



О ВОЗНИКНОВЕНИИ ХАОТИЧЕСКОГО АТТРАКТОРА ПРИ ДВИЖЕНИИ ВЕКТОРА МАГНИТНОГО МОМЕНТА ВО ВНЕШНЕМ ОСЦИЛЛИРУЮЩЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

О. П. Поляков, А. Е. Храмов

В работе показана возможность образования хаотического аттрактора при движении вектора магнитного момента в изменяющемся по гармоническому закону внешнем магнитном поле при наличии диссипации и поля одноосной анизотропии. Установлено, что хаотизация поведения исследуемой системы происходит либо жестким образом, либо через разрушение квазипериодических движений.

1. Известно, что простые динамические системы способны демонстрировать сложное хаотическое поведение. В настоящее время выработаны определенные общие концепции поведения таких динамических систем. Построена качественная теория динамических систем, установлены общие закономерности возникновения и развития динамической стохастичности, предложены различные характеристики сложного поведения систем с небольшим числом степеней свободы (см., например, работы [1–5] и библиографию к ним). Однако, конкретные физические системы (и не только физические – например, [6]), наряду с общими закономерностями, могут проявлять свои специфические особенности.

Ярким примером этого может служить неавтономная система, состоящая из вектора магнитного момента, находящегося под воздействием осциллирующего магнитного поля. Эта система, кроме общего интереса к ней с позиций нелинейной теории колебаний, находит широкое применение в ряде приложений физики магнитных явлений и гиротропных сред, радиофизики, физики плазмы, ядерной физики. Например известно, что под действием осциллирующего магнитного поля в магнитных пленках может происходить процесс динамической самоорганизации, наблюдаются переходы «порядок–хаос» и «хаос–порядок» [7,8]. По данным явлениям накоплен достаточно большой экспериментальный материал, который не имеет какого-либо удовлетворительного объяснения. Нам кажется, что исследования нелинейной динамики вектора магнитного момента в осциллирующем магнитном поле может пролить свет в понимании сложных процессов в указанных магнитных системах.

В настоящей работе приводятся результаты вычислительного эксперимента для математической модели вышеуказанной системы. Методами нелинейной динамики анализируется сложное поведение исследуемой системы, а также строятся некоторые количественные характеристики топологии хаотических предельных множеств.

2. Динамика вектора магнитного момента \mathbf{M} намагниченной области гиротропной среды описывается микромагнитным уравнением Ландау – Лифшица [9–11]

$$d\mathbf{M}/dt = \gamma[\mathbf{M} \times \delta w/\delta \mathbf{M}] + \alpha[\mathbf{M} \times \mathbf{M}]/M. \quad (1)$$

Здесь w – плотность магнитной энергии, γ – гиромагнитное отношение, α – параметр затухания.

Учитывая влияние только внешнего магнитного поля \mathbf{H} и одноосной анизотропии, для плотности энергии будем иметь выражение [11]:

$$w = -(\mathbf{M}\mathbf{H}) + K\sin^2\theta, \quad (2)$$

где K – константа одноосной анизотропии, θ – полярный угол вектора намагниченности \mathbf{M} .

Пусть внешнее поле \mathbf{H} имеет переменную составляющую, направленную по оси анизотропии (вдоль координатной оси z), и постоянную составляющую, перпендикулярную оси анизотропии (вдоль оси y), равные соответственно:

$$H_z = H_0\sin(\omega t), \quad H_y = \text{const}, \quad H_x = 0. \quad (3)$$

Тогда из уравнения (1) для сферических координат θ и φ вектора намагниченности \mathbf{M} можно получить следующую систему дифференциальных уравнений:

$$d\theta/d\tau = p_y \cos\varphi - \alpha p_z \sin\tau \sin\theta + \alpha p_y \cos\theta \sin\varphi - \alpha p_K \sin\theta \cos\theta, \quad (4)$$

$$d\varphi/d\tau = p_z \sin\tau - p_y \cos\theta \sin\varphi/\sin\theta + p_K \cos\theta + \alpha p_y \cos\varphi/\sin\theta, \quad (5)$$

где $\tau = \omega t$ – безразмерное время, p_y, p_z, p_K – безразмерные управляющие параметры, связанные с физическими параметрами системы следующими соотношениями:

$$p_y = \frac{1}{1+\alpha^2} \cdot \frac{\gamma H_y}{\omega}, \quad p_z = \frac{1}{1+\alpha^2} \cdot \frac{\gamma H_z}{\omega}, \quad p_K = \frac{1}{1+\alpha^2} \cdot \frac{2\gamma K}{\omega M}. \quad (6)$$

При $p_z = 0$ система (4)–(5) является автономной. Фазовое пространство системы представляет собой поверхность цилиндра. Состояния равновесия этой системы находятся в точках $\theta, \varphi = \pi/2 + n\pi$, где $n = 0, \pm 1, \dots$. Тип и устойчивость состояния равновесия существенно зависит от управляющих параметров. Точки $\theta = \pi$ являются седловыми особыми точками, через которые проходит сепаратриса, разделяющая бассейны притяжения состояний равновесия системы. Интегральная кривая $\theta = 0$ соответствует мгновенному опрокидыванию вектора магнитного момента на 180 градусов.

3. Численное моделирование системы уравнений (4)–(5) проводилось при фиксированном значении параметров $\alpha = 0.1$, $p_y = 0.032895$, $p_K = 3.28947$ при изменении амплитуды внешнего воздействия p_z . Интегрирование уравнений осуществлялось методом Рунге – Кутты 4–го порядка с шагом $\Delta h = 0.005$.

На рис. 1 приведена бифуркационная диаграмма, на которой представлены минимальные значения переменной θ от адиабатически медленно меняющегося параметра p_z . Количество приращений параметра равно 1000. На каждом шаге выводится порядка 50 минимумов переменной θ . Бифуркационная диаграмма наглядно иллюстрирует эволюцию режимов в системе с изменением амплитуды внешнего воздействия. Из нее видно, что изменение величины p_z со стороны меньших значений приводит к тому, что при $p_z = p_z^* = -33.9698$ стохастичность возникает сразу, скачком, то есть имеет место жесткое возникновение

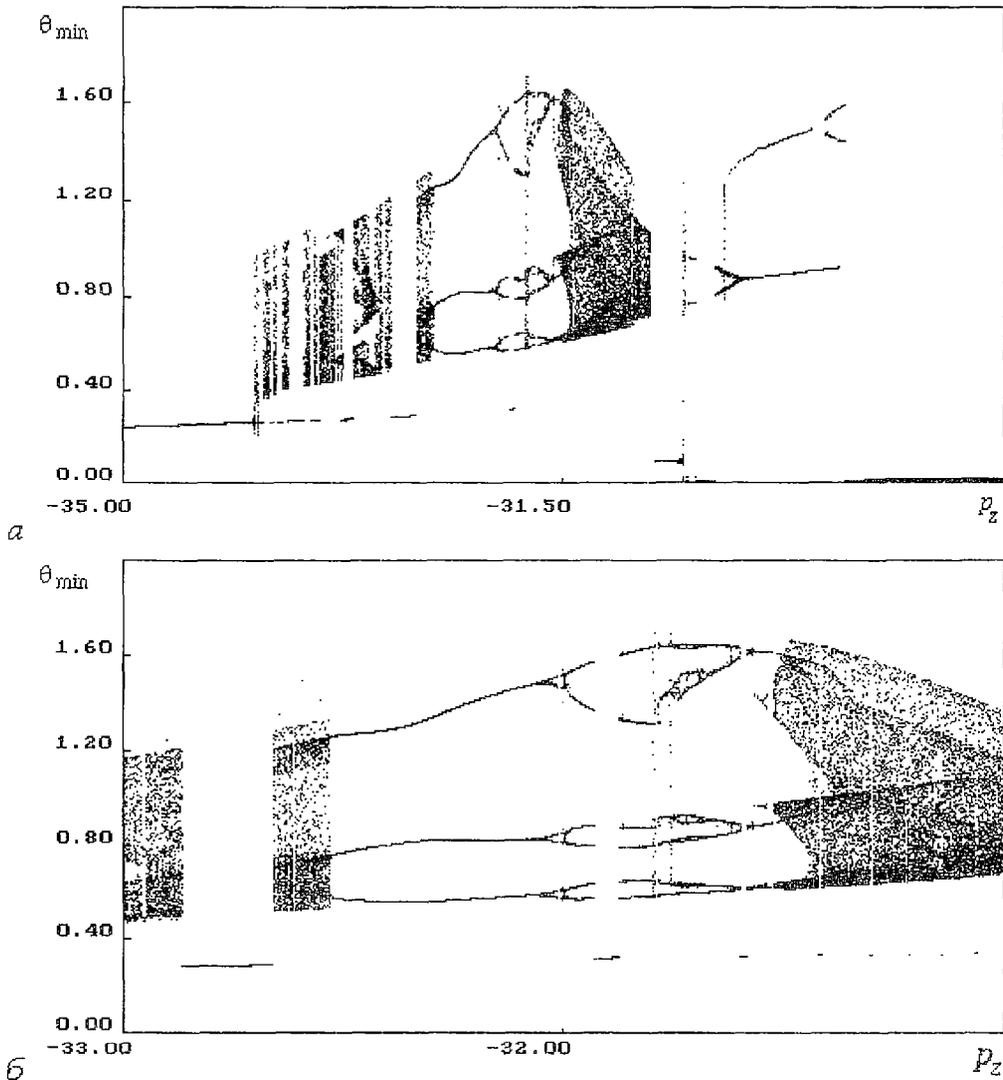


Рис. 1. Бифуркационная диаграмма исследуемой системы

хаотических колебаний. С увеличением p_z на фоне хаотических движений появляются окна периодичности, динамика в которых подобна динамике системы при $p_z < p_z^*$. При этом наблюдается резкий скачок амплитуды колебаний θ до величины, примерно равной амплитуде колебаний при $p_z < p_z^*$. Отметим, что с увеличением разрешения бифуркационной диаграммы по параметру p_z появляются все более узкие окна периодичности, причем их расположение демонстрирует скейлинговые свойства на бифуркационной диаграмме.

Дальнейший рост управляющего параметра приводит к синхронизации хаотических движений в цикл периода 3, который с увеличением p_z несколько раз удваивается, а затем через обратный каскад удвоений опять переходит в хаос (см. рис. 1, б).

Если продвигаться от больших значений бифуркационного параметра к меньшим, то при $p_z = -29.2984$ имеет место жесткий переход с одного листа на другой качественно иллюстрируемый на бифуркационной диаграмме резким скачком величины амплитуды на временной реализации. Причем на втором листе наблюдается одно удвоение периода. Таким образом, в пространстве параметров наблюдаются перекрытия n -мерной поверхности карты режимов, то есть

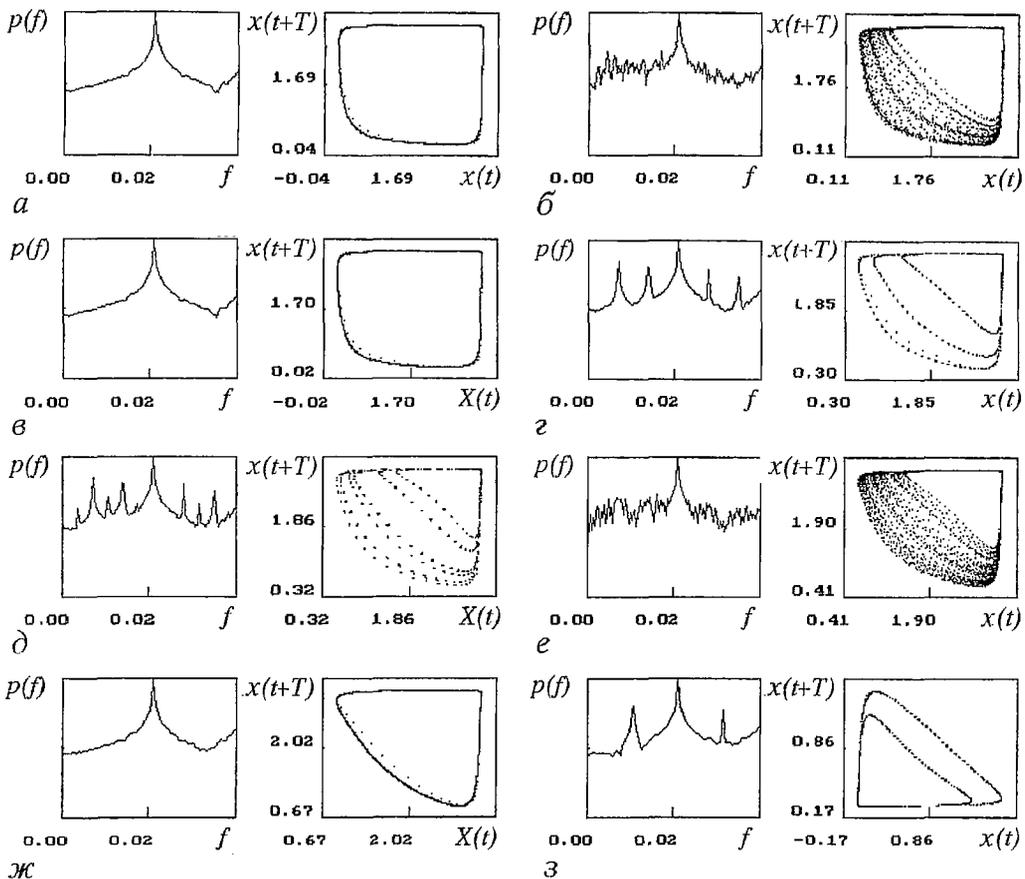


Рис. 2. Спектр мощности и фазовые портреты исследуемой системы: а – $p_2 = -34.50$ (предельный цикл); б – $p_2 = -33.87$ (хаос); в – $p_2 = -33.64$ (окно периодичности); г – $p_2 = -33.64$ (цикл-3); д – $p_2 = -32.25$ (удвоенный цикл-3); е – $p_2 = -31.19$ (хаос); ж – $p_2 = -29.79$; з – $p_2 = -28.62$ (цикл-2 на втором листе)

существуют области мультистабильности. Как известно, такая ситуация (типа *crossroad area* [12,13]) не позволяет классифицировать сценарий перехода к хаосу.

На рис. 2 представлены фазовые портреты, восстановленные по методу Такенса [14], и спектры мощности в логарифмическом масштабе, полученные при нескольких фиксированных значениях p_2 .

Отметим, что полученная бифуркационная диаграмма построена при рассмотрении движения системы в окрестности особой точки $\theta = \pi/2$, однако, такое движение будет «вечно» лишь в случае регулярных колебаний (если, конечно, выбирать начальные условия в окрестности $\theta = \pi/2$). В хаотическом режиме фазовая траектория живет в области особой точки $\theta = \pi/2$ хотя и долго, однако, конечное время, а затем выбрасывается в бассейн притяжения точки $\theta = 3\pi/2$, что эквивалентно смене ориентации вектора магнитного момента на противоположное (соответствующая временная реализация показана на рис. 3, а, фазовый портрет – на рис. 3, б). Как видно из рис. 3, а, в системе наблюдается нерегулярная эволюция, происходящая то в окрестности неустойчивой точки $\theta = \pi/2$, то в окрестности $\theta = 3\pi/2$. Тем не менее, динамика около обеих особых точек остается качественно эквивалентной, что позволяет строить бифуркационную диаграмму по динамике системы только возле одной особой точки.

Рассмотрим топологию аттрактора, для этого исследуем предельное множество при следующих значениях параметров: $\alpha = 0.1$, $p_y = 0.032895$, $p_z = -32.8947$, $p_k = 3.28947$. На рис. 4 представлены результаты расчета корреляционной размерности по Гроссбергеру – Прокаччио [15] как функции масштаба наблюде-

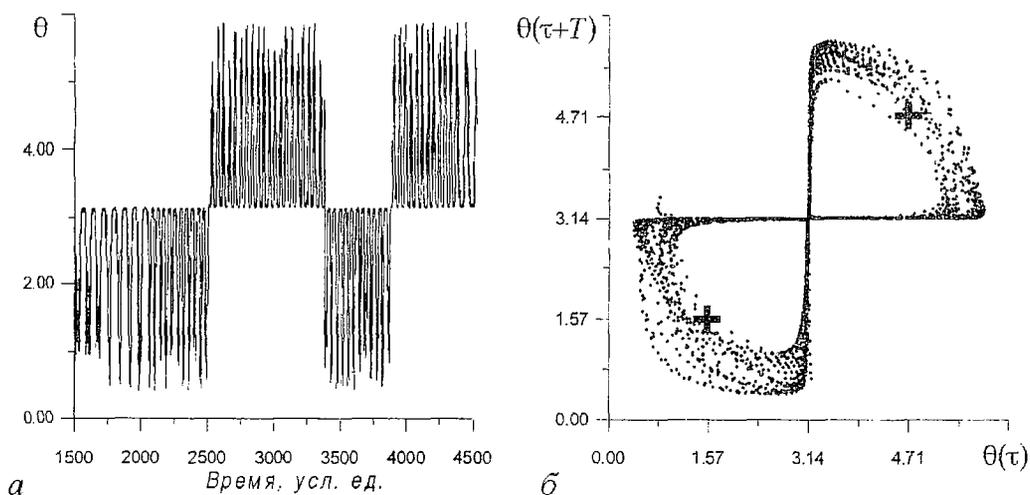


Рис. 3. Характерная временная реализация (а) и фазовый портрет (б) колебаний в системе. Особые точки системы $\theta=\pi/2$, $3\pi/2$ и π (отмечены на рис. б)

ния. По оси абсцисс отложен масштаб наблюдения ϵ , нормированный на характерный размер аттрактора ϵ_0 , в логарифмической шкале; по оси ординат – размерность аттрактора. Размерность пространства вложения $m=3$. Как видно из рисунка, на графике $D(\ln(\epsilon/\epsilon_0))$ нет области, где значение D остается постоянным с изменением масштаба наблюдения (области скейлинга). Аттрактор, таким образом, не является самоподобным, и его неоднородность характеризуется кривизной функции $D(\epsilon)$ [16]. Выделяются два характерных масштаба аттрактора, связанных с динамикой фазовой точки на внешней ленте и в окрестности седло–фокуса $\theta=\pi$. Таким образом, аттрактор является гомоклиническим (квази–аттрактором) и его сложность увеличивается по мере увеличения разрешения области наблюдения.

Анализ статистических свойств аттрактора также позволяет сделать аналогичные выводы. Рис. 5 демонстрирует результаты расчета двумерной функции распределения P , которая характеризует вероятность пребывания траектории в том или ином месте на аттракторе. Видно, что двухмерная плотность вероятности концентрируется над особой точкой (точкой седло–фокуса), в окрестности которой фазовая точка проводит относительно большую долю времени, что характерно для систем с квазиаттрактором. Энтропия Шеннона, рассчитанная по функции распределения, положительна, что также характерно для хаотического предельного множества.

Отметим, что хаотическая динамика в исследуемой системе возможна и при существовании других управляющих параметрах, когда отсутствует сингулярность в правой части уравнения (5), то есть, когда $\sin\theta$ не близок к нулю. При значении параметров $\alpha=0.5$, $p_y=0.127$, $p_K=0.110$ в системе с увеличением амплитуды внешнего воздействия наблюдается переход к хаосу через

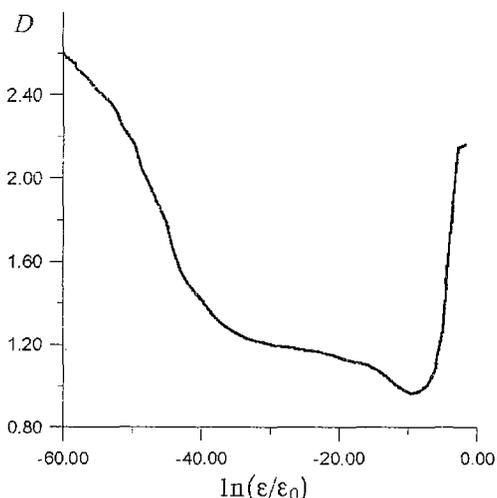


Рис. 4. Наклон корреляционного интеграла (аттрактора) аттрактора как функция масштаба наблюдения для хаотического режима

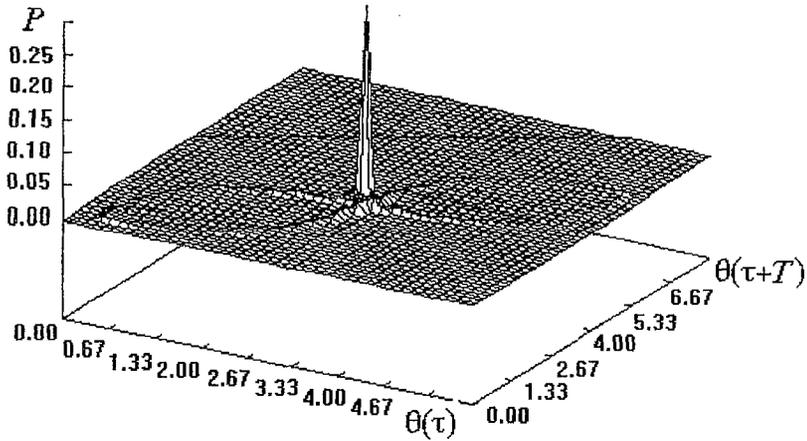


Рис. 5. Двумерная функция распределения $P(\theta(\tau), \theta(\tau+T))$ для хаотического режима

разрушение квазипериодических движений. При $p_z \leq p_z^{кр} \approx 1.18$ система находится в квазипериодическом режиме (замкнутая инвариантная кривая в отображении Пуанкаре; в спектре четко видны две несоизмеримые частоты 1 и 2 – рис. 6, а). Рождение стохастичности обусловлено жестким разрушением двумерного тора, причем в сечении Пуанкаре наблюдается разброс точек, который усиливается с ростом бифуркационного параметра (см. рис. 6, б). Дальнейшее увеличение p_z приводит к синхронизации колебаний в однократный предельный цикл.

Анализ размерности возникающих предельных множеств показал, что на кривых $D(\epsilon)$ можно выделить достаточно широкий участок, где $D(\epsilon) = \text{const}$ (область скейлинга). Это говорит об однородности аттрактора, а следовательно, размерность аттрактора можно охарактеризовать единственным числом, определенным в области скейлинга корреляционного интеграла. Мы рассчитывали размерность аттракторов в сечении Пуанкаре, причем в силу однородности

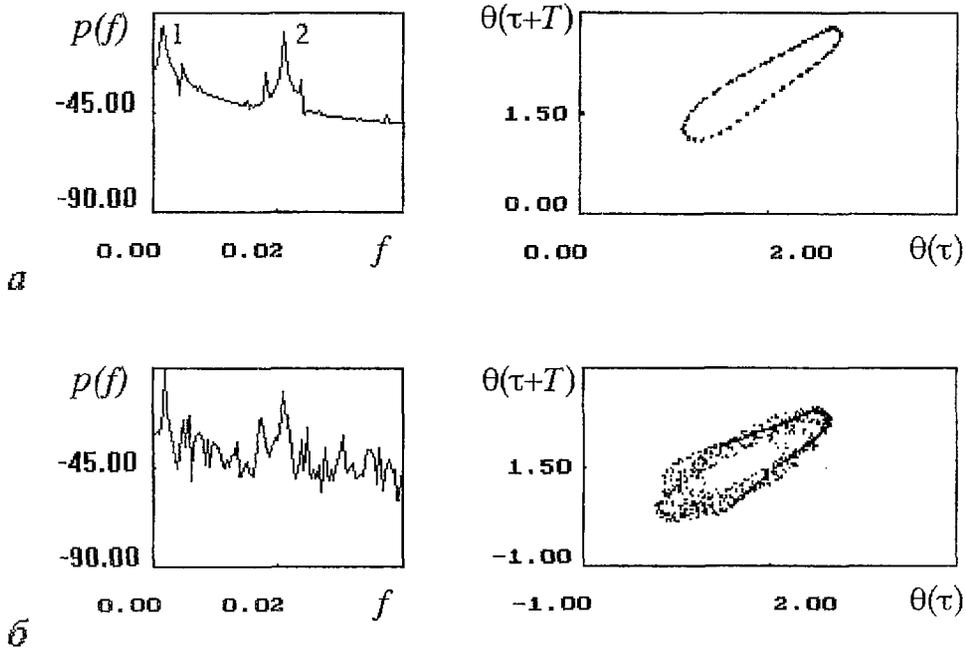


Рис. 6. Спектры мощности и сечения Пуанкаре для квазипериодического (а) и хаотического (б) режимов

размерность не будет зависеть от выбора секущей. Полная размерность D предельного множества, вложенного в трехмерное фазовое пространство, будет равна $D=1+d$, где d – размерность множества в сечении. Для режима двухчастотных биений (рис. 6, а) $d=1.06\pm 0.01$; в режиме хаотических колебаний, соответствующих рис. 6, б, $d=1.31\pm 0.01$, причем область скейлинга существенно сужается. Таким образом, при $p_z < p_z^{кр}$ в системе действительно наблюдается двумерный тор ($D=2$). При $p_z > p_z^{кр}$ в системе наблюдается малоразмерный странный аттрактор с $2 < D < 3$. При больших значениях p_z $d=0$ ($D=1$), что соответствует регулярному многообразию в фазовом пространстве.

4. Таким образом, проведенное численное исследование показало возможность стохастизации движения магнитного момента при изменении параметров внешнего поля. Система демонстрирует в зависимости от управляющих параметров различные пути перехода к хаосу. На наш взгляд, представляется важным и интересным провести многопараметрическое исследование рассматриваемой системы, а также построить полную карту динамических режимов, что позволит выявить закономерности накопления мультистабильных состояний. Это, в свою очередь, позволит судить о принадлежности исследуемой системы к тому или иному классу универсальности динамических систем.

Библиографический список

1. Рабинович М.И., Трубецков Д.И. Введение в теорию колебаний и волн. М.: Наука, 1991.
2. Анищенко В.С. Сложные колебания в простых системах. М.: Наука, 1990.
3. Берже П., Помо П., Видаль К. Порядок в хаосе. М.: Мир, 1991.
4. Ruelle D. // Commun. Math. Phys. 1981. Vol. 82. P. 137.
5. Ott E. // Reviews of Modern Phys. 1981. Vol. 53. P. 655.
6. Короновский А.А., Трубецков Д.И. Нелинейная динамика в действии. Саратов: Изд-во ГосУНЦ «Колледж», 1995.
7. Лисовский Ф.В., Мансветова Е.Г., Николаева Е.П., Николаев А.В. // ЖЭТФ. 1993. Т. 103, № 1. С. 213.
8. Кандаурова Г.С., Свицерский А.Е. // ЖЭТФ. 1990. Т. 97, № 4. С. 1218.
9. Ваиковский А.В., Стальмахов В.С., Шараевский Ю.П. Магнитостатические волны в электронике сверхвысоких частот. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1993.
10. Ахиезер А.И., Барьяхтар В.Г., Пелетминский С.В. Спиновые волны. М.: Наука, 1967.
11. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982.
12. Carcasses J, Mira C., Bosh M., Simo C., Tatjer J.C. // Int. J. Bifurc. & Chaos. 1993. Vol. 1. P. 183.
13. Кузнецов А.П., Кузнецов С.П. // Изв. вузов. ПНД, 1993. Т. 1, № 3–4. С. 15.
14. Takens F. // Lect. Notes in Math. Warwick: Springer-Verlag, 1980. Vol. 898. P. 366.
15. Grassberger P., Procaccia J. // Physica D. 1983. Vol. 19. P. 189.
16. Кипчатов А.А., Красичков Л.В., Андрушкевич А.В. // Международный семинар. Нелинейные цепи и системы. Т.2. 16–18 июня 1992, Москва, Россия. С. 308.

Московский государственный
университет
Саратовский государственный
университет

Поступила в редакцию 14.11.97

ON ORIGINATION OF CHAOTIC ATTRACTOR BY THE MAGNETIC MOMENTUM VECTOR MOTION IN EXTERNAL OSCILLATING MAGNETIC FIELD

O.P. Polyakov, A.E. Hramov

The possibility of chaotic attractor formation by the magnetic momentum vector motion in the harmonical external magnetic field in the presence of dissipation and uniaxial anisotropy field is shown. Routes to chaos in the considering system are discussed.



Поляков Олег Петрович – родился в 1976 году в поселке Волгореченск Костромской области. В 1993 году поступил на физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова. В настоящее время – студент 5-го курса, обучается на кафедре квантовой статистики и теории поля. Автор 4 публикаций. Область научных интересов – физика нелинейных систем.



Храмов Александр Евгеньевич – в 1996 году закончил Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского. Сейчас является аспирантом кафедры электроники и волновых процессов физического факультета СГУ. Работает в научном секторе Государственного учебно-научного центра «Колледж» СГУ. Область научных интересов – нелинейные явления и процессы структурообразования в распределенных системах электронно-плазменной природы. Имеет несколько публикаций по выше-названной тематике.



Вышла в свет монография

Ланда П.С. Нелинейные колебания и волны. М.: Наука. Физматлит, 1997. 496 с. ISBN 5-02-015212-9

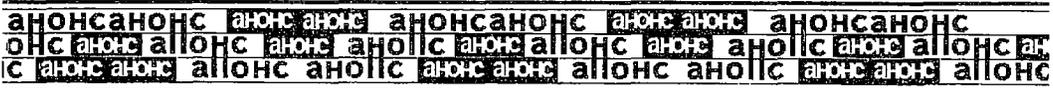
В монографии с единой точки зрения рассмотрены колебательные и волновые процессы в системах самой различной физической природы. Показано, что такие популярные и быстро развивающиеся в последние годы науки, как нелинейная динамика, теория солитонов и синергетика, которые часто изучаются независимо друг от друга, фактически являются составными частями теории колебаний и волн. Единство колебательных законов позволяет строить простые модели сложных систем, позволяющие прояснить общие свойства изучаемых систем и предсказывать их поведение в конкретных условиях. Кроме классических вопросов, изложены нетрадиционные проблемы шумоиндуцированных колебаний и турбулентности.

Для специалистов, чья деятельность связана с исследованием колебательных и волновых процессов, а также аспирантов и студентов для углубленного изучения общих законов теории колебаний и волн и их приложений к конкретным системам.

Илл. 222. Библиогр. 646 назв.

Информация об издании этой монографии на английском языке с публикацией оглавления приведена в журнале Изв. вузов. ПНД, т. 3, N 2, 1995.

E-mail редакции: and@college.saratov.su

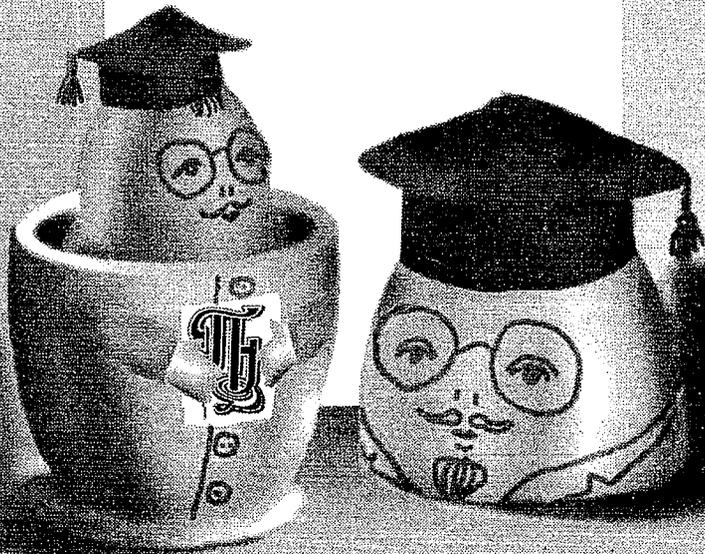


ЖУРНАЛ

Материалы Международной конференции

**СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ
ЭЛЕКТРОНИКИ И РАДИОФИЗИКИ СВЧ**

Саратов, Россия, 4-8 сентября 1997



В
ЖУРНАЛЕ