



## КВАЗИОПТИЧЕСКИЕ РЕЗОНАТОРЫ С ПЕРИОДИЧЕСКИМИ СТРУКТУРАМИ\*

*Г.Д. Богомолов, А.И. Клеев*

В работе рассмотрены дифракционные аспекты разработки релятивистского оротрона. Описана методика расчета квазиоптического резонатора, одним из зеркал которого является отражательная дифракционная решетка. Приведены результаты расчета характеристик собственных колебаний в том случае, когда период решетки близок к длине волны. Обнаружен эффект резонансного отражения волновых пучков от периодической структуры: потери на отражение волнового пучка существенно (на несколько порядков) изменяются при малых вариациях глубины гофра вблизи определенного значения. Показано, что данный эффект может приводить к заметному уменьшению дифракционных потерь в квазиоптическом резонаторе с гофрированным зеркалом, обуславливая, в частности, своеобразный механизм селекции собственных колебаний. Расчеты показали, что резонансные явления, возникающие при отражении от периодических структур, изменяют оптимальные значения параметров решетки и приводят к дополнительному возрастанию пускового тока в релятивистском оротроне.

### Введение

Периодические структуры широко распространены в электронике СВЧ. Одна из причин – способность периодических структур поддерживать волны с фазовой скоростью меньше скорости света. С электромагнитными полями таких волн могут эффективно взаимодействовать электронные потоки, как, например, в оротроне, или генераторе дифракционного излучения [1,2]. Упрощенная схема резонатора оротрона показана на рис. 1. Поле собственного колебания в такой системе сформировано зеркалами, причем одним из зеркал служит отражательная дифракционная решетка.

Теоретическому и экспериментальному изучению собственных колебаний в резонаторах подобного типа посвящено значительное число работ (см., например, [1–4]).

Необходимо подчеркнуть, что в оротронах миллиметрового диапазона длин волн обычно применяют электронные пучки с энергией в несколько кэВ; при этом шаг периодической структуры существенно меньше длины волны [1,5]. Для получения генерации оротрона в субмиллиметровом диапазоне имеет смысл

\* Статья написана по материалам лекции, прочитанной на XI Международной школе по электронике СВЧ и радиофизике. Саратов, 2–6 марта 1999 г.

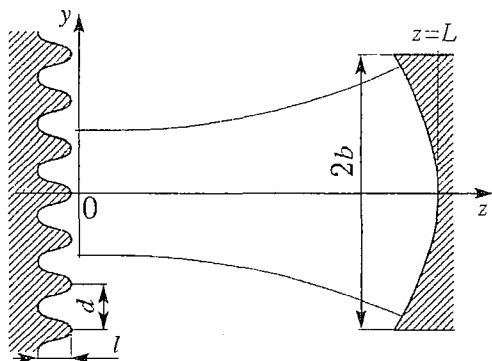


Рис. 1. Квазиоптический резонатор с гофрированным зеркалом

При расчете двумерного резонатора предполагали, что выполнены условия квазиоптического приближения: все размеры резонатора много больше длины волны  $\lambda$  ( $L/\lambda \gg 1$ ,  $b/\lambda \gg 1$ ), а продольные размеры много больше поперечных ( $L/b \gg 1$ ). Предполагалось, что поперечный размер дифракционной решетки достаточно велик для того, чтобы можно было пренебречь влиянием краев. Зависимость от времени, пропорциональную  $\exp(-i\omega t)$  ( $\omega = v_c k$ ,  $v_c$  – скорость света в вакууме), далее опускали.

## 1. Методика расчета

Следуя подходу, традиционному при расчете квазиоптических резонаторов (КР) [7], представим поперечную компоненту электрического поля внутри резонатора (на расстоянии от гофрированного зеркала много большем длины волны) в виде суммы волн, распространяющихся навстречу друг другу

$$E_y(y, z) = W^{(+)}(y, z) \exp(ikz) - W^{(-)}(y, -z) \exp(-ikz).$$

Будем полагать, что зеркала идеально проводящие и граничные условия на вогнутом (гладком) зеркале (справа на рис. 1), поверхность которого задавали в виде

$$z = L - h(y),$$

можно записать стандартным образом, вводя постоянную  $\Gamma$

$$W^{(+)}(y, L) \exp[-ikh(y)] = \Gamma W^{(-)}(y, -L) \exp[ikh(y)]. \quad (1)$$

Величина  $\Gamma$  задается соотношением

$$\Gamma = \exp(-2ikL) \quad (2)$$

и определяет комплексную собственную частоту колебаний.

Функции  $W^{(+)}(y, z)$  и  $W^{(-)}(y, -z)$  при  $z=0$  связаны условием

$$W^{(+)}(y, 0) = \hat{R} W^{(-)}(y, 0), \quad (3)$$

где  $\hat{R}$  – линейный оператор, который можно назвать оператором рассеяния для периодической поверхности.

переходить к релятивистским электронным пучкам с энергией несколько МэВ и использовать решетки с периодом, близким к длине волны [6]. Действительно, из условия синхронизма следует, что  $d/\lambda \approx p \approx 1 - 1/2\gamma^2 \sim 1$  (здесь  $\gamma$  – релятивистский фактор).

Как известно, эффективность взаимодействия релятивистского пучка с полем электромагнитной волны убывает пропорционально  $\gamma^3$  [6]. Однако, при  $d < \lambda$  необходимо учитывать и чисто дифракционные эффекты, слабо проявляющиеся при  $d \ll \lambda$  (то есть в приборах с нерелятивистскими пучками).

В частности, необходимо учитывать потери, связанные с возникновением распространяющихся дифракционных волн, покидающих резонатор под малыми углами к поверхности гофрированного зеркала. В настоящей работе обсуждаются проблемы, возникающие при использовании в оротроне существенно релятивистских пучков и решеток с периодом, близким к длине волны.

Комбинируя введенные таким образом граничные условия, получаем интегрооператорное уравнение для определения собственных колебаний

$$\Gamma W^{(+)}(y, L) = \int_{-\infty}^{\infty} G(y-y_1, L) \hat{R} \left\{ \int_{-b}^b G(y_1-y_2, L) W^{(+)}(y_2, L) \exp[-2ikh(y_2)] dy_2 \right\} dy_1, \quad (4)$$

где  $G(y-y_{1,2}, L)$  – функция Грина параболического уравнения [7].

Представляя поле вблизи периодической поверхности в виде суперпозиции плоских волн, можно получить следующее соотношение для оператора рассеяния  $\hat{R}$ :

$$\hat{R} W^{(-)}(y, 0) = 1/(2\pi) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} W^{(-)}(y_1, 0) \exp[-i\chi(y_1-y)] \sum_{n=-\infty}^{\infty} \rho_n(\chi) \exp(iw_n y) dy_1 d\chi, \quad (5)$$

где  $w_n = 2\pi n/d$ . Окончательное интегральное уравнение имеет следующий вид:

$$\Gamma f(t) = 1/(2\pi) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-1}^1 \rho_0(q) \exp[-iq^2/(2c)] \exp[-i\{\varphi(t) + \varphi(t_2) + q(t_2-t)\}] f(t_2) dt_2 dq, \quad (6)$$

где введены безразмерные параметры

$$c = kb^2/(2L), \quad q = \chi b, \quad t = y/b,$$

а неизвестная функция  $f(t)$  определена соотношением

$$f(t) = W^{(+)}(y, L) \exp[-i\varphi(t)], \quad \varphi(t) = kh(tb).$$

Отметим, что в данной работе задачу о собственных колебаниях резонатора с гофрированным зеркалом решали при некоторых ограничениях, а именно, рассматривали случай, когда период гофра близок к длине волны. Оценки, проведенные для этого случая, показывают, что в рамках квазиоптического приближения при получении окончательного уравнения (6) слагаемыми с  $n \neq 0$  в соотношении (5) допустимо пренебречь. Данная процедура эквивалентна отбрасыванию в точных уравнениях слагаемых, пропорциональных степеням малых величин порядка  $\lambda/b$  и  $b/L$ ; при этом, однако, их отношение считается конечной величиной (см., например, [7,8]). Физический смысл данного приближения заключается в том, что дифракционные волны высших порядков «выбывают из игры», не участвуя в формировании поля на зеркале, а лишь приводя к изменению радиационных потерь. Подчеркнем, что мы пренебрегли высшими дифракционными волнами, лишь вычисляя поле на зеркале при  $z=L$ ; при расчете дифракционного коэффициента  $\rho_0(q)$  их учет, очевидно, необходим. Для плоского идеального зеркала (когда глубина гофрировки равна нулю)  $\rho_0(q) \equiv 1$  и уравнение преобразуется к известному уравнению для собственных колебаний резонатора с цилиндрическими зеркалами. В общем случае дифракционный коэффициент  $\rho_0(q)$  необходимо получать из численного решения задачи о дифракции обобщенной плоской волны на поверхности гофрированного зеркала.

Рассмотрим методику решения задачи о дифракции плоской волны на периодической поверхности. Данная задача является ключевой в анализируемой проблеме, поскольку коэффициент  $\rho_0(q)$  входит в выражение для ядра интегрального уравнения, определяющего собственные колебания КР с гофрированным зеркалом.

Необходимо подчеркнуть, что эффективность метода решения исходной задачи существенно зависит от объема вычислений, необходимых для расчета дифракционных коэффициентов. В данной работе для решения ключевой задачи был использован метод адаптивной коллокации [9–11]. Этот метод позволяет вычислять дифракционные коэффициенты с минимальными вычислительными затратами. В то же время метод адаптивной коллокации является строгим подходом, дающим возможность рассчитывать рассеяние на различных

периодических структурах с гладким профилем в достаточно широком диапазоне частот.

Подставляя в граничные условия на поверхности гофра поля, представленные в виде суперпозиции плоских волн (подробнее см. [11]), и приравнивая левые и правые части в точках коллокации, получаем систему уравнений для определения неизвестных коэффициентов  $A_n(q)$

$$\begin{aligned} \sum_{n=-N_g+1}^{N_g-1} A_n(q) [g_n \psi'(\eta_m) / (2\pi) - v_n] \exp\{i[2\pi g_n \eta_m + v_n \psi(\eta_m)]\} = \\ = -[g_0 \psi'(\eta_m) / (2\pi) + v_0] \exp\{i[2\pi g_0 \eta_m - v_0 \psi(\eta_m)]\}, \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$g_0 = pq\alpha/2, \quad g_n = g_0 + n, \quad v_n = (p^2 - g_n^2)^{1/2}, \quad \text{Im}v_n > 0. \quad (8)$$

Неизвестные коэффициенты  $A_n(q)$  связаны с величинами  $\rho_n(q)$ , входящими в выражение (5), соотношением

$$\rho_n(q) = (v_n/v_0)A_n(q).$$

Здесь введены новые безразмерные координаты

$$\eta = y/d, \quad \zeta = 2\pi z/d,$$

а также параметры

$$p = d/\lambda = 1 - 1/2\xi\alpha, \quad \alpha = \lambda/(\pi b). \quad (9)$$

В соответствии со сделанными ранее допущениями  $\alpha \ll 1$ . Подчеркнем, что параметры  $\xi$  и  $\alpha$  введены для удобства расчетов: при  $\xi \sim 1$  отклонение отношения  $d/\lambda$  от единицы по абсолютной величине порядка  $\alpha \ll 1$ . Поверхность гофра задается соотношением

$$\zeta = \psi(t) \equiv \psi(t+n), \quad n = 1, 2, \dots$$

Глубину гофра будем характеризовать параметром  $a = \pi/d$ .

Как известно (см., например, [9,10]) сходимость коллокационного алгоритма существенно зависит от распределения точек коллокации. Причем, как следует из результатов работы [9], метод коллокации приводит к правильному результату в том случае, когда предельная (при  $N_g \rightarrow \infty$ ) плотность коллокационных узлов  $\sigma(\eta)$  удовлетворяет соотношению

$$\int_0^1 \ln \gamma(\eta, \eta') \sigma(\eta') d\eta' = \text{const}, \quad (10)$$

где  $\gamma(\eta, \eta')$  – расстояние между точками наблюдения и интегрирования на кривой

$$\tilde{x}(\eta) = \exp[-\psi(\eta)] \cos(2\pi\eta), \quad \tilde{y}(\eta) = \exp[-\psi(\eta)] \sin(2\pi\eta). \quad (11)$$

Решив это уравнение для какого-либо конкретного контура, можно затем найти координаты  $\eta_m$  коллокационных узлов из уравнения

$$m = (2N_g - 1) \int_0^{\eta_m} \sigma(\eta) d\eta \left[ \int_0^1 \sigma(\eta) d\eta \right]^{-1}. \quad (12)$$

Попытки построения систем приближенных коллокационных узлов неоднократно предпринимались различными авторами. Например, в работе [12] предложено вычислять координаты точек коллокации по формуле

$$\eta_m = 1/2 [m/(N_g - 1) - \beta m / (N_g - 1) + \beta m^2 / (N_g - 1)^2] \quad (13)$$

при  $\beta = 1/2$ . Расчеты показали, что невязка, полученная для распределения

коллокационных узлов, предложенных в работе [12] при  $\beta=1/2$ , увеличивается с ростом числа членов в представлении поля. Отметим, что выбирая иное, чем указанное в [12], значение параметра  $\beta$ , можно (для не слишком большой глубины гофра синусоидального профиля) получить сходящийся алгоритм. Тем не менее, как показали численные эксперименты, для больших  $a$  получить сколь угодно малую невязку, следуя методике работы [12], не удастся. Использование коллокационных узлов, равномерно распределенных на отрезке  $[-1/2, 1/2]$  при  $\beta=0$  в (13), приводит к весьма быстрому росту невязки при  $a > 1/2$ .

## 2. Результаты расчетов

Перейдем к анализу результатов численного решения уравнения (6). При расчетах гладкое зеркало резонатора считали параболическим

$$\varphi(t) = 1/2c(1-g)t^2, \quad g = 1 - 2L/R,$$

где  $R$  — радиус кривизны зеркала при  $y=0$ . Неизвестную функцию  $f(t)$  аппроксимировали конечным отрезком ряда Фурье

$$f(t) = \sum_{n=0}^{N_f-1} C_n \cos(\pi n t) / (1 + \delta_{0n})^{1/2}.$$

Используя метод Галеркина [13], уравнение (6) сводили к линейной алгебраической задаче на собственные значения

$$GC = SC, \quad C = (C_0, C_1, \dots, C_{N_f-1})^T. \quad (14)$$

Качественно свойства собственных колебаний в КР с гофрированным зеркалом можно рассмотреть, анализируя зависимость  $\rho_0(q)$ . Отметим, что при  $q\alpha/2 < 1$  параметр  $q$  характеризует угол падения плоской волны на периодическую структуру. Как известно из теории рассеяния на периодических структурах (см., например, [14]),  $|\rho_0(q)| \approx 1$  для  $|q| < \xi/p$ ; в том случае, если  $|q|$  начинает превосходить  $\xi/p$ , абсолютная величина  $\rho_0(q)$  существенно уменьшается. Связано это с образованием распространяющихся дифракционных волн высших порядков, уносящих часть энергии падающего поля. Таким образом, гофрированное зеркало является своеобразным фильтром верхних пространственных частот для поля волнового пучка, рассеянного гофром, причем частота «среза» определяется величиной параметра  $\xi$ . Ясно, что при приближении частоты среза к верхней границе пространственного спектра собственного колебания последнее будет испытывать сильное возмущение при отражении от гофрированного зеркала.

На рис. 2 представлены результаты расчета зависимости величины  $1 - |\Gamma|$ , характеризующей потери собственного колебания, от параметра  $\xi$ , вычисленные для различных параметров Френеля  $c$ . Кривые построены для основного ( $c$  с наименьшими потерями) колебания.

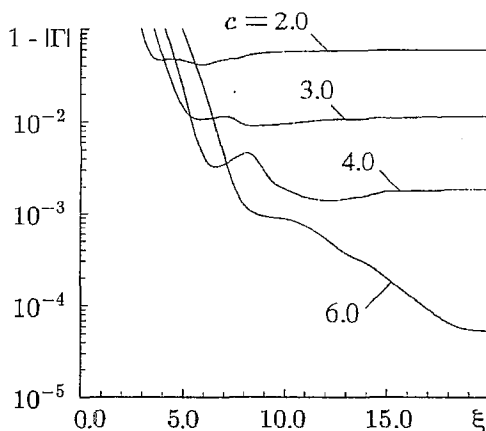


Рис. 2. Зависимость потерь в КР с гофрированным зеркалом от параметра  $\xi$ , характеризующего отличие периода гофра от длины волны ( $\xi = 2(\lambda - d)/\lambda\alpha$ ). Кривые приведены для различных значений  $c$  при  $g=0$ ,  $a=0.25$ ,  $\alpha=10^{-4}$

Отметим, что результаты, представленные на рис. 2, иллюстрируют два механизма радиационных потерь в КР с гофрированным зеркалом. Первый механизм связан с потерями при отражении от гладкого зеркала конечных размеров и определяет величину  $1-|\Gamma|$  при достаточно больших  $\xi$  (см. ниже). Второй механизм обусловлен излучением дифракционных волн под малыми углами к поверхности гофрированного зеркала и приводит к достаточно быстрому росту потерь при уменьшении  $\xi$ .

Интерпретировать представленные на этом рисунке результаты можно, если пренебречь влиянием краев зеркала и, полагая в нулевом приближении  $\rho_0(q)=1$ , воспользоваться следующим представлением для поля собственного колебания:

$$W^{(+)}_0(t,0) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp\{-q^2/(4c)[(1+g)/(1-g)]^{1/2} + iqt\} dq. \quad (15)$$

Из (15) видно, что при увеличении параметра Френеля с верхняя граничная частота пространственного спектра собственного колебания  $q_0$ , определяемая соотношением

$$q_0 = 2\{c[(1-g)/(1+g)]^{1/2}\}^{1/2},$$

возрастает. Очевидно, что величина  $q_0$  приближенно определяет «граничное» значение параметра  $\xi_0$  такое, что при  $\xi < \xi_0$  потери собственного колебания существенно увеличиваются.

Необходимо подчеркнуть, что гофрировка зеркала может усиливать потери, связанные со вторым механизмом, из-за искажения волнового пучка при отражении от периодической поверхности. При  $\xi < \xi_0$  амплитуда поля вблизи краев зеркала возрастает, что приводит к дополнительному увеличению потерь.

На рис. 3, а представлена зависимость  $1-|\Gamma|$  от параметра  $a$ , характеризующего относительную глубину гофра. При достаточно больших  $a$  поведение потерь при изменении параметров становится нерегулярным. Анализ показывает, что это обусловлено двумя различными явлениями.

Одно явление представляет собой взаимодействие различных колебаний КР с близкими значениями  $\Gamma$ : при увеличении параметра  $c$  и одновременном уменьшении  $\xi$  происходит изменение типа связи колебаний [15,16]. На рис. 3 продемонстрирован характер перехода от сильной связи (кривые 1 и 2) к слабой (кривые 3).

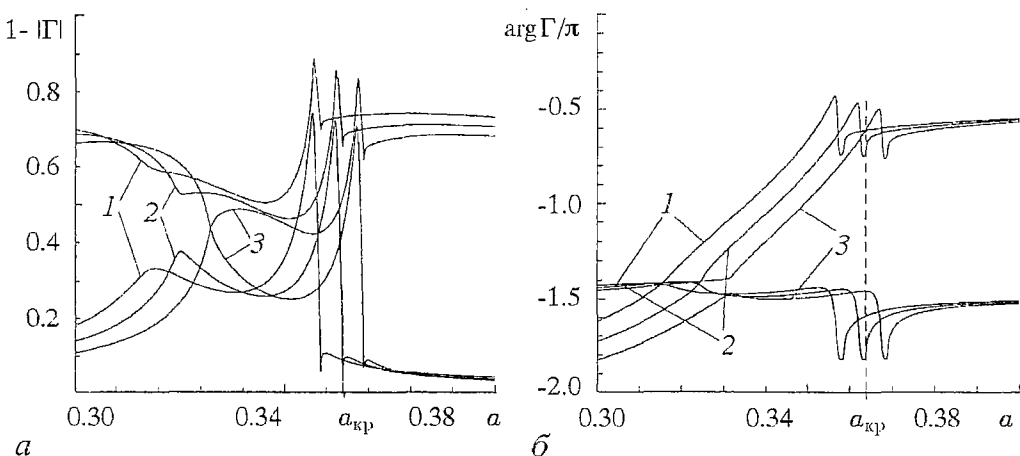


Рис. 3. Зависимости  $1-|\Gamma|$  (а) и  $\arg(\Gamma)/\pi$  (б), характеризующих, соответственно, потери и относительный сдвиг частоты собственного колебания КР с периодической структурой, от относительной глубины гофра  $a=\pi/d$ . Пунктиром отмечено значение критической глубины  $a_{кр}$  для  $\xi=3.4375$ . Кривые построены при  $g=0$ ,  $\alpha=10^{-4}$  и различных значениях параметров  $c$  и  $\xi$ : 1 – 2.5 и 3.25; 2 – 2.625 и 3.4375; 3 – 2.75 и 3.625

Расчеты проводились для основного колебания и для колебания со значительным  $\Gamma$ , ближайшим к основному. Представленные на рисунке кривые иллюстрируют зависимости  $1-|\Gamma|$  и  $\arg(\Gamma)/\pi$  от  $a$  для различных  $c$  и  $\xi$  вблизи точек совпадения частот.

Другое явление состоит в том, что потери существенно меняются в малой окрестности некоторого значения  $a_{кр}$  (см. рис. 3, а). Расчеты показали, что это обусловлено резким изменением характера зависимости фазы коэффициента отражения  $\rho_0(q)$  при вариации  $a$  вблизи  $a=a_{кр}$ .

Рассмотрим этот эффект подробнее. На рис. 4, а приведены кривые, иллюстрирующие зависимость фазы  $\rho_0(q)$  для  $a < a_{кр}$  и  $a > a_{кр}$  (в рассматриваемом случае  $a_{кр} \approx 0.3351943$ ). Видно, что при переходе через  $a=a_{кр}$  вторая производная  $d^2\arg(\rho_0)/dq^2$  меняет знак. Это приводит к появлению своего рода аномалии при отражении волнового пучка от гофра.

Для того, чтобы проиллюстрировать существование этого явления, рассмотрим более простую задачу – рассеяние гауссова пучка на гофре, используя представление падающего и рассеянного полей в виде интегралов по плоским волнам [17]. Полагая, что огибающая гауссова пучка пропорциональна  $\exp(-t^2q_G^2/2)$ , эффективность отражения можно охарактеризовать величиной  $\Gamma_G$ , определяемой соотношением

$$\Gamma_G = 1/(q_G\pi^{1/2}) \int_{-\infty}^{\infty} \rho_0(q) \exp(-q^2/q_G^2) dq.$$

Очевидно, что при таком определении  $\Gamma_G$  «интегральные» потери при отражении гауссова пучка от гофра задаются значением  $1-|\Gamma_G|$ . Подчеркнем, что определенные таким образом потери связаны не только с рассеянием излучения под малыми углами к поверхности гофра (обусловленные таким рассеянием потери малы при  $q_G \ll 1$ ), но также и искажением отраженного волнового пучка вследствие зависимости коэффициента отражения от угла падения. Например, если падающий пучок имеет плоский волновой фронт, то при  $a < a_{кр}$  отраженный пучок будет расходящимся, а при  $a > a_{кр}$  – сходящимся.

На рис. 4, б приведены кривые, иллюстрирующие зависимость  $1-|\Gamma_G|$  от  $a$

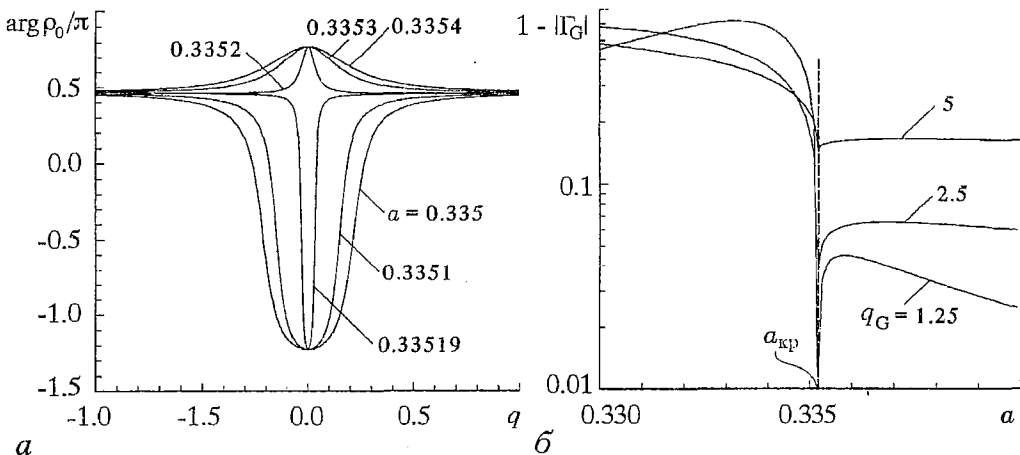


Рис. 4. Дифракция на гофре синусоидального профиля при относительной глубине гофра  $a$  вблизи критического значения  $a_{кр}$ : а – зависимость фазы коэффициента  $\rho_0$  ( $\arg(\rho_0)/\pi$ ) от параметра  $q$ , характеризующего угол падения плоской волны на гофр (значения относительной глубины гофра указаны вблизи соответствующих кривых); б – зависимость потерь на преобразование  $(1-|\Gamma_G|)$  при рассеянии гауссова пучка на гофре от относительной глубины  $a$  для различных  $q_G$ . Все зависимости построены при  $\xi=2.5$ ,  $\alpha=10^{-4}$

для различных параметров  $q_0$ , характеризующих ширину пучка. Как видно из рис. 4, б, в малой окрестности  $a_{кр}$  происходит существенное (до двух порядков для рассмотренных значений параметров) изменение потерь на отражение. При этом зависимость  $1-|\Gamma_G|$  от  $a$  имеет сходный вид с зависимостью величины  $1-|\Gamma|$ , определяющей потери в КР с гофрированным зеркалом, от безразмерной глубины гофра (см. рис. 3, а).

Необходимо подчеркнуть, что рассмотренное явление имеет «коллективный» характер: оно проявляется только при анализе рассеяния совокупности плоских волн (волнового пучка, имеющего конечную ширину спектра пространственных частот). Амплитуда коэффициента отражения «индивидуальной» плоской волны не обладает при  $a=a_{кр}$  какими-либо особенностями; существенны лишь зависимости фазы при малых  $q$ . Вместе с тем, учет данного эффекта важен на практике: как видно из результатов, приведенных на рис. 3, а, при  $a \geq a_{кр}$  потери КР с гофрированным зеркалом заметно уменьшаются. Очевидно, что при качественном анализе свойств КР с периодическими структурами существование данной аномалии требует учитывать не только амплитуды дифракционных гармоник, но и фазовые зависимости в определенном диапазоне углов падения.

Аналогично известным «индивидуальным» аномалиям (например, общеизвестным аномалиям Вуда [14]), возникающим при отражении плоских волн от гофрированной поверхности, данная особенность соответствует существованию собственной волны при  $a=a_{кр}$ , для которой  $q=0$ . Необходимо отметить, что в то время как «обычные» (медленные) волны, распространяющиеся над периодической поверхностью, существуют только при  $d/\lambda < 1/2$ , данная собственная волна появляется при  $d/\lambda \approx 1$ . Экспоненциальное затухание (при удалении от гофра) поля такой волны обусловлено обращением в нуль коэффициента, соответствующего распространяющейся гармонике в разложении по плоским волнам. При  $a \ll 1$  приближенное решение уравнений, определяющих поле собственной волны, может быть получено в явном виде, и для  $a_{кр}$  имеет место следующее приближенное соотношение:

$$a_{кр} \approx 2(3\xi\alpha)^{1/4}. \quad (16)$$

Заметим, что, как видно из (16), при уменьшении  $\xi\alpha$ , то есть при уменьшении отношения периода структуры к длине волны, критическая глубина гофра увеличивается. Это обстоятельство осложняет как теоретический анализ структуры, так и ее изготовление.

Эффекты, о которых шла речь выше, обуславливают радиационные потери КР с периодическими структурами. При использовании КР данного типа в качестве оптической системы оротрона представляют интерес параметры собственных колебаний, характеризующие взаимодействие поля с электронным пучком. Ниже будут рассмотрены явления, обусловленные резонансными явлениями, возникающими при отражении плоской волны от решетки при  $p \sim 1$ . При этом мы будем пренебрегать влиянием краев гладкого зеркала, однако, в отличие от предыдущего раздела, в импедансном приближении будет учтена конечная проводимость решетки.

В линейной теории оротрона при описании возбуждения колебаний в КР используется коэффициент трансформации, то есть отношение амплитуды медленной гармоники к амплитуде основной волны [1]. В оротроне эффективное взаимодействие электронного потока происходит с синхронной волной, фазовая скорость которой близка к скорости электронов. Используя обозначения, введенные в настоящей работе (см. (5) и примечания к формуле (7)), выражение для поля данной волны можно записать в виде

$$E_{x,1} = i[(1-p^2)^{1/2}/p]\rho_1 \exp[2i\pi t - (1-p^2)^{1/2}\eta]. \quad (17)$$



Можно показать, что эффективность возбуждения резонаторного колебания при взаимодействии с электронным пучком определяется коэффициентом трансформации  $\kappa$

$$\kappa_1 = [(1-p^2)^{1/2}/p]|\rho_1|. \quad (18)$$

Коэффициент трансформации связывает амплитуду синхронной пространственной гармоники с полем стоячей волны в резонаторе и, по существу, определяет пусковой ток оротрона.

На рис. 5, а представлены зависимости коэффициента  $\kappa_1$  от относительной глубины гофра  $a$ . Рассматривали периодическую структуру прямоугольного профиля, на поверхности которой выполняются граничные условия Леонтовича. Зависимости построены для различных значений параметра  $\mu$ , определяющего «скважность» структуры – отношение ширины канавки к периоду гофра.

Напомним, что при  $d \ll \lambda$  оптимальная глубина гофра близка к четверти длины волны, при «скважности» 0.5 ( $a = \pi/4$  при  $\mu = 0.5$ ). В том же случае, когда период близок к длине волны, зависимость коэффициента трансформации от глубины принимает ярко выраженный резонансный характер. Пренебрегая омическими потерями при отражении и приближенно решая задачу дифракции плоской волны на решетке (см. также [18]), можно получить, что вблизи «резонанса» зависимость коэффициента трансформации от глубины структуры имеет вид

$$\kappa_1 = 2/\{1 + [(a_m - a)/(\delta a_m)]^2\}^{1/2}, \quad (19)$$

причем положение резонансного максимума  $a_m$  и его ширина  $\delta a_m$  даются соотношениями

$$a_m = 1/2 \arctg [(1-p)^{1/2}/(\mu 2^{1/2})], \quad \delta a_m = \mu/2. \quad (20)$$

Отметим, что конечные амплитуда и ширина резонансных кривых обусловлена связью канавок дифракционной решетки со свободным пространством. Как видно из рис. 5, а (результаты расчетов с учетом конечной проводимости), омические потери приводят к уменьшению резонансного значения  $\kappa_1$  и к увеличению его ширины.

На рис. 5, б представлены зависимости коэффициента  $\kappa_1$  от относительной глубины  $a$  для структуры синусоидального профиля. Кривые рассчитаны для

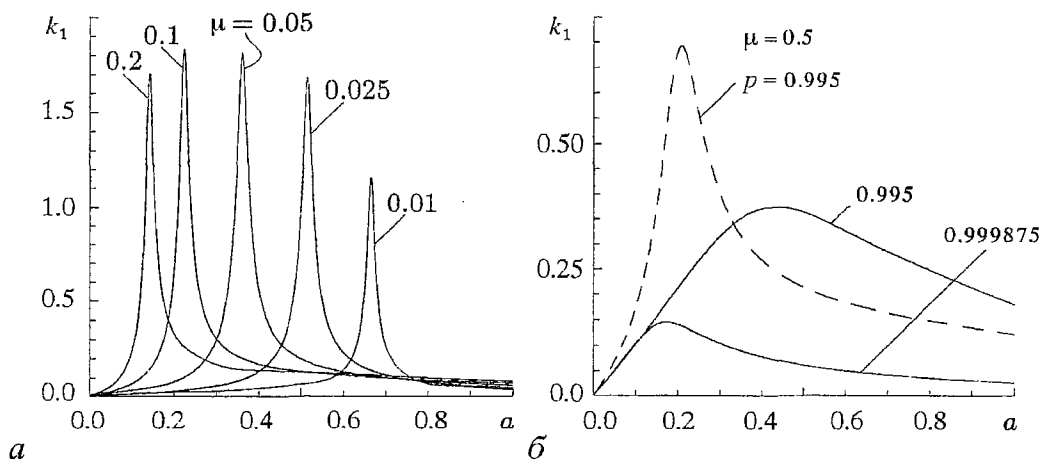


Рис. 5. Зависимости коэффициента  $\kappa_1$  от относительной глубины гофра  $a$  при различных значениях «скважности»  $\mu$  для прямоугольного профиля (а) и при различных  $p$  для синусоидального профиля (б). Штриховой линией показана зависимость, полученная для решетки с прямоугольным профилем, «близким» к синусоидальному ( $\mu = 0.5$ )

различных значений параметра  $p$ . Для сравнения штриховой линией показана зависимость, полученная для решетки с прямоугольным профилем, «близким» к синусоидальному ( $\mu=0.5$ ). Отметим, что для гофра синусоидального профиля резонансные явления выражены слабее. Данные результаты позволяют качественно оценить влияние профиля гофра на характер зависимостей. По-видимому, структуры с более плавным профилем обладают менее выраженными резонансными свойствами; вместе с тем, коэффициент трансформации для таких решеток может быть существенно меньшим.

Можно показать, что пусковой ток  $I$  оротрона определяется из выражения [1,5,6]

$$\{(III_A)[2\pi^2 b^2 / (\gamma^3 \lambda h)](1-p^2)/p^2\} |\rho_1|^2 \exp[-2(1-p^2)^{1/2} \eta_0] d/d\Phi [\sin(\Phi/2)/(\Phi/2)]^2 = \ln|\rho_0|, \quad (21)$$

где

$$\Phi = (4\pi b/d)(1 - p/\beta),$$

$b$  и  $h$  – характерные размеры пучка в продольном и поперечном направлениях, соответственно;  $I_A = m\nu c^3/e \approx 17$  кА. Из выражения (21) следует, что «дифракционные» показатели оротрона можно охарактеризовать «пусковым форм-фактором»  $F$

$$F = [(1-p^2)/p^2] |\rho_1|^2 / \ln|\rho_0|. \quad (22)$$

Величина  $F$  является показателем «дифракционного качества» оротрона: чем  $F$  больше, тем меньше пусковой ток.

Зависимость  $F$  от относительной глубины гофра прямоугольного профиля показана на рис. 6, а. Приведенные на этом рисунке результаты позволяют приблизительно оценить оптимальные параметры периодической структуры релятивистского оротрона. Действительно, оптимальная глубина гофра прямоугольного профиля близка к  $\lambda/4\pi$  при отношении ширины канавки к периоду около  $1/2$ . Необходимо подчеркнуть, что параметры гофра, обеспечивающие максимальное значение пускового форм-фактора, не совпадают с параметрами, соответствующими максимальному коэффициенту трансформации. Данное обстоятельство обусловлено сильной зависимостью от глубины гофрировки омических потерь при отражении от решетки.

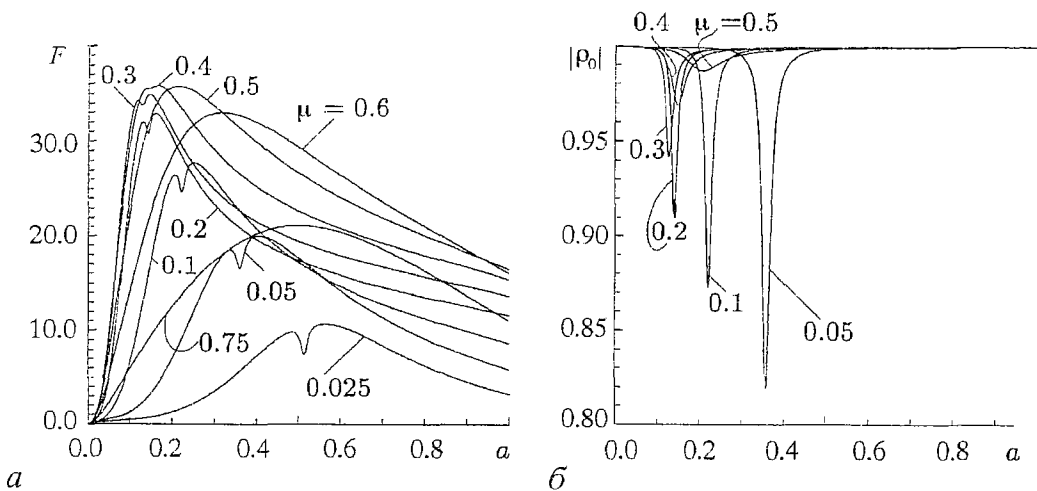


Рис. 6. Зависимость «пускового форм-фактора»  $F$  от относительной глубины прямоугольного гофра (а) для различных значений «скважности»  $\mu$ . Резонансное поглощение при отражении от гофра с конечной проводимостью (б): зависимость  $|\rho_0|$  от  $a$  при различных  $\mu$

Отметим, что, как следует из соотношения (22), величина пускового форм-фактора зависит не только от коэффициента преобразования, но и от значения  $\rho_0$  – коэффициента отражения плоской волны, падающей нормально на гофр. При  $p < 1$  значение  $|\rho_0|$  определяется лишь омическими потерями при отражении. Как показали расчеты, при  $p < 1$  зависимость  $|\rho_0|$  от  $a$  имеет выраженный резонансный характер (см. рис. 6, б). Для гофра с достаточно узкими щелями потери на отражение могут на несколько порядков превышать потери при отражении плоской волны от гладкой поверхности.

### Заключение

В настоящей работе приведена методика и результаты расчета собственных колебаний в резонаторе с гофрированным зеркалом. Исследован случай, когда период гофра близок к длине волны. Показано, что при приближении периода гофрированного зеркала к длине волны потери собственных колебаний резко возрастают, причем величина потерь зависит от размера зеркала и глубины гофра. Обнаружен эффект резонансного отражения волновых пучков от периодической структуры: потери на отражение волнового пучка существенно (на несколько порядков) изменяются при малых вариациях глубины гофра вблизи определенного значения. Приведена зависимость резонансной глубины, вычисленная для гофра синусоидального профиля, от отношения периода структуры к длине волны. Показано, что данный эффект может приводить к заметному уменьшению дифракционных потерь в КР с гофрированным зеркалом, обуславливая, в частности, своеобразный механизм селекции собственных колебаний.

Необходимо подчеркнуть, что резонансные явления, возникающие при отражении от периодических структур при  $d/\lambda \lesssim 1$ , изменяют оптимальные значения параметров решетки и приводят к дополнительному возрастанию пускового тока в релятивистском оротроне. Расчеты показали, что для типичных значений релятивистского фактора такое увеличение может достигать 20-кратного размера. По видимому, данное обстоятельство приводит к тому, что при переходе к релятивистским электронным пучкам практическое значение могут иметь только многосекционные приборы [6].

*Работа частично поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (грант 99-02-16012) и грантом Президента РФ (96-15-96956).*

### Библиографический список

1. Русин Ф.С., Богомолов Г.Д. // Электроника больших мощностей. Сб. 5. М.: Наука, 1968. С. 38.
2. Шестопалов В.П. Спектральная теория и возбуждение открытых структур. Киев: Наукова думка, 1987.
3. Косарев Е.Л. // Письма в ЖЭТФ. 1966. Т. 3, № 7. С. 295.
4. Натаров М.П., Попкова Т.Л., Родионова В.Н. и др. // РЭ. 1993. Т. 38, № 9. С. 1577.
5. Русин Ф.С. // Электроника больших мощностей. Сб. 5. М.: Наука, 1968. С. 9.
6. Bogomolov G.D. // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research. 1998. Vol. A405, № 2-3. P. 248.
7. Вайнштейн Л.А. Открытые резонаторы и открытые волноводы. М.: Сов. радио, 1966.
8. Булдырев В.С., Фрадкин Э.Е. // Оптика и спектроскопия. 1964. Т. 17, № 4. С. 583.
9. Клеев А.И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1990. Т. 33, № 2. С. 231.
10. Kuyrkchan A.G., Kleev A.I., Sukov A.I. // ACES Journal. 1994. Vol. 9, № 3. С. 101.
11. Клеев А.И., Богомолов Г.Д. // РЭ. 1999. Т. 44.

12. *Christiansen S., Kleinman E.* // IEEE Trans. on AP. 1996. Vol. 44, № 10. P. 1309.
13. *Флетчер К.* Численные методы на основе метода Галеркина. М.: Мир, 1988.
14. *Petit R.* // Electromagnetic Theory of Gratings. Berlin–Heidelberg–New York: Springer–Verlag, 1980.
15. *Клеев А.И., Маненков А.Б.* // РЭ. 1994. Т. 39, № 4. С. 559.
16. *Богомолов Г.Д., Клеев А.И.* // РЭ. 1999. Т. 44, № 3.
17. *Kojima T.* // Journal of the Optical Society of America. 1990. Vol. 7, № 9. P. 1740.
18. *Дерюгин Л.Н., Фридман Г.Х.* // ДАН СССР. 1956. Т. 111, № 6. С. 1209.

*Институт физических проблем  
им. П.Л.Капицы РАН*

*Поступила в редакцию  
после переработки*

*25.05.99  
13.07.99*

## ON THE THEORY OF THE QUASI-OPTICAL RESONATORS WITH PERIODICAL STRUCTURES

*G.D. Bogomolov, A.I. Kleev*

In the present paper we discuss the results of a numerical investigation of the quasi-optical resonator with a periodical structure (a grating) used at the relativistic orotron. To obtain its operation in the sub-millimeter wavelength range (the wavelengths from 20–30 microns to 1 nm) it is possible to use an electron beam with several MeV energy. A periodic structure with the period close to the wavelength must be used for the relativistic electron beams. A method for numerical analysis of the quasi-optical resonator with a corrugated mirror are presented. The method under consideration is applied to the case when the period of the structure is close to the wavelength. It has been found that there were some resonance effects which took place when the period of the corrugation was close to the wavelength. For instance, it has been shown that for a specific value of the corrugation depth, the Gaussian beam was reflected from the structure without distortion. The calculations demonstrate that when the depth is close to this specific value, the quasi-optical resonator losses are being changed drastically. The optimal grating parameters which provide maximum field-beam interaction and minimal losses have been obtained.



*Богомолов Генрих Дмитриевич – родился в Москве (1940), закончил Московский физико-технический институт (1963) и с тех пор работает в ИФП РАН старшим научным сотрудником, зам. директора института. Защитил кандидатскую диссертацию по разработке и исследованию оротрона (1968). Область научных интересов – экспериментальные вопросы релятивистской электроники, связанные с генерацией коротковолнового излучения.*



*Клеев Андрей Игоревич – родился в Москве (1958), закончил факультет общей и прикладной физики Московского физико-технического института (1981). С 1981 года по настоящее время работает в Институте физических проблем им. П.Л.Капицы, старшим научным сотрудником. Защитил кандидатскую диссертацию в Институте физических проблем (1986), докторскую в Саратовском государственном университете (1995). Область научных интересов – теория дифракции. E-mail:kleev@kapitza.ras.ru*