



МОДЕЛИРОВАНИЕ АСИНХРОННЫХ РЕЖИМОВ В СИСТЕМЕ СВЯЗАННЫХ ГЕНЕРАТОРОВ С ФАЗОВЫМ УПРАВЛЕНИЕМ

В.П. Пономаренко, С.А. Кузовкин

Приведены результаты качественно-численного исследования асинхронных режимов и бифуркаций в динамической модели связанных генераторов с цепями автоматического управления частотой и задержкой, взаимодействующих через перекрестные обратные связи. Изучены особенности поведения системы при нарушении синхронного режима. Установлено существование квазисинхронного, сложнопериодических, квазипериодических и хаотических асинхронных режимов, не имеющих места в одиночных парциальных системах.

1. Изучение коллективного поведения связанных автогенераторных систем, имеющих локальные цепи управления частотой, фазой или задержкой генерируемых колебаний, составляет одно из важных направлений работ в области сложной динамики взаимодействующих активных элементов. Привлекательными свойствами таких систем являются их способность демонстрировать большое разнообразие динамических состояний и бифуркационных переходов при простой индивидуальной динамике одиночных подсистем и возможность обеспечить эффективное воздействие на характеристики формируемых колебаний с помощью изменения параметров цепей управления и связей. На поведение связанных систем с фазовым и частотным управлением существенное влияние оказывают их индивидуальные динамические свойства, определяемые структурой и параметрами цепей управления, а также типы и параметры связей. По этой причине важное значение приобретает исследование динамики разнообразных реализаций таких систем в целях выяснения роли связей и цепей управления в развитии динамических процессов.

Объектом исследования в данной работе является система двух связанных генераторов, один из которых охвачен петлей фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ), а другой – петлей автоподстройки задержки во времени (АПЗ). Взаимодействие генераторов осуществляется через взаимные перекрестные обратные связи и однонаправленную связь по цепям управления. Происхождение и применение рассматриваемой системы связано с решением задач следящей оценки изменяющихся параметров – фазового угла $\Theta(t)$ и задержки во времени $T(t)$ – радиосигналов, сформированных на основе псевдослучайной последовательности, модулирующей по фазе синусоидальную несущую (так называемых псевдослучайных фазоманипулированных сигналов) [1,2]. Основными элементами подсистем ФАПЧ и АПЗ являются управляемые генераторы, при помощи

которых формируется опорный сигнал с параметрами $\Theta^*(t)$ и $T^*(t)$, дискриминаторы рассогласований $\varphi = \Theta(t) - \Theta^*(t)$ и $\eta = T(t) - T^*(t)$, цепи управления с фильтрами низких частот, типы которых определяются используемыми моделями динамики оцениваемых параметров $\Theta(t)$ и $T(t)$. Взаимные перекрестные связи реализуются посредством перемножителей входного сигнала и сигналов управляемых генераторов. Через связь по цепям управления осуществляется передача сигнала о фазовом рассогласовании, образующемся в подсистеме ФАПЧ, в цепь управления подсистемы АПЗ. В такой системе процесс слежения за параметрами Θ и T выполняется путем использования вырабатываемых дискриминаторами сигналов рассогласований фаз и задержек для коррекции параметров Θ^* и T^* в сторону уменьшения рассогласований φ и η до достижения стационарного состояния, в котором величины φ и η имеют минимальные значения. Это состояние принято называть состоянием (режимом) синхронизации опорного сигнала, формируемого с помощью подсистем ФАПЧ и АПЗ, по входному сигналу.

Специфика рассматриваемой двухпетлевой системы синхронизации (ДСС) псевдослучайного фазоманипулированного сигнала состоит в том, что характеристика дискриминатора подсистемы АПЗ имеет ограниченную рабочую область Ω_η рассогласований η , в то время как раскрыв дискриминационной характеристики подсистемы ФАПЧ охватывает все возможные значения рассогласования φ . В начальный момент величина рассогласования η может выходить за пределы области Ω_η , тогда петля управления задержкой оказывается разомкнутой и режим слежения невозможен. Для его реализации в этом случае обычно предусматривается режим поиска по задержке [1], в процессе которого частота колебаний управляемого генератора подсистемы АПЗ изменяется так, чтобы величина рассогласования η оказалась в пределах области Ω_η . При этом переход к режиму слежения возможен, если после окончания режима поиска начальное состояние системы будет локализовано в области притяжения режима синхронизации. В противном случае в системе возникают асинхронные режимы с непостоянными величинами рассогласований φ и η . Асинхронные режимы, являющиеся нежелательными для реализации слежения за параметрами φ и η , представляют непосредственный интерес для задач формирования сложных регулярных и хаотических колебаний управляемых генераторов. В связи с этим большое значение приобретает изучение механизмов перехода от асинхронного режима к режиму синхронизации и механизмов нарушения состояния синхронизации, исследование асинхронных движений и бифуркаций, развивающихся вне области параметров системы, соответствующей установлению синхронного режима.

2. Уравнения динамики рассматриваемой ДСС, записанные в операторной форме ($p = d/dt$) для рассогласований φ и η , имеют вид [1,3]

$$\varphi = \Theta - (k_1/p)F_1(p)R(\eta)\sin \varphi, \quad (1)$$

$$\eta = T - (k_2/p)F_2(p)[D(\eta)\cos \varphi + k_3R(\eta)\sin \varphi],$$

где k_1 и k_2 – коэффициенты усиления цепей управления, k_3 – степень связи через управляющие сигналы, $F_1(p)$ и $F_2(p)$ – коэффициенты передачи фильтра низких частот в цепях управления ФАПЧ и АПЗ, $R(\eta)$ и $D(\eta)$ – нелинейности, представляемые зависимостями

$$R(\eta) = \begin{cases} 1 + \eta/\Delta, & -\Delta \leq \eta \leq 0, \\ 1 - \eta/\Delta, & 0 \leq \eta \leq \Delta, \\ 0, & |\eta| \geq \Delta, \end{cases} \quad D(\eta) = \begin{cases} -2 - \eta/\Delta, & -2\Delta \leq \eta \leq -\Delta, \\ \eta/\Delta, & -\Delta \leq \eta \leq \Delta, \\ 2 - \eta/\Delta, & \Delta \leq \eta \leq 2\Delta, \\ 0, & |\eta| \geq 2\Delta. \end{cases}$$

Здесь Δ — длительность одного элемента сигнала фазовой манипуляции. Уравнениям (1) можно поставить в соответствие структурную схему ДСС, приведенную на рис. 1. В этой схеме и уравнениях (1) функции $\sin\varphi$ и $D(\eta)$ описывают нелинейные характеристики дискриминаторов рассогласований фаз и задержек $D(\eta)=R(\eta-\Delta)-R(\eta+\Delta)$, а функции $\cos\varphi$ и $R(\eta)$ отражают взаимодействие подсистем ФАПЧ и АПЗ через взаимные перекрестные связи. Рабочая область Ω_η дискриминационной характеристики $D(\eta)$ ограничена значениями $\eta=\pm 2\Delta$, то есть $\Omega_\eta=\{|\eta|<2\Delta\}$.

Конкретный вид уравнений (1) определяется коэффициентами передачи $F_1(p)$ и $F_2(p)$. В данной работе мы рассмотрим модель ДСС в случае применения в цепи управления пропорционально интегрирующих фильтров низких частот первого порядка, когда $F_1(p)=(1+mT_1p)/(1+T_1p)$, $F_2(p)=(1+nT_2p)/(1+T_2p)$, где T_1 и T_2 — постоянные времени, $0 \leq m < 1$, $0 \leq n < 1$. Вводя безразмерные величины — время $\tau=k_1t$, переменную $x=\eta/\Delta$, параметры цепей управления $\varepsilon_1=k_1T_1$, $\varepsilon_2=k_1T_2$, $b=k_2/(k_1\Delta)$, степень связи $\alpha=k_3b$, начальные расстройки несущих $\gamma=p\Theta/k_1$ и тактовых $\beta=pT/(k_2\Delta)$ частот и вспомогательные переменные u и v , из уравнения (1) получим следующие уравнения динамики исследуемой ДСС:

$$\begin{aligned} d\varphi/d\tau &= u - mR(x) \sin\varphi, \\ \varepsilon_1 du/d\tau &= \gamma - u - (1-m)R(x) \sin\varphi, \\ dx/d\tau &= v - n(bD(x)\cos\varphi + \alpha R(x)\sin\varphi), \\ \varepsilon_2 dv/d\tau &= \beta - v - (1-n)(bD(x)\cos\varphi + \alpha R(x)\sin\varphi). \end{aligned} \quad (3)$$

Система (3) имеет цилиндрическое фазовое пространство $U=\{\varphi(\text{mod } 2\pi), u, x, v\}$.

Отметим основные особенности индивидуальной динамики одиночных систем ФАПЧ и АПЗ. Динамика системы ФАПЧ описывается двумя первыми уравнениями модели (3), если положить в них $R(x)=1$, то есть динамической системой на фазовом цилиндре $\{\varphi(\text{mod } 2\pi), u\}$. Для поведения системы ФАПЧ характерны синхронный режим, определяемый устойчивым состоянием равновесия, и асинхронный режим с вращением фазы и периодическими колебаниями разности частот $y=d\varphi/d\tau$ относительно некоторого среднего значения. Асинхронному режиму на фазовом цилиндре отвечает устойчивый предельный цикл вращательного типа. Граница γ^* области существования такого цикла в пространстве параметров $(\gamma, \varepsilon_1, m)$ является границей области захвата в синхронный режим. Если начальные значения параметров γ , ε_1 и m заданы в области захвата, то при увеличении начальной расстройки γ режим синхронизации сохраняется, пока $\gamma < 1$; при $\gamma > 1$ этот режим исчезает в результате седло-узловой бифуркации состояний равновесия, и система

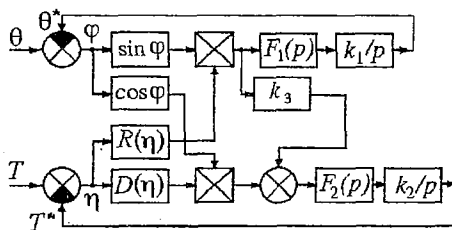


Рис. 1. Структурная схема ДСС

переходит в асинхронный режим. Если теперь уменьшать γ , то переход в режим синхронизации происходит при пересечении в пространстве параметров границы γ^* в результате бифуркации петли сепаратрис седла или двойного предельного цикла [4].

Поведение автономной парциальной системы АПЗ описывается двумя последними уравнениями модели (3), если положить в них $\cos\varphi=1$, $\alpha=0$, $b=1$, то есть динамической системой на плоскости (x,v) . Для динамики этой системы свойственны [5] движения, приводящие к синхронному режиму, определяемому устойчивым состоянием равновесия, и так называемые пролетные движения, ведущие к проскальзыванию рабочей области $\Omega_x=\{|x|<2\}$ дискриминационной характеристики $D(x)$. Какое из этих движений реализуется в системе, зависит от начальных условий. Синхронный режим устанавливается, если начальные значения переменных x и v заданы в области притяжения устойчивого состояния равновесия системы. Создание таких начальных условий осуществляется в результате применения процедуры поиска по задержке. Если исходным состоянием системы АПЗ является синхронный режим, то при увеличении начальной расстройки β система остается в этом режиме, пока $\beta<1$. При $\beta>1$ происходит срыв синхронного режима в результате седло-узловой бифуркации состояний равновесия, и в системе наблюдается выход величины рассогласования x за пределы области Ω_x .

Таким образом, динамическая модель (3) описывает поведение ДСС, в которой взаимодействующие системы ФАПЧ и АПЗ в отдельности демонстрируют регулярную динамику. Важно отметить, что в областях $x\text{sign}\beta>2$ фазового пространства U при возрастании времени τ переменные $u\rightarrow\gamma$, $v\rightarrow\beta$, а φ и x неограниченно растут. Следовательно, ограниченность рабочей области Ω_x нелинейности $D(x)$ исключает возможность глобальной устойчивости синхронного режима, характерной для одиночной системы ФАПЧ, и в автономной системе АПЗ, и при взаимодействии систем ФАПЧ и АПЗ.

3. Система (3) при значениях $\alpha\gamma-b(1-\gamma^{2/3})^{3/2}<\beta<\alpha\gamma+b(1-\gamma^{2/3})^{3/2}$ имеет четыре состояния равновесия: $A_1(\varphi_1, m\gamma, x_1, n\beta)$, $A_2(\varphi_2, m\gamma, x_2, n\beta)$, $A_3(\varphi_3, m\gamma, x_3, n\beta)$ и $A_4(\varphi_4, m\gamma, x_4, n\beta)$ [3]. Координаты φ_i и x_i , $i=1,2,3,4$ определяются из уравнений

$$\gamma - R(x)\sin\varphi = 0, \quad \beta - \alpha\gamma - bD(x)\cos\varphi = 0.$$

Анализируя коэффициенты характеристических уравнений для этих состояний равновесия, устанавливаем, что состояние равновесия A_1 устойчиво при значениях параметров, удовлетворяющих неравенствам

$$p_1, p_2, p_3, p_4 > 0, \quad p_3(p_1 p_2 - p_3) - p_4 p_1^2 > 0,$$

где

$$p_1 = 1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 + m\Phi'_{1\varphi}(\varphi_1, x_1) + n[b\Phi'_{2x}(\varphi_1, x_1) + \alpha\Phi'_{1x}(\varphi_1, x_1)],$$

$$p_2 = 1/(\varepsilon_1 \varepsilon_2) + (1/\varepsilon_1 + m/\varepsilon_2)\Phi'_{1\varphi}(\varphi_1, x_1) + (n/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2)[b\Phi'_{2x}(\varphi_1, x_1) + \alpha\Phi'_{1x}(\varphi_1, x_1)] + m\varepsilon_1 n \varepsilon_2 p_4,$$

$$p_3 = 1/(\varepsilon_1 \varepsilon_2)[\Phi'_{1\varphi}(\varphi_1, x_1) + b\Phi'_{2x}(\varphi_1, x_1) + \alpha\Phi'_{1x}(\varphi_1, x_1)] + p_4 \varepsilon_1 \varepsilon_2 (m/\varepsilon_2 + n/\varepsilon_1),$$

$$p_4 = b/(\varepsilon_1 \varepsilon_2)[\Phi'_{1\varphi}(\varphi_1, x_1)\Phi'_{2x}(\varphi_1, x_1) - \Phi'_{1x}(\varphi_1, x_1)\Phi'_{2\varphi}(\varphi_1, x_1)],$$

$\Phi_1(\varphi, x) = R(x)\sin\varphi$, $\Phi_2(\varphi, x) = D(x)\cos\varphi$, состояния равновесия A_2, A_3 и A_4 -

неустойчивые. Устойчивое состояние равновесия A_1 соответствует режиму синхронизации ДСС с величинами установившихся ошибок по фазе ϕ_1 и x_1 . Область значений параметров, в которой выполняются условия устойчивости состояния равновесия A_1 , соответствует области удержания синхронного режима при изменении параметров.

Движения, развивающиеся в фазовом пространстве модели (3), зависят от восьми параметров. В данной работе мы рассмотрим динамические режимы и бифуркации, реализуемые в ДСС при изменении начальных расстройок γ и β . Предпринятое исследование проведено с помощью качественно-численных методов и компьютерного моделирования с использованием программно-методического обеспечения, предназначенного для изучения процессов нелинейной динамики в системах с фазовым и частотным управлением [6].

4. При численном исследовании модели (3) изучалась эволюция синхронного режима ДСС при изменении расстройки γ для ряда значений расстройки β на основе анализа временных реализаций, фазовых портретов аттракторов и построения однопараметрических бифуркационных диаграмм точечного отображения плоскости $\phi = \phi^0$ в плоскость $\phi = \phi^0 + 2\pi$, порождаемого траекториями модели. Обсудим результаты исследования, полученные при значениях параметров $b=1$, $\alpha=1$, $\epsilon_1=2$, $\epsilon_2=3$, $m=n=0$, обратившись к бифуркационным диаграммам $\{\gamma, x\}$.

На рис. 2, а приведена диаграмма $\{\gamma, x\}$, соответствующая расстройке $\beta=0.025$. Как показывает численное моделирование, синхронный режим существует, пока $\gamma < 0.367$. При $\gamma = 0.335$ в фазовом пространстве U формируется хаотический аттрактор P_1 , локализованный в области $x < 0$, которому отвечает хаотический асинхронный режим ДСС. На рис. 2, б даны (ϕ, x) и (v, x) -проекции фазового портрета и реализация $x(\tau)$, соответствующие этому режиму. Отметим, что хаотический аттрактор P_1 появляется раньше, чем происходит исчезновение состояния равновесия A_1 , следовательно, в интервале $0.335 < \gamma < 0.367$ в ДСС сосуществуют синхронный и хаотический асинхронный режимы. Когда γ проходит через значение 0.367, реализуется бифуркация слияния устойчивого A_1 и седлового A_2 состояний равновесия, результатом которой является прекращение синхронного режима и жесткий переход системы к хаотическому асинхронному режиму. С ростом γ реализуется последовательность чередующихся регулярных и хаотических асинхронных режимов. Затем происходит мягкий переход от хаотических колебаний к режиму однооборотного (2π -периодического по ϕ)

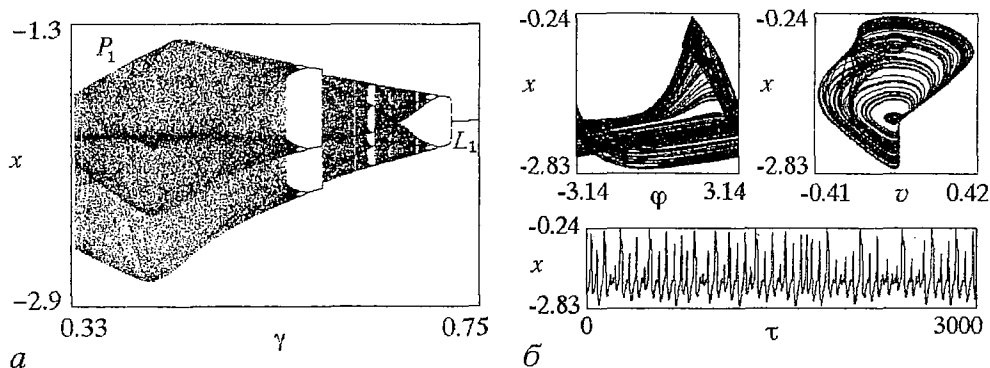


Рис. 2. Диаграмма развития асинхронных режимов при изменении γ , соответствующая $\beta=0.025$ (а); (ϕ, x) и (v, x) -проекции фазовых портретов и реализация $x(\tau)$, соответствующие хаотическому аттрактору при $\gamma=0.335$ (б)

предельного цикла L_1 , который поддерживается в системе до значения $\gamma=2.972$. С превышением параметром γ этого значения цикл L_1 исчезает в результате седло-узловой бифуркации, и система переходит к режиму нарастания величины рассогласования x .

При увеличении расстройки β до значения 0.25 динамика системы с изменением расстройки γ носит качественно аналогичный характер, то есть развивается по схеме:

*синхронный режим \rightarrow асинхронные режимы \rightarrow
 \rightarrow движения с нарастанием рассогласования x .*

При этом наблюдается сокращение интервала значений γ , соответствующих асинхронным режимам. На рис. 3, а приведена $\{\gamma, x\}$ -диаграмма, соответствующая $\beta=0.1$. Здесь после прекращения синхронного режима система переходит к асинхронному режиму на четырехоборотном (8π -периодическом по φ) предельном цикле L_2 , который появляется из четырехободной петли сепаратрисы. На рис. 3, б даны (φ, x) -проекция и зависимость $x(\tau)$, соответствующие режиму цикла L_2 . Асинхронные режимы реализуются в интервале $0.4046 < \gamma < 1.606$. При этом сложная динамика системы наблюдается в интервале $0.4046 < \gamma < 0.7207$, причем для большей части этого интервала имеют место хаотические асинхронные режимы; для значений $0.7207 < \gamma < 1.606$ реализуется периодический асинхронный режим предельного цикла L_1 . Переходы между регулярными и хаотическими режимами осуществляются как жестким образом, так и через прямые и обратные бифуркации удвоения периода.

Начиная со значения $\beta=0.25$, на $\{\gamma, x\}$ -диаграммах в области асинхронных режимов появляется интервал Γ_0 значений γ , соответствующих движениям системы с нарастанием рассогласования x . Эту особенность процесса преобразования режимов в ДСС иллюстрирует бифуркационная диаграмма $\{\gamma, x\}$ при $\beta=0.27$, приведенная на рис. 4, а. На этой диаграмме интервал $\Gamma_0 = \{0.6163 < \gamma < 0.7055\}$. После

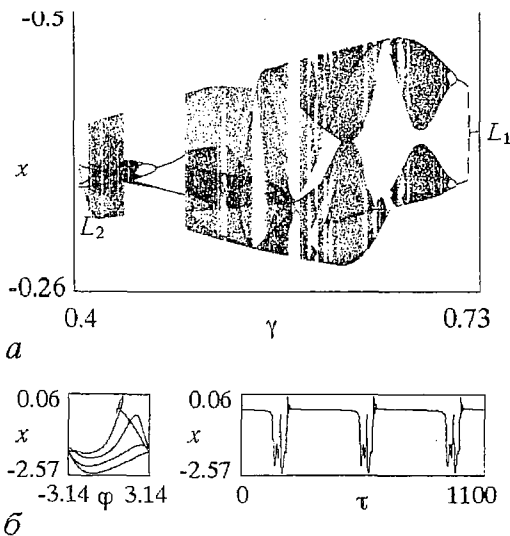


Рис. 3. Эволюция предельного цикла L_2 при увеличении γ , $\beta=0.1$ (а); фазовый портрет и зависимость $x(\tau)$, соответствующие циклу L_2 , при $\gamma=0.405$ (б)

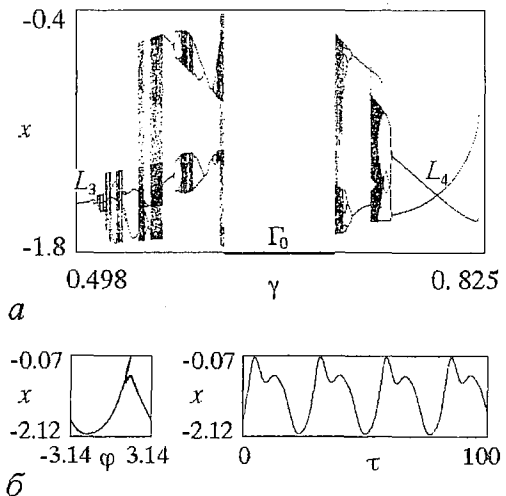


Рис. 4. Бифуркационная диаграмма, характеризующая эволюцию предельного цикла L_3 при $\beta=0.27$ (а); фазовый портрет и зависимость $x(\tau)$, соответствующие циклу L_3 , при $\gamma=0.4617$ (б)

прекращения синхронного режима система переходит к асинхронному режиму однооборотного предельного цикла L_3 (рис. 4, б), который появляется из петли сепаратрисы. С увеличением γ наблюдается чередование хаотических и периодических асинхронных режимов. При переходе через левую границу интервала Γ_0 происходит прекращение хаотического режима, и система переходит в режим нарастания рассогласования x . Если при $\gamma > 0.7055$ (справа от Γ_0) вывести систему в хаотический асинхронный режим и уменьшать расстройку γ , то при переходе через правую границу интервала Γ_0 система также переходит к нарастанию величины x . Если же от хаотического режима при $\gamma > 0.7055$ двигаться по параметру γ в сторону его увеличения, то этот режим в итоге преобразуется в режим двухоборотного предельного цикла L_4 , а затем в результате седло–узловой бифуркации этого цикла следует переход к режиму нарастания рассогласования x .

Результаты численного моделирования показывают, что с дальнейшим увеличением параметра β величина интервала Γ_0 растет и наблюдается уменьшение интервалов значений γ , соответствующих хаотическим режимам. При $\beta > 0.4$ хаотические режимы не реализуются.

Из сопоставления бифуркационных диаграмм $\{\gamma, x\}$, соответствующих различным значениям β , следует, что если при $\beta < 0.25$ выбрать в качестве начального состояния системы асинхронный режим и уменьшать расстройку γ , то процесс преобразования исходного режима завершается установлением в системе синхронного режима после прекращения периодического или хаотического асинхронного режима. При значениях $\beta > 0.25$ для установления синхронного режима с уменьшением γ нужно задавать стартовое значение γ слева от интервала Γ_0 .

При значениях $\beta > 0.45$ в ДСС при рассматриваемых значениях параметров наблюдается явление потери устойчивости состояния равновесия A_1 при увеличении γ в результате бифуркации Андронова – Хопфа, когда в решении характеристического уравнения появляется пара комплексно–сопряженных корней с положительной реальной частью. Исследование знака первой ляпуновской величины L , вычисленной согласно [7], показывает, что эта бифуркация может быть как суперкритической (когда $L < 0$), так и субкритической (когда $L > 0$), то есть в системе реализуется как мягкий, так и жесткий переход к предельному циклу S_0 колебательного типа в результате потери устойчивости состояния равновесия A_1 . Циклу S_0 соответствует квазисинхронный режим ДСС, для которого характерны периодические колебания фазовых переменных относительно состояния равновесия A_1 .

При численном моделировании системы (3) установлены следующие характерные сценарии преобразования синхронного режима ДСС, связанные с увеличением параметра γ .

Первый сценарий, наблюдаемый при значениях $0.45 < \beta \leq 0.65$, можно представить в виде последовательности состояний:

синхронный режим → *квазисинхронный режим* → *синхронный режим* →
→ *режим нарастания рассогласования x* .

Во втором сценарии, более сложном, реализуемом при значениях $\beta > 0.65$, наблюдается следующая цепочка режимов и переходов:

синхронный режим → *квазисинхронный режим* → *удвоение периода цикла S_0* →
→ *исчезновение двухоборотного цикла S_0^2 в двухобходную петлю сепаратрисы* →
→ *режим нарастания рассогласования x* .

Результаты исследования динамики ДСС при изменении параметров γ и β дают основание сделать заключение о том, что граница области захвата системы в синхронный режим определяется бифуркациями, приводящими к возникновению (прекращению) сложнопериодических и хаотических асинхронных режимов и квазисинхронного периодического режима.

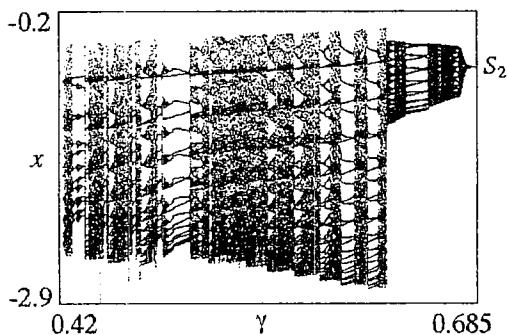


Рис. 5. $\{\gamma, x\}$ -диаграмма, соответствующая значениям параметров $\alpha=0.8$, $b=1$, $\beta=0.05$, $\epsilon_1=2$, $\epsilon_2=200$, $m=0.8$, $n=0$

Диаграмма $\{\gamma, x\}$ показывает эволюцию асинхронного режима на 16-оборотном (32π -периодическом по ϕ) предельном цикле S_1 (рис. 6, а) при изменении γ от 0.42 до 0.685. К режиму цикла S_1 система переходит после прекращения синхронного режима, когда величина параметра γ превышает 0.422. В интервале $0.422 < \gamma < 0.624$ процесс преобразования режима цикла S_1 характеризуется нерегулярным чередованием хаотических и сложнопериодических асинхронных режимов (рис. 6, б-д), причем для большей части указанного интервала реализуются хаотические режимы (см. рис. 6, б, г, д). При $\gamma=0.624$ происходит жесткий переход системы к режиму тор-хаоса. Соответствующая этому режиму (v, x) -проекция сечения Пуанкаре приведена на рис. 7, а. Отметим, что внутри хаотического множества на рис. 7, а существует неподвижная точка K с парой комплексно-сопряженных мультипликаторов, расположенных вне единичного круга. Точке K соответствует седловой предельный цикл S_2 в фазовом пространстве системы (3).

С ростом γ в интервале значений $0.624 < \gamma \leq 0.636$ структура отображения Пуанкаре постепенно эволюционирует к замкнутой кривой (рис. 7, б), то есть происходит постепенное вырождение тор-хаоса в тор T_1 . На рис. 8 даны (ϕ, x) и (v, x) -проекция фазового портрета и зависимости $v(\tau)$ и $u(\tau)$, соответствующие квазипериодическому асинхронному режиму. При дальнейшем увеличении γ наблюдаются резонансные предельные циклы на торе T_1 . Когда расстройка γ переходит через значение 0.66, пара комплексно-сопряженных мультипликаторов цикла S_2 пересекает единичную окружность, что приводит к превращению седлового предельного цикла S_2 в устойчивый предельный цикл и рождению неустойчивого двумерного тора T_2 . На рис. 7, в дана картина сечения Пуанкаре, соответствующая одновременному существованию в фазовом пространстве устойчивого T_1 и неустойчивого T_2 торов и устойчивого предельного цикла S_2 . С ростом γ торы T_1 и T_2 сближаются (рис. 7, г) и исчезают при переходе γ через значение 0.672. В результате этой бифуркации происходит прекращение квазипериодического асинхронного режима в системе и жесткий переход к режиму

5. Численное исследование модели (3) показало возможность возникновения в рассматриваемой ДСС квазипериодического асинхронного режима. В фазовом пространстве U такому режиму соответствует устойчивый двумерный тор. Рассмотрим развитие динамических режимов при движении по параметру γ , установленное при значениях $\alpha=0.8$, $b=1$, $\beta=0.05$, $\epsilon_1=2$, $m=0.8$, $\epsilon_2=200$, $n=0$.

Бифуркационная диаграмма режимов $\{\gamma, x\}$, соответствующая этим значениям параметров, приведена на рис. 5, а на рис. 6 даны (v, x) -проекция фазовых портретов и сечения Пуанкаре аттракторов модели (3).

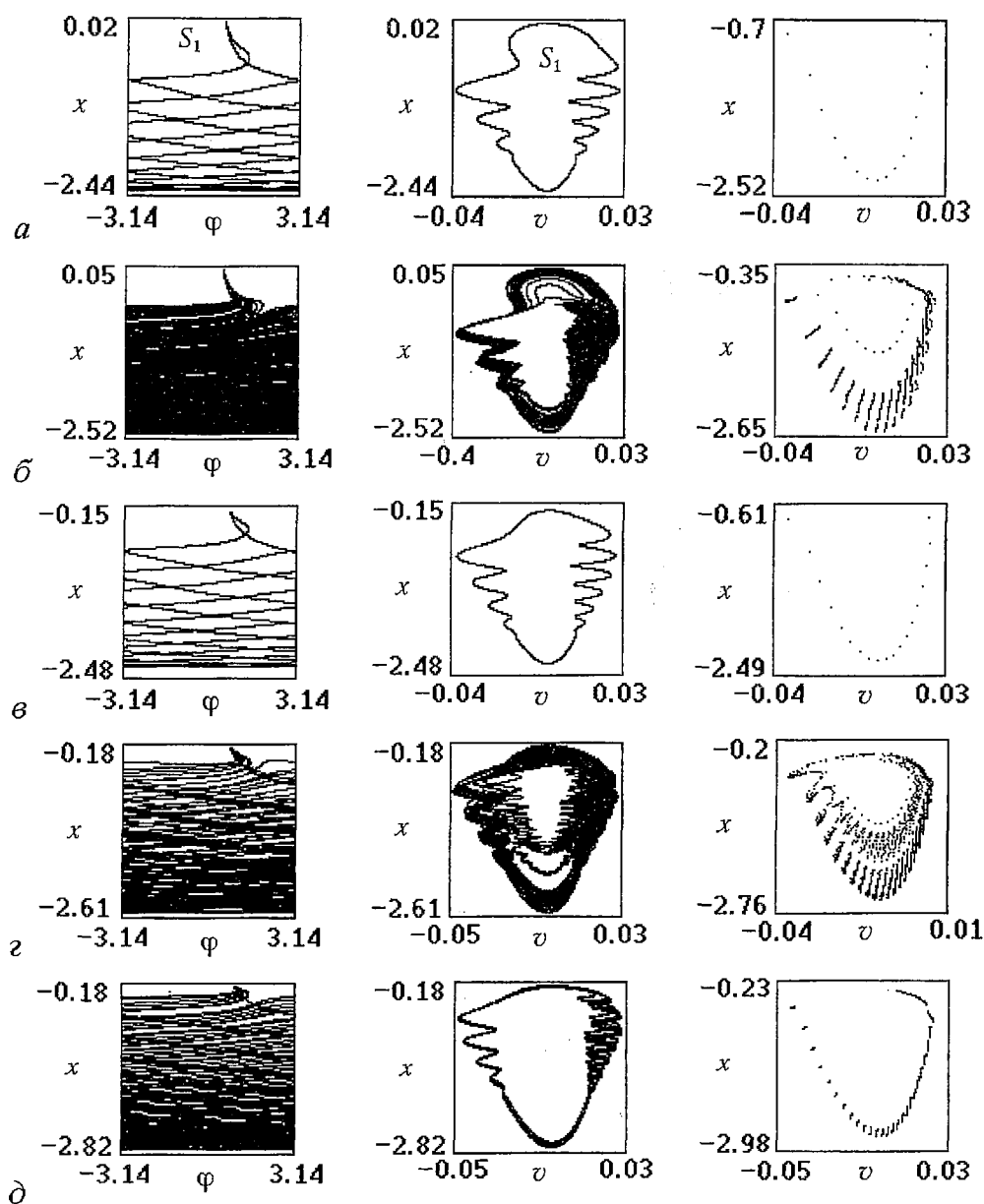


Рис. 6. Проекция фазовых портретов и сечения Пуанкаре, соответствующие аттракторам модели (3), при различных значениях γ : а - 0.423, б - 0.426, в - 0.5, г - 0.55, д - 0.623

цикла S_2 , соответствующего устойчивой неподвижной точке K (рис. 7, д). Цикл S_2 существует до значения $\gamma=6.45$, при $\gamma>6.45$ он исчезает в результате седло-узловой бифуркации и система переходит к режиму нарастания рассогласования x .

При обратном изменении параметра γ (то есть его уменьшении от значения, соответствующего режиму предельного цикла S_2) проявляется гистерезис, который приводит к несколько иному сценарию преобразования режимов. Колебания на цикле S_2 затягиваются до значения $\gamma=0.66$. При этом, пока расстройка γ изменяется в интервале $0.66<\gamma<0.672$, в фазовом пространстве системы одновременно существуют цикл S_2 и торы T_1 и T_2 (см. рис. 7, в, г). Когда параметр γ переходит через значение 0.66, происходит субкритическая бифуркация

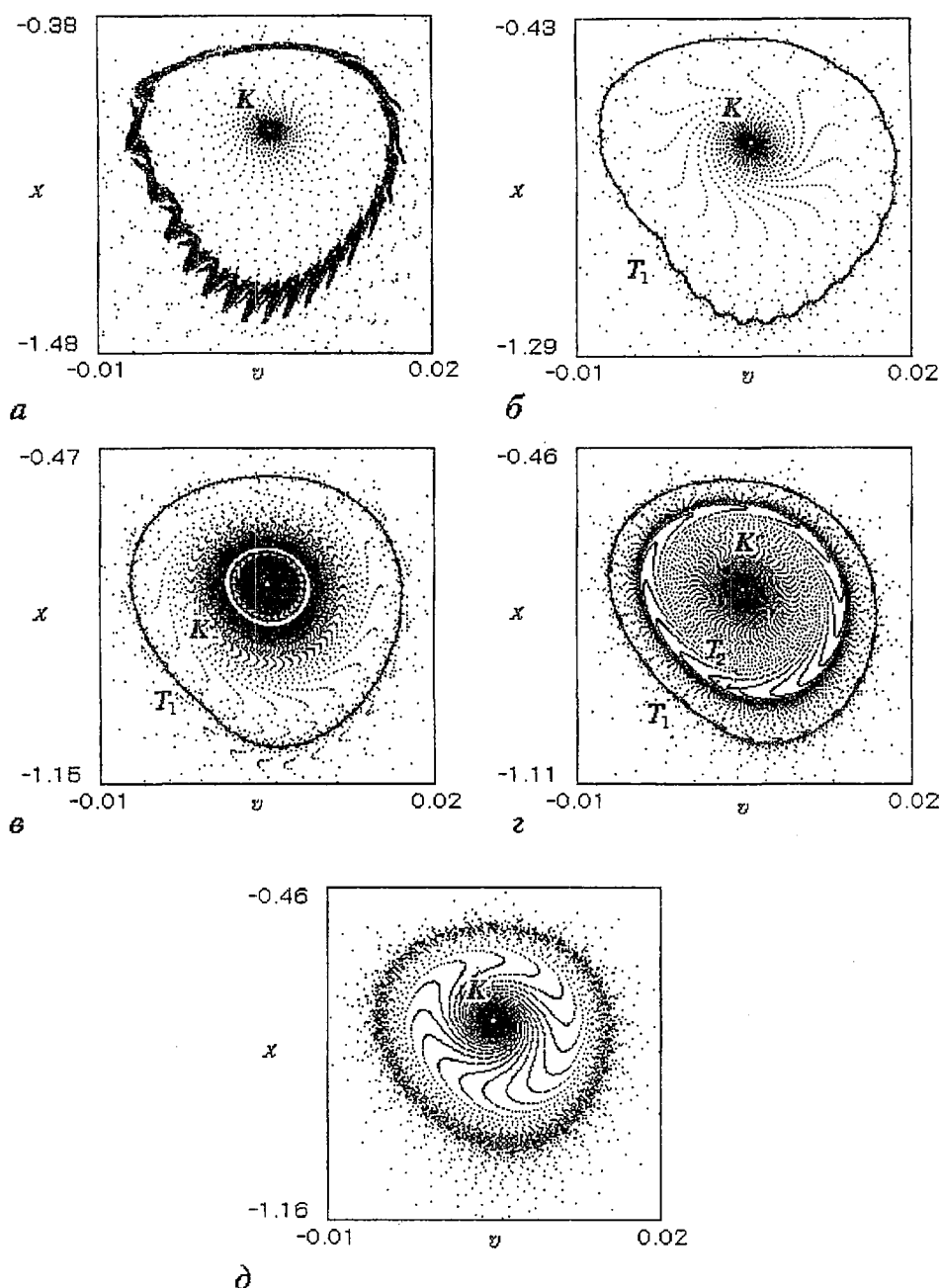


Рис. 7. Проекция сечения Пуанкаре при различных значениях γ . $a - 0.626$, $б - 0.636$, $в - 0.662$, $г - 0.669$, $д - 0.673$

Андропова – Хопфа, в результате которой неустойчивый тор T_2 исчезает, стягиваясь к устойчивому циклу S_2 , а цикл S_2 становится седловым, соответствующим ставшей неустойчивой седловой неподвижной точке K (см. рис. 7, б). В результате этой бифуркации система от сделавшегося неустойчивым режима цикла S_2 жестко переходит к режиму тора T_1 . В интервале значений $0.628 < \gamma < 0.6504$ в системе реализуется асинхронный режим на 17-оборотном (34π -периодическом по ϕ) предельном цикле. При $\gamma < 0.628$ возникает режим тор-хаоса (см. рис. 7, а), который при $\gamma < 0.617$ жестко сменяется режимом 28-оборотного

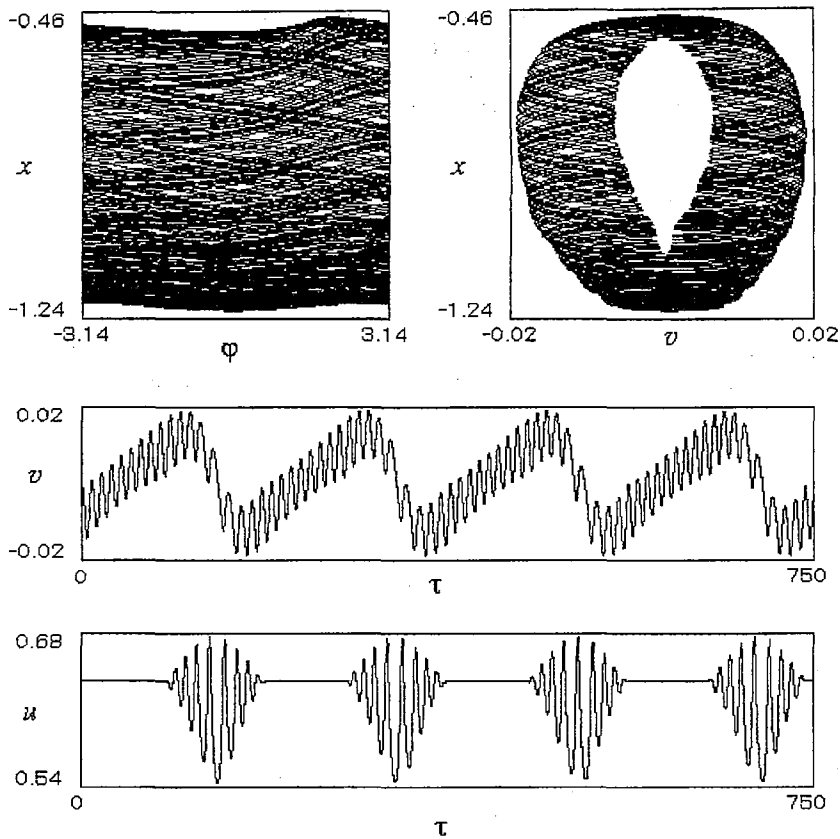


Рис. 8. Проекция фазового портрета и реализации $v(\tau)$ и $u(\tau)$, соответствующие квазипериодическому асинхронному режиму, при $\gamma=0.636$

(56π -периодического по ϕ) предельного цикла. С дальнейшим уменьшением γ в системе наблюдается нерегулярное чередование хаотических и периодических режимов на многооборотных предельных циклах системы (3). При $\gamma < 0.4167$ после прекращения хаотических колебаний система жестко переходит к синхронному режиму.

Таким образом, результаты моделирования системы (3) обнаруживают достаточно сложный характер динамических процессов, развивающихся в системе в зависимости от параметров γ и β , который обусловлен связями между взаимодействующими подсистемами ДСС.

6. Проведенное качественно-численное исследование динамической модели (3) с двумя степенями свободы позволило рассмотреть особенности поведения системы взаимосвязанных генераторов с цепями автоподстройки частоты и задержки в случае, когда парциальные генераторы индивидуально демонстрируют только регулярные колебательные режимы. Результаты исследования показывают, что в такой системе могут реализоваться как те динамические режимы, которые наблюдаются в парциальных генераторах с петлей автоподстройки (синхронный режим, асинхронный периодический режим, движения с нарастанием рассогласований), так и режимы и явления сложной динамики, обязанные своим происхождением наличию связей между парциальными генераторами (потеря устойчивости синхронного режима и появление квазисинхронного режима, сложные периодические и хаотические асинхронные режимы). Хаотические режимы формируются через бифуркации удвоения периода, в результате разрушения квазипериодических движений, а также жестким

образом при седло–узловых бифуркациях предельных циклов. Построенные бифуркационные диаграммы позволяют устанавливать значения параметров системы в области возбуждения желаемых типов асинхронных движений.

Полученные результаты исследования динамических состояний и бифуркационных переходов в модели (3) при изменении параметров γ и β вне области устойчивости состояния равновесия A_1 , *во-первых*, дают представление о режимах и перестройках поведения исследуемой ДСС, возникающих при нарушении синхронного режима, а также в процессе ввода системы в синхронный режим, а *во-вторых*, указывают на возможности управления свойствами и областями существования формируемых в системе колебательных режимов. При этом вследствие одновременного существования различных аттракторов модели (3) в фазовом пространстве управление режимами поведения в ДСС возможно также и путем изменения начальных условий. Выявленные свойства поведения ДСС за пределами области существования синхронного режима, традиционно используемой в задачах синхронизации и слежения, открывают возможность применения системы для решения задач формирования и передачи широкополосных хаотических сигналов [8].

Работа выполнена при поддержке научной программой Минобразования РФ «Университеты России» (код проекта 015.03. 01.33), ФЦП «Интеграция» (проект К0392) и РФФИ (грант № 99–02–17742).

Библиографический список

1. Тузов Г.И. Статистическая теория приема сложных сигналов. М.: Сов. радио, 1977.
2. Бабич О.А. Обработка информации в радионавигационных комплексах. М.: Машиностроение, 1991.
3. Пономаренко В.П. Исследование динамики двухконтурной системы синхронизации псевдослучайного радиосигнала // РЭ. 1982. Т. 27, № 1. С.117.
4. Белюстина Л.Н., Белых В.Н. Качественное исследование динамической системы на цилиндре // Дифференциальные уравнения. 1973. Т. 9, № 3. С. 403.
5. Белюстина Л.Н., Пономаренко В.П., Шалфеев В.Д. О динамике системы слежения за задержкой бинарного псевдослучайного сигнала // Изв. вузов. Радиофизика. 1970. Т. 13, № 11. С. 1669.
6. Пономаренко В.П., Матросов В.В. Автоматизация исследований нелинейной динамики систем синхронизации // Вестник Верхне-Волжского отделения АТН РФ. Высокие технологии в радиоэлектронике. Н.Новгород, 1997. Вып. 2 (4). С. 15.
7. Баутин Н.Н. Поведение динамических систем вблизи границ области устойчивости. М.: Наука, 1984.
8. Кислов В.Я., Кислов В.В. Новый класс сигналов для передачи информации. Широкополосные хаотические сигналы // РЭ. 1997. Т. 42, № 8. С. 962.

Нижегородский государственный университет

Поступила в редакцию 25.04.2000

NUMERICAL SIMULATION OF ASYNCHRONOUS REGIMES IN THE SYSTEM OF COUPLED OSCILLATORS WITH PHASE CONTROL

V.P. Ponomarenko, S.A. Kuzovkin

Results of numerical simulations of asynchronous regimes and bifurcations are presented in the dynamical model of two coupled oscillation systems with phase and

delay control. Peculiarities of system's behaviour after disturbance of synchronous regime are studied. Complex periodical, quasi-periodical and chaotic asynchronous regimes are found, that are impossible in autonomous partial oscillators.



Пономаренко Валерий Павлович родился в Мурманске (1941), окончил Горьковский государственный университет (1963). С 1968 года работает в Научно-исследовательском институте прикладной математики и кибернетики при Нижегородском университете (НИИ ПМК при ННГУ). Защитил диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук (1972) и доктора физико-математических наук (1993) в области теории синхронизации, теории колебаний и динамики систем. С 1991 года – заместитель директора НИИ ПМК при ННГУ. Область научных интересов – теория колебаний и волн, применение нелинейной динамики в радиоавтоматике, синхронизация автоколебательных систем, математическое моделирование. Соавтор коллективных монографий «Фазовая синхронизация» и «Системы фазовой синхронизации». Опубликовал много научных статей по направлениям, указанным выше. E-mail: pmk@unn.ac.ru



Кузовкин Сергей Александрович – студент пятого курса факультета вычислительной математики и кибернетики Нижегородского государственного университета. Область научных интересов – динамика систем, математическое моделирование.