



НЕКОТОРЫЕ МОДЕЛИ КЛАССА РЕШЕТОЧНЫХ ГАЗОВ, СВЯЗАННЫЕ С ОПИСАНИЕМ ЧИСЛЕННОСТИ ПОПУЛЯЦИЙ

В.Г. Анфиногентов, А.А. Короновский, А.Е. Храмов

В работе делается попытка сконструировать модель класса решеточных газов применительно к задачам популяционной экологии. Результаты модели сравниваются с решениями уравнения Ферхюльста, нелинейного уравнения диффузии (уравнения Колмогорова – Петровского – Пискунова) и реальными демографическими данными по США.

Sailors must know the sea well, before they can sail. It has two faces one bright, one dark. The bright is blinding, but it lacks depth.

Yes, sire.

What is the depth of darkness?

Sire?

How deep is the sea?

I do not know, sire.

Shouldn't you?

...

From Ref. [1]

Вопросы применения и построения моделей типа клеточных автоматов к анализу реальных, порой достаточно сложных, систем в последнее время привлекают большое внимание исследователей. Под клеточными автоматами понимаются системы, в которых время и пространство дискретны и все величины принимают значения из конечного (обычно небольшого, хотя это и не обязательно) набора значений [2,3]. Круг задач, для решения и анализа которых делаются попытки привлечения данного аппарата, чрезвычайно широк – это гидродинамика и газодинамика [1,3,4], статистическая физика [5], электроника [6], имеются также попытки привлечения клеточных автоматов к описанию типично биологических и эпидемиологических задач [7,8].

Одним из классов моделей типа клеточный автомат являются решеточные газы. Впервые понятие решеточного газа появляется в 1963 году в учебнике по статистической механике [5], где оно формулируется следующим образом:

... Решеточный газ есть набор «атомов», положение в пространстве каждого из которых может принимать только дискретные значения. Это дискретное положение атома на каждом последующем дискретном шаге во времени определяется геометрией решетки, которая в свою очередь определяется ближайшими γ соседями каждой клетки решетки. В каждой клетке может находиться не более одного атома...

Понятно, что такое определение не позволяет говорить о реально сопоставимых моделям решеточных газов физических (или, в более широкой трактовке, природных) систем. Однако уникальность данного класса моделей в том, что при соответствующем выборе правил эволюции клеток (атомов в терминологии [5]) в дискретном пространстве (на решетке) удается с помощью решеточного газа с высокой степенью точности смоделировать интегральные характеристики поведения реальных систем. Не останавливаясь подробно, лишь перечислим некоторые задачи, которые были успешно решены с привлечением аппарата решеточных газов: моделирование двух- и трехмерных гидродинамических потоков [4], течения со свободной границей [9], распространение тепловых потоков [10], критические явления в несмешиваемых жидкостях [11], процессы, протекающие в различных химических реакциях [12], солитонная турбулентность [13], диффузионные процессы [14], рост и динамика доменов [15], рост дендритов [16], описание движения толпы [17] и многое другое. Более того, последние исследования в данной области затрагивают вопросы построения квантовых решеточных газов.

Все это позволяет говорить о решеточных газах как о мощном и гибком инструменте исследований сложных распределенных систем. Основным моментом построения решеточного газа является правильный выбор закона эволюции клеток на решетке. Сложность состоит в том, что не существует универсального алгоритма построения решеточного газа, хотя и здесь имеется ряд общих подходов, по крайней мере, применительно к задачам гидро- и газодинамики (см., например, работу Г.Г. Малинецкого и М.Е. Степанцова [18]). Вместе с тем наиболее известные и удачные модели такого рода (HPP-газ [19] и FHP-газ¹ [20], для которых макроскопические уравнения не отличаются от уравнений Навье – Стокса) строились эвристически: правила эволюции формулировались феноменологически, исходя из тех или иных аналогий с моделируемыми явлениями. Правильность модели затем доказывалась сравнением с результатами эксперимента над исходной системой. Последнее особенно ценно – существует возможность построения математической (численной) модели для процессов, строгое и формализованное с математической точки зрения описание которых затруднено или, более того, на данный момент вообще невозможно. Видимо, последнее замечание относится, главным образом, к биологическим и биосоциальным моделям, где в связи со спецификой предмета исследования построение формальных математических моделей порой затруднено.

В данной работе делается попытка построения простейшей модели подобной решеточному газу, которая позволяла бы моделировать явления в системах, описываемых нелинейным уравнением диффузии. Интерес к данной проблеме обусловлен, в первую очередь, вопросами качественного и количественного описания особенностей динамики численности различных популяций.

Формулировка модели

Рассмотрим двухмерную ортогональную решетку (i,j) , $i,j=1,\dots,N$. На ней в начальный момент дискретного времени $T=0$ задается некоторое множество клеток $\{p\}_{i,j}^0$. Каждая из клеток кроме своих координат i_p, j_p характеризуется также временем жизни $P_{i,j}$ на решетке. Если проводить аналогии с биологической популяцией, то координаты клетки соответствуют местоположению данной особи в ареале проживания, а время жизни – возрасту особи. При превышении времени жизни T_L клетка исчезает с решетки (особь, соответственно, умирает). В этом случае на месте элемента возникает свободная клетка. Динамика клетки решетки на каждом шаге T во времени заключается в следующей процедуре.

¹ Модели получили название по первым бувам имен их создателей: HPP – J.Hardy, Y.Pomeau и O. de Pazzis и FHP – U.Frish, B.Hasslacher и Y.Pomeau.

1. «Смерть особи», занимающей клетку решетки с координатами (i,j) , если $P_{i,j}=T_L$.
2. «Взросление особи»:

$$P_{i,j}[T+1] = P_{i,j}[T]+1.$$

3. «Передвижение» по ареалу:

$$p_{i,j} \Rightarrow \begin{bmatrix} P_{i+1,j} \\ P_{i-1,j} \\ P_{i,j+1} \\ P_{i,j-1} \end{bmatrix},$$

причем каждый из четырех возможных путей полностью равновероятен. Движение не происходит лишь в том случае, когда все из четырех соседних клеток заняты другими элементами. В данном случае мы рассматриваем так называемую окрестность фон Неймана (von Neumann neighborhood), когда для каждой клетки соседними считаются лишь ближайшие четыре, которые примыкают к ней справа, слева, снизу и сверху. Четыре других клетки, находящиеся рядом с рассматриваемой клеткой «по диагонали», соседними не являются.

4. «Рождение новой особи»: около каждого элемента $p_{i,j}$ на каждом шаге T с вероятностью α возможно возникновение нового элемента с координатами $(l,k) \in \{(i+1,j), (i-1,j), (i,j-1), (i,j+1)\}$ со значением $P_{l,k}=1$. Причем каждая из координат полностью равновероятна. Рождение не происходит в том случае, когда все из четырех соседних клеток заняты другими элементами.

Можно ввести величину R , которая характеризует насколько быстро перемещается клетка по решетке, которую можно назвать максимальным радиусом дрейфа (или просто радиусом дрейфа). Очевидно, что чем больше радиус дрейфа, тем выше коэффициент диффузии D системы. Вышеописанная процедура соответствует решеточному газу с радиусом дрейфа $R=1$. Несложно модифицировать процедуру эволюции клетки для произвольного R . В последнем случае изменится только третий пункт, его в этом случае необходимо сформулировать следующим образом

- 3'. «Передвижение» по ареалу:

$$p_{i,j} \Rightarrow \begin{bmatrix} P_{i+R,j} \\ P_{i+R-1,j} \\ \dots \\ P_{i-R,j} \\ P_{i,j+R} \\ \dots \\ P_{i,j-R} \end{bmatrix},$$

причем каждый из $4R$ возможных путей эволюции клетки полностью равновероятен. Движение не происходит лишь в том случае, когда все из $4R$ соседних клеток заняты другими элементами.

Таким образом, на каждом шаге в дискретном времени T происходит преобразование множества $\{p\}_{i,j}^T \Rightarrow \{p\}_{i,j}^{T+1}$ в соответствии с вышеформулированными правилами 1–4. Понятно также, что данные правила получены полностью эмпирически, вместе с тем результаты численного моделирования продемонстрировали достаточно интересную динамику численности такой «клеточной» популяции.

Результаты численного моделирования и их обсуждение

Рассмотрим динамику числа клеток нашего решеточного газа (численности популяции) с $R=1$, $T_L=10$ на решетке (300×300) с течением времени. Зададим

равномерное начальное распределение элементов $\{p\}_{i,j}^0$ по следующему закону:

$$P_{i,j}^0 = \begin{cases} 5, & \text{если } i/20 \text{ и } j/20 \text{ целые,} \\ 0, & \text{во всех других случаях.} \end{cases}$$

На рис. 1 показана пространственная динамика решеточного газа для этого случая (на рисунке черными точками обозначены «живые» клетки), а на рис. 2 сплошной линией указано соответствующее полное число клеток (численность популяции) в зависимости от дискретного времени T . На рис. 1 каждая из пространственных диаграмм соответствует фиксированному моменту времени.

Обсудим вопрос: какому закону подчиняется динамика нашего решеточного газа? Оказывается, что эволюция числа клеток описывается хорошо известным в математической экологии уравнением Ферхюльста [21]. Уравнение Ферхюльста (или логистическое уравнение) описывает качественно, а в некоторых случаях и количественно [22] динамику численностей различных биологических популяций. Данная модель имеет вид

$$dN/dt = \mu N(K-N)/K, \quad (1)$$

где N есть численность популяции, K — емкость ареала проживания (то есть максимальное число особей, которые могут прожить на данной территории) и μ — скорость роста численности популяции. Решением данного уравнения является логистическая кривая [21].

Наложение на «экспериментальную» кривую (сплошная линия на рис. 2) логистической кривой (штриховая линия) показало, что динамика сконструированного решеточного газа с высокой степенью точности описывается логистической зависимостью. Вместе с тем совпадение двух кривых неидеально.

Для того, что бы разобраться с причинами несовпадения рассмотрим следующий эксперимент: начальное распределение сильно неоднородно и представляет собой некоторую малочисленную начальную популяцию, расположенную в окрестности точки (40,40). Кривая численности такой популяции и наиболее близко лежащая к ней логистическая зависимость показаны на рис. 3. Из последнего видно, что различие между кривыми в данном случае существенно выше: на начальном этапе развития популяции скорость роста неоднородной популяции превышает скорость роста «логистической» популяции, а при приближении

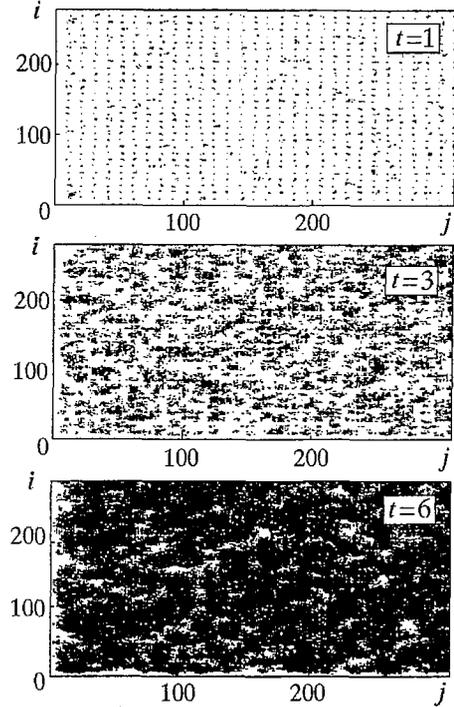


Рис. 1. Пространственные распределения «клеточной» популяции в различные моменты времени t ; $R=1$

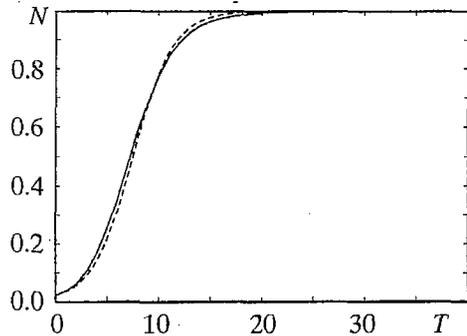


Рис. 2. Динамика суммарной численности «клеточной» популяции (сплошная линия) и сравнение ее с решением уравнения Ферхюльста (штриховая линия) в случае однородного начального распределения популяции

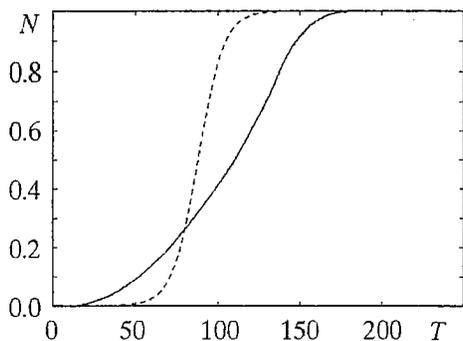


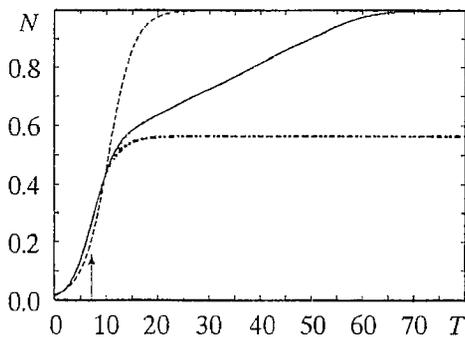
Рис. 3. Динамика суммарной численности «клеточной» популяции (сплошная линия) и сравнение ее с решением уравнения Ферхюльста (штриховая линия) в случае сильно неоднородного начального распределения популяции

площади ареала в 1.8 раза в момент времени $T=7$. Рис. 4, б иллюстрирует случай медленного увеличения площади ареала, причем на «новой» территории существует популяция со значительно меньшей плотностью и способностью воспроизводства по сравнению с исходной. И в том и другом случае наблюдается существенное отклонение кривой от логистической зависимости (которая выбрана так, чтобы наилучшим образом аппроксимировать «экспериментальные» данные по методу наименьших квадратов), причем на начальном этапе скорость роста популяции превосходит скорость роста «эталонной» логистической популяции, а затем резко падает. Заметим, что на последнем участке и в первом и во втором случае наблюдается участок почти линейного роста численности. Вместе с тем во втором случае степень отличия зависимости численности от предсказываемой уравнением Ферхюльста существенно меньше.

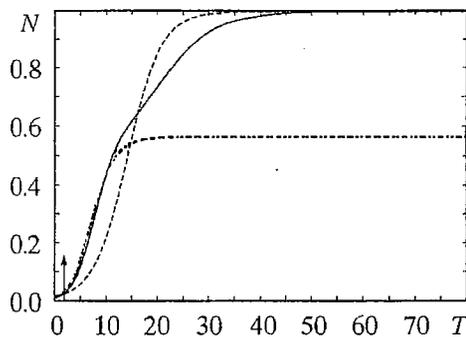
Таким образом, можно сделать вывод, что пространственно-неоднородное распределение «особей популяции» приводят к отличию динамики рассматриваемой «клеточной популяции» от предсказываемой уравнением Ферхюльста. Следовательно, необходимо рассмотреть модель популяции, учитывающую не только временную, но и пространственную динамику.

к насыщению скорость падает по сравнению с решением уравнения Ферхюльста. Аналогично ведет себя и кривая на рис. 2, однако, в первом случае эффект, связанный с рассинхронизмом и неоднородностью, существенно меньше.

В этом контексте интересно исследовать случай, когда начальная популяция занимает некоторую область – ареал проживания, который в какой-то момент времени значительно увеличивается. На рис. 4 показаны соответствующие кривые численностей популяций (числа активных клеток в решеточном газе). Рис. 4, а соответствует случаю равномерно заполненной исходной территории и резкого скачка



а



б

Рис. 4. Динамика суммарной численности «клеточной» популяции и сравнение ее с решением уравнения Ферхюльста в случае изменения размера ареала проживания. Штрихпунктирная линия соответствует решеточному газу без увеличения площади. а – $T=7$ момент увеличения площади в 1.8 раз; б – $T=2$ момент начала плавного увеличения площади в 1.8 раз, длительность увеличения $\Delta T=10$

Решеточный газ и уравнение Колмогорова – Петровского – Пискунова

Одной из классической моделей популяционной экологии является нелинейное уравнение диффузии, которое в одномерном случае имеет вид

$$\partial u/\partial t = D\partial^2 u/\partial x^2 + F(u), \quad (2)$$

где x – координата точки на плоскости, t – время, u – плотность особей в точке x в момент времени t . Здесь первое слагаемое в правой части определяет диффузию организмов из очага расселения вида. Коэффициент диффузии D определяется как $D=\rho^2/4$, где

$$\rho = [\int_0^\infty x^2 p(x) dx]^{1/2} \quad (3)$$

есть среднеквадратичное перемещение за поколение – радиус индивидуальной активности. Функция $p(x)$ является плотностью вероятности перемещения особи на расстояние, лежащее между x и $x+dx$, за единицу времени, измеряемого в поколениях популяции. Второе слагаемое в правой части уравнения (2) отражает рост плотности населения: функция $F(u)$ является скоростью этого роста и зависит от уже существующей плотности населения. Условия налагаемые на F приведены, например, в работе [23]. Данное уравнение (уравнение КПП) было впервые предложено Колмогоровым, Петровским и Пискуновым в работе [24] применительно к вопросам эволюции и расселения в пространстве нового хорошо приспособленного вида организмов. Частным случаем уравнения КПП является уравнение с квадратичной нелинейностью

$$\partial u/\partial t = D\partial^2 u/\partial x^2 + \mu u(1-u), \quad (4)$$

исследованное Рональдом Фишером [25]. Последнее уравнение представляет особь интерес, так как его можно рассматривать как «пространственно» распределенный аналог уравнения Ферхюльста [26], в котором учитывается миграция популяции, а также рассинхронизм развития популяции по ареалу проживания, связанный с неодинаковой начальной численностью в различных местах проживания.

Структурно устойчивым решением уравнения (4) является решение типа бегущей волны, которая распространяется вдоль оси координат x с постоянной скоростью

$$c = 2(\mu D)^{1/2} = \rho \mu^{1/2}. \quad (5)$$

Любое возмущение, внесенное в среду, описываемую уравнением (4), эволюционирует в волновое решение постоянной формы [23].

Построим феноменологическую модель нелинейного уравнения диффузии с квадратичной нелинейностью (4), используя вышеописанный решеточный газ.

Рассмотрим, как и в предыдущем случае, решетку (i,j) , где $i=1, \dots, N_i; j=1, \dots, N_j$, причем $N_i \gg N_j$. Тем самым мы приближаемся к одномерной задаче², причем тем точнее, чем N_i больше N_j . Правила динамики каждой клетки на нашей решетке полностью аналогичны предыдущим.

Начальные условия задавались в виде некоторой заполненной активными клетками области в начале координат, например,

$$P_{i,j}^0 = \begin{cases} 5, & \text{если } j < 20 \\ 0, & \text{во всех других случаях.} \end{cases}$$

Далее анализировалась динамика нашего решеточного газа в течении времени.

² Заметим, что условие одномерности не принципиально, но в данном случае это упрощает анализ результатов.

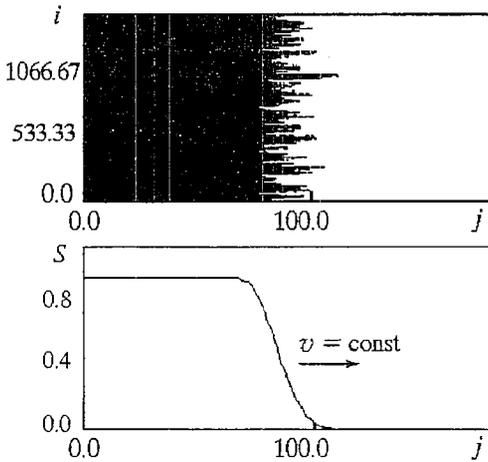


Рис. 5. Пространственное распределение популяции и вид профиля волны в случае моделирования уравнения КПП

Величина μ может быть определена из проведения расчета с равномерным распределением активных клеток по решетке и затем нахождения логистической кривой, наиболее близко лежащей к получившейся (см. рис. 2). Коэффициент μ соответствующей логистической кривой и будет искомым коэффициентом. Менять его можно путем изменения времени жизни клетки T_L (рис. 6, а). Радиус индивидуальной активности ρ , как несложно видеть из определения (3), оценивается величиной $(RT_L)^{1/2}$. Тогда, исходя из выражения (5) для скорости автоволны, являющейся решением уравнения КПП, можно записать

$$v = [RT_L\mu(T_L)]^{1/2}. \quad (6)$$

На рис. 6, б приведена зависимость скорости волны v в зависимости от комплекса параметров μRT_L , измеренная в численном эксперименте с решеточным газом, а также теоретическая кривая, построенная в соответствии с соотношением (6) и использованием данных относительно зависимости $\mu = \mu(T_L)$. Видно, что скорость распространения автоволны в модели решеточного газа зависит от параметров исследуемой системы так же, как и скорость автоволны, являющейся решением уравнения КПП с квадратичной нелинейностью.

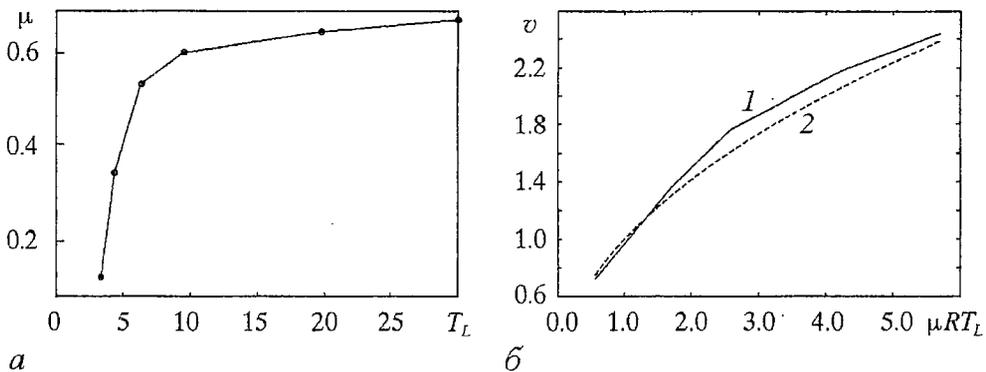


Рис. 6. а – зависимость параметра μ от времени жизни T_L ; б – зависимость скорости распространения волны от параметра μRT_L в решеточном газе: 1 – численный эксперимент; 2 – теоретический расчет

Оказалось, что профиль s волны, распространяющейся вдоль оси j , определяемый как

$$s_j = [\sum_{i=1}^{N_j} H(P_{i,j})] / N_j$$

($H(x)$ – функция Хевисайда), не зависит от вида начального возмущения и не меняется после переходного процесса с течением времени. Соответствующий вид волны s и пространственное распределение популяции показаны на рис. 5.

Наиболее интересным является то, что и скорость v распространения этой волны подчиняется соотношению (5). Здесь возникает вопрос, как определить для нашего решеточного газа величины скорости роста популяции μ и коэффициента диффузии D .

Таким образом, феноменологически построенная модель развития и роста популяции в виде решеточного газа соответствует таким известным в популяционной экологии моделям, как модель Ферхюльста роста популяции и модель Колмогорова – Петровского – Пискунова распространения популяции по ареалу проживания.

Вместо заключения

Интерес к построенной модели решеточного газа и результатам, полученным с помощью нее, объясняется возможностью качественного (а в перспективе и количественного) описания особенностей динамики численности «реальных» популяций. Здесь нас, в первую очередь, интересуют проблемы демографии и, в частности, динамика численности народонаселения тех или иных локальных областей. В качестве примера приведем некоторые демографические данные численности населения США за последние 200 лет³.

Если рассмотреть динамику численности населения различных американских штатов, то можно заметить, что наблюдается разделение штатов на две большие группы. У первой группы штатов, которые входили в состав США с самого момента образования (их территории начали заселяться с самого начала колонизации американского континента), – Флорида, Алабама, Южная и Северная Каролина, Нью-Йорк, Коннектикут и др. – численность населения как функция времени хорошо описывается логистической кривой (рис. 7, а). Заметим также, что у этих штатов наибольшая плотность населения и, как следствие, наиболее равномерное распределение населения по территории. Вторую группу составляют штаты, присоединенные существенно позже. Это внутренние территории, которые вначале были свободными (на них проживали индейские племена), затем начиналась колонизация, на них появлялись переселенцы, земли получали статус территорий, на которые правительство США заявляло свои претензии, и затем соответствующие территории получали статус штатов. Это, например, Айова, Миннесота, Колорадо, Канзас, Оклахома и т.д. Для этих штатов типична динамика численности населения приведенная на рис. 7, б. Рисунок иллюстрирует изменение численности народонаселения штата Миннесота, который до 1849 года был так называемой неорганизованной территорией, затем получил статус территории и только в 1858 году стал полноправным штатом. В штатах, для которых характерно постепенное заселение (обусловленное, с одной стороны, большим числом

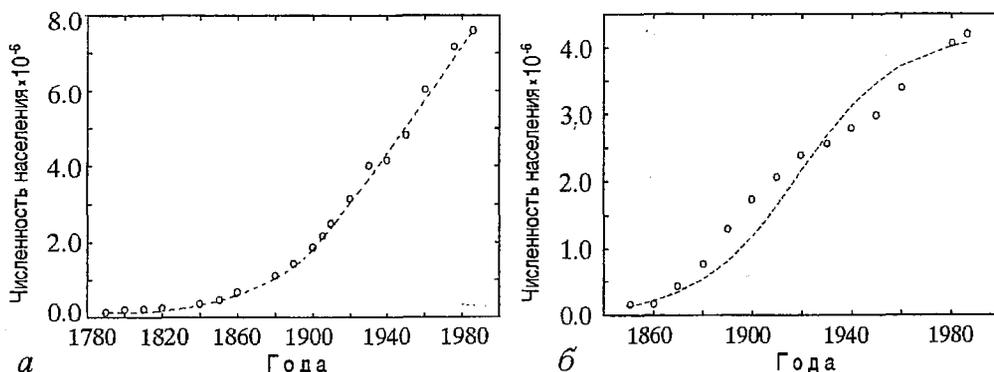


Рис. 7. Динамика численности народонаселения: а – штат Нью-Йорк; б – штат Миннесота. Пунктиром показаны соответствующие логистические кривые, наилучшим образом аппроксимирующие исходные демографические данные, отмеченные точками. Параметры логистической кривой подбирались с помощью метода наименьших квадратов

³ Данные взяты из базы данных Университета Вирджинии (Historical United States Census Data Browser, University of Virginia, <http://fisher.lib.Virginia.edu/census>).

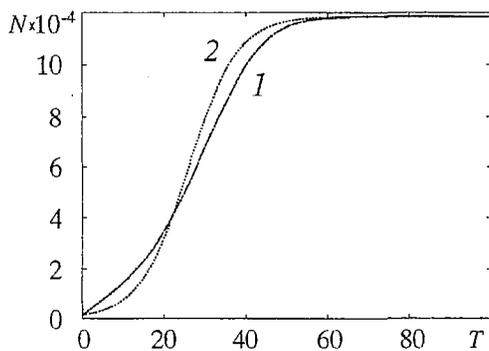


Рис. 8. Динамика численности «клеточной» популяции, описываемой уравнением КПП, которое моделируется решеточным газом. Анализируется распространение популяции на территорию, на которой уже есть население с небольшой плотностью расселения: 1 – решеточный газ; 2 – уравнение Ферхюльста

подобна.

Таким образом, следует признать, что «клеточная» популяция может оказаться весьма эффективным инструментом для исследования задач популяционной динамики. С одной стороны, подобная модель весьма проста в реализации (хотя не исключено, что некоторые эволюционные правила должны быть уточнены, модифицированы, а может быть и заменены), а, с другой стороны, ее поведение находится в хорошем соответствии с эталонными моделям популяционной экологии и имеет качественные аналогии в реальных системах. По сути дела, модели типа решеточного газа являются непривычными, но вполне равноправными динамическими системами, точно такими же, как системы с дискретным (отображения) или непрерывным (поток) временем. Вместе с тем, широкие возможности эмпирического конструирования таких моделей делают решеточные газы особенно привлекательными для моделирования биологических и социологических задач. Например, было бы очень интересно проанализировать «возрастную» стратификацию «клеточной популяции» и сравнить ее с реальными демографическими данными.

Работа поддержана грантом РФФИ «Ведущие научные школы» (00–15–96673) и ФЦП «Интеграция», проект А0057/2000.

Библиографический список

1. Himanshi A. Construction of molecular dynamics Like cellular automata models for simulation of compressible fluid dynamic systems, preprint in Internet: <http://xxx.lanl.gov/e-print/comp-gas/9905002>, May 13, 1999. 275 p.
2. Гоффоли Т., Марголюс Н. Машины клеточных автоматов. М.: Мир, 1991.
3. Wolfram S. Cellular automation fluids 1: Basic Theory// Journal of Statistical Physics. 1986. Vol. 45. P. 471.
4. Frish U., d'Humieres D., Hasslacher B., Lallemand P., Pomeau Y., Rivet J.-P. Lattice gas hydrodynamics in two and three dimensions// Complex Systems. 1987. Vol. 1. P. 649.
5. Huang K. Statistical Mechanics. John Wiley and Sons, Inc., 1963.
6. Короновский А.А., Храмов А.Е., Анфиногентов В.Г. Феноменологическая модель электронного потока с виртуальным катодом // Изв. РАН. Сер. Физическая. 1999. Т.63, № 12. С.2355.
7. Csahòk Z., Vicsek T. Lattice gas model for collective biological motion // Phys. Rev. E. 1995. Vol. 52, № 5. P. 5297.

8. *Shönfish B.* Propagation of fronts in cellular automata // *Phys. D.* 1995. Vol. 80. P. 433.
9. *Clavin P., Lallemand P., Pomeau Y., Searby G.* Simulation of free boundaries in flow system by lattice-gas models // *J. of Fluid Mechanics.* 1988. Vol. 188. P. 437.
10. *Chopard B., Droz M.* Cellular automata model for heat conduction in a fluid // *Phys. Lett. A.* 1988. Vol. 126, № 8/9. P. 476.
11. *Chan K.C., Liang N.Y.* Critical phenomena in an immiscible lattice-gas cellular automata // *Europhys. Lett.* 1990. Vol. 13, № 6. P. 495.
12. *Gerhardf M., Shuster H., Tyson J.J.* A cellular automation model of excitable media III. Fitting the Belousov – Zhabotinskii reaction // *Phys. D.* 1990. Vol. 46. P. 416.
13. *Aizawa Y., Nishikawa I., Kaneko K.* Solution turbulence in one-dimensional cellular automata // *Phys. D.* 1990. Vol. 45, № 1–3. P. 307.
14. *Qian Y.H., d'Himieres D., Lallemand P.* Diffusion simulation with a deterministic one-dimensional lattice-gas model // *J. of Stat. Phys.* 1992. Vol. 68, № 3/4. P. 563.
15. *Jacobs D.J., Masters A.J.* Domain growth in one-dimensional diffusive lattice gas with short-range attraction // *Phys. Rev. E.* 1994. Vol. 49, № 4. P. 2700.
16. *Plap M., Gouyet J.-E.* Dendritic growth in a mean-field lattice-gas model // *Phys. Rev. E.* 1997. Vol. 55, № 1. P. 45.
17. *Малинецкий Г.Г., Степанцов М.Е.* Моделирование движения толпы при помощи клеточных автоматов // *Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика.* 1997. Т. 5, № 5. С. 75.
18. *Малинецкий Г.Г., Степанцов М.Е.* Построение моделей класса решеточных газов для решения задач газодинамики // *Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика.* 1996. Т. 4, № 4, 5. С. 59.
19. *Hardy J., Pomeau Y., de Pazzis O.* Time evolution of a two-dimensional model system // *J. of Mat. Phys.* 1973. Vol. 14, № 12. P. 1746.
- Hardy J., Pomeau Y., de Pazzis O.* Molecular dynamics of a classical lattice gas: Transport properties and time correlation functions // *Phys. Rev. A.* 1976. Vol. 13, № 5. P. 1949.
20. *Frish U., Hasslacher B., Pomeau Y.* Lattice-gas automata for Navier – Stokes equation // *Phys. Rev. Lett.* 1986. Vol. 56, № 14. P. 1694.
21. *Короновский А.А., Трубецков Д.И.* Нелинейная динамика в действии. Саратов: Изд-во ГосУНЦ «Колледж», 1996.
22. *Смит Дж.М.* Модели в экологии. М.: Мир, 1976.
- Allee W.C., Emerson A.E., Park O., Park T., Shmidt K.P.* Principles of animal ecology. Philadelphia. W.B. Saunders, 1949.
23. *Трубецков Д.И.* Колмогоров, Петровский, Пискунов, Фишер и нелинейное уравнение диффузии // *Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика.* 1997. Т. 5, № 6. С. 85.
24. *Колмогоров А.Н., Петровский И.Г., Пискунов Н.С.* Исследование уравнения диффузии, соединенной с возрастанием количества вещества, и его применение к одной биологической проблеме // *Бюлл. МГУ: Сек. А.* 1937. Т. 1, сер. А, 16. С. 1.
25. *Fisher R.A.* The wave of advance of advantageous genes // *Ann. Eugenics.* 1937. Vol. 7. P. 355.
26. *Короновский А.А., Трубецков Д.И., Храмов А.Е.* К вопросу об описании численности народонаселения нелинейным уравнением диффузии. ДАН. 2000. Т. 372, № 3. P. 397.

Саратовский государственный
университет

Поступила в редакцию 7.03.2000
после доработки 28.06.2000

SOME MODELS OF LATTICE-GAS CLASS RELATED WITH POPULATION NUMBER DESCRIPTION

V.G. Anfinogentov, A.A. Koronovskiy, A.E. Hramov

In this work we have proposed the model for population dynamics problems analysis. This model belongs to lattice-gas class models. The results of investigations are compared with the logistic equation solution, the nonlinear diffusion equation one and real demographic statistical data of USA.



Анфиногентов Василий Геннадиевич – родился в 1968 году в Саратове, окончил Саратовский государственный университет (1991). После окончания университета работает на кафедре электроники, колебаний и волн СГУ. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (1997) по специальности радиофизика. Область научных интересов – сложная динамика в распределенных системах электронной природы, мощная СВЧ-электроника.



Короновский Алексей Александрович – родился в Саратове (1972). Окончил физический факультет Саратовского государственного университета (1995). Доцент кафедры электроники, колебаний и волн СГУ. Область научных интересов – нелинейная динамика и ее проявления в различных сферах человеческой жизнедеятельности, в том числе нелинейная динамика социально-экономических процессов. Опубликовал в соавторстве с профессором Д.И. Трубецковым монографию «Нелинейная динамика в действии» (Саратов: Изд-во ГосУНЦ «Колледж», 1996). Автор ряда статей в центральной печати.



Храмов Александр Евгеньевич – окончил Саратовский госуниверситет (1996). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности радиофизика (1999). Доцент кафедры электроники, колебаний и волн СГУ. Область научных интересов – нелинейная динамика распределенных систем, методы анализа и моделирования динамических систем, мощная СВЧ-электроника.

E-mail: ach@cas.ssu.runnet.ru