



## СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ \*

*А.Д. Григорьев*

Изложены современные методы и алгоритмы численного моделирования нестационарных электромагнитных полей. Основное внимание уделено методу конечных разностей во временной области. Дается формулировка метода, способы учета свойств среды таких как неоднородность, анизотропия, дисперсия, нелинейность. Приводятся алгоритмы аппроксимации граничных условий, задания источников возбуждения, ограничения расчетной области при решении внешних задач электродинамики, вычисления параметров систем по результатам моделирования.

### Введение

Необходимость разработки численных методов расчета волновых электромагнитных полей стала очевидной в 40-х годах, в период интенсивного развития СВЧ-техники и электроники. Появление все более сложных СВЧ устройств не позволяло использовать для их анализа аналитические методы, а экспериментальные исследования были сопряжены со значительными трудностями. Поэтому еще в 1941 году Хан [1] предложил использовать для расчета собственных частот и полей тороидального резонатора метод частичных областей. Интенсивное развитие численных методов моделирования переменных электромагнитных полей, однако, началось только в 60-х годах, когда вычислительная техника достигла достаточно высокого уровня развития.

Следует отметить, что вначале наиболее интенсивно развивались методы анализа стационарных полей, характеризующихся гармонической зависимостью от времени (спектральные методы). В этом случае одна из четырех независимых переменных – время исключается из уравнений, уменьшая требования к быстродействию и памяти ЭВМ. Обзор этих методов содержится, в частности, в работах [2,3]. К сожалению, методам моделирования электромагнитных полей в частотной области, независимо от конкретной реализации, присущ ряд недостатков, ограничивающих их область применения. К ним относятся возможность появления нефизических (ложных) решений, трудности моделирования полей в сильно поглощающих, диспергирующих и нелинейных средах, невозможность расчета параметров систем сразу на нескольких частотах.

\* Статья написана по материалам лекции, прочитанной на XI Международной школе по электронике СВЧ и радиофизике. Саратов, 2–6 марта 1999 г.

Другая группа методов предполагает непосредственное решение уравнений Максвелла во временной области. Среди них наибольшее (почти исключительное) распространение получили метод конечных разностей во временной области (КРВО), предложенный Йи [4] в 1966 году и метод матрицы линий передачи (МЛП), разработанный П.Б.Джонсом и Р.Л.Берле [5] в 1971 году. Оба метода первоначально были реализованы в двухмерной формулировке и использовались для расчета поля в поперечном сечении волноводов [6]. В дальнейшем они были обобщены и на решение трехмерных задач. Появились также многочисленные разновидности указанных методов. Хотя алгоритмы и получаемые результаты для методов моделирования в частотной и временной областях существенно различны, при решении линейных задач применение преобразования Фурье к нестационарному полю, полученному временным методом, позволяет найти частотный спектр колебаний системы и ее собственные частоты, то есть результаты, получаемые обычно спектральными методами.

Временные методы моделирования применяются для решения самых разнообразных задач электродинамики: расчета поля и параметров регулярных волноводов и объемных резонаторов с неоднородным и/или анизотропным, а также диспергирующим заполнением, анализа интегральных схем СВЧ с нелинейными элементами. Особенно успешно применяются эти методы для расчета высокочастотных полей и поглощаемой мощности в биологических объектах, диаграмм направленности антенн телекоммуникационных систем, сечений радиолокационного рассеяния различных целей, идентификации скрытых под землей или водой объектов. Известны и примеры применения метода КРВО (или близких к нему методов) для решения самосогласованных задач взаимодействия электромагнитного поля и потоков заряженных частиц. Временные методы могут быть также использованы при решении задач нелинейной динамики электронных приборов и устройств СВЧ.

## 1. Основные уравнения

Рассмотрим электромагнитное поле в замкнутой области  $D$ . Это поле удовлетворяет уравнениям Максвелла

$$\varepsilon \partial \mathbf{E} / \partial t + \sigma^e \mathbf{E} = \text{rot} \mathbf{H} - \mathbf{J}^e, \quad (1)$$

$$-\mu \partial \mathbf{H} / \partial t - \sigma^m \mathbf{H} = \text{rot} \mathbf{E} + \mathbf{J}^m, \quad (2)$$

$$\text{div}(\varepsilon \mathbf{E}) = \rho^e, \quad (3)$$

$$\text{div}(\mu \mathbf{H}) = \rho^m, \quad (4)$$

где  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  – векторы напряженности электрического и магнитного полей;  $\varepsilon$  и  $\mu$  – диэлектрическая и магнитная проницаемости среды, заполняющей область  $D$ ;  $\sigma^e$  и  $\sigma^m$  – электрическая и магнитная проводимости среды;  $\mathbf{J}^e$  и  $\mathbf{J}^m$ ,  $\rho^e$  и  $\rho^m$  – плотности сторонних электрического и магнитного токов и зарядов, соответственно.

Следует отметить, что если уравнения (3) и (4) выполняются в начальный момент времени и в процессе решения законы сохранения электрических и магнитных зарядов выполняются, то эти уравнения будут справедливы и во все последующие моменты времени, как это видно из уравнений (1), (2). Таким образом, при указанных условиях для расчета поля достаточно решать уравнения (1) и (2). Это обстоятельство значительно упрощает алгоритм моделирования, если в расчетной области отсутствуют свободные токи и заряды или в процессе решения обеспечивается выполнение законов сохранения заряда.

Метод КРВО основан на замене пространственных и временных производных в уравнениях (1) и (2) центральными конечными разностями. С этой целью на исследуемую область накладываются пространственная и временная

сетки, причем значения различных составляющих электрического и магнитного полей определяются в узлах сеток, сдвинутых относительно друг друга на половину шага. Как правило, используются сетки с ячейками в виде прямоугольника (параллелепипеда), хотя возможно применение криволинейных сеток [7] и/или нескольких сеток с различными шагами [8].

Рассмотрим применение метода КРВО для расчета электромагнитного поля в двумерной области  $D$ , ограниченной замкнутой кривой  $L$ . Считаем, что область расположена в плоскости  $(x,z)$  декартовой системы координат и вариации поля по третьей координате  $y$  отсутствуют ( $\partial/\partial y=0$ ). Кроме того, предполагается, что магнитные проводимость, плотность тока и плотность заряда равны нулю. Плотность стороннего электрического тока также полагаем равной нулю, что позволяет использовать только первые два уравнения Максвелла. Этот пример позволяет продемонстрировать все особенности метода и в то же время избежать громоздких выражений, характерных для анализа трехмерных областей или при использовании криволинейных систем координат.

В данном случае поля  $E$ - и  $H$ -типов разделяются и их можно рассматривать по отдельности. Поле  $E$ -типа, в частности, содержит составляющие  $E_x$ ,  $E_z$  и  $H_y$ . Уравнения (1) и (2) соответственно принимают вид

$$\epsilon \partial E_x / \partial t + \sigma^e E_x = -\partial H_y / \partial z - J_x^e, \quad (5)$$

$$\epsilon \partial E_z / \partial t + \sigma^e E_z = \partial H_y / \partial x - J_z^e, \quad (6)$$

$$\mu \partial H_y / \partial t = \partial E_z / \partial x - \partial E_x / \partial z. \quad (7)$$

Наложим на область  $D$  прямоугольную сетку с шагами  $h_x$  и  $h_z$  по координатам  $x$  и  $z$ , соответственно. Граница области обычно аппроксимируется ступенчатой линией, проходящей по линиям сетки. В последнее время были разработаны и алгоритмы более точной аппроксимации криволинейных границ [9].

Определим координаты узлов (точек в которых вычисляются значения составляющих поля) следующим образом (рис. 1): для  $E_x$   $x=(j-0.5)h_x$ ,  $z=(i-1)h_z$ ; для  $E_z$   $x=(j-1)h_x$ ,  $z=(i-0.5)h_z$ ; для  $H_y$   $x=(j-0.5)h_x$ ,  $z=(i-0.5)h_z$ . Здесь  $i, j$  – индексы, характеризующие положение ячейки сетки.

Введем также сетку во времени с шагом  $h_t$ , причем значения напряженности электрического поля в узлах пространственной сетки вычисляются в моменты времени  $t_k=(k-1)h_t$ , а значения напряженности магнитного поля – в моменты времени  $t_{k+1/2}=(k+0.5)h_t$ .

Заменяя производные в уравнениях (5) и (6) конечными разностями, после несложных преобразований получим

$$E_x^{k+1}(i, j+1/2) = (B/A)E_x^k(i, j+1/2) - A^{-1}[\hat{H}_y^{k+1/2}(i+1/2, j+1/2) - \hat{H}_y^{k+1/2}(i-1/2, j+1/2)] - A^{-1}\hat{J}_x^{k+1/2}(i, j+1/2), \quad (8)$$

$$E_z^{k+1}(i+1/2, j) = (B/A)E_z^k(i+1/2, j) - (A\xi)^{-1}[\hat{H}_y^{k+1/2}(i+1/2, j+1/2) - \hat{H}_y^{k+1/2}(i+1/2, j-1/2)] - (A\xi)^{-1}\hat{J}_z^{k+1/2}(i+1/2, j), \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \hat{H}_y^{k+1/2} = & \hat{H}_y^{k-1/2} - \hat{\mu}_r^{-1}[E_x^k(i+1, j+1/2) - E_x^k(i, j+1/2)] + \\ & + (\hat{\mu}_r \xi)^{-1}[E_z^k(i+1/2, j+1) - E_z^k(i+1/2, j)], \end{aligned} \quad (10)$$

где

$$\xi = h_x/h_z, \quad \gamma = \xi/(\xi^2+1)^{1/2}, \quad h_t = \alpha\gamma h_z \mu_m / c,$$

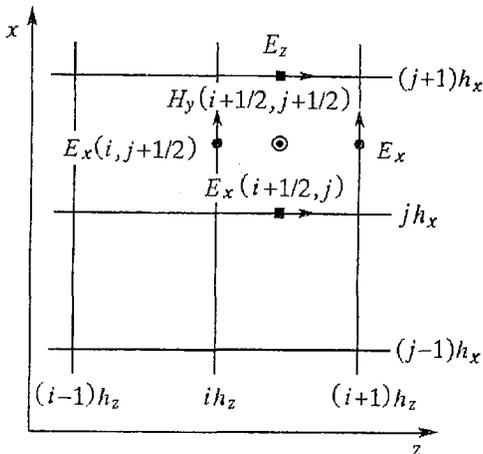


Рис. 1. Двухмерная сетка

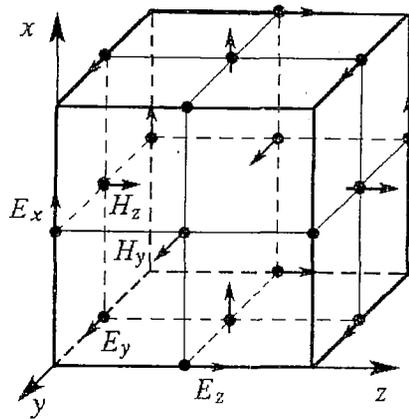


Рис. 2. Ячейка трехмерной сетки

$$A = \epsilon_r J(\alpha \gamma n_m) + \sigma Z_0 h_z / 2, \quad B = \epsilon_r J(\alpha \gamma n_m) - \sigma Z_0 h_z / 2, \quad Z_0 = (\mu / \epsilon)^{1/2},$$

$$\hat{\mu}_r = \mu_r / (\alpha \gamma n_m), \quad \hat{H}_y = Z_0 H_y, \quad \hat{J} = J Z_0 h_z.$$

Здесь  $c$  — скорость света;  $n_m = (\epsilon_{r \min} \mu_{r \min})^{1/2}$ ;  $\epsilon_{r \min}$ ,  $\mu_{r \min}$  — минимальные значения относительной диэлектрической и магнитной проницаемостей в области  $D$ . При выводе этих выражений учитывается, что шаги по координатам и времени связаны условием стабильности Крамера:  $h_r = (\alpha n_m / c)(h_z^{-2} + h_x^{-2})^{1/2}$ ,  $\alpha \leq 1$ .

Приведенные выражения легко обобщаются на расчет поля в трехмерных областях [10]. На рис. 2 изображены ячейка трехмерной пространственной сетки и точки определения узловых значений составляющих напряженности электрического и магнитного полей. Узлы электрического поля расположены в середине ребер ячейки, а магнитного поля — в центрах ее граней.

Предложены также специальные конфигурации сеток и конечно-разностные уравнения для расчета поля в областях с аксиальной симметрией [11]. Алгоритмы КРВО с более высоким порядком аппроксимации производных позволяют с большой точностью рассчитывать поле в областях, размеры которых составляют несколько тысяч длин волн [12]. С другой стороны, специальные разновидности метода КРВО разработаны для моделирования поля в хорошо проводящих средах, где из-за сильного затухания волны распределение поля в пределах одной ячейки сетки нельзя считать линейным [13].

## 2. Свойства заполняющей среды

До сих пор предполагалось, что расчетная область заполнена линейной однородной изотропной средой, не обладающей пространственной и временной дисперсией. Метод КРВО, однако, успешно применяется и для моделирования электромагнитного поля в более сложных средах. Так, если заполняющая среда кусочно-неоднородна, уравнения (8)–(10) справедливы внутри каждого блока с постоянными электрофизическими параметрами. На границе блоков касательные составляющие напряженности электрического и магнитного полей должны быть непрерывны. Это условие обеспечивается для тех составляющих поля, которые определены в узлах, находящихся на поверхности раздела. Равенство касательных составляющих, определенных в других узлах, обеспечивается приближенно.

Алгоритм моделирования усложняется, если в области  $D$  присутствуют анизотропные среды. В этом случае конечно-разностные уравнения содержат «лишние» пространственные производные электрического и магнитного полей, что требует модификации схемы размещения узлов в ячейке сетки.

Соответствующие выражения приведены, например, в работах [14,15]. Для моделирования электромагнитного поля в устройствах, содержащих гиротропные среды, разработаны алгоритмы, учитывающие как анизотропию, так и диссипацию и основанные на совместном численном решении уравнений Максвелла и уравнения движения вектора намагниченности [16].

Многие современные устройства СВЧ и оптоэлектроники работают в очень широкой полосе частот, в которой проявляется зависимость параметров среды от частоты (временная дисперсия). Метод КРВО позволяет учесть временную дисперсию среды, используя уравнения электрической поляризации и/или намагничивания, отражающие микроскопические процессы в среде. В этом случае уравнение (1) записывается в виде

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \varepsilon_0 \partial \mathbf{E} / \partial t + \partial \mathbf{P} / \partial t + \sigma \mathbf{E} + \mathbf{J}, \quad (11)$$

где  $\mathbf{P} = \varepsilon_0 \kappa \mathbf{E}$  – вектор электрической поляризации,  $\kappa$  – электрическая восприимчивость. Наиболее часто применяется уравнение поляризации Друде – Лоренца

$$\partial^2 \mathbf{P} / \partial t^2 + (2/\tau) \partial \mathbf{P} / \partial t + \omega_0^2 \mathbf{P} = \varepsilon_0 (\omega_0^2 \kappa_0 - \omega^2 \kappa_\infty) \mathbf{E}, \quad (12)$$

где  $\kappa_0$  и  $\kappa_\infty$  – значения восприимчивости на очень низких и очень высоких частотах, соответственно. Возможно использование и более общих соотношений.

Для моделирования поля в средах с временной дисперсией разработано несколько алгоритмов. Один из них основан на непосредственной дискретизации дифференциального соотношения между векторами  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{D}$  [17]

$$g_0 \mathbf{D} + g_1 \partial \mathbf{D} / \partial t + g_2 \partial^2 \mathbf{D} / \partial t^2 + \dots = q_0 \mathbf{E} + q_1 \partial \mathbf{E} / \partial t + q_2 \partial^2 \mathbf{E} / \partial t^2 + \dots, \quad (13)$$

эквивалентного Паде–аппроксимации частотной зависимости диэлектрической проницаемости.

Широко используется метод, основанный на применении Z–преобразования временной зависимости диэлектрической проницаемости, полученной в результате дискретного преобразования Фурье частотной зависимости диэлектрической проницаемости [18,19].

Используется также дискретная свертка вектора электрической индукции [20]

$$\mathbf{D}^k = \varepsilon_0 (1 + \kappa_\infty) \mathbf{E}^k + \varepsilon_0 \sum_{m=0}^{k-1} [\mathbf{E}^{k-m}]_{mh,}^{(m+1)h,} \kappa(\tau) d\tau$$

или плотности тока проводимости в плазме [21]

$$\mathbf{J}(t) = \int_0^t \hat{\sigma}^e(t-\tau) \mathbf{E}(\tau) d\tau,$$

где  $\hat{\sigma}^e(t) = \varepsilon_0 \omega_p^2 \exp(-\nu t) u(t)$  – дифференциальная электрическая проводимость,  $\omega_p$  – плазменная частота,  $\nu$  – частота соударений,  $u(t)$  – единичная функция.

Определенные преимущества имеет метод [22], основанный на аналитическом решении уравнения поляризации Друде – Лоренца (12)

$$\mathbf{P} = C \int_0^t \mathbf{E}(\xi) [\exp(S_1(t-\xi)) - \exp(S_2(t-\xi))] d\xi,$$

где  $S_{1,2} = \tau^{-1} [-1 \pm (1 - \omega_0^2 \tau^2)^{1/2}]$ . Дискретизация этого решения позволяет получить рекуррентную формулу для производной вектора поляризации, входящей в уравнение (11), что значительно сокращает объем вычислений и требуемую память.

Конечно–разностные уравнения получены также для нелинейных сред, встречающихся в технике СВЧ и оптике [23], а также для сред с нелинейной

проводимостью [24]. Авторы последней работы предложили два алгоритма решения нелинейного волнового уравнения для электрического потенциала  $V$

$$\nabla^2 V = \mu \epsilon \partial^2 V / \partial t^2 + \mu \sigma^e(V) \partial V / \partial t - \rho(V) / \epsilon.$$

Первый алгоритм предполагает явное задание зависимостей плотности объемного заряда и электропроводности среды от напряженности электрического поля

$$\sigma^e(V) = K_1 \rho^e(V), \quad \rho^e(V) = K_2 + K_3 E,$$

где  $K_1, K_2, K_3$  – константы, значения которых определяются свойствами среды. Второй алгоритм не требует задания функции  $\rho^e(V)$ , а для ее определения использует нелинейное уравнение непрерывности

$$\nabla(\sigma^e \nabla V) + \partial \rho / \partial t = 0.$$

В результате дискретизации этих уравнений по схеме Йи получается система алгебраических уравнений относительно значений потенциала и плотности объемного заряда в узлах сетки, которые необходимо решать совместно.

### 3. Начальные и граничные условия

Для существования и единственности решения уравнений (5), (6) необходимо задать электрическое и магнитное поле в начальный момент времени во всей области  $V$ . Начальное распределение поля должно удовлетворять уравнениям (3), (4). Кроме того, на поверхности  $S$  электромагнитное поле должно удовлетворять определенным граничным условиям. В качестве таких условий на различных участках границы области могут быть заданы

- граничные условия типа электрической стенки  $\mathbf{E} \times \mathbf{n} = 0$ ,
- граничные условия типа магнитной стенки  $\mathbf{H} \times \mathbf{n} = 0$ ,
- импедансные граничные условия  $\mathbf{E}_\tau = Z_s (\mathbf{H} \times \mathbf{n})$ ,
- условия на оси симметрии (при расчете поля в областях с аксиальной симметрией)  $E_r = 0, \partial E_r / \partial r = 0$ .

В этих выражениях  $\mathbf{E}_\tau$  – касательная к поверхности  $S$  составляющая напряженности электрического поля,  $Z_s$  – поверхностное сопротивление,  $\mathbf{n}$  – орт внутренней нормали к поверхности.

При моделировании поля в открытых областях (например, при решении задач дифракции, рассеяния, излучения) необходимо ограничивать расчетную область некоторой поверхностью  $S$  с такими граничными условиями на ней, чтобы она поглощала все падающее изнутри излучение. Эти граничные условия называют абсорбирующими (АГУ). Чем больше точность задания АГУ, тем меньше может быть размер расчетной области и погрешность результатов. Наиболее простыми являются АГУ Зоммерфельда, получаемые из волнового уравнения [25],

$$v \partial A / \partial z \mp \partial A / \partial t = 0,$$

где  $A$  – любая составляющая электромагнитного поля волны, касательная к границе,  $v$  – скорость волны. Верхний знак соответствует распространению волны в положительном направлении оси  $z$ , а нижний – в отрицательном. Предполагается, что ось  $z$  нормальна к границе. После дискретизации этого выражения получаем [26]

$$E_x^{k+1}(i_B, j+1/2) = E_x^k(i_B-1, j+1/2) + \\ + \{[\alpha \gamma_m + n(i_B, j+1/2)] / [\alpha \gamma_m - n(i_B, j+1/2)]\} [E_x^{k+1}(i_B-1, j+1/2) - E_x^k(i_B, j+1/2)],$$

где  $i_B$  – значение индекса  $i$  на границе области,  $n(i_B, j+1/2)$  – показатель

преломления среды вблизи границы. Обобщение этих условий на случай наклонного падения волны приводит к выражению [27]

$$v\partial A/\partial\xi \mp \cos\phi\partial A/\partial t = 0,$$

$\phi$  – угол между нормалью к границе и направлением  $\xi$  распространения волны.

Большую точность аппроксимации обеспечивают АГУ Зоммерфельда второго порядка. Так, для границы, расположенной в плоскости  $(x,y)$  эти условия имеют вид [27]

$$[v\partial/\partial z(\partial/\partial t) - \partial^2/\partial t^2 + (v^2/2)(\partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2)]A,$$

однако, они также справедливы только при нормальном падении. Предложены и более сложные АГУ Зоммерфельда второго порядка [28].

Условия Зоммерфельда удобно использовать, если в расчетной области распространяется плоская волна. В большинстве задач поле излучения или рассеяния имеет более сложную структуру. В таких случаях хорошие результаты дают граничные условия типа «идеально согласованного слоя» (ИСС) [29]. В соответствии с этим методом расчетная область окружается снаружи поглощающим слоем толщиной 6–10 шагов сетки. В поглощающем слое электромагнитное поле «расщепляется».

Например, из уравнения Максвелла

$$\varepsilon\partial E_x/\partial t + \sigma^e E_x = \partial H_z/\partial y - \partial H_y/\partial x \quad (14)$$

следует, что  $E_x$  можно представить в виде суммы двух членов

$$E_x = E_{xz} + E_{xy}.$$

Уравнение (14) в результате разделяется на две части

$$\varepsilon\partial E_{xz}/\partial t + \sigma_z^e E_{xz} = \partial H_z/\partial y, \quad (15)$$

$$\varepsilon\partial E_{xy}/\partial t + \sigma_y^e E_{xy} = \partial H_y/\partial x. \quad (16)$$

Составляющие напряженности магнитного поля также расщепляются

$$H_z = H_{zy} + H_{zx},$$

$$-\mu\partial H_{zy}/\partial t - \sigma_y^m H_{zy} = \partial E_z/\partial y,$$

$$-\varepsilon\partial H_{zx}/\partial t - \sigma_x^m H_{zx} = \partial E_y/\partial x.$$

Таким образом, уравнения (15), (16) принимают вид

$$\varepsilon\partial E_{xz}/\partial t + \sigma_z^e E_{xz} = \partial H_{zy}/\partial y - \partial H_{zx}/\partial x,$$

$$\varepsilon\partial E_{xy}/\partial t + \sigma_y^e E_{xy} = \partial H_{yx}/\partial y - \partial H_{yz}/\partial z.$$

Всего для трехмерной области получается 12 уравнений, связывающих «расщепленные» значения составляющих поля, причем среда, заполняющая поглощающий слой, имеет анизотропные электрическую и магнитную проводимости. Для полного согласования слоя с внутренней областью необходимо выполнение соотношений

$$\sigma_{ii}^e/\varepsilon = \sigma_{ii}^m/\mu.$$

Как показано в работе [30], поглощающий слой является активной средой с распределенными зависимыми источниками, которые и обеспечивают отсутствие

отражений от него. Использование ИСС требует расширения расчетной области за счет поглощающего слоя и увеличивает число неизвестных в разностных уравнениях, что приводит к возрастанию объема вычислений.

Другой подход к реализации АГУ, не требующий расширения расчетной области, – использование прозрачной поглощающей границы (ППГ) [31]. Авторы вводят вспомогательные поля  $\mathbf{E}_0$  и  $\mathbf{H}_0$ , стремящиеся к нулю по мере приближения к границе области. Эти поля связаны с физическими полями  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$  соотношениями

$$\mathbf{E}_0(\mathbf{r},t) = F(\mathbf{r})\mathbf{E}(\mathbf{r},t), \quad \mathbf{H}_0(\mathbf{r},t) = F(\mathbf{r})\mathbf{H}(\mathbf{r},t), \quad (17)$$

где  $F(\mathbf{r})$  – ограниченная дифференцируемая функция, не равная нулю внутри области  $D$  и принимающая нулевые значения на ее границе. Подставив выражения (17) в (1)–(4), получим уравнения для вспомогательных полей, дискретизация которых позволяет реализовать процесс моделирования вспомогательного поля во времени. Для определения физических полей необходимо выполнить преобразование, обратное (17). При реализации метода ППГ необходимо учитывать, что малость полей вблизи границы и пространственное разделение узлов для электрического и магнитного полей может приводить к появлению искусственной электрической или магнитной стенки. Для исключения этого явления в работе предложены специальные процедуры.

#### 4. Моделирование источников возбуждения

Возбуждение поля в расчетной области может производиться с помощью различных источников. Если область возбуждается через участок границы, на нем задается пространственное и временное распределение касательной составляющей электрического или магнитного поля. При решении задач рассеяния и дифракции требуется облучение анализируемого объекта плоской волной, входящей в область в определенном направлении. Для решения этой задачи строится одномерный КРВО – алгоритм на линии, проходящей через расчетную область в заданном направлении, а затем полученные значения напряженностей поля экстраполируются по фронтальным плоскостям, проходящим через узлы одномерной сетки [32].

Сосредоточенные источники напряжения и тока также легко моделируются в рамках метода КРВО. Они занимают одну ячейку сетки и создают в ней электрическое поле с напряженностью  $E_x = V/h_x$  (для источника напряжения  $V$ , действующего в направлении  $x$ ) или ток плотности  $J_x = I/(h_y h_z)$  (для источника тока  $I$ , действующего в том же направлении).

Источники возбуждения могут быть как замещающими, так и аддитивными [33]. В первом случае поле в области возбуждения не рассчитывается по схеме КРВО, а определяется только источником. Во втором случае поле источника складывается с полем, рассчитанным методом КРВО. Такой способ возбуждения часто бывает предпочтительным, так как не приводит к появлению искусственных отражений от источника.

#### 5. Характеристики стационарного режима

Классический алгоритм КРВО позволяет моделировать электромагнитное поле, возбуждаемое источниками с произвольной временной зависимостью. Соответственно, результатом моделирования являются составляющие электромагнитного поля в каждом узле пространственной сетки в каждый момент времени, кратный  $h_t$ . Часто, однако, требуется определить характеристики стационарного режима системы – ее собственные частоты и собственные функции, распределение поля в расчетной области при гармоническом возбуждении, мощность излучения, мощность тепловых потерь и т.п. Эти

характеристики могут быть найдены с помощью преобразования Фурье для временной зависимости поля в некоторой точке области. При этом источник возбуждения должен обеспечивать достаточно широкий спектр отклика с тем, чтобы его спектральная плотность на заданной частоте была достаточно велика. Обычно для вычисления спектра используют возбуждение системы гауссовым импульсом. Собственные частоты системы соответствуют пикам полученного в результате дискретного преобразования Фурье спектра. Распределение поля на каждой частоте получают, возбуждая систему гармоническим сигналом с частотой, равной собственной.

Расчет диаграмм направленности и радиолокационного сечения рассеяния требует вычисления поля в дальней зоне по отношению к расчетной области. Для этого используется поле, вычисленное на поверхности вблизи границы и формулы Гюйгенса – Френеля. Однако, поскольку электрическое и магнитное поля определены на разных поверхностях, возникает дополнительная погрешность вычисления поля в дальней зоне. Для минимизации этой погрешности предложены специальные алгоритмы [34].

### Библиографический список

1. *Hahn W.C.* A new method for the calculation of cavity resonators//J. Appl.Phys. 1941. Vol. 12. P. 62.
2. *Григорьев А.Д., Янкевич В.Б.* Резонаторы и резонаторные замедляющие системы СВЧ. М.: Радио и связь, 1984.
3. *Григорьев А.Д., Силаев С.А.* Трехмерные математические модели волновых электромагнитных полей // Вестник МГУ. Сер. Физика, астрономия. 1992. Т. 33, № 3. С. 20.
4. *Yee K.S.* Numerical solution of initial boundary wave problems involving Maxwell's equations in isotropic media// IEEE Trans. on AP. 1966. Vol. AP 14, № 5. P.302.
5. *Johns P.B., Beurle R.L.* Numerical solution of 2-dimensional scattering problems using a transmission line matrix // IEE Proc. 1971. Vol. 118, № 9. P.1203.
6. *Johns P.B.* Simulation of electromagnetic wave interaction by transmission line modeling (TLM)// Wave motion. 1988. Vol. 10, № 6. P.597.
7. *Monorchio A., Mittra R.* Time-domain (FE/FDTD) technique for solving complex electromagnetic problems // IEEE Microwave & guided waves letters. 1998. Vol. 8, № 2. P. 93.
8. *Kunz K.S., Luebbers R.J.* The finite difference time domain method for electromagnetics. Boca Raton, FL: CRC Press, 1993.
9. *Yang H., Railton C.J.* Efficient and accurate FDTD algorithm for the treatment of curved material boundaries // IEE Proc. MWAP. 1997. Vol. 144, № 5. P. 382.
10. *Sheen D.M., Ali S.M., Abouzahra M.D., Kong J.A.* Application of the three dimensional finite-difference time-domain method to the analysis of planar microstrip circuits // IEEE Trans. on MTT. 1990. Vol. MTT 38. P. 849.
11. *Chen Y., Mittra R., Harms P.* Finite-difference time-domain algorithm for solving Maxwell's equations in rotationally symmetric geometries // IEEE Trans. on MTT. 1996. Vol. 44. P. 832.
12. *Hadi M.F., Piket Mou M.* A modified FDTD (2,4) scheme for modeling electrically large structures with high-phase accuracy // IEEE Trans. on AP. 1997. Vol. 45, № 2. P. 254.
13. *Chamberlin K., Gordon L.* Modeling good conductors using the finite difference time-domain technique// IEEE Trans. on EMC. 1998. Vol. 37, № 2. P.210.
14. *Schneider J., Hudson S.* The finite-difference time-domain method applied to anisotropic material // IEEE Trans. on AP. 1993. Vol. 41. P. 994.
15. *Garc'ia S.G., Hung Bao T.M., R. Mart'in G., Olmedo B.G.* On the application of finite methods in time domain to anisotropic dielectric waveguides // IEEE Trans. MTT. 1996. Vol. 44. P. 2195.
16. *Yildirim B.S., El-Sharavy E.* Finite-difference time-domain analysis of microwave ferrite devices // Proc. of the 3rd Int. Symp. on MTT. 1997. Part 1. P.813.

17. *Joseph R.M., Hagness S.C., Taflove A.* Direct time integration of Maxwell's equations in linear dispersive media with absorption for scattering and propagation of femtosecond electromagnetic pulses // *Opt. letters.* 1991. Vol. 16. P. 1412.
18. *Sullivan D.M.* Frequency-dependent FDTD methods using Z-transforms // *IEEE Trans. on AP.* 1992. Vol. 43. P. 1223.
19. *Sullivan D.M.* Z-transform theory and FDTD method // *IEEE Trans. on AP.* 1996. Vol. 44. P.28.
20. *Luebbers R.J., Hunsberger F. et al.* A frequency-dependent finite-difference time-domain formulation for dispersive materials // *IEEE Trans. on EMC.* 1990. Vol. 32. P. 222.
21. *Chen Q., Katsurai M., Aoyagi P.H.* An FDTD formulation for dispersive media using a current density // *IEEE Trans. on AP.* Vol. 46. P. 1739.
22. *Andreev J.V., Grigoriev A.D.* Simulation of transient electromagnetic fields in regions filled with dispersive medium // *XI Int. School on Micr. Elect & Radiophys. Book of Abstracts.* Russia, Saratov, 1999 March 2–6.
23. *Joseph R.M., Taflove A.* FDTD Maxwell's equations models for nonlinear electrodynamics and optics // *IEEE Trans. on AP.* 1997. Vol. 45, № 3. P. 364.
24. *Buccella C., Orlandi A.* Time domain iterative methods for inhomogeneous and non-linear wave equations in lossy media // *Proc. of the 3d Int. conf. Computation in electromagnetics.* 1996. Venue, Univ. of Bath, UK. P. 265.
25. *Mur G.* Absorbing boundary conditions for finite-difference approximation of time-domain electromagnetic field equation // *IEEE Trans. on EMC.* 1981. Vol. 23. P. 377.
26. *Blashak J.G., Kriegsman.* A comparative study of absorbing boundary conditions // *J. Comp. Phys.* 1988. Vol. 77. P. 109.
27. *Engquist B., Majda A.* Absorbing boundary conditions for the numerical simulations of waves // *Math. of Comp.* 1977. Vol. 31. P. 629.
28. *Ait-Sadi R., Emson C.R.I.* Practical experience in using absorbing boundary conditions with FDTD method // *Proc. of the 3d Int. conf. Computation in electromagnetics.* 1996. Venue, Univ. of Bath, UK. P. 36.
29. *Berenger J.P.* A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves // *J. Comp. Phys.* 1994. Vol. 114. P. 185.
30. *Mitra R., Pikel U.* A new look at the perfectly matched layer (PML) concept for the reflectionless absorption of electromagnetic waves // *IEEE Microwave & guided wave letters.* 1995. Vol. 5. P. 84.
31. *Peng J., Balanis A.* A generalized reflection free domain-truncation method: transparent absorbing boundary // *IEEE Tans. on AP.* 1998. Vol. 46. P. 1015.
32. *Oğez U., Gürel L., Arihan O.* An efficient and accurate technique for the incident wave excitations in the FDTD method // *IEEE Trans. on MTT.* 1998. Vol. 46, № 6. P. 2189.
33. *Buechler D.N., Roper D.H., Durney C.H., Christensen D.A.* Modeling sources in FDTD formulation and their use in quantifying source and boundary conditions errors // *IEEE Trans. on MTT.* 1995. Vol. 43. P. 810.
34. *Martin T.* An improved near- to far-zone transformation for the finite-difference time-domain method // *IEEE Trans. on AP.* 1998. Vol. 46, № 9. P. 1263.

Санкт-Петербургский государственный  
электротехнический университет

Поступила в редакцию 27.04.99

## MODERN METHODS FOR TRANSIENT ELECTROMAGNETIC FIELDS SIMULATION

*A.D. Grigoriev*

Modern methods and algorithms for numerical simulation of transient electromagnetic fields are described. Main attention is paid to the Finite Difference Time Domain method. Basic equations of the method, algorithms of media properties implementation, such as nonhomogeneity, anisotropy, dispersion, non linearity are discussed. Methods of initial and boundary conditions approximation, sources of excitation determining, computational region truncating in case of solving outer boundary electrodynamic problems, algorithms of circuit parameters evaluation from the results of simulation are also presented.



*Григорьев Андрей Дмитриевич* родился в 1937 году в Ленинграде. Окончил Ленинградский электротехнический институт (ЛЭТИ, 1960). После окончания института работал в Физико-техническом институте АН СССР им. А.Ф. Иоффе, в 1963 году поступил в аспирантуру ЛЭТИ. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук в области теории колебаний в импульсных генераторах с задержанной обратной связью (1967) и диссертацию на соискание ученой степени доктора технических наук в области разработки и применения численных методов расчета электродинамических систем электронных приборов СВЧ (1984). В настоящее время работает в Санкт-Петербургском государственном электротехническом университете. Область научных интересов электродинамика и электроника СВЧ, применение электромагнитных колебаний СВЧ-диапазона в технологии. Автор монографии и учебника для вузов.

Опубликовал более 150 работ в периодических изданиях и трудах конференций. Член редколлегии журнала «Известия вузов России. Радиоэлектроника», член головного совета Министерства общего и профессионального образования «Радиотехника, электроника и физика твердого тела», член нескольких диссертационных советов. E-mail: adgrigoriev@eltech.ru