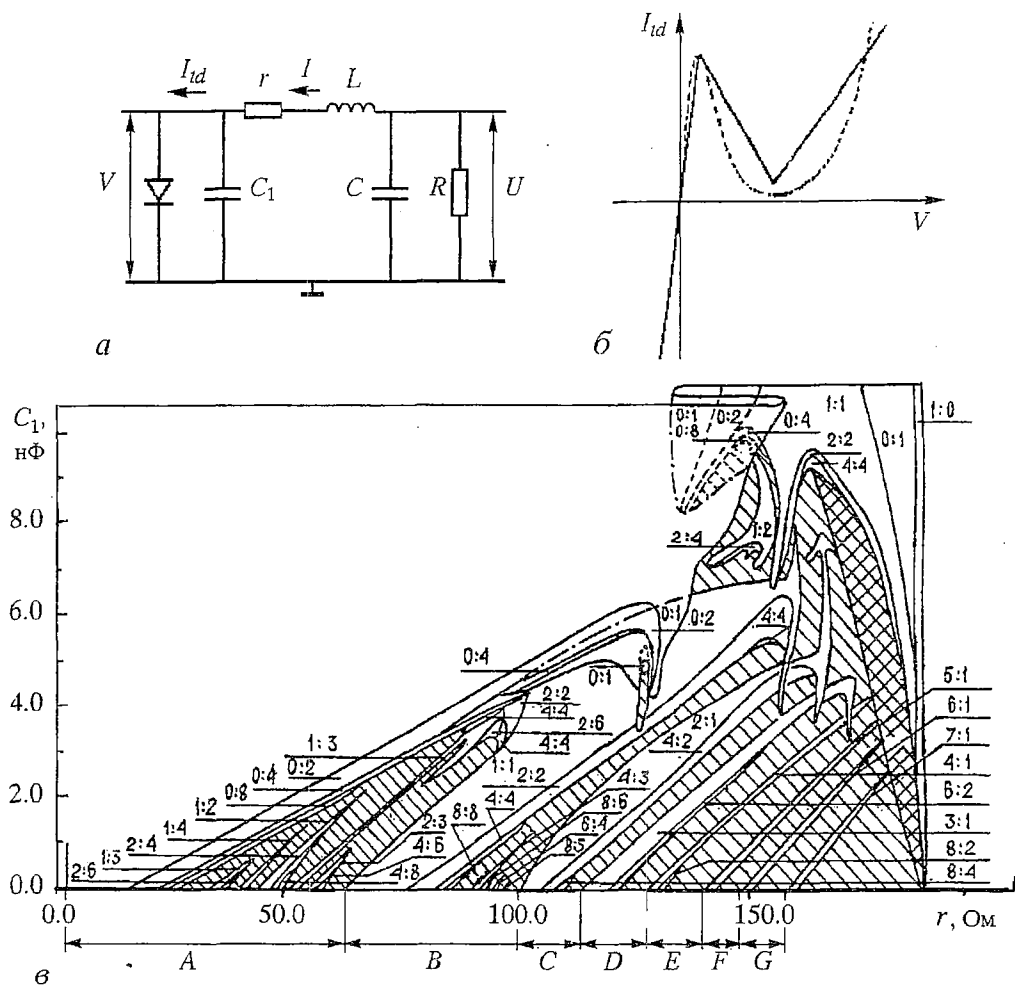


Рис. 1. а - электрическая схема генератора на туннельном диоде [1], б - ВАХ туннельного диода (пунктирная линия) и его кусочно-линейной модели (сплошная линия), в - экспериментально полученная двухпараметрическая карта режимов генератора с кусочно-линейной ВАХ диода [3]

параметр, пропорциональный емкостной составляющей импеданса туннельного диода C_1 ; $\delta = -1/2 r(C/L)^{1/2}$ и $\lambda = -1/2 R(C/L)^{1/2}$ определяют инкремент нарастания колебаний в отсутствие диода. Функция $f(z)$ - отражает ВАХ туннельного диода.

В работе [5] с помощью блоков на операционных усилителях была реализована кусочно-линейная ВАХ (рис. 1, б) с функцией $f(z)$ вида

$$\begin{cases} 11.765z, & z \leq 0.085, \\ 1 - 2.108(z - 0.085), & 0.085 < z < 0.5, \\ 0.125 + 1.75(z - 0.5), & z \geq 0.5 \end{cases} \quad (2)$$

и экспериментально получена карта динамических режимов на плоскости параметров (r, C_1) , представленная на рис. 1, в. (Эта же структура, но в измененном масштабе, может быть представлена на плоскости (δ, ϵ) .) Карта разделена на характеристические зоны колебаний А, В, ..., Г. Каждая зона содержит области периодического поведения и области хаотического поведения, показанные штриховкой. Переход из зоны в зону слева направо сопровождается увеличением базового периода на 1.

При малых C_1 (меньше 3 нФ) переход от периодических к хаотическим колебаниям внутри зон происходит через каскад бифуркаций удвоения периода. Увеличение параметра C_1 приводит к постепенному сближению зон колебаний и смещению их в сторону больших значений инкремента затухания. При этом на плоскости параметров образуются складки, затрудняющие понимание динамики системы. Приведенные в [3, 5] карты режимов построены в результате трудоемких процедур «ручного» сканирования пространства управляющих параметров, а поэтому не дают хорошего разрешения. В настоящей работе полученные ранее результаты уточнены путем автоматического компьютерного построения карт режимов с использованием методики, приведенной ниже. Впервые подробно представлены тонкие режимы для области большого ϵ .

Методы автоматического построения карт потоковых систем

Большой объем вычислений, который необходим для построения карт автономных потоковых систем, ограничивает возможности точного определения линий смены режимов и прорисовки тонкой структуры карты, связанной с колебаниями больших периодов. В настоящей работе применен метод адаптивной подстройки шага интегрирования [6], основанный на анализе отклика перестраиваемого нерекурсивного цифрового фильтра. С его помощью еще до окончания переходного процесса с заданной точностью удается подстроить шаг интегрирования в алгоритме Рунге - Кутты 4-го порядка, которому будет кратен истинный период. Это позволяет определить характерный период колебаний T (соответствующий максимальному пику в спектре колебаний) и на его основе найти полный период nT [6]. Сама процедура определения периода использует свойство нулевого отклика цифрового фильтра верхних частот вида $z_n = x_n - x_{n-k}$ при точном совпадении периода колебаний с временным сдвигом k . Поэтому предварительно требуется кратность шага интегрирования периоду колебаний.

Ограниченность компьютерных ресурсов позволяет определить лишь небольшие периоды, более высокопериодические колебания не удается уверенно отличить от хаотических. Данная карта была построена с глубиной 8 периодов, чего нельзя было добиться с помощью других известных нам автоматизированных методов построения карт.

Результаты численного моделирования

Согласно системе обыкновенных дифференциальных уравнений (1) с кусочно-линейной функцией $f(z)$ вида (2) была рассчитана карта динамических режимов на плоскости тех же управляющих параметров. Интегрирование уравнений осуществлялось методом Рунге - Кутты 4-го порядка при фиксированных $g=0.8535$, $\lambda=-1.0677$.

Результат расчета периодических режимов по описанной выше методике представлен на рис. 2 в координатах (значение диссипации r - значение емкостной составляющей импеданса туннельного диода C_1), что удобно для сравнения с экспериментальной картой (см. рис. 1, в). Видно, что экспериментальная и расчетная карты топологически сходны. Но данные расчета более детальные и существенно дополняют картину. Остановимся на этом подробнее.

• Область малых емкостей туннельного диода ($C_1 \leq 8$ нФ) демонстрирует сценарий перехода к хаосу через бифуркации удвоения. При этом происходит удвоение одновременно двух характерных величин аттрактора n и m [5] (n - число

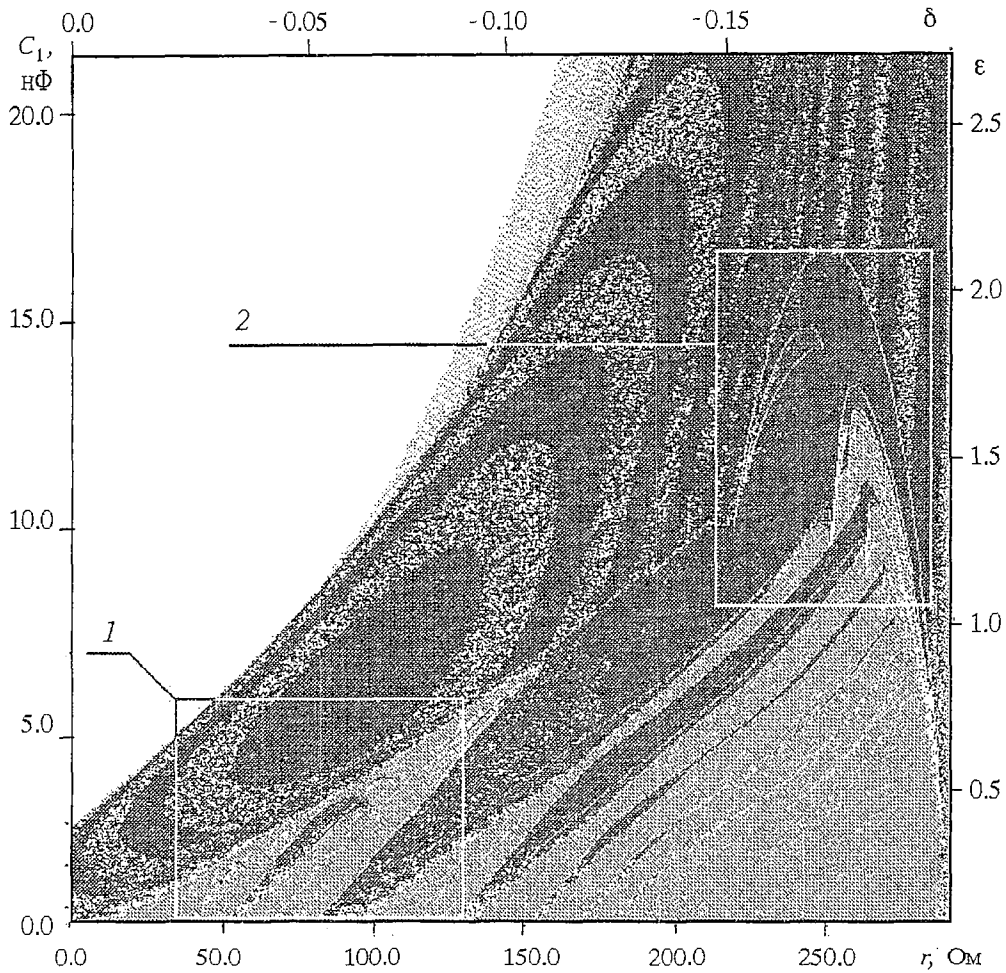


Рис. 2. Двухпараметрическая карта режимов генератора с кусочно-линейной ВАХ диода, полученная при компьютерном моделировании

оборотов траектории аттрактора, оставшихся в плоскости - колебания на участке ВАХ до пика; m - число оборотов траектории аттрактора, выходящих в пространство из-за переключения диода на третью ветвь ВАХ).

- На рис. 3 приведена область, являющаяся аналогом зоны А в [5]. Численное моделирование при малых значениях емкостной составляющей импеданса дает схожий с экспериментальным исследованием результат. Было также подтверждено наличие множества периодов, найденных ранее в [5]. Каждое периодическое окно при возрастании параметра C_1 сужается в «клюв», что говорит о переходах режимов на другие складки. При увеличении диссипации r каждое окно заканчивается хаосом.

- Наибольший интерес представляет собой область больших емкостей туннельного диода ($C_1 \geq 8$ нФ), фрагмент которой приведен на рис. 4. В ней проявляется сильная неоднозначность в поведении системы. Увеличение параметра ϵ приводит к постепенному сближению зон и смещению их в сторону больших значений инкремента затухания. Каждое периодическое окно в силу свойства подобия заканчивается неким клювом, что соответствует переходу на другие складки. Наибольшее сосредоточение таких клювов наблюдается в области больших ϵ .

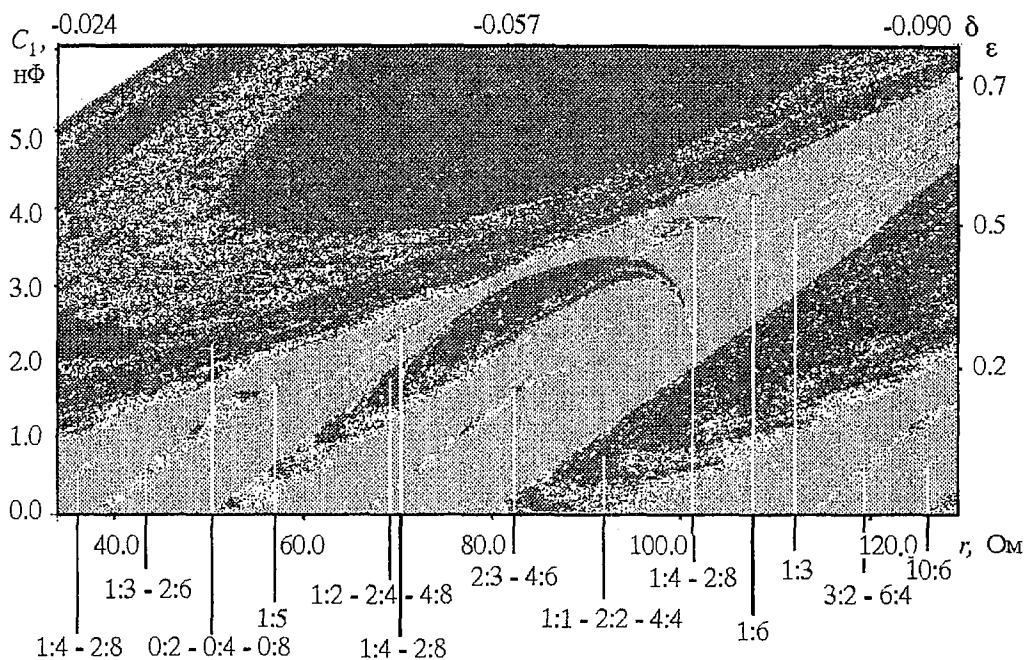


Рис. 3. Область 1 (см. рис. 2), перестроенная при меньшем шаге по управляющим параметрам (C_1 и r) и с глубиной 8 периодов

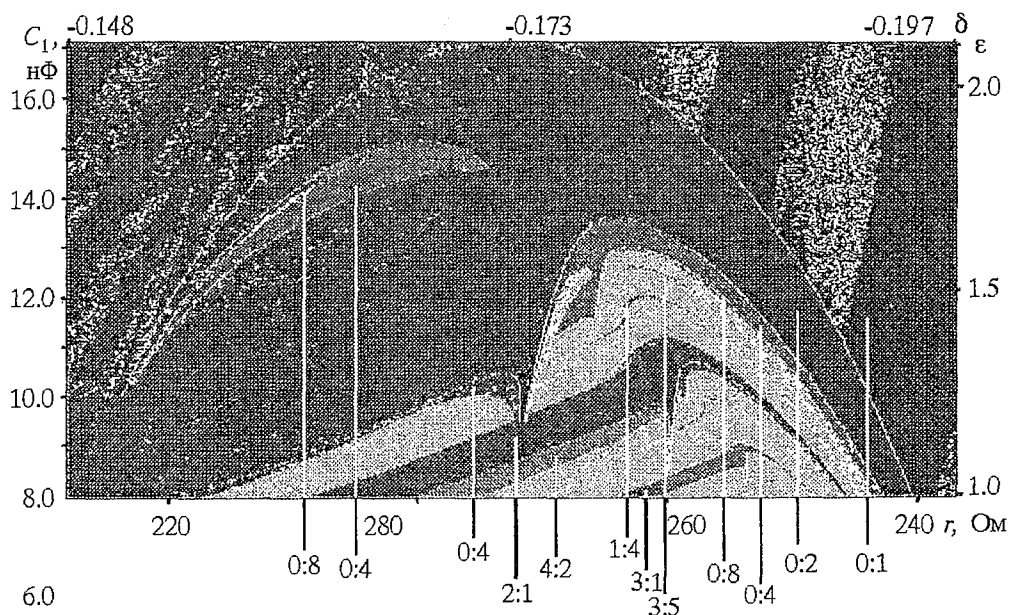


Рис. 4. Область 2 (см. рис. 2), перестроенная при меньшем шаге по управляющим параметрам (C_1 и r) и с глубиной 16 периодов

Выводы

Автоматизация построения карт режимов в отличие от экспериментального исследования позволяет выявить более тонкие режимы.

Оказывается, что в области больших C_1 (область 2 на рис. 2), демонстриру-

ются последовательности режимов, аналогичных наблюдаемым в пространстве параметров неавтономного нелинейного контура [7] и других систем с вырожденной двухчастотной динамикой. Это позволяет говорить о типичности структуры (конфигурации карты). При этом сохраняются характерные черты рождения хаоса внутри ключевых синхронизации генераторов с двухчастотной динамикой: появление парных режимов сдвинутых по фазе на каждом удвоении периода; возникновение «рукавов», которые проходят «сквозь» другие режимы с возникновением мультистабильностей; вид окон периодичности в хаотических режимах и т.п. Можно предположить, что все колебательные системы с двумя характерными временными масштабами, демонстрирующие как периодическое, так и сложное хаотическое поведение, будут вести себя подобным образом.

Автор благодарен А.А.Кипчатову за руководство исследованиями и обсуждение результатов. Также выражает глубокую благодарность Б.П. Безручко за замечания и советы.

Работа выполнена при поддержке НОЦ нелинейной динамики и биофизики (грант REC-006).

Библиографический список

1. Пиковский А.С., Рабинович М.И. Простой автогенератор со стохастическим поведением // ДАН СССР 1978. Т. 239, № 2. С. 301.
2. Кияшко С.В., Пиковский А.С., Рабинович М.И. Автогенератор радиодиапазона со стохастическим поведением // Радиотехника и электроника. 1980. Т. 25. С. 336.
3. Андрушкевич А.В., Кипчатов А.А. Хаос и периодичность в генераторе на туннельном диоде // Изв. вузов. Радиофизика. 1990. Т. 33, № 4. С. 431.
4. Усанов Д.А., Скрипаль А.В. Физика работы полупроводниковых приборов в схемах СВЧ: Изд-во Сарат. ун-та, Саратов. 1999.
5. Андрушкевич А.В., Кипчатов А.А., Красичков Л.В., Короновский А.А. Путь к хаосу в кусочно-линейной модели генератора на туннельном диоде // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1993. Т. 1, № 1, 2. С. 93.
6. Кипчатов А.А., Подин С.В. Применение методики адаптивной фильтрации для определения периода колебаний потоковых систем // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1997. Т. 5. № 2,3. С. 72.
7. Кипчатов А.А. Особенности сложной динамики неавтономного нелинейного контура // Изв. вузов. Радиофизика. 1990. Т. 33, № 2. С. 182.
8. Пиковский А.С. О статистических свойствах простейшей модели стохастических автоколебаний // Изв. вузов. Радиофизика. 1980. Т. 23, № 7. С. 883.

*Саратовский государственный
университет*

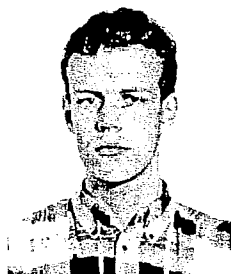
*Поступила в редакцию 10.05.2001
после доработки 24.09.2001*

THE COMPLICATED DYNAMICS OF THE DIODE OSCILLATOR WITH THE N-SHAPED CHARACTERISTIC

M.B. Bodrov

The research data of complicated and chaotic behavior of the piecewise-linear model of the diode oscillator with the N -shaped current-voltage diagram are presented.

Detailed view of bifurcation manifold on the control parameter plane is shown. The method of periodic regime automatic scan with the integration step enrollment applied in the article allowed us to discover the thin structure of some parts of the regimes map.



Бодров Максим Борисович - родился в Саратове (1981). Студент 4-го курса факультета нелинейных процессов СГУ. Область научных интересов - нелинейная динамика, численное моделирование сложных систем.