

**ВЛИЯНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЗАРЯДА
НА РЕЖИМЫ ГЕНЕРАЦИИ И УСИЛЕНИЯ ВОЛН
В СИСТЕМЕ ЭЛЕКТРОННЫЙ ПОТОК – ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ
ВБЛИЗИ ГРАНИЦЫ ПОЛОСЫ ПРОПУСКАНИЯ ЗАМЕДЛЯЮЩЕЙ
СИСТЕМЫ**

Н.О. Бессуднова

Исследуется влияние пространственного заряда на режимы генерации и усиления волн в системе электронный поток – электромагнитное поле вблизи границы полосы пропускания замедляющей системы. На плоскости параметров получены области с различным характером поведения системы. Показано, что вблизи высокочастотной границы пространственный заряд облегчает генерацию, а вблизи низкочастотной границы – наоборот, затрудняет ее.

Введение

Для генерации и усиления электромагнитных волн в электронных генераторах, таких как релятивистский оротрон, черенковский генератор, а также в мощных лампах бегущей волны на цепочках связанных резонаторов используется взаимодействие прямолинейного электронного потока с электромагнитным полем вблизи границы полосы пропускания замедляющей системы (ЗС). Возникновение полезной или паразитной генерации напрямую связано с механизмами неустойчивости в системе взаимодействующих волн [1], следовательно, анализ неустойчивости необходим для полного теоретического описания этих приборов. Впервые подобное исследование было проведено в [2], однако рассмотрение ограничивалось кинематическим приближением. В реальных приборах ток пучка достаточно велик, так что пространственный заряд (ПЗ), как это показано в настоящей работе, может изменить характер неустойчивости с абсолютной на конвективную и наоборот, или же в некоторых случаях подавить неустойчивость.

С другой стороны, учет ПЗ приводит к многопараметрической задаче, что само по себе представляет интерес с точки зрения теории волн. В большинстве работ исследование обычно ограничивалось анализом однопараметрических систем, хотя не всегда возможно, используя один управляющий параметр, построить адекватную физическую картину явлений. Рассмотрение однопараметрических динамических систем отчасти было связано с построением наглядных простых моделей, отчасти – с недостаточным развитием компьютерной техники. Таким образом, представляет самостоятельный интерес изучение динамических систем с несколькими управляющими параметрами, где одновременно учитывается

влияние нескольких факторов. Подобные исследования интенсивно развиваются в гидродинамике, электронике, физике плазмы, в химической кинетике [1,3–5]. Например, в [5] исследуются неустойчивости Хопфа и Тьюринга в многопараметрической системе химической кинетики с учетом диффузии.

1. Анализ неустойчивости

Уравнения взаимодействия пучка с синхронной составляющей продольного электрического поля вблизи границы полосы пропускания ЗС [2] с учетом поля пространственного заряда, введенного так, как это обычно делается в линейной теории (см., например, [6]), имеют вид

$$(\partial/\partial\xi - iB)^2 I = i(F + iqI), \quad (1)$$

$$\partial F/\partial\tau + i\mu\partial^2 F/\partial\xi^2 = -I, \quad (2)$$

где $F(\xi, \tau)$ и $I(\xi, \tau)$ – медленно меняющиеся амплитуды высокочастотного поля и тока; B – параметр рассинхронизма пучка с волной критической частоты; $q = -[\omega_p/(\omega_0\epsilon)]^2$ – параметр ПЗ, где ω_p – частота ленгмюровских колебаний в пучке; ω_0 – критическая частота; ϵ – параметр взаимодействия. Параметр $\mu=1$ для низкочастотной (НЧ) границы и $\mu=-1$ для высокочастотной (ВЧ) границы полосы пропускания. Вывод и обсуждение уравнений (1), (2) и введенных параметров можно найти в [2].

Дисперсионное уравнение задачи (1), (2) имеет вид

$$\Omega(\beta) = \mu\beta^2 + 1/[(\beta+B)^2 - q]. \quad (3)$$

Частота $\Omega(\beta)$ является аналитической функцией всюду за исключением двух точек $\beta_{1,2} = -B \pm q^{1/2}$, в которых имеются полюсы первого порядка. Они соответствуют дисперсии электронного потока, не связанного с волной в ЗС. Правила обхода особенностей в интеграле Фурье, который является формальным решением начальной задачи, определяется условием $I(\xi, \tau) = 0$ при $\xi \rightarrow -\infty$, что означает затухание поля в направлении, противоположном направлению распространения электронного потока.

Рассмотрим задачу о развитии во времени возмущения, заданного в пространстве в некоторый начальный момент времени, то есть исследуем систему на возможность возникновения в ней абсолютной неустойчивости. Используя метод, развитый в [2], приходим к выводу, что в системе реализуется абсолютная неустойчивость, если на комплексной плоскости волнового числа β существуют седловые точки β_s , удовлетворяющие уравнению

$$d\Omega/d\beta = 0, \quad (4)$$

для которых выполняются два условия:

$$\text{Im } \Omega(\beta_s) < 0, \quad (5)$$

$$\text{Im } \beta_s > 0. \quad (6)$$

Первое означает, что малое начальное возмущение с волновым числом β_s нарастает, а второе вытекает из правила обхода особенностей. Расположение седловых точек для дисперсионного уравнения (3) в комплексной плоскости волновых чисел β в зависимости от параметра B представлено на рис. 1 для НЧ- и ВЧ-границ полосы пропускания. Рис. а, б отвечают значениям параметра ПЗ $q=0$

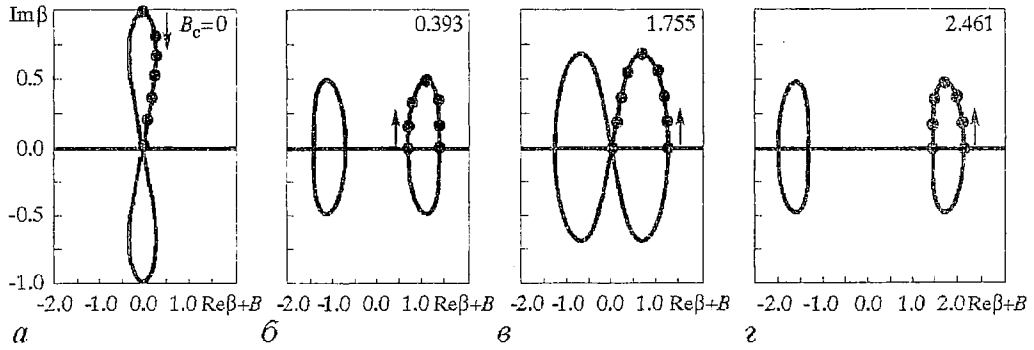


Рис. 1. Расположение седловых точек в комплексной плоскости волновых чисел β для низкочастотной границы полосы пропускания ($\mu=1$) при $q=0$ (а), 2 (б) и для высокочастотной границы ($\mu=-1$) при $q=0$ (в), 2 (г)

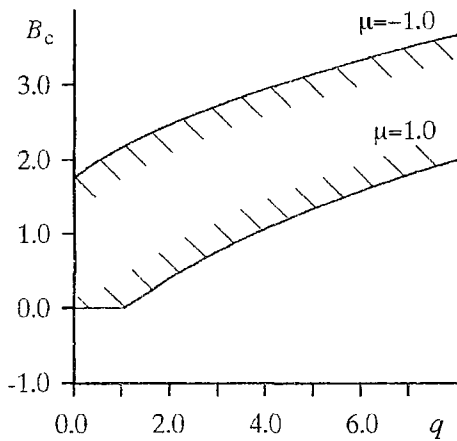


Рис. 2. Зависимость $B_c(q)$ для низкочастотной ($\mu=1$) и высокочастотной ($\mu=-1$) границ полосы пропускания. Штриховкой обозначена область абсолютной неустойчивости

и при $\mu=-1$.

Зависимости $B_c(q)$ представлены на рис. 2. Из него следует, что для ВЧ-границы при $B > 1.755$ увеличение ПЗ приводит к появлению в системе абсолютной неустойчивости. Для НЧ-границы наоборот, при $B > 0$ увеличение ПЗ приводит к подавлению абсолютной неустойчивости. Таким образом, вблизи ВЧ-границы ПЗ облегчает генерацию, а вблизи НЧ-границы – затрудняет ее. Отметим, что для НЧ-границы при значении параметра $q=1$ существует пороговая точка, начиная с которой происходит увеличение параметра B_c . Поведение корней уравнения (4) в окрестности и в самой пороговой точке иллюстрирует рис. 3.

Возможна другая постановка задачи, когда возмущение создается в некотором участке пространства по заданному временному закону. В этом случае можно рассматривать задачу об усилении волн средой (или конвективной неустойчивости) при их распространении от источника с заданной частотой Ω_0 [1]. Если в системе отсутствует абсолютная неустойчивость, границы областей, в которых реализуются различные режимы, а именно, усиления и пропускания, в пространстве параметров (B, Ω_0, q) определяются системой уравнений [2,5]

$$\Omega_0 = \Omega(\beta), \quad (7)$$

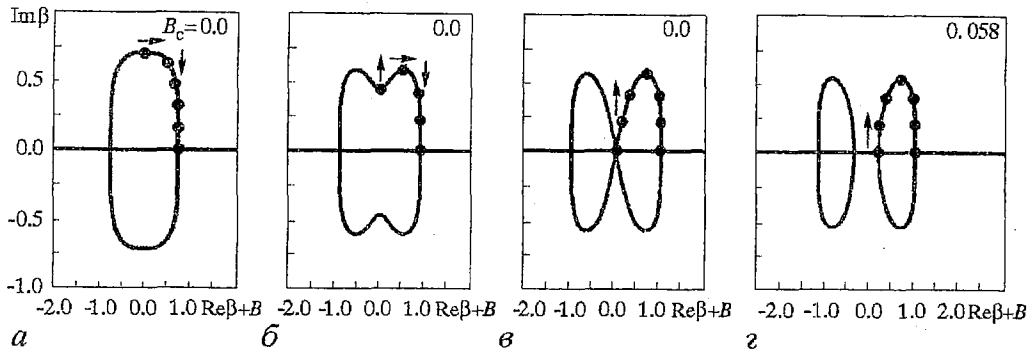


Рис. 3. Расположение седловых точек в комплексной плоскости β для низкочастотной границы полосы пропускания ($\mu=1$) при близких к единице значениях параметра $q=0.5$ (а), 0.8 (б), 1 (в), 1.2 (г)

$$d\Omega/d\beta = 0, \quad (8)$$

что дает применительно к дисперсионному уравнению (3)

$$\Omega_0 = \mu\beta^2 + 1/[(\beta+B)^2 - q] = 0, \quad (9)$$

$$\mu\beta - (B+\beta)/[(B+\beta)^2 - q]^2 = 0. \quad (10)$$

Заметим, что линии, определяемые (9), (10), разделяют области, где мнимые части корней уравнения $\Omega_0=\Omega(\beta)$ сохраняют знак. Характер поведения системы в каждой из таких областей можно найти, используя критерий различения конвективной неустойчивости и непропускания [1,3] в одной характерной точке.

При больших значениях параметра пространственного заряда можно ограничиться рассмотрением взаимодействия только медленной волны пространственного заряда в электронном потоке с полем замедляющей системы. В этом случае уравнение для тока (1) может быть переписано следующим образом:

$$[\partial/\partial\xi - iB + iq^{1/2}]I = -F/(2q^{1/2}), \quad (11)$$

а уравнение дисперсии имеет вид

$$\Omega = \mu\beta^2 + 1/[2q^{1/2}[\beta - (q^{1/2} - B)]]. \quad (12)$$

2. Результаты расчетов

Расчет карт параметров (B, Ω_0) , соответствующих различным типам поведения системы, был проведен для НЧ- и ВЧ-границ полосы пропускания замедляющей системы в диапазоне значений параметра пространственного заряда q от 0 до 10. На рис. 4 и 6 представлены плоскости параметров (B, Ω_0) , рассчитанные для НЧ- и ВЧ-границ полосы пропускания ЗС. Рисунки а, б, в, г соответствуют значениям параметра $q=0, 2, 4, 8$.

На рис. 4 представлены карты параметров для верхней границы полосы пропускания ($\mu=-1$). Цифрой 1 обозначена область абсолютной неустойчивости, которая с увеличением параметра ПЗ все дальше заходит на ветвь дисперсионной характеристики, отвечающей прямой волне (параметр B_c увеличивается). Область конвективной неустойчивости 2а сужается по мере увеличения параметра ПЗ. На рис. 5 показано поведение корней уравнения (3) при изменении $\text{Im}\Omega$ от $-\infty$ до 0 при $\text{Re}\Omega=\Omega_0$ в области конвективной неустойчивости. Цифрами 1, 2, 3 обозначены волновые числа, лежащие при $\text{Im}\Omega \rightarrow -\infty$ в нижней полуплоскости комплексной

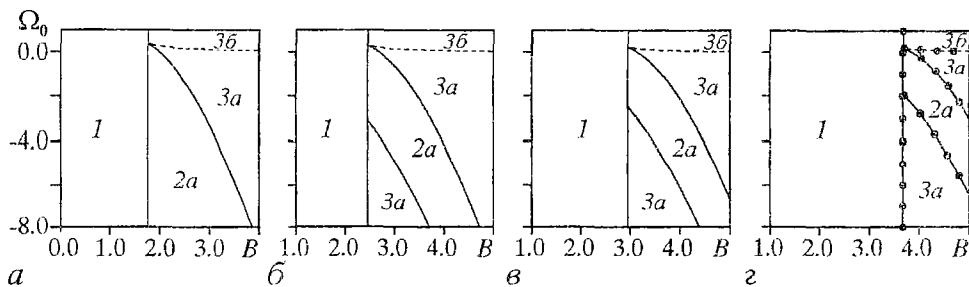


Рис. 4. Карты параметров (B, Ω_0) для высокочастотной границы полосы пропускания ($\mu=-1$) при значениях $q=0$ (а), 2 (б), 4 (в), 8 (г). 1 – область абсолютной неустойчивости, 2а – область конвективной неустойчивости, 3а, 3б – области пропускания

плоскости β , и цифрой 4 – в верхней (корни 1 и 2 соответствуют быстрой и медленной волнам ПЗ, а 3 и 4 – прямой и обратной волнам в линии передачи). Выход волнового числа 2 в верхнюю полуплоскость указывает на наличие конвективной неустойчивости в системе. Области пропускания на рис. 4 обозначены цифрой 3. Участки 3а соответствуют таким значениям параметров Ω_0 и B , при которых действительным значениям Ω_0 в (9) соответствуют действительные значения β и наоборот. В области 3б все корни (3) при движении $\text{Im}\Omega$ от $-\infty$ до 0 при фиксированном значении Ω_0 остаются в «своих» полуплоскостях и среди них есть комплексные корни при $\text{Im}\Omega=0$. Однако, используя аналогию с прохождением пучка в среде с реактивной проводимостью, можно показать, что во внеполосной области 3б реализуется режим пропускания. Действительно, полагая, что $\Omega_0 > 0$ и $|\Omega| \gg 1$, волновые числа для волн тока можно приближенно считать равными $\beta \approx -B \pm [q+1/(B^2+|\Omega|)]^{1/2}$. При сделанных предположениях они действительны и система прозрачна. Таким образом, распространение возмущений происходит за счет волн ПЗ в электронном потоке. Линии, разделяющие области с различными характерами решения, а именно, усиления и пропускания, и пунктирные линии соответствуют случаю резонанса в системе $\Omega_0 = \Omega_s$, где $\Omega_s = \Omega(\beta_s)$ – частота, при которой сливаются корни уравнения (3). При значении параметра $q=8$ проведены расчеты в трехволновом приближении. Границы областей с различными характерами неустойчивости обозначены кружочками. Результаты анализа четырехволнового взаимодействия полностью согласуются с трехволновым приближением.

Аналогичные карты параметров для нижней границы полосы пропускания

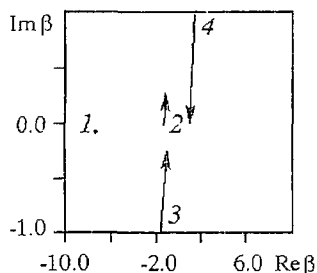


Рис. 5. Движение корней уравнений (3) на комплексной плоскости волновых чисел в области конвективной неустойчивости. Параметры $\mu=-1$ и $q=8$. Цифрами 1, 2, 3 обозначены волновые числа, соответствующие волнам, распространяющимся вправо, а цифрой 4 – области 2а на рис. 4

($\mu=1$) для различных значений параметра ПЗ приведены на рис. 6. С увеличением параметра q область абсолютной неустойчивости 1 сдвигается в сторону положительных значений параметра B , область конвективной неустойчивости 2 расширяется по параметру B и сужается по параметру Ω_0 . Участки 2а и 2б различаются поведением корней дисперсионного уравнения (3) на комплексной плоскости волновых чисел. В области 2а быстрая волна ПЗ в электронном потоке и обратная волна в линии передачи распространяются без затухания, а в области 2б они затухают. С увеличением параметра ПЗ в системе появляются новые виды решения. В частности, из

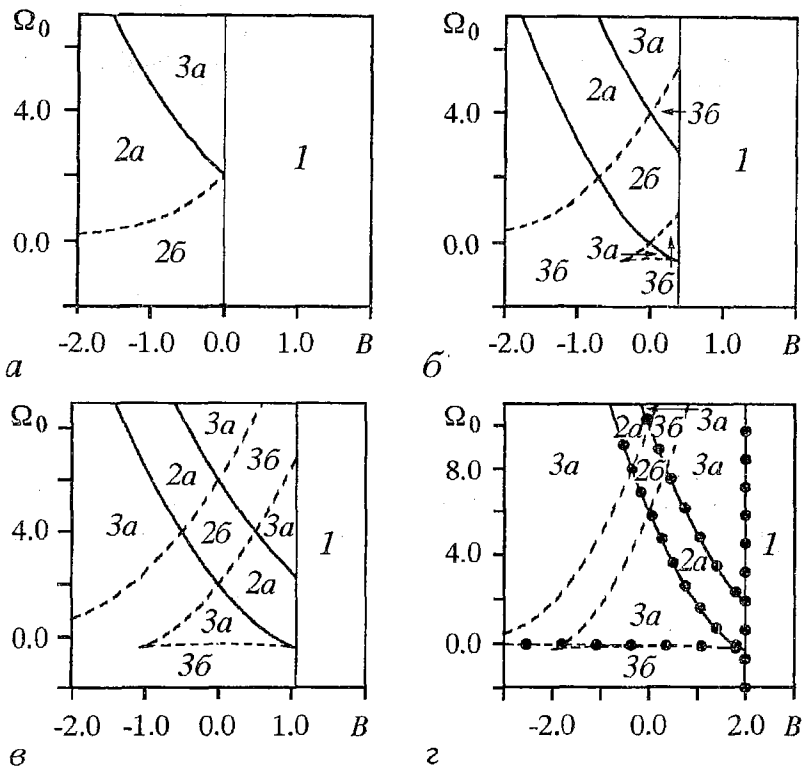


Рис. 6. Карты параметров (V, Ω_0) для низкочастотной границы полосы пропускания ($\mu=1$) при значениях $q=0$ (а), 2 (б), 4 (в), 8 (г). 1 – область абсолютной неустойчивости, 2а, 2б – области конвективной неустойчивости, 3а, 3б – области пропускания

рис. 6 видно, что вместо области внеполосного усиления возмущений за счет волн ПЗ в электронном потоке 2б при $q=0$ появляется область внеполосного пропускания 3б. (Различие в поведении корней (3) в областях прозрачности, отмеченных цифрами 3а и 3б, при изменении $\text{Im}\Omega$ от $-\infty$ до 0 и фиксированном значении $\text{Re}\Omega=\Omega_0$ аналогично случаю $\mu=-1$.) В глубине внеполосной области 3б ($|\Omega| \gg 1$, $\Omega_0 < 0$) для постоянных распространения волн тока можно записать $\beta \approx -V \pm [q - 1/(B^2 + |\Omega|)]^{1/2}$, то есть они действительны при значениях $q > 0$, и в системе реализуется режим пропускания. Для $q=8$ результаты трехволнового приближения обозначены кружочками.

Выводы

В работе исследовано влияние поля пространственного заряда на неустойчивость в системе электронный поток – электромагнитное поле вблизи границы полосы пропускания замедляющей системы. Учет пространственного заряда приводит к следующим результатам:

- Пространственный заряд может изменить характер неустойчивости с абсолютной на конвективную и наоборот, или в некоторых случаях подавить неустойчивость.

- Влияние пространственного заряда вблизи высокочастотной и низкочастотной границ полосы пропускания на режимы генерации и усиления волн существенно отличается. Вблизи высокочастотной границы полосы пропускания замедляющей системы пространственный заряд облегчает генерацию, но при этом сужается по параметру V область конвективной неустойчивости. Вблизи низкочастотной границы – наоборот, пространственный заряд затрудняет

генерацию волн. При значении параметра $q=1$ обнаружена пороговая точка такая, что с дальнейшим увеличением пространственного заряда генерация происходит в более жестких условиях. Но при этом расширяется (по параметру V) область конвективной неустойчивости, где возможен режим усиления волн.

Автор благодарит А.Г. Рожнева за постановку задачи и Д.И. Трубецкова за постоянное внимание и поддержку работы.

Работа поддержана ФЦП «Интеграция» (грант № 696.3).

Библиографический список

1. Лившиц Е.М., Пятаевский Л.П. Физическая кинетика. М.: Наука, 1979. С. 528.
2. Кузнецов А.П., Кузнецов С.П. О характере неустойчивости в ЛБВ вблизи границы полосы пропускания // Изв. вузов. Радиофизика. 1980. Т. 23, № 9. С. 1104.
3. Рабинович М.И., Трубецков Д.И. Введение в теорию колебаний и волн. М.: Наука, 1992. С. 455.
4. Федорченко М.А., Коцаренко Н.Я. Абсолютная и конвективная неустойчивость в плазме и твердых телах. М.: Наука, 1981. С. 176.
5. Kuznetsov S.P., Mosekilde E., Dewel G., et al. Absolute and convective instabilities in a one-dimensional Brusselator flow model // J. Chem. Phys. 1997. Vol. 108 (18). P. 7609.
6. Шевчик В.Н., Трубецков Д.И. Аналитические методы расчета в электронике СВЧ. М.: Сов.радио, 1970. С. 584.

*Саратовский государственный
университет*

Поступила в редакцию 20.09.99

SPACE CHARGE INFLUENCE TO GENERATION AND AMPLIFICATION OF A SIGNAL DURING INTERACTION OF ELECTRON BEAM AND ELECTROMAGNETIC FIELD CLOSE TO THE CUTOFF OF SLOW WAVE STRUCTURE

N.O. Bessudnova

Regimes of generation and amplification of a signal during interaction of electron beam and electromagnetic field close to the cutoff of slow wave structure are investigated taking into account space charge effect. Maps of parameters demonstrating different kinds behavior of the system were obtained. It was shown that space charge itself improves oscillations close to the high frequency cutoff of slow wave structure but makes hard them close to low frequency cutoff.