Изв.вузов «ПНД», т.8, № 6, 2000 УДК 001:519.711.3

РЕШЕТКА СВЯЗАННЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ С НЕОДНОРОДНОЙ ДИФФУЗИЕЙ КАК ВОЗМОЖНАЯ МОДЕЛЬ ИНТЕГРАЦИИ ВЫСШЕЙ ШКОЛЫ

Е.С. Мчедлова

На основе идей и методов нелинейной динамики проводится качественный анализ процессов самоорганизации и интеграции вузов. Базовой моделью служит решетка связанных логистических отображений с кратковременным внешним воздействием, реализующим дополнительный диффузионный механизм. Проводится численный анализ динамики системы и интерпретация результатов для разных значений управляющих параметров.

Введение

В последнее время математические модели и методы, являющиеся достоянием точных наук, все в большей степени находят применение в науках социальных. Этот процесс во многом обязан синергетике как междисциплинарному научному направлению, выявляющему и объединяющему общее в разном [1–3]. Так, сложную социальную систему, состоящую из множества элементов и обладающую всевозможными связями, можно рассматривать с позиций физики открытых систем и нелинейной динамики.

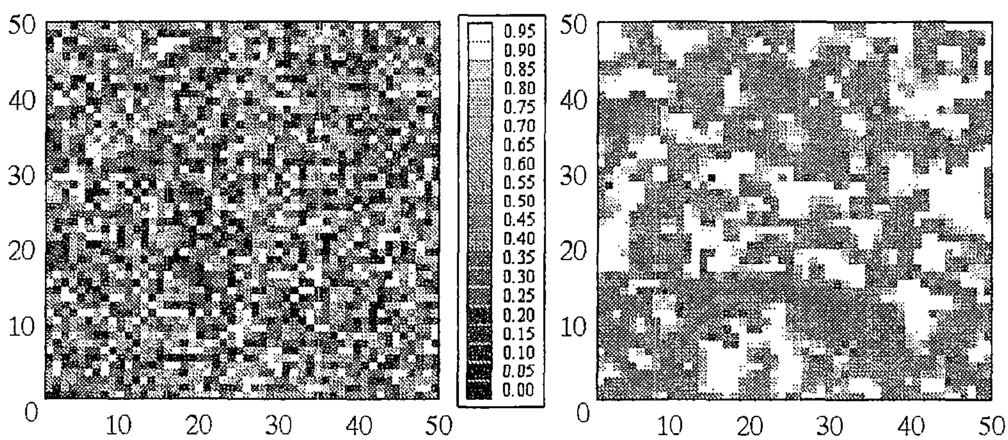
Несомненно, что высшая школа (вместе с ее неотъемлемой научной компонентой) является открытой системой, в которой существуют информационные, финансовые, кадровые потоки, а также является системой неравновесной, поскольку процессы самоорганизации изнутри и управления извне со всей очевидностью отдаляют ее от равновесного состояния. Подобные рассуждения, в частности, были положены в основу при моделировании динамики науки и эволюции научных направлений [4,5].

Обращаясь к моделированию процессов самоорганизации и интеграции в системе вузов, отметим сразу, что не ставится задача количественных оценок и прогнозов. Речь идет лишь о качественной интерпретации результатов моделирования и их сопоставлении с реальностью.

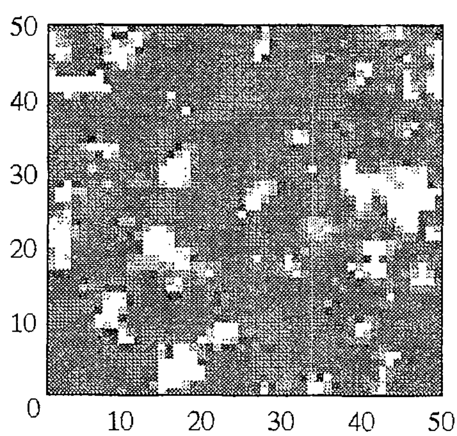
Подобный качественный анализ оправдан тем, что, во–первых, позволяет проанализировать возможные пути развития, и, возможно, скорректировать модельные представления. Во–вторых, количественные характеристики и параметры высшей школы как социальной системы носят специфический характер. Так, например, легко определить численность сотрудников и объемы финансирования, и достаточно трудно определить уровень развития научной компоненты, степень инноваций, или, наконец, установить соответствие между количеством публикаций и качеством научного продукта. И, в–третьих, на данном этапе специфика исследуемой проблемы позволяет проводить только качественный анализ: процесс интеграции начался относительно недавно, в различных регионах протекает по–разному [6] и на текущий момент не может считаться завершенным.

Математическая модель

Решетки связанных отображений оказались весьма продуктивны как при описании сложной пространственно–временной динамики систем различной природы, так и с феноменологической точки зрения [7–11]. В ряде случаев решеточные модели используют как дискретные аналоги непрерывных распределенных систем хотя бы по той причине, что они достаточно хорошо описывают характерные явления в них и позволяют видеть основные закономерности. В нашем случае применение решетки оправдано еще и тем, что



а *б*



в

Рис. 1. Пространственные диаграммы состояния решетки (1), λ=3.3, ε=0.18. *а* – начальная конфигурация, n=0; *б* – конфигурация, возникшая после 50 итераций; *в* – конфигурация, возникшая после 60 итераций в решетке, подверженной интеграционным преобразованиям на интервале дискретного времени $20 \le n < 30$

исследуемая система территориально распределенных и взаимодействующих между собой вузов изначально имеет дискретную пространственную организацию. Согласно принципам синергетики, описание динамики отдельного элемента системы должно быть нелинейным, что закладывает основы коллективных эффектов при взаимодействии с остальными элементами.

Обратимся к двумерной решетке логистических отображений с линейными аддитивными связями как к упрощенному аналогу системы территориально распределенных элементов высшей школы, каждый из которых явным образом взаимодействует с ближайшими соседями:

$$x_{i,j}^{n+1} = \lambda x_{i,j}^{n}(1 - x_{i,j}^{n}) + \varepsilon 0.25(x_{i-1,j}^{n} + x_{i+1,j}^{n} + x_{i,j-1}^{n} + x_{i,j+1}^{n}), \qquad (1)$$

где i, j – пространственные координаты; n – дискретное время; $x_{i,j}^n$ – безразмерная переменная, характеризующая состояние элемента решетки с координатами (i,j) в момент времени n; λ – параметр нелинейности; ε – величина связи. Граничные условия полагались периодическими, начальные задавались в интервале $[0;1]$ случайно с равномерным распределением.

Известно, что в системе (1) при определенных сочетаниях параметров связи и нелинейности с течением времени возникают пространственно локализованные состояния – структуры, также называемые доменами, которые представляют собой группы осцилляторов решетки, колеблющихся синфазно. На рис. 1, *б* представлена пространственная диаграмма состояния решетки в n–й момент времени. Градациями серого цвета отмечены величины безразмерных переменных $x_{i,j}$, начальное состояние решетки изображено на рис. 1, *а*.

Отметим сразу, что при данном способе организации решетки, если имеют место структуры, то они носят характер весьма длительного переходного процесса, который предшествует установлению синфазных колебаний по всему пространству решетки.

В контексте сравнения модели с реальной системой интересны именно эти переходные процессы, так как реальная система лишь гипотетически может прийти к абсолютно однородному состоянию, но практически этого не происходит, что на модельном уровне можно объяснить появлением в системе новых факторов, элементов, связей и внешних воздействий. Открытая система допускает подобное многообразие, но учесть все факторы, определяющие эволюцию открытой системы на относительно большом интервале времени в рамках одной модели, пусть даже качественной, вряд ли возможно. В особенности сказанное относится к социальным системам, когда трудно провести формализацию и сделать количественные оценки.

Поэтому мы ставим реальную задачу качественного анализа эволюции модельной системы на конечном временном интервале в зависимости от ограниченного набора интересующих нас факторов.

Схема интеграционного взаимодействия

Моделирование интеграционных процессов проводилось на основе системы (1) с применением следующего алгоритма. По всему пространству взаимодействия осуществлялся поиск локальных максимумов $x_{i,j\max}$ по отношению к ближайшим соседним элементам, проводилось усреднение значений пяти соответствующих элементов

$$\bar{x} = 0.2(x_{i,j} + x_{i-1,j} + x_{i+1,j} + x_{i,j-1} + x_{i,j+1})$$

и каждому из пяти указанных элементов присваивалось значение $\bar{x}$. В известном приближении такую процедуру можно считать аналогом интеграции территориально близких элементов системы образования – субъектов интеграции вокруг элемента с наилучшими показателями в данной локальной области (рис. 2). Следует отметить, что по отношению ко всей системе подобное преобразование не является простым усреднением, когда целое есть сумма частей (другими словами, когда выполняется принцип суперпозиции), поскольку решетка имеет собственную динамику, которая существенно нелинейна: каждый элемент описывается нелинейным разностным уравнением и присутствуют связи. С физической точки зрения преобразование можно интерпретировать как внесение в систему дополнительного диффузионного механизма.

Описанную процедуру, которую в дальнейшем будем называть *интеграционным преобразованием*, можно выполнять на каждом шаге численного счета в течение конечного интервала времени. Под воздействием преобразования решетка сравнительно быстро (порядка десяти шагов дискретного времени)

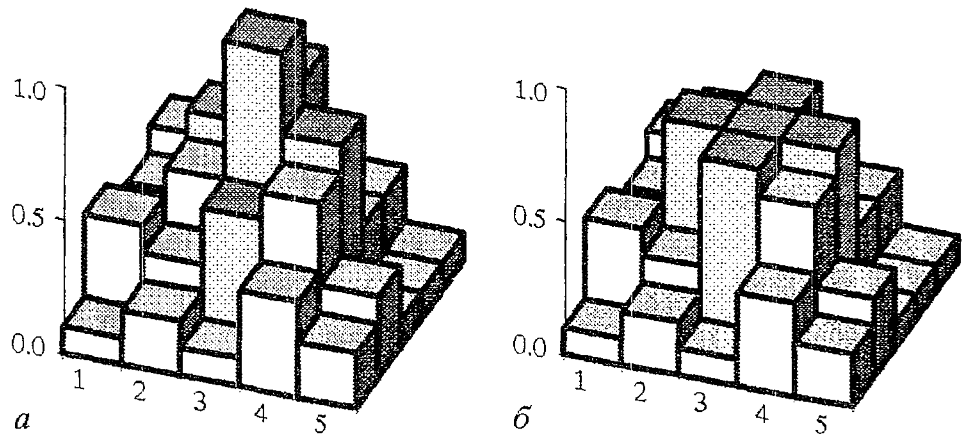


Рис. 2. Схематичное изображение интеграционного преобразования

приходит к некоторому пространственно–структурированному стационарному состоянию (рис. 3). Применение описанного алгоритма интеграционного преобразования в последующие моменты времени не представляет интереса, так как не приводит к каким–либо изменениям состояния решетки.

Результаты численного моделирования и их интерпретация

Прежде чем изучать влияние на систему интеграционных преобразований, обратимся к закономерностям динамики автономной решетки. Численный эксперимент показывает (сравните рис. 1,*б*, рис. 4, *а* и рис. 5, *в*), что чем больше значение параметра λ^*, то есть чем сложнее динамика отдельного элемента и чем в больших пределах изменяется амплитуда колебаний, тем при меньших величинах связи ε в системе образуются структуры, тем сложнее их форма и больше их количество. По мере увеличения λ пространственный масштаб структуры становится более мелким по сравнению с характерным геометрическим размером самой решетки.

При сравнительно малых или сравнительно больших значениях параметра связи образования структур не происходит (рис. 5,*а*,*д*), так как в первом случае коллективные воздействия недостаточны для установления синфазных колебаний элементов решетки, а во втором – решетка демонстрирует пространственно–временной хаос.

Не вызывает сомнения, что перечисленные особенности носят характер универсальных закономерностей для большого класса реальных распределенных систем, в том числе социальных.

Рассмотрим, что же происходит, когда к исследуемой системе (1) применяется описанный выше механизм интеграционных преобразований. Оговоримся сразу, что проводимые ниже рассуждения и аналогии следует расценивать как предположения о возможных путях развития распределенной социальной системы на основе модельных представлений весьма общего свойства.

В случае, когда динамика отдельного элемента в решетке относительно проста (λ=3.3), интеграционные преобразования, внесенные в систему в интервале дискретного времени $20 \le n < 30$, приводят к образованию четко выраженных пространственно локализованных участков с синфазными колебаниями (рис. 1, *в*).

---

* Параметр нелинейности выбирался от λ=3.3, что соответствует колебаниям с периодом 2, до λ=3.569, что немного меньше критического значения, когда колебания могут носить хаотический характер.

Пространственная конфигурация полученных структур существенно проще той, что возникает в результате самоорганизации (сравните с рис. 1, *б*).

По мере усложнения колебаний отдельных элементов решетки (λ=3.5) происходит увеличение числа образовавшихся структур, а границы самих структур становятся менее четкими (рис. 4, *б*). Как уже было сказано ранее, после внесения в систему интеграционных преобразований структуры в решетке носят переходный характер, что иллюстрируется рис. 4, *в*, *г*, и, если интересоваться

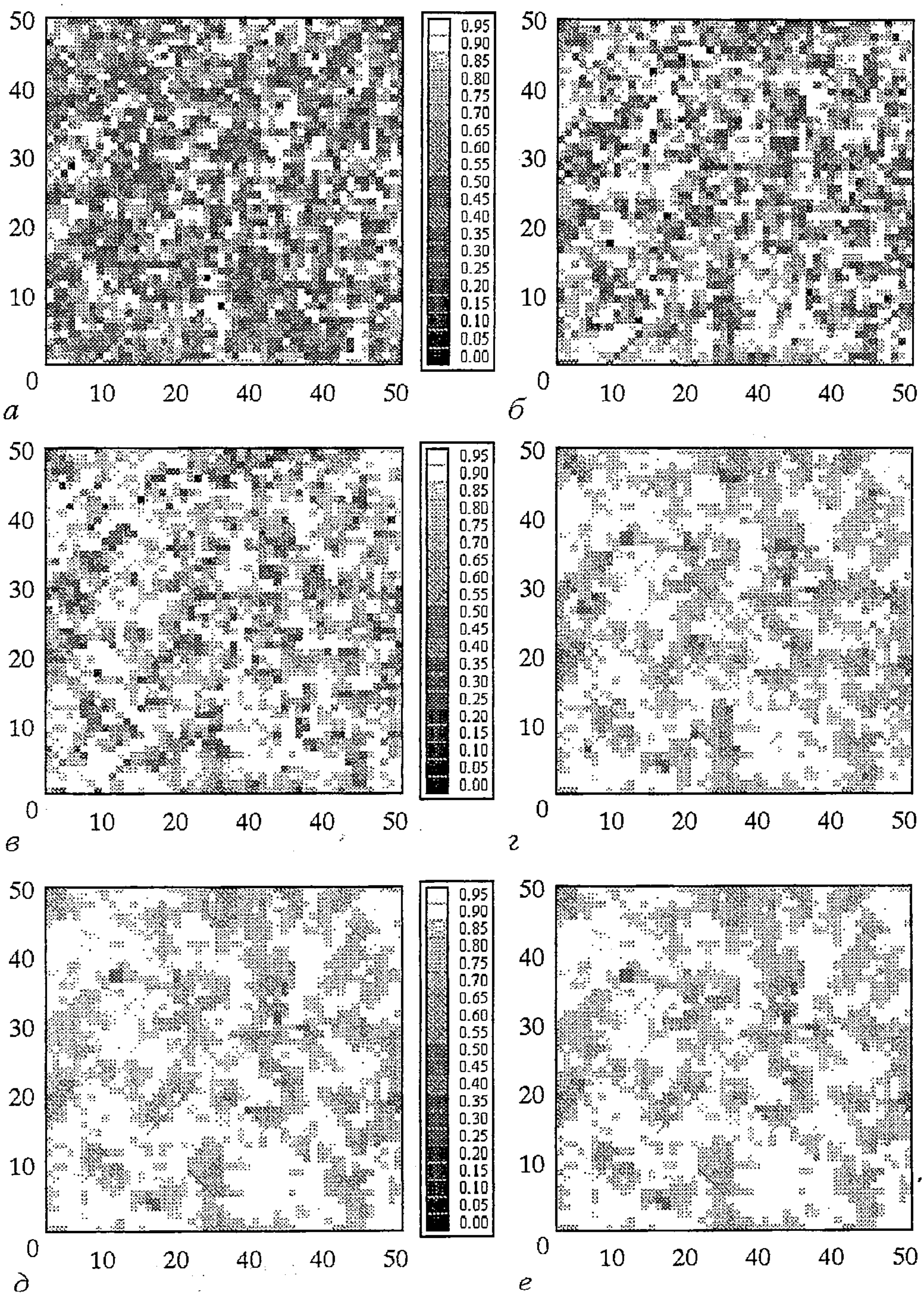


Рис. 3. Последовательные стадии процесса «интеграции» элементов решетки λ=3.3, ε=0.1

предельным случаем, когда система придет к однородному состоянию, то при наличии интеграционных преобразований это состояние будет достигнуто существенно быстрее.

Следует также отметить, что внесение интеграционных преобразований в систему с уже образовавшимися в результате самоорганизации структурами не вызывает в системе существенных изменений (сравните рис. 4, *в* и *д*).

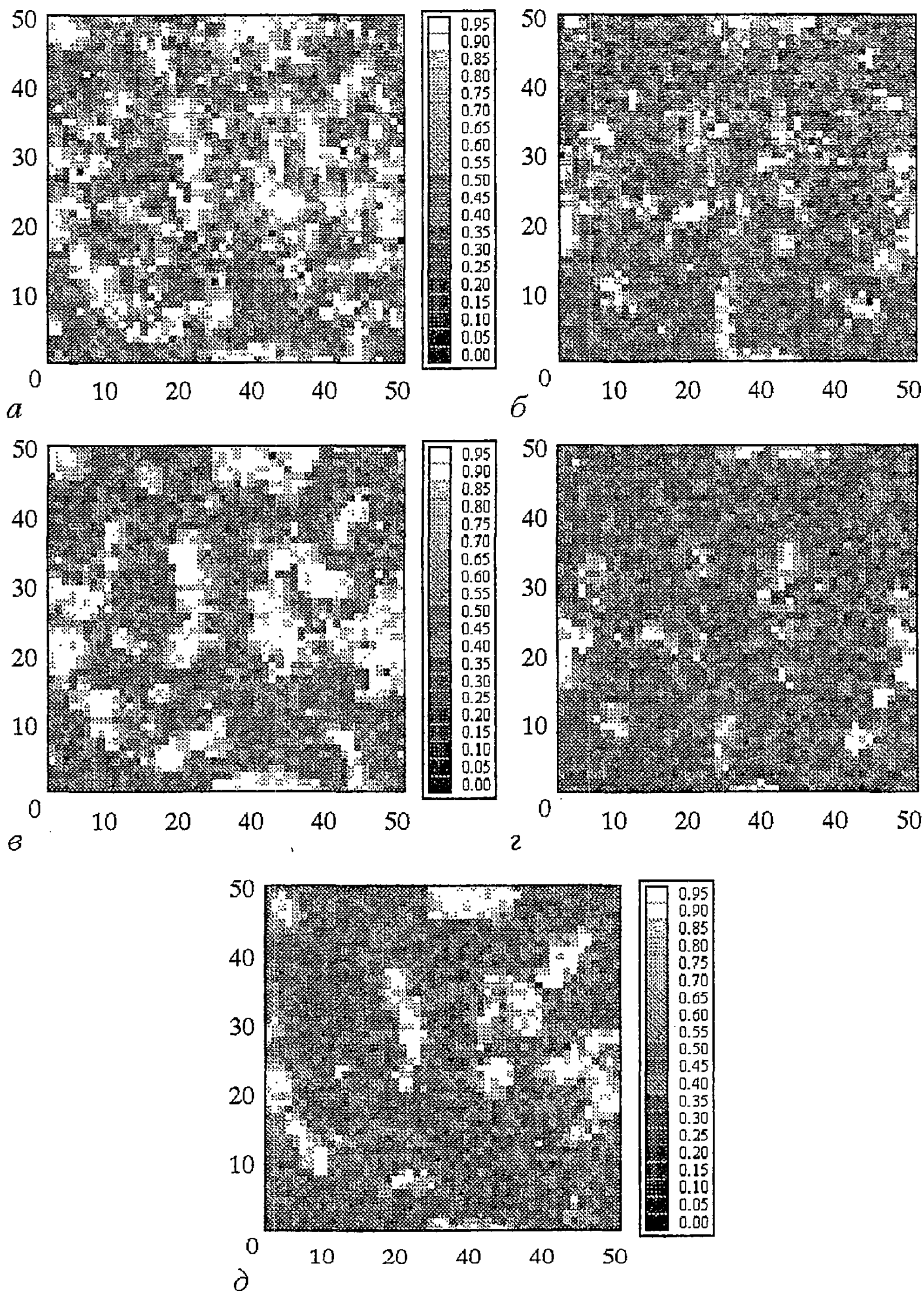


Рис. 4. Пространственные диаграммы состояния решетки (1), λ=3.5, ε=0.1. *а*, *в* – автономная система без дополнительных воздействий; *б*, *г* – интеграционные преобразования при 20≤*n*<30; *д* – интеграционные преобразования при 50≤*n*<60

При дальнейшем увеличении параметра λ, вплоть до критического, соответствующего точке накопления логистического отображения (рис. 5), тенденция к увеличению числа структур и «размыванию» их границ сохраняется (рис. 5, *г*). Пространственные конфигурации (структуры, их форма и взаимное

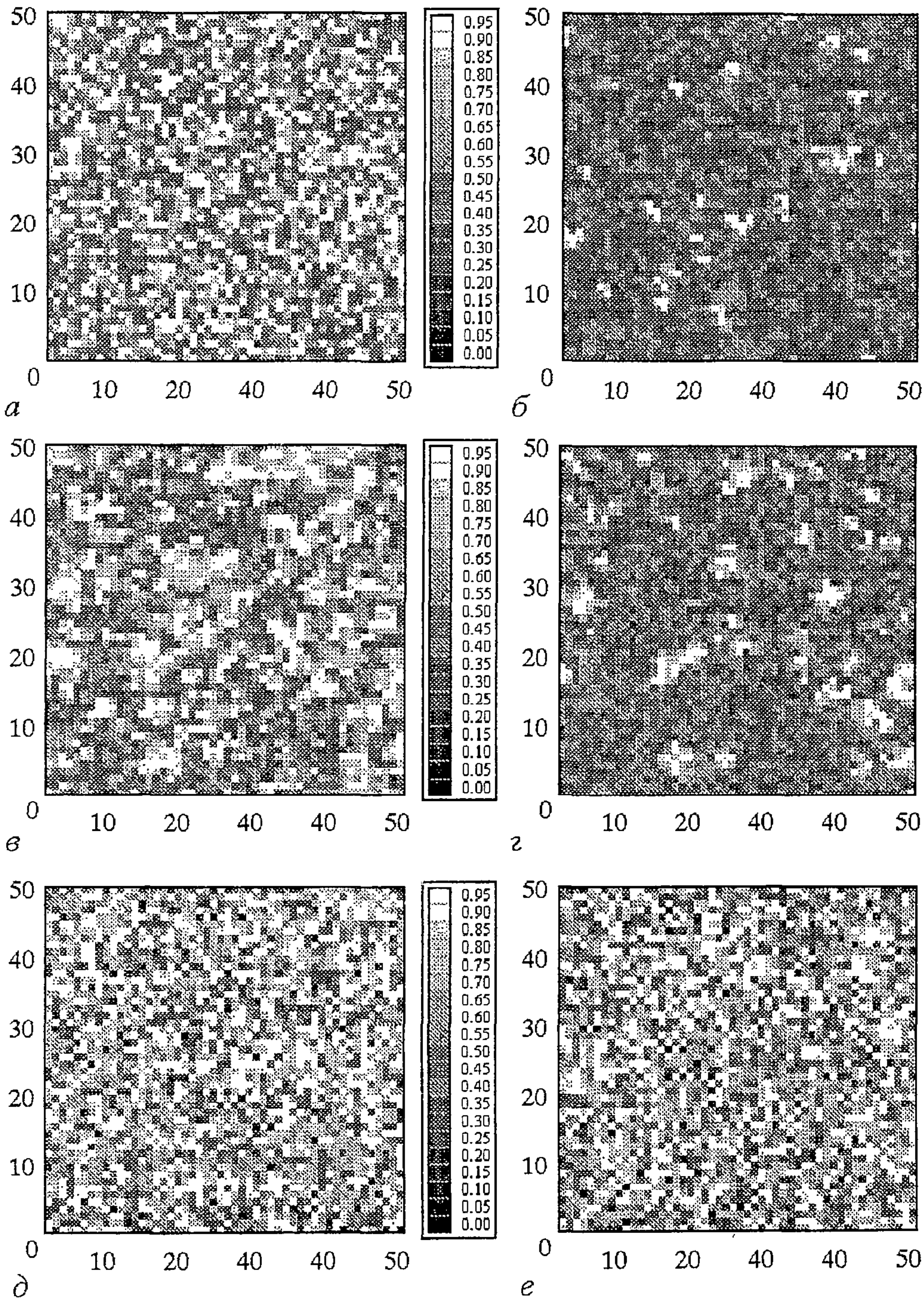


Рис. 5. Пространственные диаграммы состояния решетки (1) при различных значениях параметра связи ε: *а*, *б* – 0.01; *в*, *г* – 0.05; *д*, *е* – 0.1. Параметр нелинейности λ=3.569. Левая колонка – результат эволюции автономной решетки, правая – решетки с интеграционными преобразованиями в интервале времени $20 \le n < 30$

расположение) в такой решетке становятся более сложными, что в большей степени соответствует представлениям о реальной системе территориально распределенных элементов высшей школы, когда динамика отдельного элемента является достаточно сложной, поэтому остановимся на этом случае более подробно.

Когда связь между элементами решетки мала, образования структур не происходит (рис. 5, *а*), но если систему подвергнуть интеграционным преобразованиям, в ней впоследствии образуются пространственно локализованные участки с синфазными колебаниями, причем количество участков с четко выраженными противофазными колебаниями мало (рис. 5, *б*).

Применительно к реальной системе вузов элементы системы, колеблющиеся противофазно по отношению к ее большей части можно интерпретировать как элементы, отличающиеся от большинства, как носители закономерного разнообразия в социальной системе; это не означает, что они хуже или лучше – они другие. Автономная система со случайными начальными условиями в процессе самоорганизации демонстрирует приблизительно равные по площади участки, колебания в которых противоположны по фазе (рис. 5, левый столбец), поэтому для нее не имеет значения интерпретация соотношения фаз.

Возвращаясь к случаю малой связи, отметим также, что образующиеся в результате интеграции структуры имеют малый пространственный масштаб; практически они включают в себя только ближайших по пространству соседей субъекта интеграции, с которыми он непосредственно граничит. Этот эффект объясняется тем, что при малых связях или в пределе при их отсутствии решетка вырождается в совокупность разрозненных элементов, собственная динамика решетки как распределенной системы фактически отсутствует. Механизм интеграционного преобразования сам по себе ни в коей мере не заменяет связи в системе, лишь в некоторой степени компенсируя недостаток пространственной организации. Таким образом, наблюдаемые в системе мелкие структуры есть следствие неоднородной диффузии, лежащей в основе интеграционного механизма, и не имеют отношения к эффектам самоорганизации.

При тех значениях связи, которые соответствуют образованию структур в автономной системе, после применения интеграционных преобразований остаются структуры, но их количество существенно меньше (рис. 5, *г*). В отличие от структур, являющихся продуктом самоорганизации (рис. 5, *в*), «интеграционные» структуры расположены относительно далеко друг от друга, не соединены в пространстве «интерфейсами» (тонкими областями синфазных колебаний) и редко объединяют большое число элементов. Численный эксперимент показывает, что применение интеграционного преобразования в данном случае существенно ускоряет процесс установления в решетке пространственно однородного состояния с синфазными колебаниями по всему пространству взаимодействия.

Если связь между элементами относительно велика (рис. 5, *д*, *е*), в решетке реализуется существенно неоднородное пространственное состояние, изменяющееся во времени. В этом случае интеграционные преобразования не оказывают сколь–либо заметного влияния на дальнейшую эволюцию, за исключением очень короткого интервала времени после окончания их воздействия на систему, в течение которого в системе снова восстанавливается сложная пространственно–временная динамика.

В заключение отметим, что идентичность элементов решетки и однородность связи между элементами в пространстве взаимодействия являются одними из наиболее существенных упрощений, которые могут быть учтены при дальнейшем исследовании, но в то же время являются полезными на этапе предварительного анализа и построения качественных соответствий.

Работа выполнена при поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (грант 99–02–16016) и гранта Министерства образования.

Библиографический список

1. *Капица С.П., Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г.* Синергетика и прогнозы будущего. М.: Наука, 1997. 285 с.

2. *Короновский А.А., Трубецков Д.И.* Нелинейная динамика в действии. Саратов: Изд–во ГосУНЦ «Колледж», 1995. 130 с.

3. *Пойзнер Б.Н.* О субъекте самоорганизации // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1996. Т.4, № 1.

4. *Яблонский А.И.* Математические модели в исследовании науки. М.: Наука, 1986. 352 с.

5. *Качак В.В., Мчедлова Е.С.* Модель взаимодействия двух научных направлений с учетом ограничения экспоненциального роста достижений// Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1998. Т.6, № 2. С. 85.

6. *Трубецков Д.И., Кузнецов Н.И., Усанов Д.А.* Интеграция – бремя ожиданий: Социально–экономические аспекты интеграции в системе образования и науки. Саратов: Изд–во ГосУНЦ «Колледж», 1998. 72 с.

7. *Кузнецов С.П.* Бифуркации удвоения в простой модели распределенной системы // Изв. вузов. Радиофизика. 1982. Т.25, №11. С.1364.

8. *Кузнецов А.П., Кузнецов С.П.* Критическая динамика решеток связанных отображений у порога хаоса // Изв. вузов. Радиофизика. 1991. Т. 34, № 10, 11, 12. С. 10795.

9. *Waller I., Kapral R.* Spatial and temporal structure in system of coupled non–linear oscillators// Phys. Rev. A. 1984. Vol. 30, № 4. P. 2047.

10. *Kaneko K.* Period doubling of kink–antikink patterns, quasiperiodicity in anti–ferro–like structures and spatial intermittency in coupled logistic lattice// Prog. Theor. Phys. 1984. Vol. 72, № 3. P. 480.

11. *Kaneko K.* Theory and applications of coupled map lattices. New York: Wiley. 1993. 195 P.

Саратовский государственный университет — *Поступила в редакцию* *7.09.2000*

COUPLED MAP LATTICE WITH NON–UNIFORM DIFFUSION AS A POSSIBLE MODEL FOR EFFECTS OF INTEGRATION IN UNIVERSITY STRUCTURE

E.S. Mchedlova

On the basis of ideas and methods of nonlinear dynamics the qualitative analysis of self–organization and integration processes in universities structure is carried out the lattice of coupled logistic maps with additional diffusion mechanism is realized. The numerical analysis of system dynamics and results interpretation are performed for different values of control parameters.

Мчедлова Елена Сумбатовна – окончила Саратовский государственный университет (1993). Кандидат физико–математических наук (1996). Работает научным сотрудником ГосУНЦ «Колледж» Саратовского госуниверситета. Область научных интересов – нелинейная динамика распределенных систем, компьютерное моделирование в физике и биологии, методы анализа динамических систем. Автор ряда работ по построению и исследованию моделей структурированных потоков со сверхизлучением, изучению взаимодействий в больших ансамблях связанных автоколебательных систем. E–mail: esm@cas.ssu.runnet.ru