



## МОДЕЛИРОВАНИЕ АВТОЭЛЕКТРОННОЙ ЭМИССИИ С ФРАКТАЛЬНОЙ ПОВЕРХНОСТИ\*

*О.Б. Исаева, М.В. Елисеев, А.Г. Рожнёв, Н.М. Рыскин*

Исследуются характеристики автоэлектронной эмиссии с поверхности двумерного фрактального объекта, границей которого является множество Жюлиа. Обнаружено, что эмиссия концентрируется главным образом на мелкомасштабных самоподобных неоднородностях, где происходит многократное усиление поля. Выясняется связь эмиссионных свойств с фрактальной размерностью поверхности. Представленные результаты помогают объяснить необычные эмиссионные свойства ряда материалов, характеризующихся развитой структурой поверхности.

### Введение

Для вакуумной микроэлектроники большое значение имеют материалы, обладающие значительной автоэмиссионной способностью в относительно слабых полях [1]. В последние годы появился ряд новых перспективных материалов, в частности, таких, как алмазоподобные пленки [2], углеродные нанотрубки (тубелены) [3], пористый кремний [4] и т. д. Они демонстрируют эмиссию в рекордно низких электрических полях (порядка 10 В/мкм). Природа этого явления до сих пор остается невыясненной. Обычно ее связывают с необычайно низкой работой выхода для этих материалов [3,5]. Однако, на наш взгляд, можно предложить другое объяснение этого эффекта. Исследование структуры поверхности подобных материалов с помощью сканирующего туннельного микроскопа показывает, что она характеризуется множеством самоподобных микронеоднородностей, то есть является фрактальной. Вообще поверхности многих природных и искусственно созданных материалов характеризуются дробной фрактальной размерностью, по крайней мере, в определенном диапазоне масштабов [6]. Многократное усиление поля на микронеоднородностях может дать объяснение столь низким напряжениям, необходимым для эмиссии, и ее неоднородному характеру [7].

Как известно [1], величину плотности тока эмиссии с поверхности катода можно рассчитать по формуле Фаулера – Нордгейма

$$J = AE^2 \exp(-B\phi^{3/2}/E)/\phi, \quad (1)$$

\* Статья написана по материалам доклада на XI Международной школе по электронике СВЧ и радиофизике. Саратов, 2–6 марта 1999 года.

где  $\phi$  – работа выхода;  $A$  и  $B$  – величины, слабо зависящие от геометрии системы и работы выхода;  $E$  – напряженность поля. Пусть, например, рассматриваемая область представляет собой плоский диод, на катоде которого размещено эмитирующее острие. Тогда напряженность поля на вершине острия можно связать с анодным напряжением  $V$  с помощью коэффициента усиления  $\beta$

$$E = \beta V/d,$$

где  $d$  – расстояние между катодом и анодом.

Полный ток эмиссии  $I$  зависит также от эффективной площади эмиссии  $S$

$$I = SJ(E).$$

Если рассчитать напряженность поля на поверхности, то, зная работу выхода, можно определить полный ток и эффективную площадь эмиссии. С другой стороны, значения  $S$  и  $\beta$  можно определить и по экспериментальным данным. Действительно, вольт–амперная характеристика в координатах Фаулера – Нордгейма (то есть зависимость  $\ln(I/V^2)$  от  $1/V$ ) представляет собой прямую линию, что позволяет вычислить два из трех параметров  $S$ ,  $\beta$  и  $\phi$  [8]. Однако первые же попытки сопоставить экспериментальные данные с расчетными закончились неудачей: измеренный коэффициент усиления оказался гораздо больше, а эффективная площадь эмиссии гораздо меньше предсказанных теоретически [8]. В некоторых случаях  $S$  оказалась порядка нескольких квадратных ангстрем, что соответствует площадке, на которой может уместиться всего несколько атомов. Таким образом, можно предположить, что эмиссия в этом случае может быть обусловлена наличием микронеоднородностей на поверхности катода.

Качественно эффект усиления поля на микронеоднородностях можно объяснить следующим образом. Для гладкого эмиттера, имеющего высоту  $h$  и радиус кривизны  $r$ , известна простая оценка коэффициента усиления  $\beta=1+h/r$  для острейного эмиттера и  $\beta\approx(1+h/r)^{1/2}$  для лезвийного [1]. Тогда, в присутствии малой неоднородности, размеры которой много меньше размеров основного острия, можно получить выражения для  $\beta$  в виде произведений  $\beta\approx(1+h/r)(1+h_i/r_i)$  или  $\beta\approx[(1+h/r)(1+h_i/r_i)]^{1/2}$ , соответственно, где  $h_i$  и  $r_i$  – параметры неоднородности. При наличии самоподобных микронеоднородностей меньшего масштаба коэффициент усиления можно представить в виде произведения соответствующего числа сомножителей и, следовательно, он будет многократно возрастать.

Эти соображения подтверждаются рядом теоретических и экспериментальных исследований. В частности, в работе [9] рассчитывалась эмиссия в случае, когда на поверхности эмиттера имеется микронеоднородность, размеры которой на порядок меньше размеров эмиттера. Было показано, что наличие неоднородности приводит к резкому возрастанию поля на ней и, следовательно, возрастанию эмиссионного тока. Эмиссия в основном происходит с острия микронеоднородности и определяется ее свойствами. Аналогичные результаты были получены в статье [10], где рассматривался катод с неоднородностями трех последовательно уменьшающихся масштабов. В работе [11], где приведены результаты экспериментального изучения матричных углеродных катодов, в ряде случаев были получены значения  $\beta=261$ ,  $S=4.4 \text{ \AA}^2$ . Поэтому представляется вероятным, что эмитируют отдельные микронеоднородности, малый размер которых обеспечивает высокий коэффициент усиления и малую эффективную площадь эмиссии.

В настоящей работе исследуются характеристики автоэлектронной эмиссии в предположении, что эмитирующая поверхность является фрактальной. Однако непосредственное вычисление напряженности электрического поля на фрактальной (и вообще достаточно сложной) поверхности при помощи

существующих компьютеров и численных методов не представляется возможным. Поэтому решается модельная задача об автоэлектронной эмиссии с поверхности двумерного фрактального объекта, границей которого является множество Жюлиа.

## 1. Множество Жюлиа как модель фрактальной поверхности

Множество Жюлиа возникает при исследовании квадратичного итерационного отображения вида

$$z_{n+1} = f_c(z_n) \equiv z_n^2 + c, \quad (2)$$

где  $z$  – комплексная переменная,  $c$  – комплексный параметр [12,13]. Рассмотрим сначала простейший пример, когда  $c=0$ . Нетрудно видеть, что если взять начальную точку внутри единичного круга, то в процессе итерирования  $z \rightarrow 0$ . Точка, взятая вне единичного круга, убежит в бесконечность. Таким образом, существуют два аттрактора – нуль и бесконечность, а плоскость комплексных чисел разбивается на два подмножества – бассейна притяжения (так называемые множества «беглецов» и «заключенных»). Граница между этими двумя множествами является единичной окружностью и называется множеством Жюлиа для данного итерационного процесса. В этом простейшем примере граница между бассейнами притяжения является регулярной кривой – окружностью единичного радиуса. Однако при  $c \neq 0$  отображение (2) может порождать фрактальную границу [12,13]. Существуют два основных типа множеств Жюлиа: некоторые из них являются связными, а другие представляют собой облака из точек (канторовы множества). Множество значений параметра  $c$ , для которых множество Жюлиа связно, называется множеством Мандельброта [12,13].

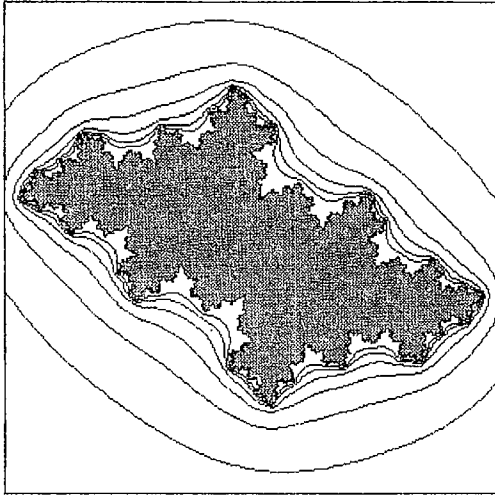
Считаем, что множество Жюлиа, порождаемое итерационным процессом  $f_c$ , является границей заряженного проводника. Полагаем, что в продольном направлении объект является однородным – это позволяет ограничиться решением двумерной задачи. Как показано, например, в [12], для потенциала электростатического поля  $U_c$ , создаваемого этим проводником, справедлива следующая формула:

$$U_c(z) = \ln|z| + \sum_{n=1}^{\infty} (1/2^n) \ln|1 + c/(f_c^{n-1}(z))^2|, \quad (3)$$

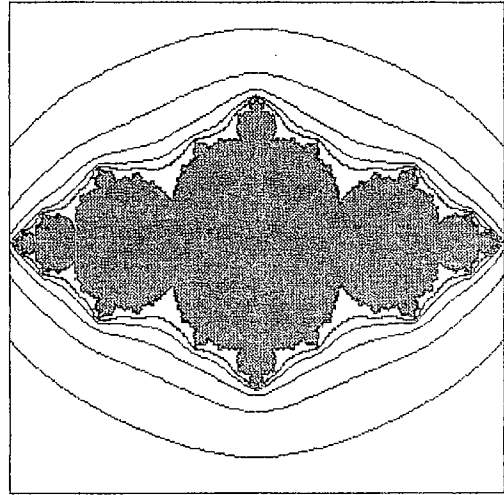
где  $f_c^{n-1}(z)$  – точка, в которую переходит точка  $z$  в результате  $n-1$ -кратного применения к ней отображения (2). Этот ряд быстро сходится, так что для численного расчета достаточно рассмотреть небольшое число его членов. В случае  $c=0$ , что соответствует бесконечному проводнику круглого сечения, очевидно, получаем

$$U_0(z) = \log|z|,$$

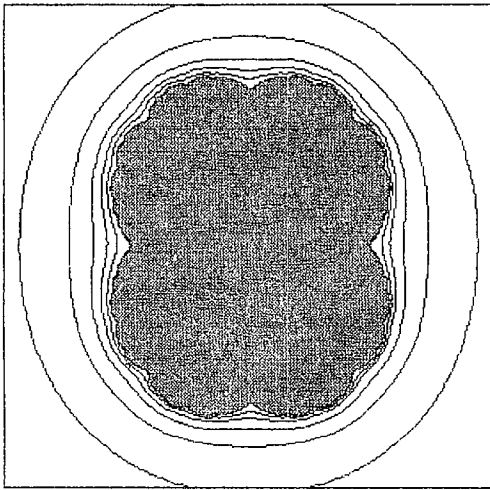
причем эквипотенциали являются концентрическими окружностями. Вывод формулы (3) основан на теореме Римана о конформных отображениях, согласно которой можно отобразить связное множество Жюлиа для процесса  $f_c$  на единичный круг. Отметим также, что в результате однократного итерирования отображения (2) потенциал точки возрастает в два раза:  $U_c(z_{n+1}) = 2 U_c(z_n)$ . На рис. 1 представлены множества Жюлиа и эквипотенциальные линии для различных значений параметра  $c$ . При переходе от одной эквипотенциали к другой потенциал увеличивается в два раза. Для построения множества Жюлиа использовался метод обратного итерирования [12], который является наиболее простым, быстрым и дает вполне удовлетворительные результаты для значений параметра  $c$  внутри главной кардиоиды множества Мандельброта.



*a*



*б*



*в*

Рис. 1. Множества Жюлиа с параметрами  $c = -0.5 + 0.5i$  (*a*);  $-0.7$  (*б*);  $0.2$  (*в*) и система их эквипотенциалей

## 2. Методика численного моделирования автоэлектронной эмиссии с фрактальной поверхностью

Зная распределение потенциала, создаваемого проводником, границей которого является множество Жюлиа, можно вычислить напряженность электростатического поля вдоль эмитирующей поверхности и, пользуясь законом Фаулера – Нордгейма (1), найти плотность тока и полный ток эмиссии. Поскольку невозможно вычислить напряженность поля непосредственно на фрактальной границе, считалось, что эмитирующая поверхность совпадает с эквипотенциальной линией, расположенной достаточно близко к фрактальному объекту. Одновременно такой выбор позволяет учесть тот факт, что реальная поверхность является фрактальной лишь в определенных пространственных масштабах [6]. В качестве поверхности внешнего проводника рассматривалась эквипотенциаль, достаточно удаленная от фрактала, по форме близкая к окружности. В продольном направлении структура предполагалась однородной. Таким образом, расчетная область представляла собой цилиндрический диод с шероховатой поверхностью внутреннего проводника. По мере приближения эквипотенциали к фракталу (то есть по мере уменьшения потенциала), можно добиться описания этой моделью все меньшего размера шероховатостей поверхности.

Эквипотенциальная кривая с заданным значением потенциала  $U_c=U_0$  численно восстанавливалась с помощью кусочно-линейной аппроксимации. Рассматриваемая область на плоскости разбивалась прямоугольной сеткой с необходимым разрешением, в узлах которой вычислялся потенциал по аналитической формуле (3). Затем для каждой ячейки сетки проверялось условие прохождения эквипотенциали через ее границы. Если это условие выполнялось, внутри ячейки эквипотенциаль аппроксимировалась отрезком прямой. Далее путем численного дифференцирования потенциала и последующей линейной экстраполяции определялось распределение напряженности поля вдоль эмитирующей поверхности.

Поскольку распределение поля имеет ярко выраженную неоднородную структуру, для обеспечения удовлетворительной точности расчетов необходимо достаточно высокое разрешение. В противном случае наиболее резкие изгибы эквипотенциали обрезаются, вследствие чего пропадают высокие пики, описывающие сильные неоднородности поля. Поэтому при вычислениях шаг сетки выбирался достаточно малым, так что его уменьшение переставало влиять на результаты.

После того, как найдено распределение поля, по формуле Фаулера – Нордгейма (1) с параметрами  $A=1.54 \cdot 10^{-6}$ ,  $B=6.83 \cdot 10^6$  [1] и работой выхода  $\phi=4.5$  эВ находилось распределение плотности тока эмиссии, численным интегрированием которого определялся полный ток. При этом по-прежнему важно, чтобы шаг интегрирования был достаточно малым, так как из-за экспоненциального характера зависимости  $J(E)$  и ее сильной изрезанности большой шаг интегрирования приводит к огромной погрешности.

На рис. 2 изображено распределение поля в относительных единицах вдоль

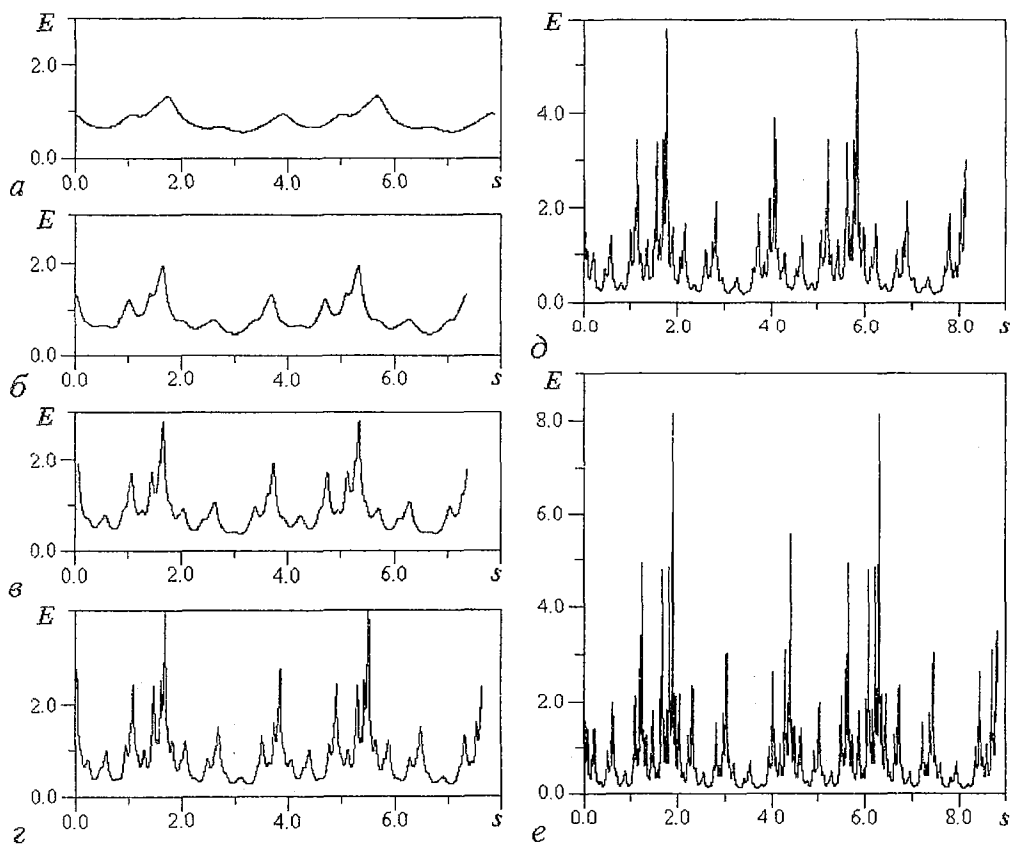


Рис. 2. Распределение поля вдоль различных эквипотенциалей для множества Жюльи с параметром  $s=-0.5+0.5i$  по мере приближения к фрактальной поверхности. Значения потенциала в относительных единицах составляют  $U_0=0.2$  (а), 0.1 (б), 0.05 (в), 0.025 (г), 0.0125 (д), 0.00625 (е)

различных эквипотенциалей ( $s$  – координата вдоль эквипотенциали). Видно, что по мере приближения к фрактальной границе (то есть когда эмитирующая поверхность становится все более шероховатой) появляются высокие пики, намного превышающие среднее значение поля, описывающие усиление поля на мелко-масштабных неоднородностях. Соответственно, на этих участках происходит резкое увеличение плотности автоэмиссионного тока. Наличие на рис. 2 двух повторяющихся участков связано с симметрией множества Жюлиа (см. рис. 1).

### 3. Расчет вольт–амперных характеристик

Особый интерес представляют вольт–амперные характеристики (ВАХ) автоэлектронной эмиссии с фрактальной поверхности. Результаты расчетов для множества Жюлиа с параметром  $c = -0.5 + 0.5i$  представлены на рис. 3. Из формул раздела 1 легко видеть, что если эффективная площадь эмиссии  $S$  постоянна, ВАХ в координатах Фаулера – Нордгейма должны представлять собой прямые линии, угол наклона которых определяется коэффициентом усиления. В данном случае наклон зависит от приложенного напряжения, что свидетельствует о зависимости эффективной площади  $S$  от приложенного поля. Вследствие этого ВАХ слегка изогнуты в области сильных полей. В слабых полях эмитирует не вся поверхность, а лишь отдельные наиболее ярко выраженные микронеоднородности. При увеличении напряжения начинают эмитировать все более и более мелкие неоднородности. Эффективная площадь эмиссии, а следовательно, и наклон ВАХ, незначительно возрастает. При достаточно больших напряжениях, когда эмитирует вся поверхность, наклон перестает меняться, а значение эффективной площади эмиссии насыщается (см. также раздел 4).

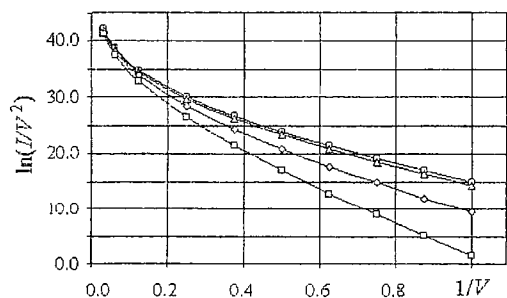


Рис. 3. Вольт–амперные характеристики в координатах Фаулера – Нордгейма для различных эквипотенциалей:  $U_0 = 0.2$  ( $\square$ );  $0.1$  ( $\diamond$ );  $0.05$  ( $\triangle$ );  $0.025$  ( $\circ$ )

Сказанное иллюстрирует рис. 4, на котором показаны распределения плотности тока эмиссии при различных напряжениях. Из приведенных на этом рисунке результатов следует, что с увеличением напряжения начинают эмитировать все более мелкомасштабные неоднородности. Хорошо наблюдается появление новых пиков, их рост, насыщение их высоты по отношению к высоте максимального пика и, наконец, стабилизация всей картины. Следует отметить, что неоднородность эмиссии вдоль поверхности значительно снижается с ростом  $V$ .

### 4. Влияние фрактальной размерности на характеристики автоэлектронной эмиссии

Основной количественной характеристикой фрактального множества является фрактальная размерность [6,12,13]. С другой стороны, множества с одинаковой размерностью визуально могут выглядеть по-разному. Поэтому возникает вопрос, является ли фрактальная размерность как таковая объективной характеристикой процесса автоэлектронной эмиссии. С целью ответа были проведены расчеты фрактальной размерности и эмиссионных свойств для эквипотенциалей множеств Жюлиа с различными параметрами  $c$ , которые демонстрируют разнообразную геометрию и разную степень фрактальности (см. рис. 1).

Несмотря на то, что множество Жюлиа является одним из наиболее известных фрактальных объектов с ярко выраженной самоподобной структурой, о его

фрактальной размерности  $D$  известно сравнительно мало. Однако существует приближенная формула, полученная Д. Рюэлем (1982) (см. [12]; также см. [14]),

$$D = 1 + |c|^2 / (4 \ln 2) + O(|c|^3) \quad (4)$$

для размерности множества Жюлиа с параметром  $c$ . Формула (4) справедлива при  $|c| \ll 1$ .

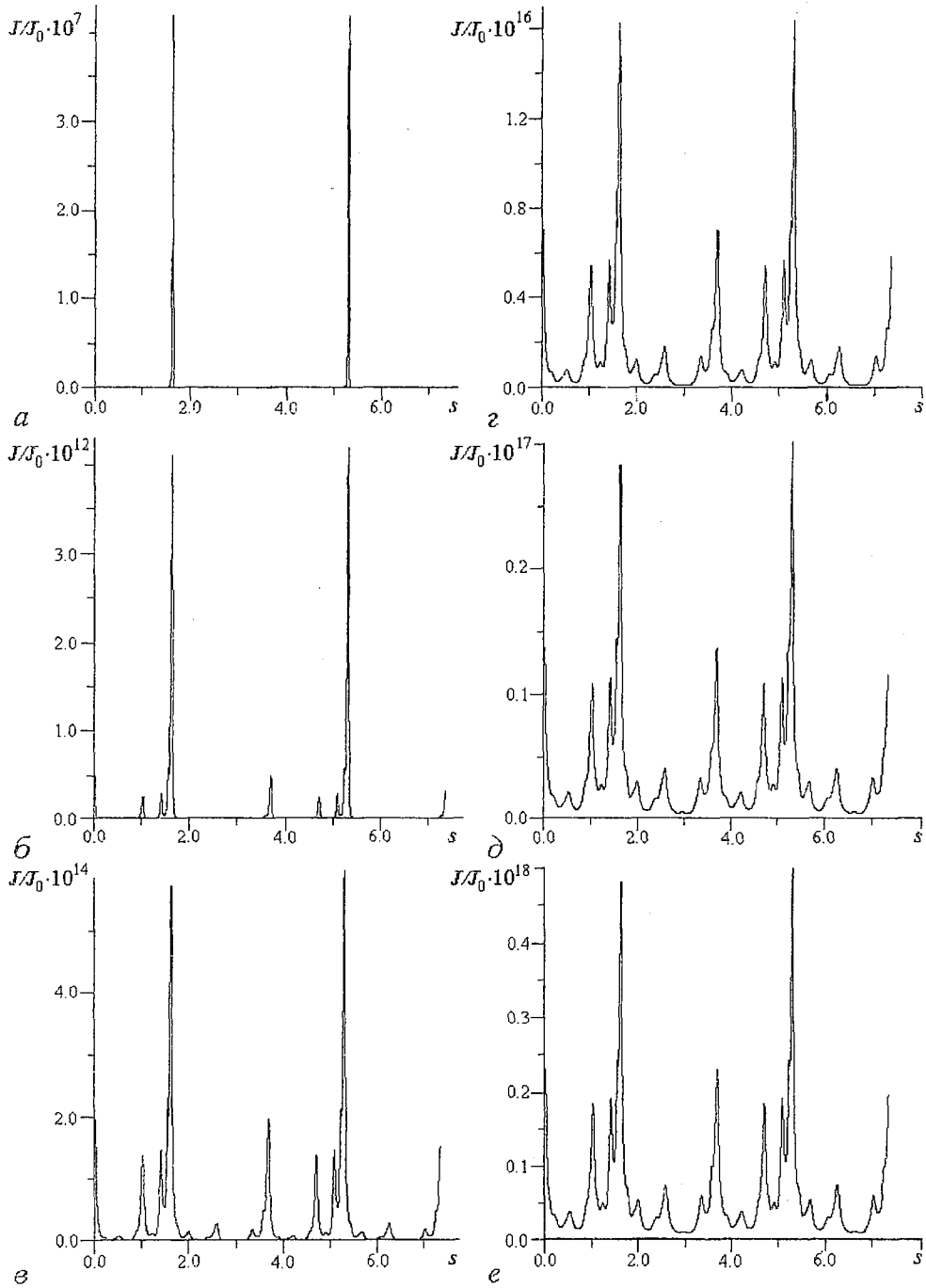


Рис. 4. Распределение плотности тока вдоль эквипотенциали с  $U_0=0.05$  при различных значениях напряжения в относительных единицах:  $V=1$  (а); 4 (б); 16 (в); 64 (г); 256 (д); 1024 (е)

Нами были проведены расчеты фрактальной размерности для различных множеств Жюлиа, которые сравнивались с результатами, полученными по теоретической формуле (4)\*. Использовался наиболее распространенный метод покрытия прямоугольниками (box-counting) [12,13]. Фрактальная размерность  $D$  определялась как наклон графика  $\ln N(\ln \epsilon)$ , где  $N$  – число прямоугольников, через которые проходит фрактальная кривая,  $\epsilon$  – характерный размер прямоугольника. Некоторые результаты расчетов для различных значений параметра  $c$  внутри основной кардиоиды множества Мандельброта приведены в табл. 1.

Таблица 1

$c$	$D$ , расч.	$D$ , ф. (4)	$c$	$D$ , расч.	$D$ , ф. (4)
-0.7	1.17	1.176	$\pm 0.3i$	1.04	1.032
-0.6	1.1	1.13	$\pm 0.4i$	1.065	1.057
-0.5	1.08	1.09	$\pm 0.5i$	1.11	1.09
-0.4	1.05	1.058	$\pm 0.6i$	1.13	1.13
-0.3	1.03	1.032	$0.1 \pm 0.1i$	1.01	1.007
-0.2	1.01	1.014	$0.2 \pm 0.1i$	1.028	1.018
-0.1	1.002	1.004	$0.3 \pm 0.1i$	1.099	1.036
0.0	1.0	1.0	$-0.1 \pm 0.1i$	1.006	1.007
0.1	1.004	1.004	$-0.2 \pm 0.2i$	1.03	1.029
0.2	1.024	1.014	0.25	1.07	1.022
$\pm 0.1i$	1.001	1.004	$-0.6 \pm 0.1i$	1.139	1.133
$\pm 0.2i$	1.013	1.014	$-0.5 \pm 0.5i$	1.22	1.18

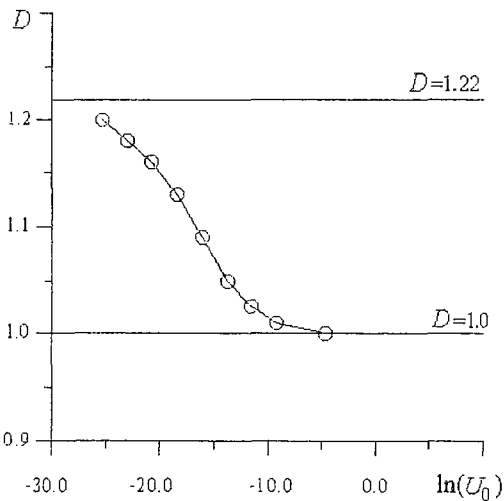


Рис. 5. Зависимость фрактальной размерности участков эквипотенциалей от их потенциала  $U_0$  при  $c = -0.5 + 0.5i$ . Фрактальная размерность оценивалась в одном и том же диапазоне масштабов для всех эквипотенциалей

Эквипотенциаль, проходящая сколь угодно близко к фрактальной границе, все равно является гладкой кривой. Поэтому ее размерность  $D \rightarrow 1$  при  $\epsilon \rightarrow 0$ . Однако в некотором диапазоне масштабов можно ожидать, что на графике будет присутствовать второй прямолинейный участок с наклоном, большим 1. В этой области масштабов эквипотенциаль является самоподобной (область скейлинга). Таким образом, выбирая различные значения потенциала, можно варьировать фрактальную размерность в области скейлинга от 1 до предельного значения размерности множества Жюлиа с данной величиной параметра  $c$ . На рис. 5 показана зависимость размерности эквипотенциалей в области скейлинга от  $U_0$ , то есть от степени их близости к фрактальному объекту ( $c = -0.5 + 0.5i$ ).

Чтобы выяснить, насколько фрактальная размерность поверхности

\* Строго говоря, формула (4) получена не для фрактальной, а для хаусдорфовой размерности. Однако, как показывают результаты расчетов, между этими величинами существует хорошее соответствие, по крайней мере в области малых  $\epsilon$ .



катода влияет на его эмиссионную способность, были проведены две серии численных экспериментов. Во-первых, рассчитывался полный ток эмиссии для трех поверхностей, обладающих одинаковым значением  $D$  в области скейлинга, но соответствующих разным множествам Жюлиа на рис. 1. Расчет показал, что полный ток последовательно возрастает при переходе к поверхности со все более развитой структурой (максимальное значение тока соответствует  $c=-0.7$ , а минимальное –  $c=+0.2$ ).

Во-вторых, рассчитывался наклон линий Фаулера – Нордгейма в зависимости от приложенного напряжения. На рис. 6 представлены зависимости наклонов, нормированных на максимум, для эквипотенциалей с фрактальной размерностью  $D \approx 1.08$ , соответствующих множествам Жюлиа с  $c=0.2$  и  $c=-0.5+0.5i$  (кривые 1 и 2), а также эквипотенциалей с  $D \approx 1.12$  для множеств с  $c=-0.5+0.5i$  и  $c=-0.7$  (кривые 3 и 4). Видно, что для эквипотенциалей различных множеств Жюлиа с близкими фрактальными размерностями эти зависимости практически совпадают. Если формально в соответствии с формулами раздела 1 ввести некоторый эффективный коэффициент усиления поля на поверхности в целом, то его величина оказывается зависящей от фрактальной размерности.

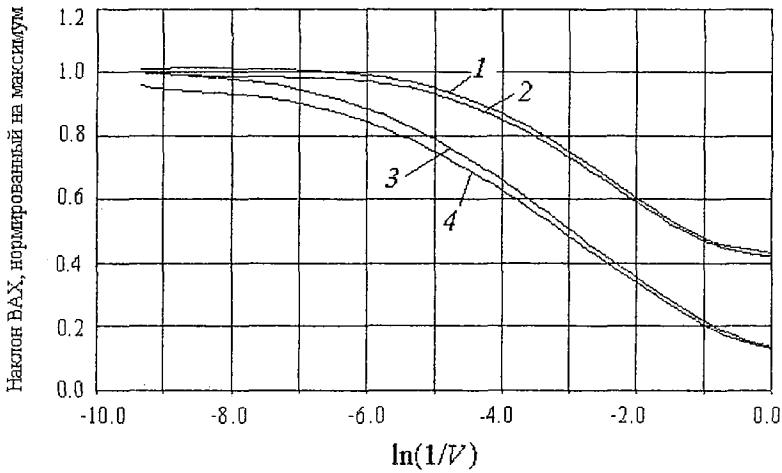


Рис. 6. Наклоны вольт-амперных характеристик эквипотенциальных линий с близкими фрактальными размерностями, соответствующих различным множествам Жюлиа:  $c=0.2, D \approx 1.08$  (1);  $c=-0.5+0.5i, D \approx 1.08$  (2);  $c=-0.5+0.5i, D \approx 1.12$  (3);  $c=-0.7, D \approx 1.12$  (4)

### Заключение

Представленные результаты компьютерного моделирования автоэлектронной эмиссии с поверхности двумерного фрактального объекта, границей которого является множество Жюлиа, показали, что такая структура поверхности приводит к многократному возрастанию поля вблизи фрактальных выступов, что является причиной возрастания тока эмиссии. С помощью полученных результатов можно объяснить известные несоответствия между численными расчетами и экспериментальными данными, которые обнаружили аномально большое значение коэффициента усиления [8–11]. Фрактальная размерность эмитирующей поверхности определяет эффективную величину коэффициента усиления поля на микро неоднородностях, в то время как полный ток эмиссии определяется, в основном, геометрией микро неоднородностей.

Авторы благодарны Д.И. Трубецкову и Ю.А. Данилову за обсуждение результатов.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 97-02-16546) и ФНЦП «Интеграция».

## Библиографический список

1. Трубецков Д.И., Рожнев А.Г., Соколов Д.В. Лекции по сверхвысокочастотной вакуумной микроэлектронике. Саратов: Изд-во ГосУНЦ «Колледж», 1996.
2. Geis M.W., Twichell J.C., Bozler C.O., et al. Diamond field-emission cathodes // VI Int. Vac. Microelectronics Conf. Tech. Digest. Newport, Rhode Island. 1993. P. 160.
3. Gulyaev Yu.V., Sinitsyn N.I., Torgashov G.V., et al. Work function estimate for electrons emitted from nanotube carbon cluster films // J. Vac. Sci. Technol. B. 1997. Vol. 15, № 2. P. 422.
4. Wilshaw R.P., Boswell E.C. Field emission from pyramidal cathodes covered in porous silicon // J. Vac. Sci. Technol. B. 1994. Vol. 12, № 2. P. 662.
5. Jung J.H., Ju B.K., Lee Y.H., Jang J., Oh M.H. Enhancement of electron emission efficiency and stability of molybdenum-tip field emitter array by diamond-like carbon coating // IEEE Electron Device Lett. 1997. Vol. 18, № 5. P. 197.
6. Федер Е. Фракталы. М.: Мир, 1991.
7. Habermann T., Göhl A., Müller G., et al. Uniform field-emission from polycrystalline CVD-diamond films // IX Int. Vac. Microelectronics Conf. Tech. Digest. St.-Petersburg, Russia, 1996. P. 258.
8. Spindt C.A., Brodie I., Humphrey L., Westerberg E.R. Physical properties of thin-film field emission cathodes with molybdenum cones // J. Appl. Phys. 1976. Vol. 47, № 12. P. 5248.
9. Ryskin N.M., Rozhnev A.G., Trubetskov D.I. Theoretical study of field emission from non-uniform emitters // Technical Digest of IVMC'97. Kyongju, Korea, 1997. P. 310.
10. Солнцев В.А. Нелинейные явления в вакуумных микроэлектронных структурах // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1998. Т. 6, № 1. С. 54.
11. Grigoriev Yu.A., Petrosyan A.I., Penzyakov V.V., et al. Experimental study of matrix carbon field-emission cathodes and computer aided desing of electron guns for microwave power devices, exploring these cathodes // J. Vac. Sci. Technol. B. 1997. Vol. 15, № 2. P. 503.
12. Пайтген Х.-О., Рихтер П.Х. Красота фракталов. Образы комплексных динамических систем. М.: Мир, 1993.
13. Peitgen H.-O., Jurgens H., Saup D. Chaos and fractals: new frontiers of science. Springer-Verlag, New-York, 1992.
14. Widom M., Bensimon D., Kadamoff L., Shenker S. Strange objects in the complex plane // J. Stat. Phys. 1983. Vol. 32. P. 443.

Саратовский государственный  
университет

Поступила в редакцию 17.09.99

## SIMULATION OF FIELD EMISSION FROM FRACTAL SURFACE

*M.V. Eliseev, O.B. Isayeva, A.G. Rozhnev, N.M. Ryskin*

Results of numerical simulation of electron field emission from the surface of 2-D fractal object bounded by Julia set are presented. The calculations show that emission occurs mainly from small sites of the surface close to self-similar small-scale irregularities, where the electrostatic field is amplified greatly. Submitted results confirm hypothesis, that unusual field-emission properties of some materials could be explained by taking into account the fractal structure of its surface. The influence of the fractal dimension on the emission has been cleared. It turned out that emission current depends mainly on the geometry of small-scale irregularities. Nevertheless, the fractal dimension defines the slope of current-voltage characteristics.



*Исаева Ольга Борисовна* родилась в Саратове (1977). Окончила Высший колледж прикладных наук СГУ (1999). Стажер-исследователь СО ИРЭ РАН. Область научных интересов – теория фракталов и динамика комплексных отображений. Автор 5 статей по этой тематике.



*Елишеев Максим Валерьевич* – родился в 1978 году. Студент 5 курса Высшего колледжа прикладных наук СГУ, выполняет дипломную работу на кафедре нелинейных процессов. Область научных интересов – вакуумная микроэлектроника СВЧ, численное моделирование физических полей.



*Рожнев Андрей Георгиевич* – родился в Саратове (1959). Окончил физический факультет СГУ (1981). Старший научный сотрудник НИИ механики и физики СГУ, доцент Высшего колледжа прикладных наук. Область научных интересов – электроника СВЧ, вакуумная микроэлектроника, вычислительная электродинамика. Автор 55 научных публикаций в отечественных и зарубежных журналах. Автор книги «Лекции по сверхвысокочастотной вакуумной микроэлектронике» (Саратов: Изд-во ГосУНЦ «Колледж», 1996; совместно с Д.И. Трубецковым и Д.В. Соколовым).



*Рыскин Никита Михайлович* – родился в Саратове (1966). Окончил физический факультет Саратовского университета (1991). Работал в НИИ механики и физики СГУ. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности «радиофизика» в СГУ (1996). Доцент Высшего колледжа прикладных наук СГУ (1997). Область научных интересов – нелинейные явления в распределенных системах, содержащих электронные потоки и электро-магнитные поля, вакуумная микроэлектроника. Автор и соавтор более 45 научных работ.