



## О СЦЕНАРИИ ПЕРЕХОДА К ХАОСУ В ОДНОПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЛАМПЫ ОБРАТНОЙ ВОЛНЫ

*Н.М. Рыскин, В.Н. Титов*

Представлены результаты численного моделирования процесса перехода к хаосу в простейшей однопараметрической модели лампы обратной волны О-типа. Обнаружена сложная последовательность смены автоколебательных режимов, характеризующаяся многочисленными переходами «порядок – хаос» и «хаос – порядок» по различным сценариям. Проводится сравнение полученных результатов с содержащимися в ряде опубликованных ранее работ. Обсуждается возможность приближенного описания динамики системы на основе одномерного отображения.

### Введение

Изучение сложной динамики распределенных автоколебательных систем (РАС) является актуальной задачей современной теории колебаний и волн. Важность этих исследований обусловлена их очевидной связью с такими проблемами, как возникновение турбулентности и образование структур [1,2]. Типичными примерами РАС являются системы, в которых электронный поток взаимодействует с электромагнитной волной, многие из которых способны демонстрировать режимы хаотических автоколебаний (см., например, [3]). Одним из наиболее известных в вакуумной сверхвысокочастотной электронике генераторов хаоса является лампа обратной волны О-типа (ЛОВ). Несмотря на то, что возможность генерации хаотических колебаний в ЛОВ была обнаружена сначала теоретически [4], а затем и экспериментально [5] почти двадцать лет назад, вопрос о том, по какому сценарию происходит переход к хаосу, до сих пор остается открытым. Наиболее распространена точка зрения, согласно которой переход к хаосу происходит через разрушение квазипериодического движения [3,6]. Формально это утверждение справедливо, поскольку по мере увеличения бифуркационного параметра колебания из периодических сначала становятся квазипериодическими (возникает автомодуляция), а затем хаотическими. Однако, как известно, разрушение квазипериодического движения может происходить самыми различными способами [1,2]. Каждому из таких сценариев соответствуют свои количественные закономерности.

В литературе, посвященной нелинейной динамике ЛОВ, можно найти описание различных сценариев. В частности, при численном моделировании релятивистской ЛОВ в работе [7], а также при исследовании связанных ЛОВ в [8,9], был обнаружен переход к хаосу через последовательность бифуркаций удвоения периода автомодуляции. Различные сценарии перехода к хаосу

наблюдались и в экспериментальных исследованиях [10]. В связи с этим основная задача настоящей работы состоит в детальном численном моделировании процесса перехода к хаосу в ЛОВ. Результаты подобного исследования могли бы прояснить эту запутанную картину и способствовать лучшему пониманию специфики хаотических автоколебаний в распределенных системах.

Следует также заметить, что моделирование нестационарных нелинейных процессов в ЛОВ сохраняет актуальность с практической точки зрения в связи с разработкой мощных генераторов СВЧ излучения на основе релятивистских карсинотронов. Подтверждением тому служат недавно вышедшие работы [11,12].

## 1. Основные уравнения

Для численного эксперимента была выбрана простейшая модель ЛОВ, которая не учитывает диссипацию энергии в замедляющей системе, отражения волн от ее концов, силы кулоновского взаимодействия электронов и релятивистские эффекты. Данная модель исследовалась в большинстве опубликованных ранее работ и может быть описана безразмерными нестационарными уравнениями движения электронов и возбуждения током волноведущей системы [1,3,13,14]

$$\partial^2 \theta_\alpha / \partial \xi^2 = -L^2 \operatorname{Re} [F \exp(i\theta_\alpha)], \quad (1)$$

$$\partial F / \partial \tau - \partial F / \partial \xi = -L / \pi \int_0^{2\pi} \exp(-i\theta_\alpha) d\alpha \quad (2)$$

с граничными и начальными условиями

$$\theta_\alpha |_{\xi=0} = \alpha, \quad \partial \theta_\alpha / \partial \xi |_{\xi=0} = 0, \quad F |_{\xi=1} = 0, \quad F |_{\tau=0} = F^0(\xi). \quad (3)$$

В уравнениях (1–3)  $\theta_\alpha$  – фаза электрона относительно волны,  $\alpha \in [0; 2\pi]$ ,  $F$  – нормированная комплексная амплитуда поля волны,  $\xi = x/l$  и  $\tau = (t - x/v_0)/(l/v_0 + l/v_g)$  – нормированные координата и время,  $l$  – длина пространства взаимодействия,  $v_0$  и  $v_g$  – начальная скорость электронного пучка и групповая скорость электромагнитной волны, соответственно. Данная система содержит единственный управляющий параметр  $L = \Omega C / v_0$ , где  $\Omega$  – частота синхронизма между пучком и электромагнитной волной,  $C = (IK/4U)^{1/3}$  – параметр усиления Пирса [15],  $I$  – постоянный ток пучка,  $K$  – параметр, имеющий размерность сопротивления и характеризующий степень связи пучка с волной,  $U = mv_0^2/2e$  – ускоряющее напряжение. Решение уравнений (1)–(3) осуществлялось при помощи хорошо зарекомендовавшего себя численного метода второго порядка точности, подробно описанного в [13].

Согласно традиционной точке зрения на нестационарные нелинейные процессы в ЛОВ [3,4,13], самовозбуждение колебаний возникает при  $L \approx 1.98$ . При  $L \approx 2.9$  режим одночастотной генерации становится неустойчивым, и сменяется двухчастотным, то есть выходной сигнал оказывается модулированным. Это явление получило название автомодуляции. По мере увеличения  $L$  автомодуляция является вначале периодической, а затем – квазипериодической, реализующейся вплоть до значений  $L \approx 5.5$ , после чего генерируемый сигнал становится хаотическим. Однако выполненное в данной работе детальное компьютерное моделирование в той области  $L$ , где колебания обычно считались квазипериодическими, выявило весьма сложную последовательность смены различных автоколебательных режимов, характеризующуюся несколькими переходами к хаосу по различным сценариям. Ниже дается описание основных деталей нелинейной динамики однопараметрической модели ЛОВ.

## 2. Переход к хаосу по сценарию Фейгенбаума

В области  $4.02 < L < 4.11$  наблюдается переход к хаосу через последовательность бифуркаций удвоения периода автомодуляции. Удается уверенно наблюдать три бифуркации удвоения. На рис. 1 приведены временные реализации амплитуды выходного сигнала  $F_0(\tau) = F(\xi=0, \tau)$ , соответствующие фазовые портреты и спектры, иллюстрирующие последовательные удвоения. Фрагмент бифуркационной диаграммы (положения максимумов  $|F_0(\tau)|$  при различных  $L$ ), соответствующий этому режиму, изображен на рис. 2. На нем, в частности, видны окна периодичности в хаосе периодов 5 и 7.

Важно отметить, что приближенно выполняются универсальные количественные закономерности, присущие сценарию Фейгенбаума [1,2,16]. Так, оцененная по первым бифуркационным значениям  $L$ , величина

$$\delta = (L_3 - L_2)/(L_4 - L_3) \approx 4.925$$

близка к константе Фейгенбаума 4.669. Отношения амплитуд субгармоник, возникающих в результате последовательных бифуркаций, близки к теоретическому значению  $-13$  дБ. Таким образом, переход по сценарию Фейгенбаума не является следствием релятивистских эффектов, как это утверждается в [7].

Существенно, что вся последовательность бифуркаций удвоения занимает весьма узкую область изменения параметра  $L$ , а интенсивность шумовой составляющей спектра после перехода к хаосу невелика (порядка  $-20$  дБ к уровню сигнала на основной частоте). Поэтому неудивительно, что данные явления не были обнаружены в ряде опубликованных ранее работ. С другой стороны, следует отметить определенное соответствие с результатами работ [7–9], в которых также был зарегистрирован переход к хаосу через удвоения периода автомодуляции. Так, согласно [8,9], где рассматривались связанные ЛОВ, при слабой связи возбуждение колебаний отмечалось при  $L \approx 2.0$ , возникновение автомодуляции – при  $L \approx 2.9$ , а переход к хаосу – при  $L \approx 3.8$ . Небольшое отличие от результатов данной работы можно приписать влиянию взаимной связи генераторов. Не исключено, что переходу к хаосу через разрушение трехчастотного квазипериодического движения при  $L \approx 5.5$ , наблюдавшемуся в [8,9] при сильной связи, также предшествуют другие переходы «порядок – хаос» и «хаос – порядок», которые остались незамеченными в силу их тонкого характера. В работе [7], где рассматривался релятивистский карсинотрон, возникновение автомодуляции наблюдалось при  $L \approx 2.3$ , а переход к хаосу в после ряда бифуркаций удвоения – при  $L \approx 4.05$  (необходимо, конечно, учесть, что в [7] использована другая нормировка переменных, так что бифуркационные значения параметров должны быть соответствующим образом пересчитаны). Таким образом, границы перехода к хаосу по результатам [7] и данной работы очень близки друг к другу. В то же время сильное отличие в значениях порога автомодуляции, очевидно, обусловлено релятивистскими эффектами. Действительно, другие параметры в [7] (система уравнений релятивистской ЛОВ как минимум двухпараметрическая) выбирались в соответствии с условиями максимального КПД, полученными в [17]. При этом сильные релятивистские эффекты значительно снижают порог автомодуляции, а полученное в [7] значение  $L \approx 2.3$  хорошо согласуется с данными работы [4].

## 3. Область прибавлений периода

После перехода к хаосу по сценарию Фейгенбаума в области  $4.150 < L < 4.320$  наблюдается большое количество окон периодичности в хаосе, период которых, начиная с трех, последовательно увеличивается на единицу. На рис. 3 представлена бифуркационная диаграмма, соответствующая этой области, которую естественно назвать областью прибавлений периода. Удается уверенно наблюдать окна с

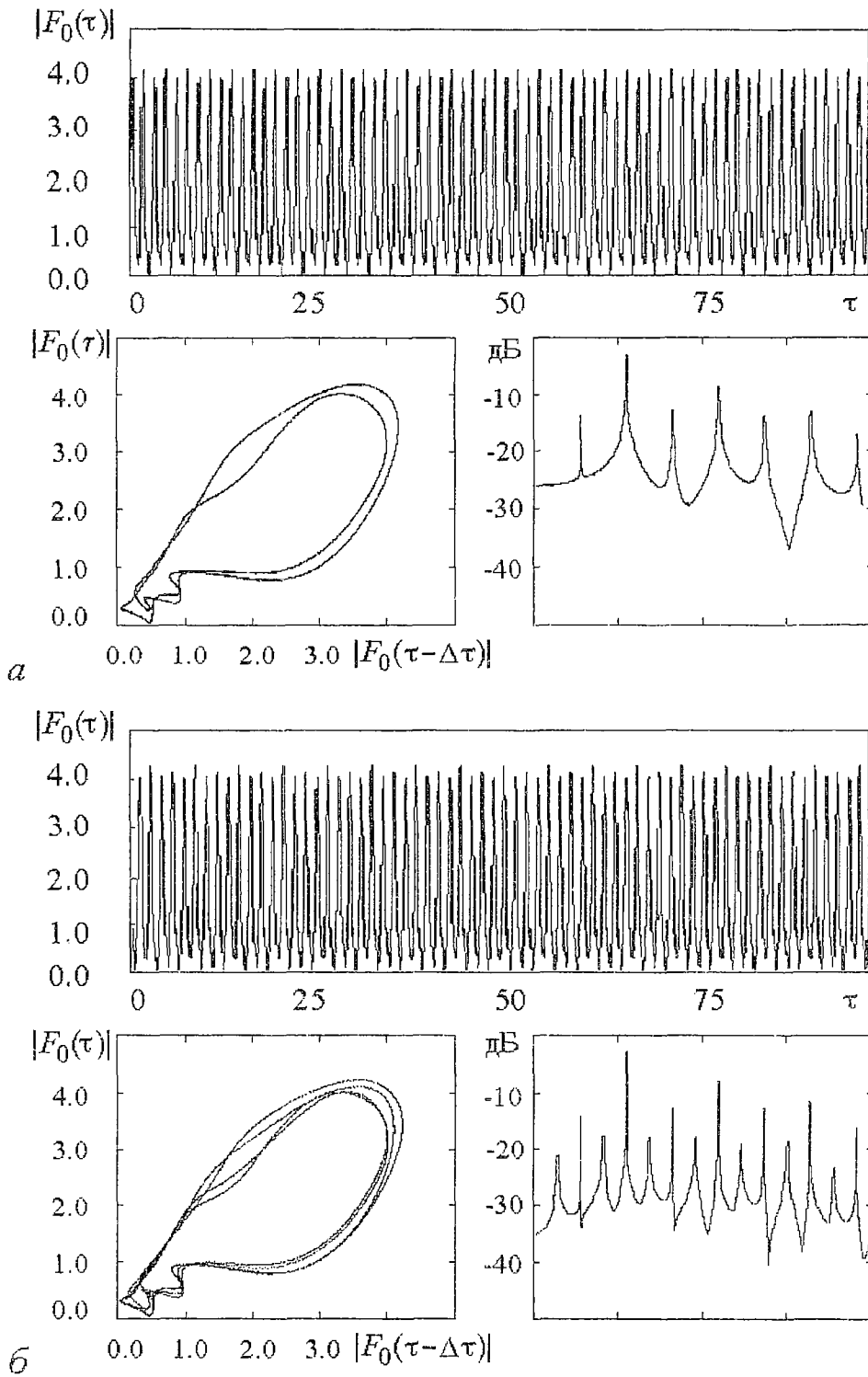


Рис. 1. Временные реализации, фазовые портреты и спектры выходного сигнала, иллюстрирующие переход к хаосу по сценарию Фейгенбаума;  $L=4.089$  (а),  $4.106$  (б)

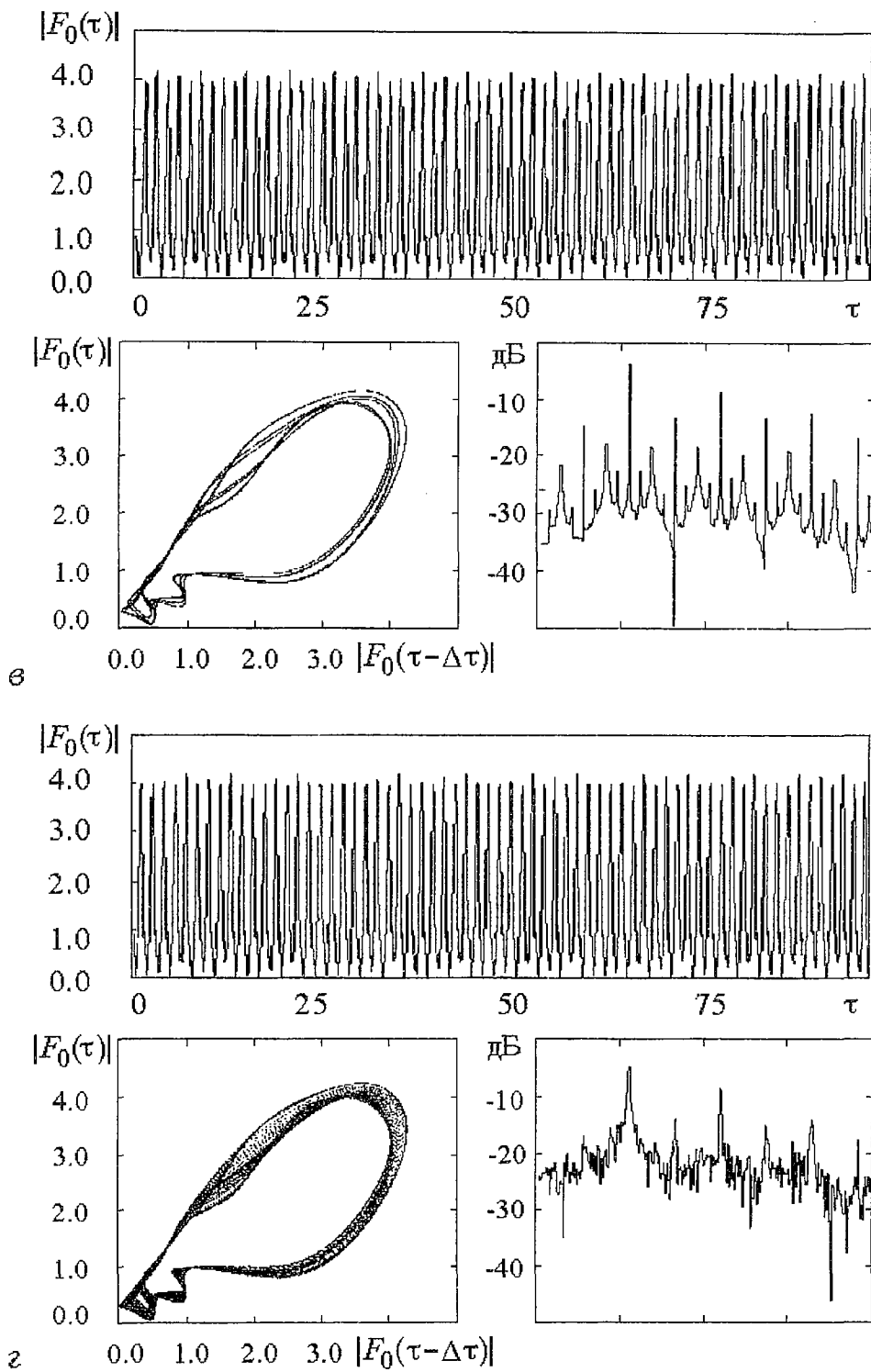


Рис. 1. Временные реализации, фазовые портреты и спектры выходного сигнала, иллюстрирующие переход к хаосу по сценарию Фейгенбаума;  $L = 4.108$  (а),  $4.118$  (z)

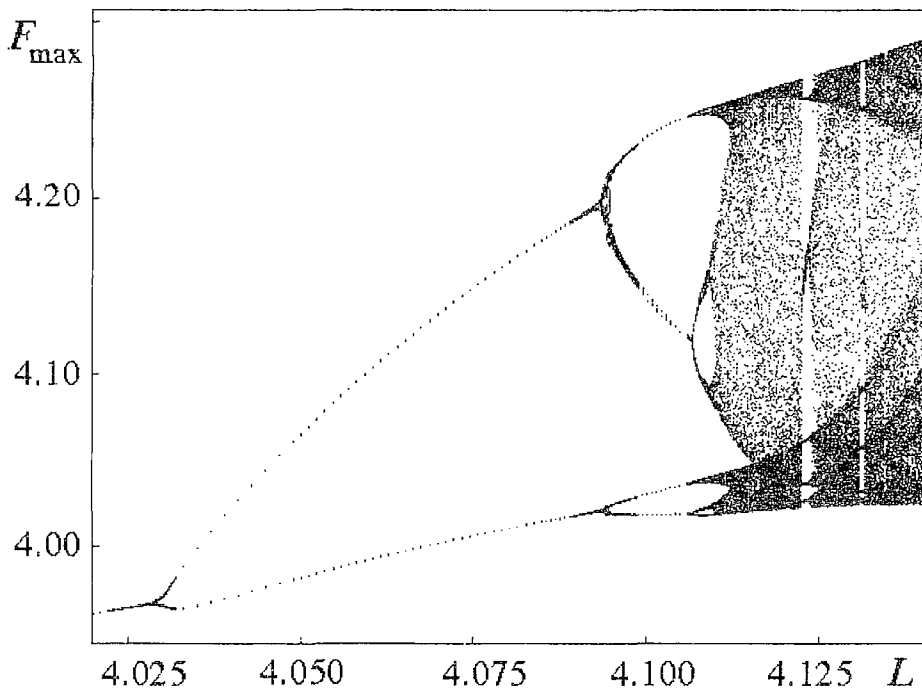


Рис. 2. Фрагмент бифуркационной диаграммы в области перехода к хаосу по сценарию Фейгенбаума

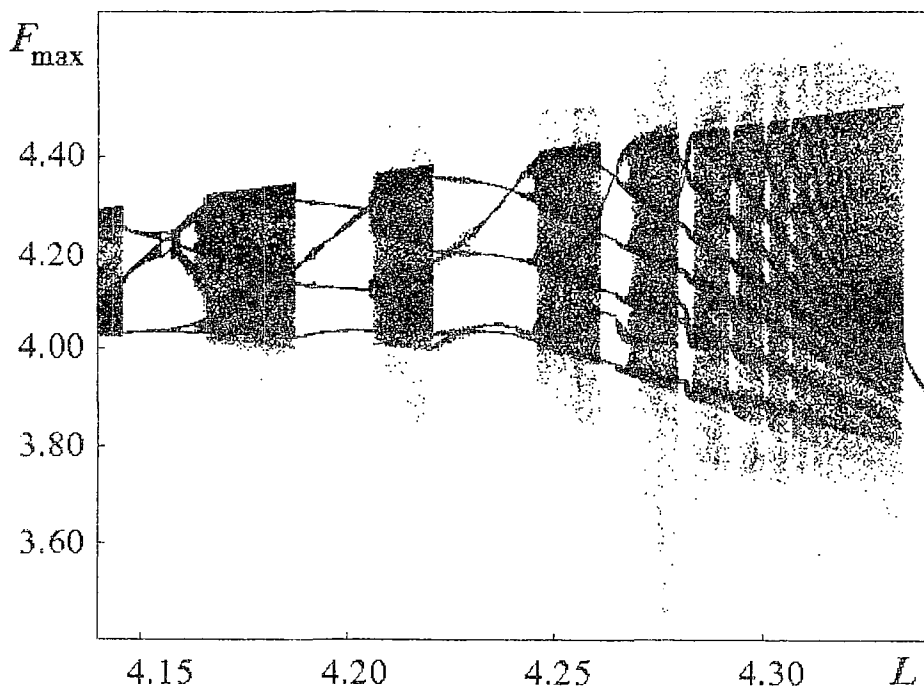


Рис. 3. Фрагмент бифуркационной диаграммы в области прибавлений периода

периодами до 9. Фрагменты бифуркационной диаграммы, соответствующие окнам периодов 3 и 5, содержатся на рис. 4. Видно, что внутри окон бифуркационная диаграмма имеет сложную структуру, характеризующуюся несколькими прямыми и обратными бифуркациями удвоения. На рис. 5 показаны временные реализации, спектры и фазовые портреты, соответствующие циклам периодов 3 и 5.

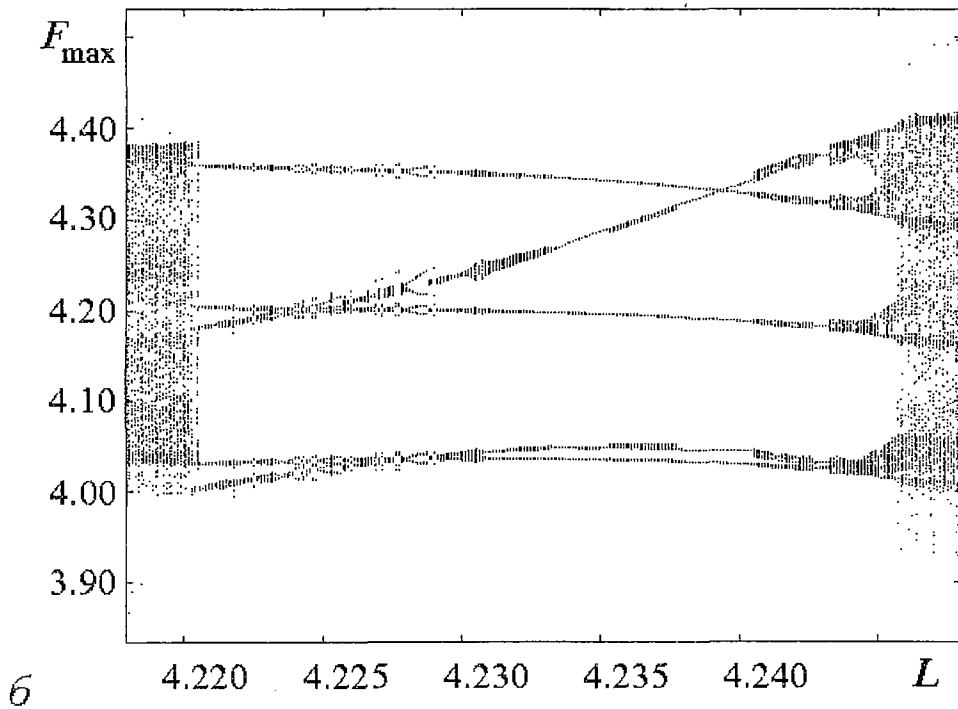
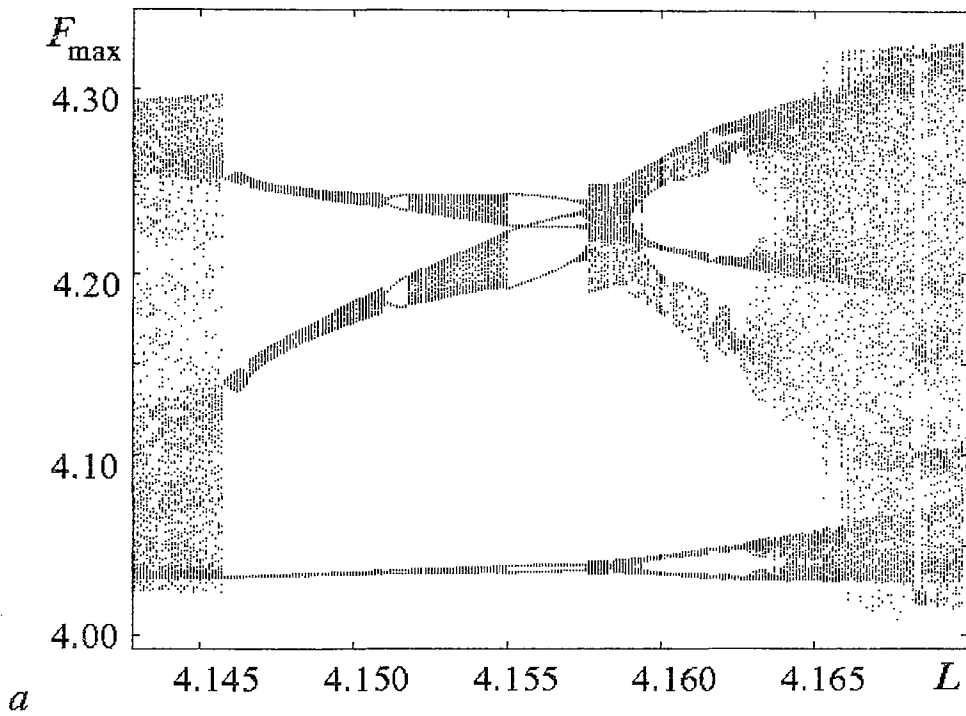


Рис. 4. Фрагменты бифуркационной диаграммы, соответствующие окнам периодов 3 (*a*) и 5 (*б*)

#### 4. Переход «хаос – порядок» через перемежаемость

При  $4.320 < L < 4.333$  происходит переход через перемежаемость от хаотической автомодуляции к периодической. Временная реализация процесса

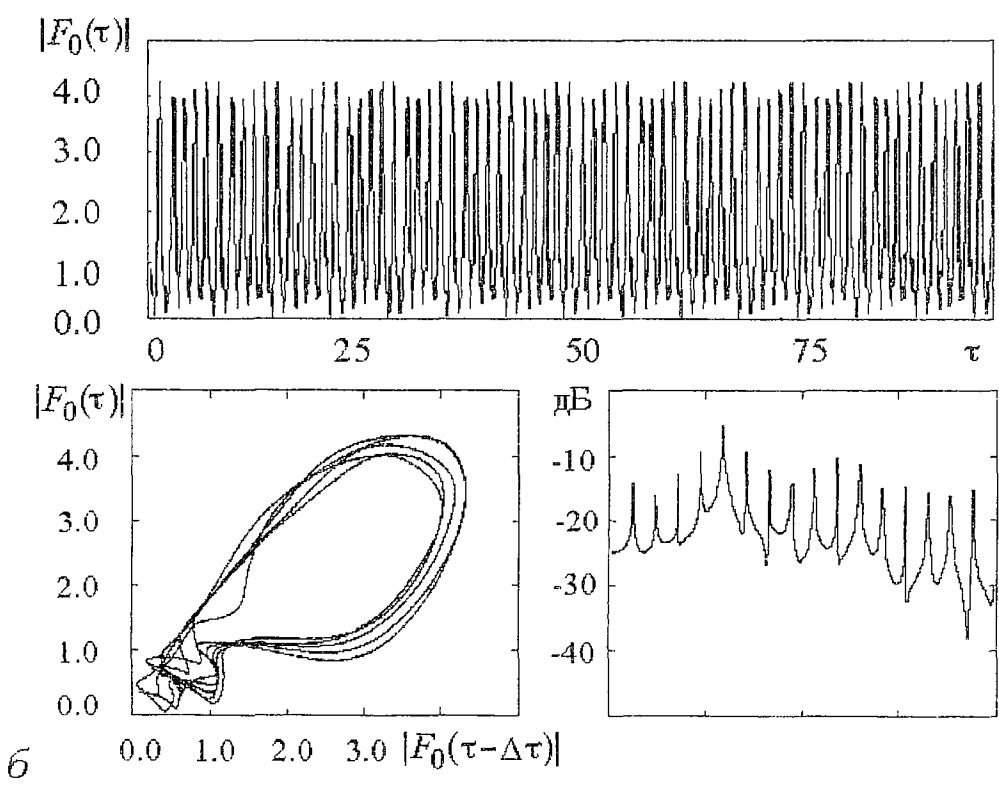
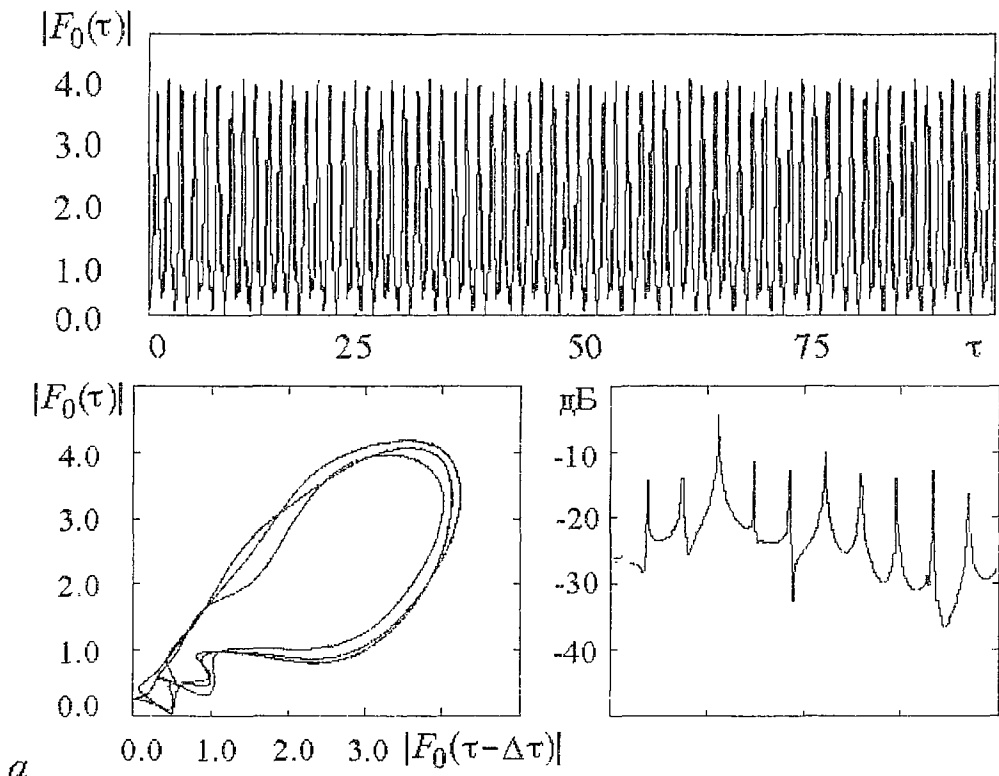


Рис. 5. Временные реализации, фазовые портреты и спектры выходного сигнала, соответствующие циклам периода 3 при  $L=4.1465$  (а) и периода 5 при  $L=4.2392$  (б)



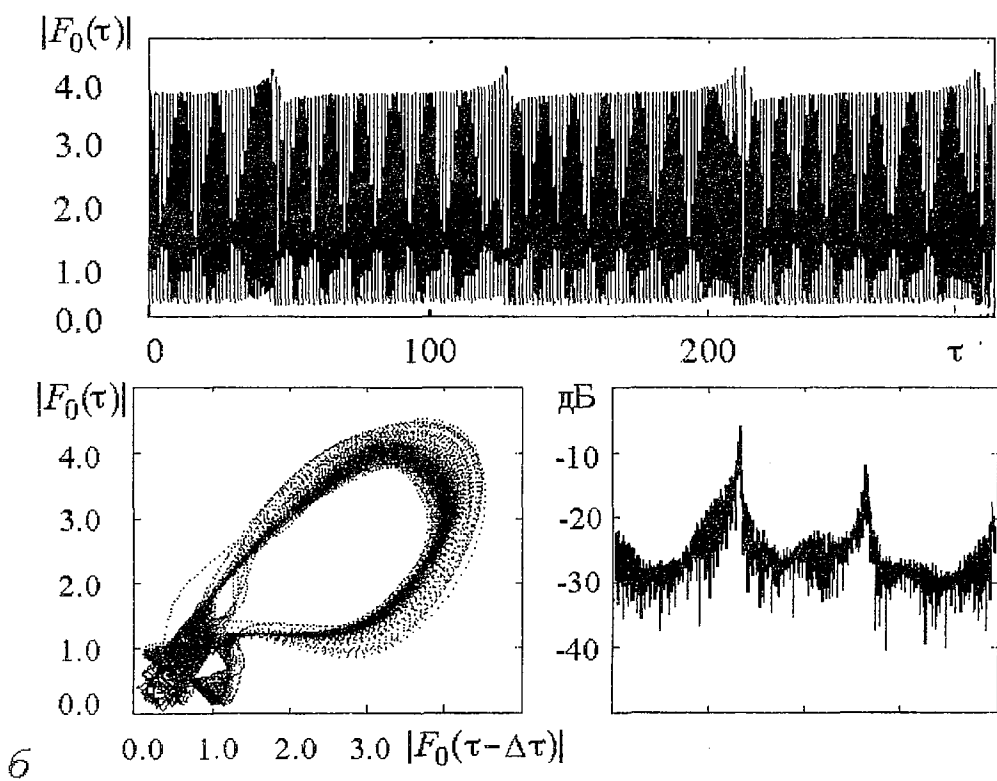
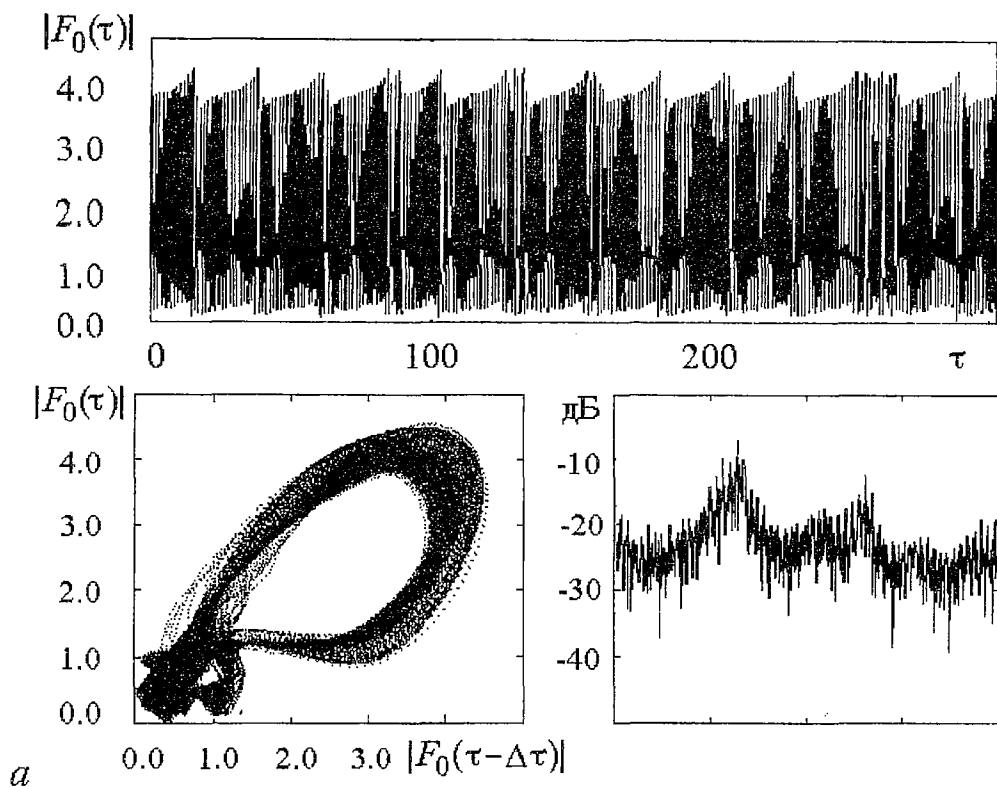


Рис. 6. Временные реализации, фазовые портреты и спектры выходного сигнала при перемежаемости;  $L=4.325$  (а) и  $4.3327$  (б)

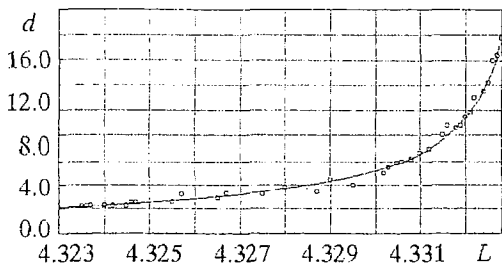


Рис. 7. Зависимость средней длительности ламинарной фазы  $d$  (в относительных единицах) от бифуркационного параметра  $L$  при перемежаемости. Кружки – данные численного эксперимента, сплошная кривая – аппроксимация по формуле (4)

перемежаемости 1-го рода [1,2,16].

После перехода «хаос – порядок» странный аттрактор в фазовом пространстве превращается в метастабильное хаотическое множество. В течение переходного процесса фазовая траектория вначале располагается в окрестности этого множества и реализация напоминает хаотическую, а затем притягивается к устойчивому предельному циклу, а реализация становится регулярной. Заметим, однако, что переходный процесс может занимать долгое время, во много раз превышающее период основной частоты, что необходимо учитывать при анализе импульсных режимов работы генератора.

### 5. Область квазипериодики. Переход к хаосу через разрушение трехчастотного квазипериодического движения

При  $L > 4.3333$  автомодуляция становится вначале периодической, а затем – квазипериодической с двумя несоизмеримыми частотами. При  $L \approx 4.63$  происходит переход к хаосу через разрушение трехчастотного квазипериодического движения. Соответствующие реализации, спектры и фазовые портреты приведены на рис. 8. Напомним, что мы ограничиваемся исследованием динамики огибающей выходного сигнала  $|F_0(\tau)|$ , так что фазовый портрет, изображенный на рис. 8, а, на самом деле соответствует двумерному тору, а на рис. 8, б – трехмерному. Образующийся странный аттрактор существует в области  $4.63 < L < 4.90$ , после чего вновь реализуются квазипериодические режимы. На рис. 9 приведена бифуркационная диаграмма для этой области и увеличенный фрагмент, соответствующий хаотическому режиму (на врезке).

В описываемой области наблюдаются такие явления, как синхронизация и образование резонансных циклов на торе. Например, в окрестности  $L \approx 4.69$  имеет место резонанс 1:10, который хорошо виден на рис. 8, в.

На рис. 10 приведены сечения Пуанкаре, соответствующие различным режимам, представленным на рис. 9. Хорошо видно, что в режиме, предшествующем переходу к хаосу, аттрактор представляет собой покрытый складками тор (рис. 10, а). В области синхронизации сечение Пуанкаре практически сжимается в точку (рис. 10, б). Рис. 10, в соответствует описанному выше резонансу 1:10, а рис. 10, г – хаотическим колебаниям.

Вновь отметим, что область хаоса занимает узкий диапазон изменения  $L$  по сравнению с областью, в которой движение является квазипериодическим, а шумовая составляющая спектра находится на уровне примерно  $-20$  дБ к основной частоте. Поэтому описанные явления не были обнаружены при менее детальном исследовании.

имеет вид прерываемых нерегулярными всплесками периодических пиков, длительность которых увеличивается с ростом  $L$ . Соответствующие реализации, спектры и фазовые портреты приведены на рис. 6.

На рис. 7 представлена зависимость средней длительности ламинарной фазы  $d$  (в относительных единицах) от бифуркационного параметра. Видно, что эта кривая приближенно может быть описана функцией

$$d = c/(L_c - L)^{1/2}, \quad (4)$$

где  $c \approx 0.4415$ ,  $L_c \approx 4.3333$ . Такой характер зависимости  $d(L)$  типичен для

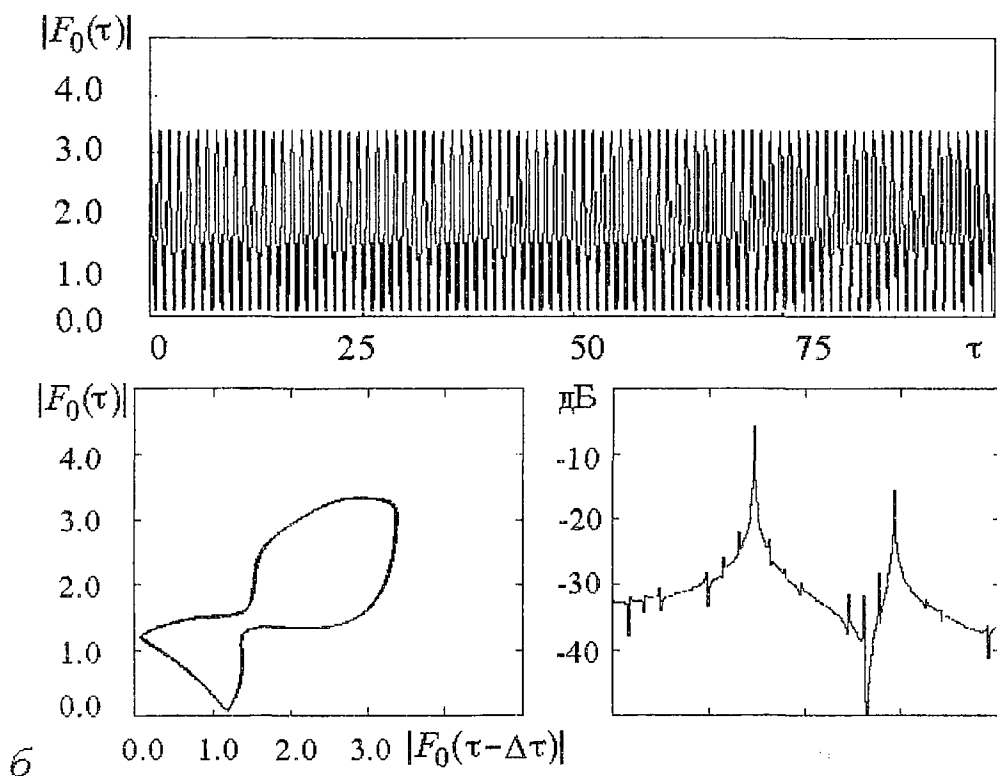
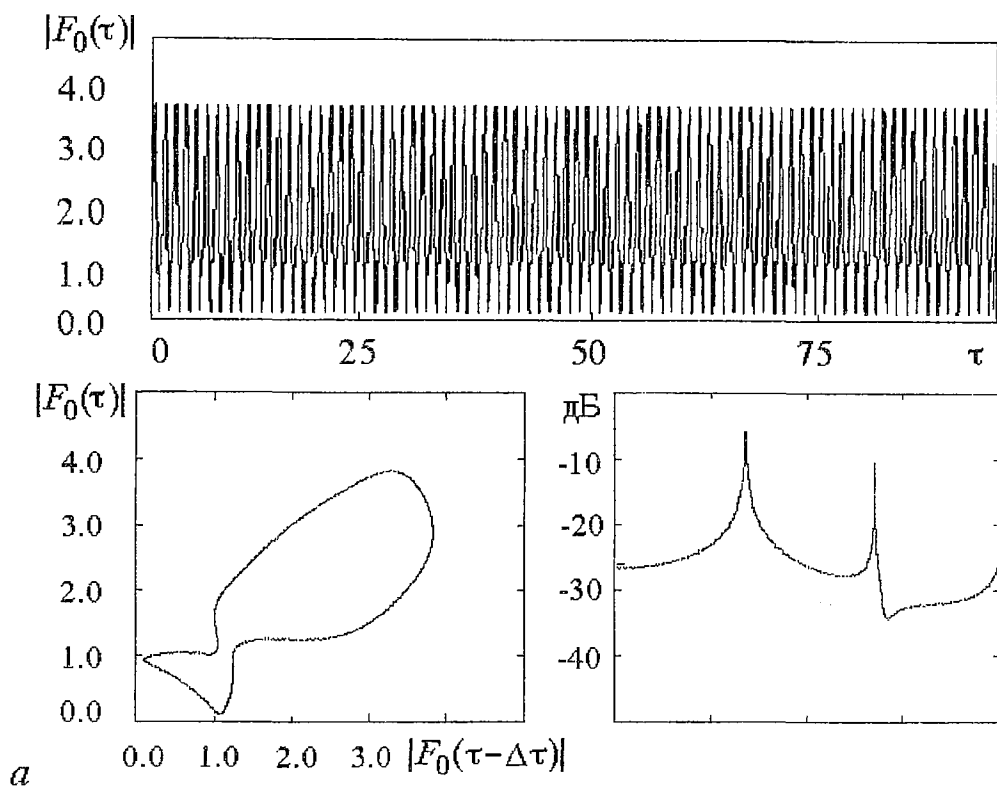


Рис. 8. Временные реализации, фазовые портреты и спектры выходного сигнала, соответствующие различным режимам автомодуляции: *a* – периодической,  $L=4.348$ ; *б* – квази-периодической,  $L=4.5137$

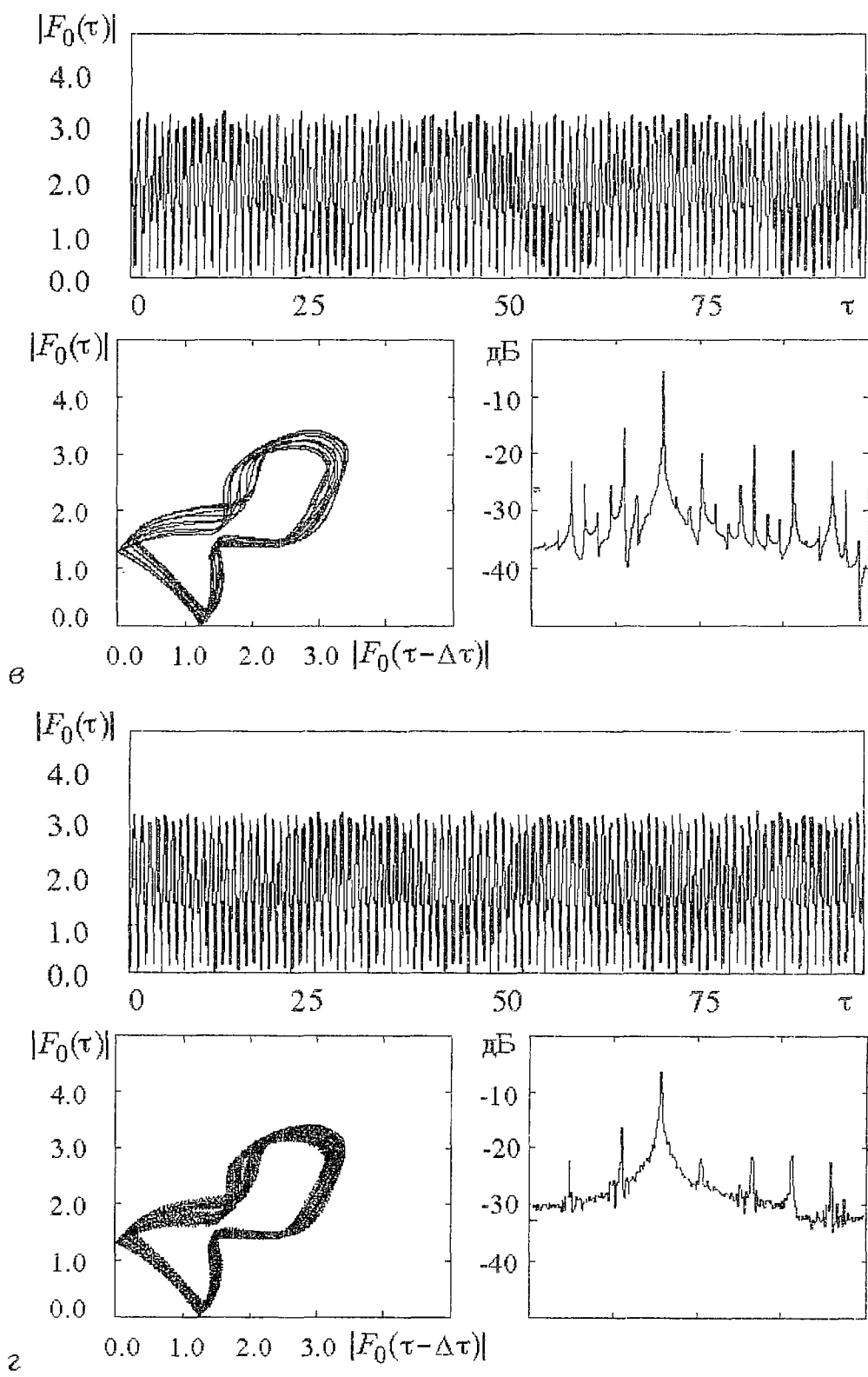


Рис. 8. Временные реализации, фазовые портреты и спектры выходного сигнала, соответствующие различным режимам автомодуляции: а - периодической при резонансе 1:10,  $L=4.6944$ ; з - хаотической,  $L=4.70$

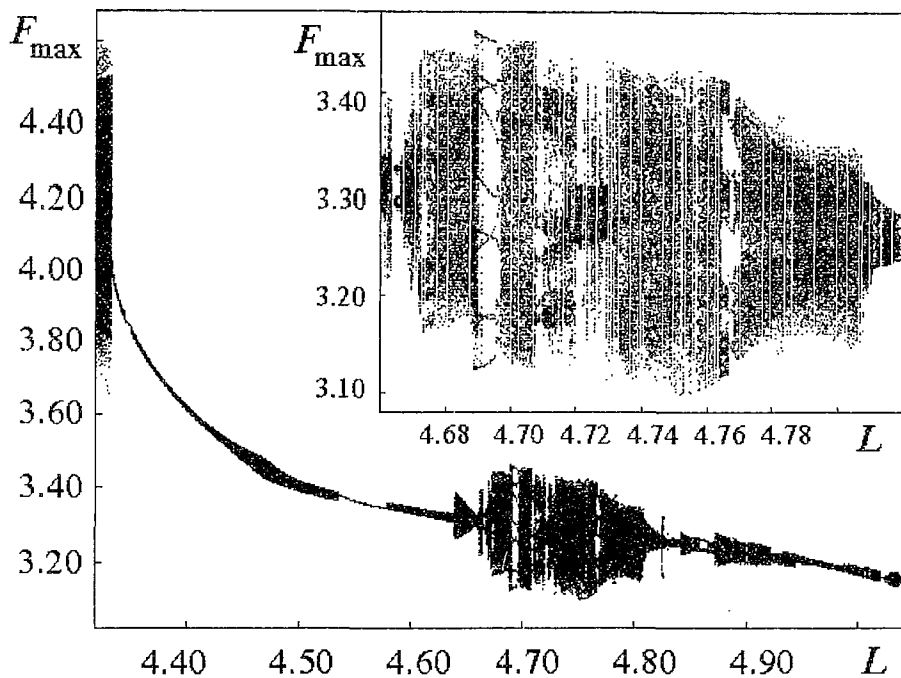


Рис. 9. Фрагмент бифуркационной диаграммы в области перехода к хаосу через разрушение квазипериодического движения

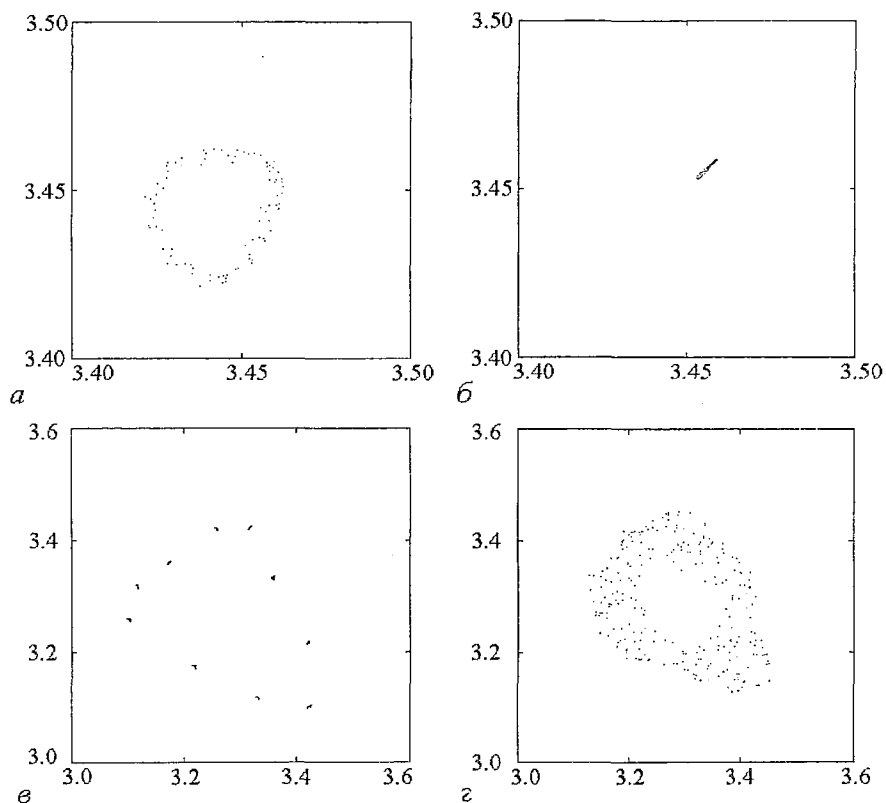


Рис. 10. Сечения Пуанкаре, соответствующие различным режимам автомодуляции: *а* – квазипериодической,  $L=4.47$ ; *б* – периодической, в области синхронизации,  $L=4.55$ ; *в* – периодической при резонансе 1:10,  $L=4.695$ ; *г* – хаотической,  $L=4.70$

## 6. Переход к «высокоразмерному» хаосу

Начиная с  $L > 6.05$  имеют место чрезвычайно сложные режимы автоколебаний, когда на двумерной проекции фазового портрета уже не проявляется какая-либо крупномасштабная структура. Примеры реализаций, спектров и фазовых портретов приведены на рис. 11. Подобные режимы являются специфической особенностью систем с большим числом степеней свободы. Заметим, что ранее именно их считали «подлинно» хаотическими, а все предшествовавшие им режимы квалифицировались как квазипериодические [3,4,13]. Некоторое отличие в значении границы перехода к «высокоразмерному» хаосу (в большинстве работ указано значение  $L \approx 5.5$ ) связано с наличием уже упоминавшегося метастабильного хаотического множества. Чрезвычайно длительный переходный процесс при  $5.5 < L < 6.05$  выглядит как хаотический, однако на больших временах заканчивается установлением регулярных колебаний.

## 7. О приближенном описании нелинейной динамики ЛОВ при помощи одномерного отображения

Некоторые особенности наблюдаемого сценария перехода к хаосу могут быть приближенно описаны на основе предложенного в [3] одномерного отображения

$$F_{n+1} = (-iL^3/2)J_1(|F_n|)F_n/|F_n|, \quad (5)$$

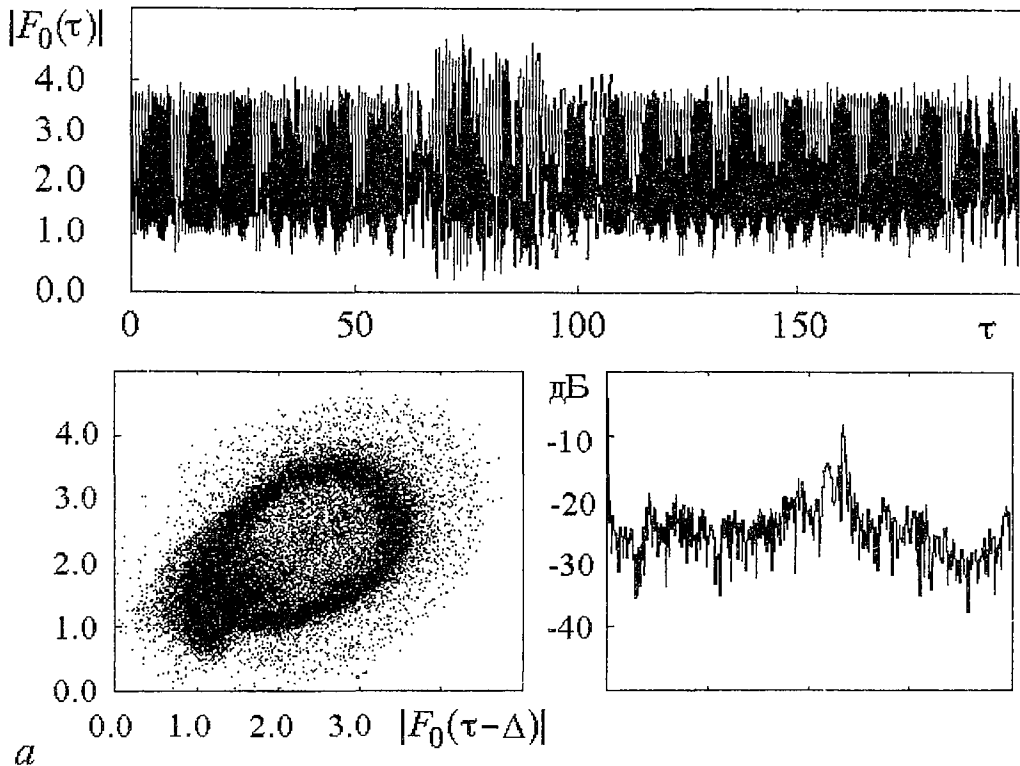
где  $F_n$  – значения амплитуды выходного сигнала в дискретные моменты времени  $t = nT$ ,  $T$  – время прохождения сигнала по петле обратной связи, приближенно равно  $l/v_0 + l/v_g$ ,  $J_1$  – функция Бесселя 1-го порядка. Отображение (5) выводится в рамках так называемой клистронной модели, когда считается, что взаимодействие пучка с полем имеет место лишь на двух коротких участках вблизи входного и выходного конца системы. Осциллирующий характер функции Бесселя отражает многократную перегруппировку электронного пучка, являющуюся причиной автомодуляции. Ранее отображение (5) предлагалось и для описания других приборов, например, клистрона бегущей волны с запаздывающей обратной связью [18] и лазера на свободных электронах на вынужденном встречном рассеянии волн [19].

Строго говоря, в работах [3,18,19] не содержится подробного анализа отображения (5). Отмечается лишь, что при слабой нелинейности можно ограничиться первыми членами разложения функции Бесселя в ряд Тейлора и получить

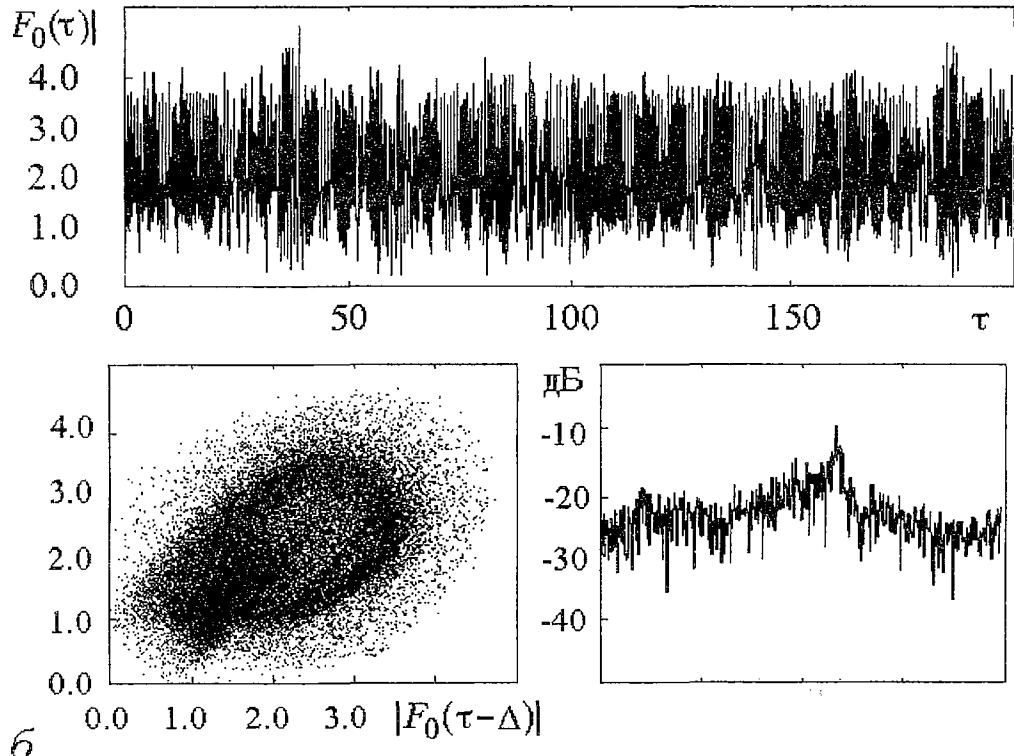
$$F_{n+1} = (-L^3/4)(F_n - F_n^3). \quad (6)$$

Отображение (6) описывает самовозбуждение колебаний при  $L \approx 1.59$ , возникновение автомодуляции с периодом  $2T$  при  $L \approx 2.0$  и переход к хаосу по сценарию Фейгенбаума при  $L \approx 2.097$ . По-видимому, когда не удалось обнаружить соответствия между результатами численного моделирования уравнений (1)–(3) и отображения (6), исследования в этом направлении были оставлены. В то же время, как показано в настоящей работе, для ЛОВ действительно характерен переход к хаосу по сценарию Фейгенбаума. Поэтому представляет интерес более тщательное сопоставление результатов анализа уравнений (1)–(3) и отображения (5).

Как показывают расчеты, отображение (5) предсказывает возбуждение колебаний при  $L \approx 1.59$ , возникновение автомодуляции при  $L \approx 2.1$  и переход к хаосу по сценарию Фейгенбаума при  $L \approx 2.265$ . На рис. 12,а–в показаны циклы периодов 2, 4 и 8 для этого отображения. При  $L > 2.35$  отображение (5) имеет более одного максимума, что приводит к качественным отличиям в динамике (5) и (6). В



a



b

Рис. 11. Временные реализации, фазовые портреты и спектры выходного сигнала в режиме «высокоразмерного» хаоса;  $L=6.05$  (a) и  $6.10$  (б)

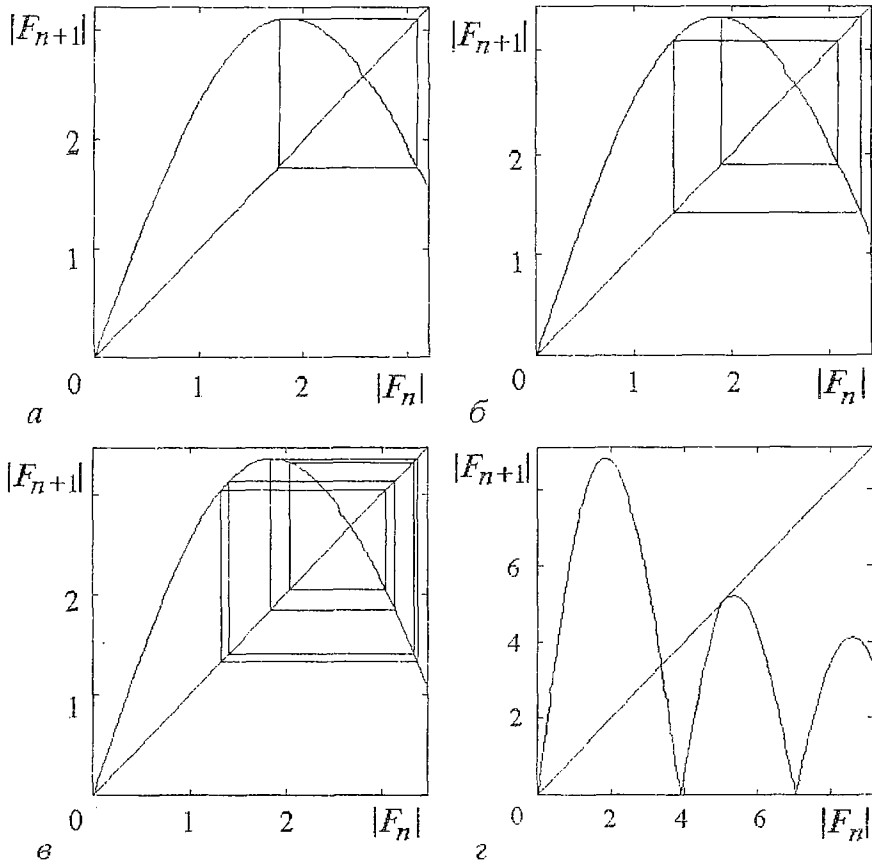


Рис. 12. Отображение (5) в областях циклов периодов 2 (а), 4 (б), 8 (в) и вблизи перехода «хаос – порядок» через перемежаемость (г)

частности, при  $L \approx 3.145$  у отображения (5) появляется устойчивая неподвижная точка. Поскольку она появляется в результате касательной бифуркации, переход «хаос – порядок» происходит через перемежаемость (рис. 12,г). Таким образом, некоторые важные особенности нелинейной динамики ЛОВ удастся приближенно описать на основе одномерного отображения. Разумеется, не приходится ожидать, что с помощью столь упрощенной модели удастся полностью объяснить всю сложную картину, представленную в данной работе.

### Заключение

В настоящей работе выявлена чрезвычайно сложная картина нестационарных нелинейных процессов в ЛОВ, характеризующаяся многочисленными переходами «порядок – хаос» и «хаос – порядок» по различным сценариям. В частности, в области изменения бифуркационного параметра  $4.02 < L < 4.11$  обнаружен переход к хаосу по сценарию Фейгенбаума. Показано, что выполняются универсальные количественные закономерности, присущие этому сценарию. Далее расположена область прибавлений периода ( $4.150 < L < 4.320$ ), в которой имеется большое количество окон периодичности в хаосе, период которых, начиная с трех, последовательно увеличивается на единицу. Удастся уверенно наблюдать окна с периодами до 9. При  $4.320 < L < 4.3333$  обнаружен переход через перемежаемость от хаотической автомодуляции к периодической. Подсчитана зависимость средней длительности ламинарной фазы от значения бифуркационного параметра, которую удастся аппроксимировать функцией



$c(L_c - L)^{-1/2}$ , характерной для перемежаемости первого рода. При  $L \approx 4.63$  обнаружен переход «порядок – хаос» через разрушение трехчастотного квазипериодического движения. Хаотические колебания существуют в области  $4.63 < L < 4.90$ , вновь сменяясь квазипериодическими. Наблюдаются синхронизация и образование резонансных циклов на торе. При  $L \approx 6.05$  происходит последний переход к хаосу, который характеризуется достаточно однородным сплошным спектром и отсутствием какой-либо крупномасштабной структуры на проекции фазового портрета. Показана возможность приближенного описания некоторых особенностей нелинейной динамики ЛОВ (переход к хаосу по сценарию Фейгенбаума и переход «хаос – порядок» через перемежаемость) на основе одномерного отображения, предложенного в работе [3].

Авторы благодарны Д.И.Трубецкову за руководство исследованиями, а также А.П.Кузнецову и С.П.Кузнецову за обсуждение результатов работы.

### Библиографический список

1. Рабинович М.И., Трубецков Д.И. Введение в теорию колебаний и волн. М.: Наука, 1984.
2. Неймарк Ю.И., Ланда П.С. Стохастические и хаотические колебания. М.: Наука, 1987.
3. Гинзбург Н.С., Кузнецов С.П. Периодические и стохастические автомодуляционные режимы в электронных генераторах с распределенным взаимодействием // Релятивистская высокочастотная электроника. Проблемы повышения мощности и частоты излучения. Горький: ИПФ АН СССР, 1981. С. 101.
4. Гинзбург Н.С., Кузнецов С.П., Федосеева Т.Н. Теория переходных процессов в релятивистской ЛОВ // Изв. вузов. Радиофизика. 1978. Т.21, № 7. С. 1037.
5. Безручко Б.П., Кузнецов С.П., Трубецков Д.И. Экспериментальное наблюдение стохастических колебаний в динамической системе электронный пучок – обратная электромагнитная волна // Письма в ЖЭТФ. 1979. Т.29, № 3. С. 180.
6. Трубецков Д.И., Четвериқов А.П. Автоколебания в распределенной системе электронный поток – обратная (встречная) электромагнитная волна // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1994. Т.2, № 5. С. 9.
7. Островский А.О., Ткач Ю.В. К теории автомодуляционных процессов в релятивистском карсинотроне // Письма в ЖТФ. 1991. Т.17, № 18. С. 10.
8. Балакирев В.А., Островский А.О., Ткач Ю.В. К теории автомодуляционной неустойчивости колебаний в связанных карсинотронах // Письма в ЖТФ. 1990. Т.16, № 19. С. 8.
9. Балакирев В.А., Островский А.О., Ткач Ю.В. К теории автомодуляционных процессов в системе связанных гофрированных волноводов, возбуждаемых прямолинейными электронными потоками // ЖТФ. 1991. Т.61, № 9. С. 94.
10. Кац В.А. Стохастические автоколебания в электронных распределенных системах на сверхвысоких частотах: Дисс. ... канд. физ.-мат. наук. Саратов: СГУ, 1985.
11. Levush B., Antonsen T.M., Vlasov A.N., Nusinovich G.S., Miller S.M., Carmel Y., Granatstein V.L., Destler W.W., Bromborsky A., Schlesiger C., Abe D.K., Ludeking L. High-efficiency relativistic backward wave oscillator: theory and design // IEEE Trans. on Plasma Sci. 1996. Vol.24, № 3. P. 843.
12. Пегель И.В. Моделирование нестационарных процессов в релятивистской лампе обратной волны методом макрочастиц // Изв. вузов. Физика. 1996. Т.39, № 12. С. 62.
13. Безручко Б.П., Булгакова Л.В., Кузнецов С.П., Трубецков Д.И. Экспериментальное и теоретическое исследование стохастических автоколебаний в лампе обратной волны // Лекции по электронике СВЧ и радиофизике (5-я зим-

няя школа–семинар инженеров). Кн. 5. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1980. С. 25.

14. Безручко Б.П., Булгакова Л.В., Кузнецов С.П., Трубецков Д.И. Стохастические автоколебания и неустойчивость в лампе обратной волны // РЭ. 1983. Т.28, № 6. С. 1136.

15. Шевчик В.Н., Трубецков Д.И. Аналитические методы расчета в электронике СВЧ. М.: Сов. радио, 1970.

16. Шустер Г. Детерминированный хаос. М.: Мир, 1988.

17. Ковалев Н.Ф., Петрухина В.И., Сморгонский А.В. Ультрарелятивистский карсинотрон // РЭ. 1975. Т.20, № 7. С. 1547.

18. Кузнецов С.П., Перельман А.Ю., Трубецков Д.И. Автомодуляционные и стохастические режимы в клистроне бегущей волны с внешней обратной связью // ЖТФ. 1983. Т.53, № 1. С. 163.

19. Гинзбург Н.С. Об эффекте автомодуляции излучения в ЛСЭ усилителях, основанных на вынужденном встречном рассеянии волн // ЖТФ. 1986. Т.56, № 5. С. 938.

Саратовский государственный  
университет

Поступила в редакцию 11.09.97

## ON THE TRANSITION TO CHAOS SCENARIO IN ONE PARAMETER MODEL OF A BACKWARD WAVE OSCILLATOR

*N.M. Ryskin, V.N. Titov*

The results of the numerical simulations of the transition to chaos in the simplest one parameter model of the O-type backward-wave oscillator are presented. The complex sequence of oscillating regimes with multiple «order – chaos» and «chaos – order» transitions through different scenarii is found. Obtained results are compared with those of previously published works. The possibility of approximate description of the dynamics by one-dimensional map is discussed.



*Рыскин Никита Михайлович* – родился в 1966 году в Саратове. Окончил физический факультет Саратовского университета (1991). Работал в НИИ механики и физики СГУ. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности «радиофизика» в СГУ (1996). Доцент Колледжа прикладных наук СГУ (1997). Читает курс «Нелинейные волны» студентам третьего курса КПН. Область научных интересов – нелинейные явления в распределенных системах, содержащих электронные потоки и магнитные поля, вакуумная микроэлектроника. Автор и соавтор 25 научных работ.



*Титов Владимир Николаевич* – родился в 1974 году в рабочем поселке Степное Саратовской области. Окончил физический факультет Саратовского государственного университета (1997). Аспирант кафедры электроники и волновых процессов СГУ.

Область научных интересов: динамический хаос в распределенных системах, электронные приборы СВЧ с длительным взаимодействием.