Прикладные задачи нелинейной теории колебаний и волн

Изв.вузов «ПНД», т.6, № 5, 1998 УДК 621.372

ПОВЫШЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ СИГНАЛ/ШУМ НА ВЫХОДЕ НЕЛИНЕЙНОГО УСИЛИТЕЛЯ В РЕЖИМЕ СТОХАСТИЧЕСКОГО РЕЗОНАНСА

М.В. Давидович

Приведены результаты численного моделирования нелинейных бистабильных четырехполюсников в режиме воздействия сигнала и сильного широкополосного шума. Показана возможность широкополосного усиления модулированных сигналов при собственном коэффициенте шума 1 – 2 дБ. Исследована возможность снижения коэффициента шума до величин менее 1 дБ в цепи из нескольких разветвлений с неидентичными четырехполюсниками указанного типа в ее ветвях. Предложена и исследована блок-схема для выделения из шума квазигармонического сигнала в виде последовательности синусоидальных цугов с несущей частотой ω_0. Особенностью схемы является выработка субгармонического сигнала с частотой $\omega_0/3$, пропорционального входному сигналу, а также нелинейное преобразование сигналов.

Введение

Со времени открытия стохастического резонанса (СР) [1] опубликовано значительное число работ (например, [2–25]) по его исследованию. В большинстве работ он исследуется с точки зрения возможности увеличения сигнала (как правило, гармонического) шумом в замкнутой динамической системе (ДС) с генератором сигнала и шума. СР обнаружен и исследован как в бистабильных системах, так и в системах с динамическим хаосом [13–15,20], моностабильных системах и в автогенераторах с жестким возбуждением [21]. Его предложено использовать как для усиления сигналов [10,12–16], так и для выделения сигнала из шума [7,22,25].

Наибольший интерес с точки зрения использования СР для техники СВЧ представляет исследование усиления сигнала шумом при их прохождении через бистабильный нелинейный четырехполюсник (НЧ), являющийся усилителем в режиме СР, исследованию которого посвящены работы [22–25]. Результаты работ [22–24] свидетельствуют о возможности создания усилителя с полосой усиления модулированных сигналов порядка 20% и собственным коэффициентом шума (КШ) порядка 1–2 дБ, который может работать в режиме сильной интегральной шумовой помехи. Коэффициент усиления такого усилителя с одним нелинейным элементом может иметь значения порядка 10–30 дБ и более [22]. Актуальным для возможных технических применений СР является снижение собственного КШ усилителя в виде НЧ до величин существенно меньших 1 дБ при сохранении или улучшении остальных его параметров, чему и посвящена настоящая работа.

Целью работы является исследование прохождения сильно зашумленных квазигармонических и модулированных сигналов через бистабильный нелинейный четырехполюсник методом компьютерного моделирования и нахождение НЧ с пониженным собственным КШ, а также с возможностью выделения сигнала из шума.

1. Метод расчета и его обоснование

В работе численно исследуется НЧ, включающий нелинейный элемент с ВАХ N–типа, шунтирующую его емкость C и последовательную индуктивность L, а также НЧ в виде идеального триггера Шмитта (ТШ), описываемого функциональным уравнением

$$u(t) = U_T\text{sgn}[u(t) + S(t) + N(t)].$$

В первом случае необходимо решать стохастическое дифференциальное уравнение

$$CL\, \partial^2U/\partial t^2 + [R_c C + L\partial J(U)/\partial U]\partial U/\partial t + R_c J(U) + U = S(t) + N_t(i) + e, \qquad (1)$$

где $S(t)$ – ЧМ или АМ сигнал, действующий за время наблюдения T; $N_t(i)$ – зависящий от некоторого элементарного события i случайный процесс, характеризующий аддитивный шум; e – постоянное напряжение смещения; $R_c=R+R_0$ – полное сопротивление контура цепи. Уравнение (1) описывает, например, работу переключаемого шумом туннельного диода на СВЧ, включенного в резистивный контур (рис. 1, *а*), где C – емкость p–n–перехода (включая емкость корпуса и монтажа), а L – индуктивность крепления и корпуса. Напряжение генератора представляет собой полезный сигнал и аддитивный широкополосный шум: $U_g=S(t)+N_t(i)$. СВЧ–схема включения диода может быть как проходной (представляя собой линию передачи в одномодовом режиме с двумя широкополосными согласующими трансформаторами с выходным и входным импедансами R_0 и R, между которыми включен диод), так и отражательной [26]. Трансформаторы (например, чебышевские) должны трансформировать волновые сопротивления подводящих линий к импедансам туннельных диодов вблизи рабочей точки в полосе частот порядка нескольких октав.

Широкополосный шум обычно моделируют δ–коррелированным белым шумом $\xi(t)$ амплитуды D (со спектральной интенсивностью $D^2/2$) [22,27,28]

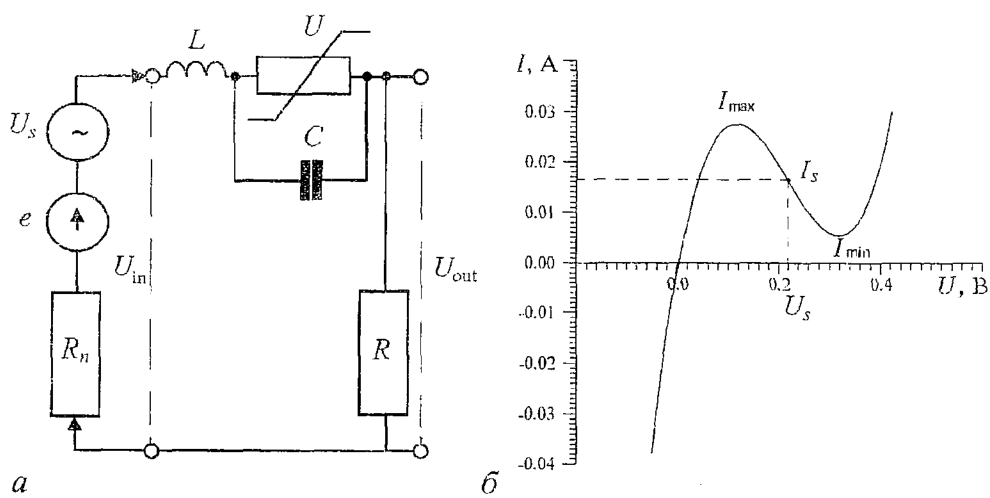


Рис. 1. Нелинейный элемент, емкость C и индуктивность L, включенные в четырехполюсник, моделирующий туннельный диод (*а*) и ВАХ нелинейного элемента (*б*) при R_1=6 Ом, U_0=0.1 В, U_S=0.21 В, I_S=0.01645 А, e=0.35805 В

$$N_t(i) = Dn_t(i), \quad u_t(i) = \xi(t), \quad \langle\xi(t)\xi(t+t')\rangle = \delta(t'). \qquad (2)$$

Поскольку численное моделирование предполагает дискретизацию сигнала, уравнение (1) необходимо заменить его конечно–разностным аналогом, при этом белый шум следует представить через винеровский процесс $n(t)=dW(t)/dt$ с нулевым средним и нормальным распределением, дискретные приращения которого имеют вид [27,28]

$$\Delta W_n = W(t_{n+1}) - W(t_n) \approx (\Delta t)^{1/2}\xi_n, \qquad (3)$$

где ξ_n – центрированные псевдослучайные числа с нормальным законом распределения и единичной дисперсией, вычисляемые в нашем случае с использованием стандартной процедуры GAZDEV; $\Delta t=t_{n+1}-t_n$. Для корректного моделирования пороговых устройств шумовой источник должен иметь конечное время корреляции. В нашем случае ступенчатая дискретизация с конечным периодом Δt приводит к тому, что реализация шумового процесса $n_t(i)$ в виде приращений винеровского процесса имеет вид

$$n(t,\Delta t) = (\Delta t)^{1/2}\sum_{n=1}^{M}\xi_n u_n(t), \quad M = T/\Delta t,$$

где введены ортогональные импульсные функции: $u_n(t)=1$, если $t_{n-1}<t<t_n$, иначе $u_n(t)=0$. В силу стационарности приращений [28] корреляционная функция и время корреляции легко вычисляются и соответственно равны

$$C(\tau,\Delta t) = \begin{cases} \Delta t(1-|\tau|/\Delta t), & |\tau| \le \Delta t, \\ 0, & |\tau| > \Delta t, \end{cases}$$

$$\tau_{\text{корр}} = [1/C(0,\Delta t)]\int_0^{\infty} C(\tau,\Delta t)d\tau = \Delta t/2.$$

Указанной корреляционной функции соответствует спектральная интенсивность шума

$$N(\omega,\Delta t) = D^2[1 - \cos(\omega\Delta t)]/(\pi\omega^2),$$

которая численно подтверждена при моделировании путем усреднения спектров реализаций случайного процесса (в качестве параметра усреднения используется параметр процедуры GAZDEV). При $\omega<<2\pi/\Delta t$ спектральная интенсивность шума постоянна и равна $D^2\Delta t^2/(2\pi)$. Пропорциональность энергии процесса $D^2C(0,\Delta t)$ периоду дискретизации Δt позволяет исследовать сходимость решений при шумовом источнике. Иначе (для постоянной энергии) при уменьшении Δt перераспределение энергии по более высоким частотам приводит к увеличению частоты переключений ДС. Рассмотренный выше процесс с конечным временем корреляции имеет наиболее простую реализацию и в пределе $\Delta t\to 0$ переходит в белый шум, при этом в широких пределах обеспечивается независимость частоты переключений ДС от Δt. Использование процесса Орнштейна – Улембека [28], имеющего экспоненциально убывающую функцию корреляции, привело бы к увеличению времени моделирования.

Обычно стохастические дифференциальные уравнения в форме Ито первого порядка интегрируются методом Рунге – Кутты [20,22,28,29], причем необходимо использовать либо постоянный шаг интегрирования (при этом возникает дополнительная проблема выбора величины оптимального шага) либо модифицировать схемы интегрирования для обеспечения сходимости [27]. В данном случае метод Рунге – Кутты неудобен, так как задачей работы является проведение исследований при произвольных L и C, в том числе и при $L,C\to 0$, когда стохастическое дифференциальное уравнение вырождается в алгебраическое и метод неприменим. Другой исследуемый предельный случай, совпадения частоты сигнала с резонансной частотой контура, интересен тем, что в малосигнальном режиме коэффициент усиления усилителя на туннельном диоде обращается в нуль [26]. Необходимость выполнения произвольных соотношений между разными характеристическими временами задачи (такими как длительность периодограммы T, период несущей частоты, период модуляции, период собственных колебаний, время релаксации, период дискретизации) требует непрерывного подбора шага интегрирования в методе Рунге – Кутты, что может привести к существенному увеличению времени счета. Поэтому здесь для решения (1) неявный метод [23] был модифицирован путем замены производных конечными разностями. Производные вычисляются как левые разности:

$$U'_n = (U_n - U_{n-1})/\Delta t, \quad U''_n = (U'_n - U'_{n-1})/\Delta t,$$

где $t_0=0$ соответствует $U'_0=0$, $U''_0=0$. Затем по формулам Кардано определяется U_{n+1}. Кубическое уравнение соответствует ВАХ (использована типичная ВАХ для туннельного диода рис. 1, *б* [29])

$$I(U) = I_S + (U-U_S)^3/(3U_0^2R_1) - (U-U_S)/R_1. \tag{4}$$

Здесь R_1 и U_0 характеризуют диод с ВАХ N–типа; U_S, I_S – параметры рабочей точки, удовлетворяющие уравнению (4), то есть $I_S=U_S^3/(3U_0^2R_1)-U_S/R_1$. В частном случае $L=0$, $U_S=I_S=0$, $R_1=1/2$, $U_0=(2/3)^{1/2}$ уравнение (1) с нелинейным элементом, описываемым (4), сводится к уравнению передемпфированного осциллятора. При $L=C=0$ метод является точным (с точностью до дискретизации сигнала $S(t)$). Для уменьшения погрешности вычисления производных, которые входят в решение неявным образом, использовался метод интегрирования с уравниванием, а именно: после вычисления U_{n+1} значения производных вычисляются для точки $n+1$, после чего их значения усредняются по точкам n и $n+1$, а затем U_{n+1} определяется вновь, и так – до стабилизации результатов. Стабилизация наступала на третьем шаге, причем погрешность с уравниванием такая же, как без уравнивания при удвоении точек дискретизации. Метод Эйлера с уравниванием дает для обыкновенных дифференциальных уравнений погрешность порядка $(\Delta t)^3$ на каждом шаге [30], что немного хуже, чем в методах Рунге – Кутты или Штеммера. Предлагаемый метод обеспечивает существенно лучшую точность (численное исследование дает сходимость порядка $(\Delta t)^5$).

В работе [23] найдены условия, когда нелинейный резистивный контур с нелинейным элементом, описываемым уравнением (1) при $L=C=0$ и $N(t)\equiv S(t)\equiv 0$ имеет стабильные состояния, и найдены стационарные точки на ВАХ. Здесь рассмотрено симметричное расположение двух устойчивых точек относительно неустойчивой стационарной точки U_S, когда

$$U_{c_i} = U_S \pm U_0[3(1-R_1/R_c)]^{1/2}, \quad i=1,3, \quad U_{c_2}=U_S, \tag{5}$$

причем $R_1/R_c=2/3$. В этом случае стабильным состояниям соответствуют экстремальные точки на ВАХ, а неустойчивому состоянию – точка перегиба. Величина $2U_0=U_{min}-U_{max}$ является порогом переключения.

Все расчеты приведены для 40 точек дискретизации периода сигнала и времени наблюдения, на котором укладывается 350 периодов сигнала (14000 точек на периодограмму), что определяет погрешность не более 1% в расчетах спектров при отсутствии шума в правой части (1). Частота дискретизации превышала частоту сигнала в 40 раз, что позволяет считать шум белым [31]. При решении уравнения (1) использована стандартная методика [27–29] усреднения по ансамблям реализаций, при этом полученные спектры усреднены по 60–500 реализациям. Усреднения производились до стабилизации третьей значащей цифры в отношении сигнал/шум, *SNR* (signal–to–noise ratio), при этом с увеличением D (уменьшением SNR_{in}) число усреднений необходимо увеличивать. Определение SNR можно выполнять несколькими способами [22]. В данной работе на усредненном спектре численно находилась площадь спектральной линии сигнала и делилась на площадь шумового основания, определенную по нескольким точкам вблизи спектральной линии. Рассмотренный метод в сравнении с методом Рунге – Кутты имеет большее быстродействие, поскольку использует компактные аналитические формулы. Моделирование ТШ с состояниями $\pm U_T$ основано на функциональном уравнении.

Вычисление спектров для кусочно-постоянных аппроксимаций сигнала производилось путем суммирования точных спектров

$$F(V,\omega) = 4V\exp[-j\omega(t_1+t_2)/2]\sin(\omega(t_2-t_1)/2)/\omega \tag{6}$$

составляющих его импульсных прямоугольных ступенчатых функций, где t_1 – время начала импульса, t_2 – время его окончания, V – его амплитуда. Это позволяет избежать ряда трудностей, которые возникают при использовании быстрого преобразования Фурье. Погрешности преобразования известны как эффект утечки и алиассинг. Последний приводит к искусственному завышению SNR_{out} на выходе по сравнению с входным SNR_{in} за счет перераспределения высокочастотной части спектра в низкочастотную область (шум на выходе цветной). Произведено исследование спектра использованного случайного процесса, который является непериодическим и практически равномерным почти до частоты Найквиста, имеет периодически расположенные нули и убывает при высоких частотах.

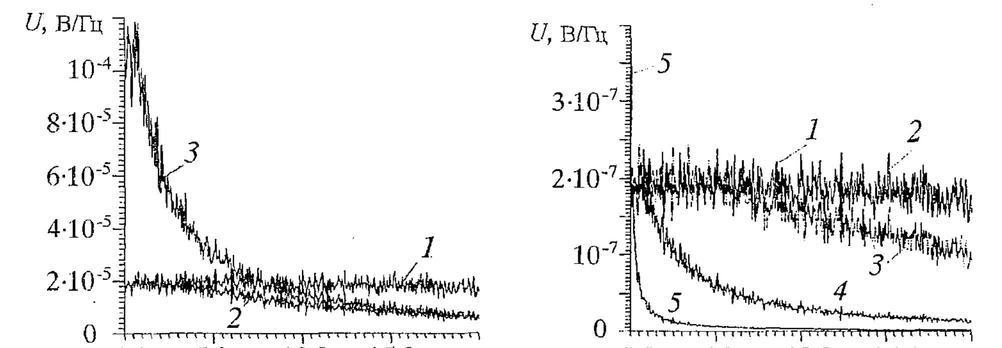
Для численного обоснования метода решения (1) рассмотрим частный случай L=0, $U_S=3^{1/2}U_0$=1.73205 В, для которого I_S=0, то есть ВАХ не изменяет форму и смещается по оси I так, что располагается симметрично относительно оси U. В этом случае стохастическое дифференциальное уравнение для $u(t)=U(t)-U_S$ при $S(t)\equiv 0$ и $D\to 0$ приобретает вид

$$du(t)/dt = u(t)(R_c/R_1-1)/\tau_R + N(t)/\tau_R \tag{7}$$

и имеет аналитическое решение (здесь $\tau_R=R_cC$ – время релаксации)

$$|u(\omega)| = |N(\omega)|/[(\omega\tau_R)^2 + (1-R_c/R_1)^2]^{1/2}. \tag{8}$$

На рис. 2, *а* представлены результаты, показывающие сходимость величины $|u(\omega)|/|N(\omega)|$ к точному значению 1 при $R_c\to 0$ и $\tau_R=R_cC=1.25\cdot 10^{-4}$. Спектр входного шума (кривая *1*) и сигнала на нелинейном элементе (кривая *2*) приведены для R_1=6, D=0.01, R_c=0.01, $C=1.25\cdot 10^{-2}$. Кривая *2* с графической точностью совпадает с



а *б*

Рис. 2. Спектры входного сигнала (кривая *1*) и напряжений на нелинейном элементе (кривые *2*–*5*): *а* – в окрестности точки перегиба ВАХ при D=0.01 для R_c=0.01, $C=1.25\cdot 10^{-2}$ (кривая *2*), R_c=5, $C=1.25\cdot 10^{-2}$ (кривая *3*); *б* – в окрестности максимума на ВАХ при D=0.0001, R_c=9 для C=0 (кривая *2*), $C=5\cdot 10^{-6}$ (кривая *3*), $C=5\cdot 10^{-5}$ (кривая *4*), $C=2\cdot 10^{-3}$ (кривая *5*) соответствующими результатами для R_c=0.001, C=1.25·10^{-1}. Кривая *3* соответствует случаю R_c=5, C=1.25·10^{-2}. Усредненный спектр точно описывается формулой (8), которая проверялась для различных значений параметров, отличающихся на несколько порядков. При этом алгоритм демонстрирует высокую точность. Единственным ограничением является случай R_c=0. Для R_c=R_1 соотношение (8) выполняется для значений C в диапазоне 1 – 10^{-8} Ф. При меньших C и величинах D>0 сказывается нелинейность контура (приближенность соотношения (8)). Если C=0, получается равномерный спектр шума. При R_c<R_1 для $C(R_1-R_c)<10^{-2}$ формула (8) выполняется во всем частотном диапазоне. При R_c>R_1 рабочая точка неустойчивая, поэтому воздействие слабого шума приводит к хаотическим колебаниям в окрестности одной из экстремальных точек ВАХ. Тогда вместо (8) решение дается формулой

$$|u(\omega)| = |N(\omega)|/[(\omega\tau_R)^2 + 1]^{1/2}, \qquad (9)$$

получаемой линеаризацией (1) для этого случая. Формула (9) при малых шумах численно подтверждена для всех диапазонов изменения параметров. На рис. 2,*б* представлены соответствующие результаты. Кривые *1* и *2* совпадают и представляют спектры воздействующего шума и напряжения на нелинейном элементе для резистивного НЧ, возбуждаемого в точке максимума ВАХ слабым шумом. Кривые *3–5* соответствуют этому же НЧ с включением емкостей разной величины.

При наличии емкости ДС может демонстрировать релаксационные колебания, а емкость и индуктивность позволяют получить генерацию. В частности, рис. 3 иллюстрирует численный эксперимент, показывающий, что в

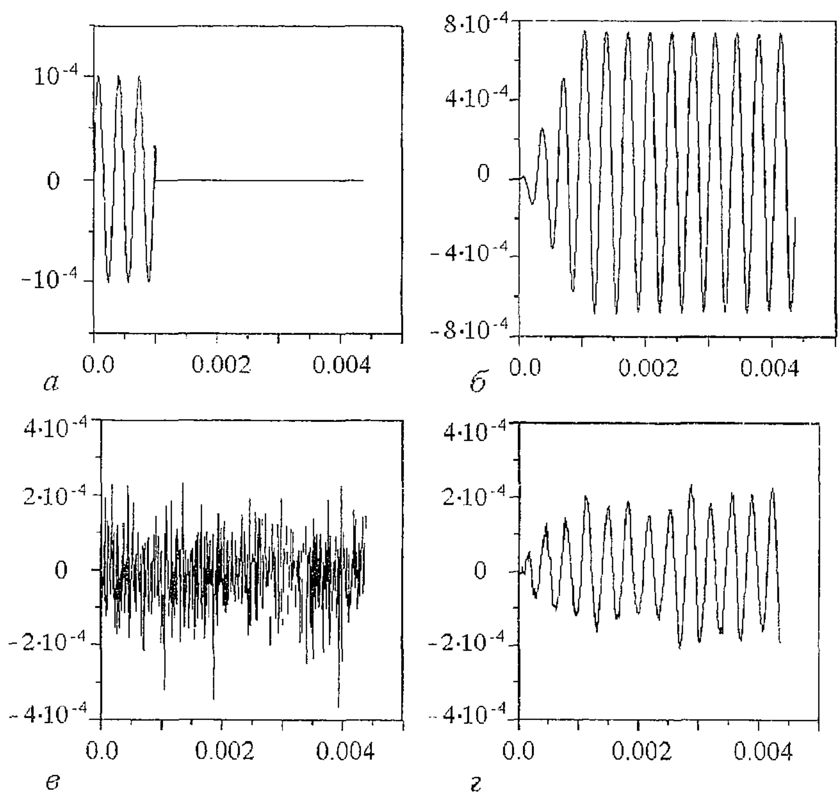


Рис. 3. Эпюры входных и выходных напряжений (В) в зависимости от времени (с): синусоидальный (*а*), шумовой (*в*) сигналы с амплитудой 0.0001 В и соответствующие им выходные напряжения (*б*, *г*) для неустойчивой точки на ВАХ при R_1=0.5, R_0=0.1, R=0.15, L=1.44·10^{-5}, C=0.983·10^{-4}

окрестности неустойчивой рабочей точки имеется предельный цикл. Под действием слабого кратковременного синусоидального сигнала частоты ω_0 (рис. 3, *а*), приближенно удовлетворяющей собственной частоте контура при малом сигнале $\omega_c=[1/(LC)-(R_1-R-R_0)^2/(4L^2)]^{1/2}$, происходит нарастание колебаний (рис. 3, *б*), то есть система ведет себя как генератор с жестким возбуждением. Ограничение амплитуды колебаний обусловлено уменьшением отрицательной дифференциальной проводимости при отклонении от рабочей точки. Аналогично рис. 3, *в*, *г* демонстрируют нарастание колебаний под действием слабого шума. Шум действует весь период наблюдения и «выбивает» ДС из устойчивого предельного цикла. Численное исследование сходимости в этих случаях показало хорошую точность алгоритма. Производилось тестирование алгоритма и для резистивного контура на нескольких примерах. Тестирования показали практическое отсутствие собственных вычислительных шумов (ДС не выходит из неустойчивой точки в отсутствие сигнала). Отметим, что выходной усредненный спектр ТШ при воздействии шума $N(t_n)=D\xi_n$, обеспечивающего среднюю частоту переключений ω_S, описывается численно подтверждаемой формулой

$$|\overline{Y(\omega)}| \approx \pi D/(2\omega_S)\{(\Delta t/T)[(\omega/\omega_S)^2+1]\}^{-1/2}. \tag{10}$$

Таким образом, предложенный алгоритм решения стохастического дифференциального уравнения обладает хорошей сходимостью и дает достоверные результаты.

2. Результаты численного моделирования

Описанные НЧ далее будут использоваться для улучшения выходного *SNR* составленного из них четырехполюсника. В качестве такого элемента может быть взят любой НЧ, представляющий собой усилитель, работающий в режиме СР, например, ТШ [23] . Все приведенные ниже численные результаты получены для R_1=6 Ом, R_0=1 Ом, R=8 Ом, U_0=0.1 В, U_S=0.21 В, I_S=0.01645 А, e=0.35805 В. При этом значения токов и напряжений в точках минимума и максимума ВАХ соответственно равны: $I_{\min}$=0.005389 А, $U_{\min}$=0.31 В и $I_{\max}$=0.027561 А, $U_{\max}$=0.11 В. Спектры входного и выходного напряжения вычислялись согласно рис. 1, *а*. Исходные параметры R, R_0, e подобраны так, что рабочая точка U_S, I_S соответствует центру падающего участка ВАХ.

Сильный шум приводит к типичной картине переключений между устойчивыми состояниями ДС, имеющей вид случайного телеграфного сигнала для ТШ [23] и аналогичного сигнала с зашумленными вершинами для туннельного диода. Большую часть времени ДС проводит в устойчивых состояниях, причем средние времена пребываний в них практически совпадают. Усиление для туннельного диода в режиме переключений для рассмотренного случая примерно в 3 раза превышает соответствующее усиление в линейном режиме и имеет порядок 10–20 дБ. Усиление для ТШ не превышает 3 дБ. Нелинейные и частотные искажения модулированных сигналов были исследованы в данной работе путем сравнения входных и выходных спектров по методике, изложенной в [16]. Результаты исследований можно сформулировать следующим образом. Коэффициент нелинейных искажений квазигармонических сигналов мал (порядка 1%) для малых амплитуд сигналов (S_0/U_T<<1) в области СР и при больших интенсивностях шума, причем он уменьшается с увеличением D. Для ТШ при амплитудах сигнала порядка U_T коэффициент нелинейных искажений достигает величины порядка 20% и более (воспользовавшись теоремой Парсеваля для $S_0=U_T$ без шума можно получить величину $1-8/\pi^2$, определяемую как отношение мощности на нечетных гармониках к полной мощности выходного сигнала). Частотные искажения при СР проявляются для АМ и ЧМ сигналов в изменении

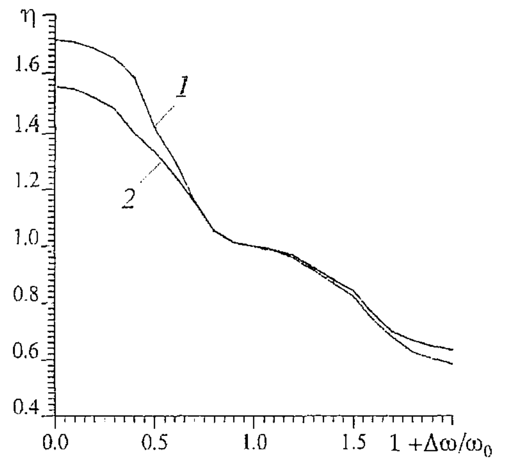


Рис. 4. Зависимость коэффициента частотных искажений η триггера от относительной расстройки частоты: *1* – амплитудная модуляция; *2* – частотная модуляция

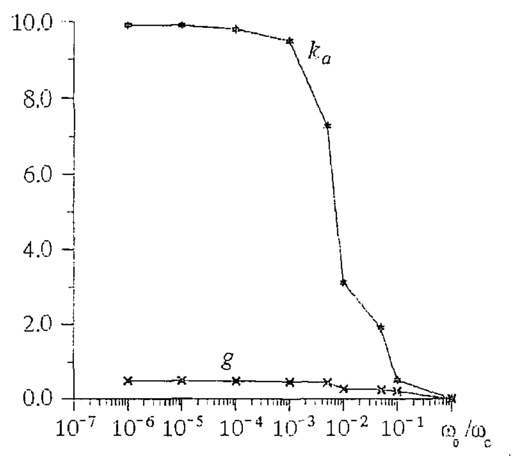


Рис. 5. Коэффициент усиления k_a и отношение g=SNR_{out}/SNR_{in} в зависимости от ω_0/ω_c – отношения несущей частоты сигнала к собственной частоте контура

усиления в полосе сигнала при удалении от несущей частоты. Эти искажения могут быть описаны определяющей усиление величиной

$$\eta(\Delta\omega)=(S(\Delta\omega)^2/S_0^2)_{out}/(S(\Delta\omega)^2/S_0^2)_{in},$$

где $S(\Delta\omega)$ – амплитуда боковой спектральной линии при расстройке $\Delta\omega$ от несущей, S_0 – амплитуда несущей (соответственно на выходе и входе). Результаты расчетов рис. 4 для ТШ показывают, что при малых сигналах в режиме СР в полосе $|\Delta\omega/\omega_0|<10\%$ амплитудно-частотная характеристика η изменяется слабо (не более 5%), причем искажения для ЧМ*49 сигналов меньше, чем для АМ сигналов. С уменьшением шума (при выходе из СР), а также при увеличении сигнала изменение η с ростом расстройки более сильное. Результаты для туннельного диода имеют аналогичный вид.

Проведенные исследования показывают, что коэффициент усиления сигнала шумом k_a и величина g=SNR_{out}/SNR_{in} ухудшается в области высоких частот при приближении рабочей частоты к собственной частоте НЧ, что демонстрирует рис. 5. Аналогично такое же ухудшение усиления происходит с увеличением времени релаксации системы.

При малых шумах SNR_{out} триггера нарастает от нуля при некоторой пороговой амплитуде шума, а SNR_{out} туннельного диода убывает от 1 до минимума и начинает возрастать. Зависимость от амплитуды шума величины g=SNR_{out}/SNR_{in}, обратной собственному КШ, приведена на рис. 6 для ТШ и туннельного диода (кривые *1* и *4*, соответственно). Собственный КШ четырехполюсника в режиме СР при этом составляет величину порядка 1.5–2 дБ и слабо изменяется с дальнейшим ростом шума. Для снижения КШ в данной работе предлагается схема рис. 7, *а* из *n* разветвлений, содержащая *n*–канальные делитель и сумматор сигнала и *n* НЧ в ее ветвях. НЧ выбираются несколько неидентичными, что при численном моделировании осуществлено для туннельного диода разбросом значений напряжений смещения e_i (i=1,2,..,n), приводящим к разбросу рабочих точек на падающем участке ВАХ, а для ТШ – разбросом величин U_T. Входной сигнал делится на *n* одинаковых сигналов, каждый из которых усиливается своим НЧ. Так как моменты переключений неидентичных НЧ случайны, но коррелированы с сигналом, при суммировании сигналов с их выходов происходит улучшение *SNR* на выходе схемы. Результаты для трех таких НЧ в виде ТШ представлены кривой *2*

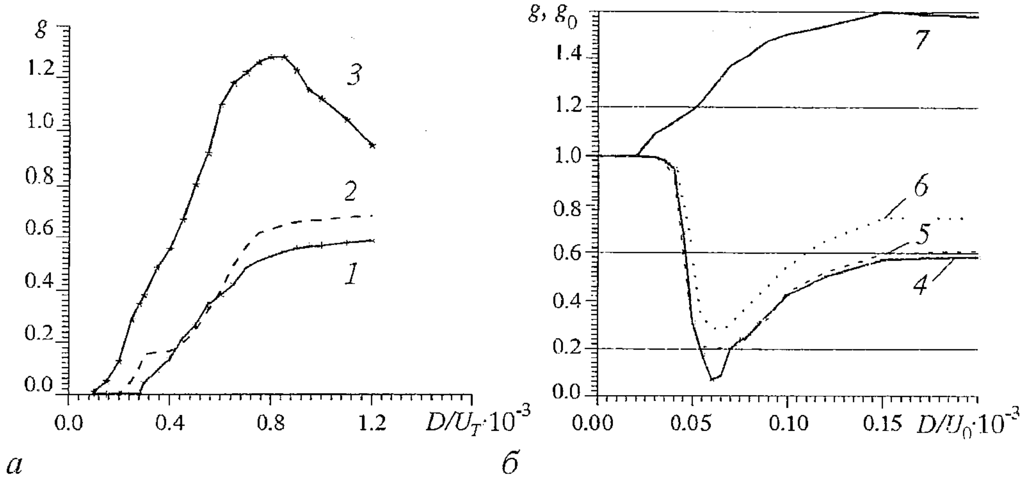


Рис. 6. Отношение $g=SNR_{out}/SNR_{in}$ для триггера (*а*) и туннельного диода (*б*) в зависимости от нормированной амплитуды шума: *1* – один триггер с U_T=1 и амплитудой сигнала 0.1; *2* – три неидентичных нелинейных элементов в виде триггеров с разбросами порогов срабатывания 0.8, 1 и 1.2; *3* – один триггер с U_T=1 и амплитудой сигнала 0.1, дополнительно возбуждаемый субгармоникой с амплитудой сигнала 0.8; *4* – зависимости величин g и g_0 без воздействия субгармонической составляющей; *5* – величина g при амплитуде субгармоники 0.05 и амплитуде сигнала 0.004

рис. 6, *а*. Пяти НЧ в виде туннельных диодов соответствует кривая *6* на рис. 6, *б*. Кривая *5* рис. 6, *б* дает значения величины $g_0=SNR_{ne}/SNR_{in}$, где SNR_{ne} соответствует значению на нелинейном элементе и несколько лучше, чем на выходе. Произведена оптимизация выходного КШ по максимальному отклонению порога срабатывания ТШ от величины $2U_T$, давшее оптимальное отклонение в 25%.

Таким образом, использование *n* неидентичных нелинейных элементов позволяет снизить КШ схемы до значений, существенно меньших 1 дБ (в зависимости от их числа). Кроме снижения собственного КШ предложенная схема позволяет в *n* раз увеличить мощность сигнала, а также в *n* раз сократить время наблюдения (число усреднений).

3. Возможные схемы выделения сигнала

Другой исследованный в работе способ снижения КШ заключается в дополнительном воздействии на нелинейный элемент субгармоники $\omega_0/3$ несущей частоты сигнала ω_0 или сжатого во времени в 3 раза сигнала. При амплитуде субгармоники порядка амплитуды сигнала происходит дополнительная

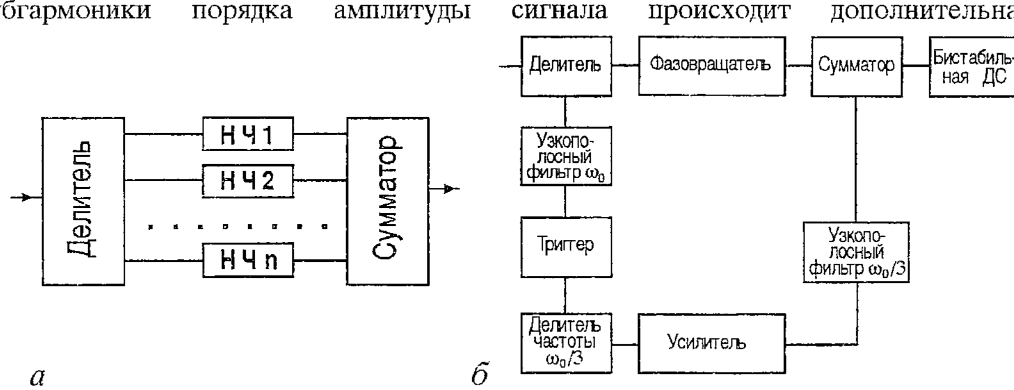


Рис. 7. Схемы для увеличения выходного *SNR*: *а* – с *n* разветвлениями для снижения КШ; *б* – пороговая схема обнаружения квазигармонического сигнала

синхронизация моментов переключений ДС из одного состояния в другое, сопровождаемая уменьшением собственного КШ четырехполюсника. При амплитуде, сравнимой с пороговым параметром ($2U_T$ или $2U_0$) такая синхронизация приводит к выделению из шума сигнала на частоте несущей (кривые *3* и *7* на рис. 6). Соответствующий КШ в определенном диапазоне амплитуд D становится отрицательным. Воздействие субгармонической составляющей частоты $\omega_0/3$ (или напряжения $S(t/3)+N(t/3)$) с большой амплитудой на НЧ ведет к сильной синхронизации последовательности переключений, которая становится почти периодической и дает сильное узкополосное выделение сигнала частоты ω_0 из шума, сопровождаемое значительным подавлением боковых частот (при наличии модуляции) пропорционально их расстройке и амплитуде накачки. Амплитуда субгармоники, существенно меньшая порога переключения $2U$, обеспечивает усиление сигнала, в основном, за счет энергии шума, синхронизируя переключения ДС. При амплитуде субгармоники порядка U_0 и более усиление, в основном, происходит за счет ее нелинейного преобразования.

Блок–схема для выработки сигнала частоты $\omega_0/3$ может, например, состоять из делителя сигнала, фильтра гармоники ω_0, ТШ, делителя частоты на 3, усилителя, фильтра субгармоники $\omega_0/3$ и сумматора, на котором воздействующий на вход схемы сигнал $S(t)+N(t)$, прошедший с другого канала делителя через фазовращатель, суммируется с ее выходным сигналом частоты $\omega_0/3$ и далее подается на вход ДС (рис. 7, *б*). Для работы схемы порог срабатывания ТШ необходимо подбирать так, чтобы в моменты отсутствия гармонического сигнала частота переключений была минимальна, а при наличии сигнала равнялась $\omega_0/3$. Тем самым необходимо осуществлять самонастройку пороговой схемы по уровню интенсивности входных шумов. Отметим, что такую же настройку необходимо осуществлять и для оптимального усилителя на эффекте СР [22]. Рассмотренная пороговая схема обнаружения представляет собой нелинейный преобразователь (фильтр). Мгновенный спектр на его выходе содержит усиленную составляющую ω_0 только в случае, когда она присутствует на входе. На выходе этой схемы целесообразно поставить обычный линейный узкополосный фильтр. Выделение квазигармонического сигнала из шума является следствием эффектов синхронизации и нелинейного преобразования субгармоники. Соответствующие спектры для воздействия субгармоники приведены на рис. 8, из которых видно выделение сигнала на частоте 1 кГц. Численно исследована также разветвленная схема с цифровой линией задержки, цифровым полосно–пропускающим фильтром с полосой 1% на частоте $\omega_0/3$, сумматором и ТШ. Выходной сигнал линии задержки определяется через входной по алгоритму $Y(n)=X(n/3+1)$, фильтруется,

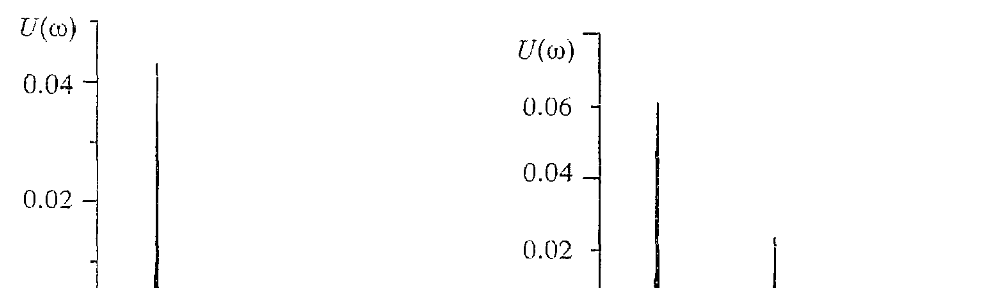


Рис. 8. Входной (*а*) и выходной (*б*) спектры при выделении квазигармонического сигнала из шума при амплитуде субгармоники равной трети порога переключения; частота переключений шумом в отсутствие сигнала равна частоте сигнала

суммируется с входным сигналом и подается на вход ТШ. Получено улучшение выходного SNR по сравнению с входным более чем в три раза.

Рассмотренный эффект выделения сигнала очень узкополосный и состоит в нелинейном преобразовании спектра. Максимальное SNR при амплитуде субгармоники порядка порога срабатывания наблюдается при условии СР. Эффект привлекателен для выделения квазигармонического сигнала из шума. Такой сигнал с импульсно–кодовой модуляцией может представлять собой временные интервалы, содержащие цуги из нескольких сотен периодов синусоидального сигнала, разделенные интервалами без сигнала.

Заключение

Предложена неявная численная схема с уравниванием для стохастического дифференциального уравнения с кубической нелинейностью относительно искомой функции, основанная на решении кубического алгебраического уравнения. Численно исследована ее сходимость и достоверность результатов для аналитических решений линеаризованных задач. На основе предложенного алгоритма исследован стохастический резонанс в нелинейном четырехполюснике, содержащем нелинейный элемент с ВАХ N–типа, параллельную ему емкость и последовательную индуктивность. Исследованы также динамические системы с триггером Шмитта. Показана возможность усиления АМ и ЧМ сигналов в диапазоне частот до 20% при собственном коэффициенте шума системы порядка 1.5–2 дБ. Для туннельного диода максимальное усиление, соответствующее динамике переключений рабочей точки между двумя экстремальными точками на ВАХ, в несколько раз больше, чем в отсутствие шума.

Для снижения собственного коэффициента шума четырехполюсников предложена схема включения нескольких n неидентичных бистабильных нелинейных элементов в разветвления n–канального делителя с последующим суммированием сигналов, имеющая коэффициент шума менее 1 дБ.

Результаты показывают возможность создания широкополосного усилителя на эффекте стохастического резонанса, работающего при интегральной интенсивности шума, существенно превышающей мощность сигнала. Такой усилитель должен быть самоподстраивающейся системой с изменением пороговой величины в зависимости от мощности входного шума или с введением внутреннего шума. При малых уровнях сигнала по сравнению с пороговыми величинами U_0 или U_T гармонические искажения в спектрах небольшие, при этом коэффициент усиления возрастает с уменьшением амплитуды сигнала. Гармонические искажения увеличиваются по мере удаления боковой гармоники от центральной частоты ω_0 и при приближении амплитуды сигнала к порогу срабатывания. Искажения ЧМ сигналов с малой глубиной модуляции меньше, чем соответствующих АМ сигналов. Показано ухудшение характеристик усилителя на туннельном диоде при сближении несущей и резонансной частот.

Дополнительное воздействие на входе динамической системы субгармоники частоты $\omega_0/3$ приводит к узкополосному эффекту увеличения усиления и улучшения отношения сигнал/шум на несущей частоте. Этот эффект является следствием синхронизации и нелинейного преобразования сигнала; он пропорционален амплитуде субгармоники и приводит к подавлению боковых частот, которое растет с их расстройкой. При выполнении условия стохастического резонанса в динамической системе собственный коэффициент шума минимален. Предложена пороговая блок–схема для обнаружения квазигармонического сигнала. Для возможных радиотехнических применений, по–видимому, целесообразно использовать усиление ЧМ или АМ сигналов в бистабильных системах, а также усиление и выделение квазигармонического сигнала с импульсно–кодовой модуляцией в бистабильной нелинейной цепи. Отметим, что основные результаты работы (см. рис. 6) получены для случая

$L=C=0$, соответствующего решению алгебраических уравнений. Они имеют идентичный характер для туннельного диода и триггера Шмитта.

Автор выражает благодарность профессору В.С. Анищенко за постановку проблемы, исследованной в данной работе.

Библиографический список

1. *Benzi R., Sutera A., Vulpiani A.* The mechanism of stochastic resonance // J. Phys. 1981. Vol. 14A. P. 453.

2. *Nicolis C., Nicolis G.* Stochastic aspects of climatic transitions – additive fluctuations // Tellus. 1981. Vol. 33. P. 225.

3. *Nicolis C.* Stochastic aspects of climatic transitions – responce to a periodic forcing // Tellus. 1982. Vol. 34. P. 1.

4. *Fauve S., Heslot F.* Stochastic resonance in a bistable system // Phys. Lett. A. 1983. Vol. 97. P. 5.

5. *McNamara B., Wiesenfeld K.* Theory of stochastic resonance // Phys. Rev. 1989. Vol. 39A. P. 4854.

6. *Presila C., Marchesoni F., Gammaitoni L.* Theory of stochastic resonance//Phys. Rev. 1989. Vol. 40A. P. 2105.

7. *Gammaitoni L., Menichella–Saetta E., Marchesoni F.* // Phys. Lett. A 1989. Vol. 142.

8. *Jung P., Hanggi P.* Resonantly driven Brownian motion: basic concepts and exact results// Phys. Rev. A. 1990. Vol. 41A. P. 2977.

9. *Zhou T., Moss F.* Analog simulation of stochastic resonance // Phys. Rev. A. 1990. Vol. 41, № 8. P. 3161.

10. *Jung P., Hangii P.* Amplification of small signals via stochastic resonance // Phys. Rev. A. 1991. Vol.144, № 12. P. 8032.

11. *Anischenko V.S., Safonova M.A., Chua L.O.* Stochastic resonance in Chua's circuits //Int. J. of Bifurcation and Chaos. 1992. Vol.2, № 2. P. 397.

12. *Nicolis G., Nicolis C., McKernan D.* Stochastic resonance in chaotic Dynamics // J. Stat. Phys. 1993. Vol.70, №. 1/2. P. 125.

13. *Anischenko V.S., Safonova M.A., Chua L.O.* Stochastic resonance in non–autonomous Chua's circuits // J. Circuits. Systems and Computers. 1993. Vol. 3. P. 553.

14. *Anischenko V.S., Neiman A.B., Safonova M.A.* Stochastic resonance in chaotic systems // J. of Stat. Phys. 1993. Vol.70, №.1/2. P. 183.

15. J. Stat. Phys. Special issue. 1993. Vol. 70. № 1/2.

16. *Анищенко В.С., Нейман А.Б., Сафонова М.А., Хованов И.А.* Стохастический резонанс при многочастотном воздействии // РЭ. 1994. Т. 39, № 8/9. С. 2004.

17. *Jung P.* Periodically driven stochastic systems // Phys. Rep. 1994. Vol. 235. P. 175.

18. Chua's circuit: a paradigm for chaos / Ed by R.N. Madan, Singapore–New Jercy–London–Hong Kong: Wold Scientific, 1993. 1044 p.

19. *Dukman M.I., Luchinsky D.G., Mannella R., McCclintock P.V.E. Stein N.D., Stocks N.G.* Stochastic Resonance and its Provenance // Изв. вузов. ПНД. 1995. Т.3, № 3. С. 56.

20. *Анищенко В.С., Хованов И.А., Шульгин Д.Э.* Стохастический резонанс в цепи Чуа при взаимодействии различных типов атракторов системы // Изв. вузов. ПНД. 1995. Т.3, № 3. С. 91.

21. *Постнов Д.Э.* Стохастический резонанс в автогенераторах с жестким возбуждением // Изв. вузов. ПНД. 1995. Т.3, № 3. С. 100.

22. *Анищенко В.С., Постнов Д.Э., Хованов И.А., Шульгин Б.В.* Использование стохастического резонанса для повышения отношения сигнал/шум в радиотехнических системах // РЭ. 1994. Т. 39, № 12. С. 2004.

23. *Давидович М.В.* Бистабильный усилитель на эффекте стохастического резонанса для малых входных отношений сигнал/шум // РЭ. 1996. Т. 41, № 11. С. 1332.

24. *Davidovich M.V., Popova N.F.* Noisy signal amplification by nonlinear four–ports under stochastic resonance on microwaves // Proc. of IEEE–Russia Conference 1997 «High Power Microwave Electronics: Measurements, Identification, Applications». Novosibirsk, Sept. 23–25, 1997. P. 1.

25. *Davidovich M.V.* Signal–to–noise ratio improvement in the nonlinear amplifiers with bistable four–ports on microwaves // Proc. of 5–th Int. Workshop on Integrated Nonlinear Microwave and Millimeterwave Circuits. Gerhard–Mercator–University Duisburg, October 2nd, 1998. P. 204.

26. СВЧ–устройства на полупроводниковых диодах. Проектирование и расчет / Под ред. И.В.Мальского и Б.В.Сестрорецкого. М.: Сов. радио, 1969.580 с.

27. *Никитин Н.Н., Резвиг ВД.* Методы цифрового моделирования стохастических дифференциальных уравнений и оценка их погрешностей // ЖВМ. 1978. Т. 18, № 1. С. 106.

28. *Хорстхемке В., Лефевр Р.* Индуцированные шумом переходы: Теория и применение в физике, химии, биологии / Пер. с англ. М.: Мир, 1987. 400 с.

29. *Мун Ф.* Хаотические колебания: Вводный курс для научных работников и инженеров/ Пер. с англ. М.: Мир, 1990. 312 с.

30. *Эльсгольц Л.Э.* Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: Наука, 1965. 424 с.

31. *Стратонович Р.Л.* Избранные вопросы теории флуктуаций в радиотехнике. М.: Сов. радио, 1961. 560 с.

Саратовский государственный технический университет

Поступила в редакцию 17.12.97
после переработки 9.12.98

SIGNAL TO NOISE OUTPUT RATIO IMPROVEMENT IN NONLINEAR AMPLIFIER UNDER THE STOCHASTIC RESONANCE

M.V. Davidovich

The numerical simulations of nonlinear four–ports under the stochastic resonance are resulted and presented. The wide–band amplification of modulated signals with the noise coefficient in the range 1.5 – 2.0 dB has been shown. The possibility of noise coefficient decreasing in the circuit with several branches having non–identical four–ports has been investigated. The block–scheme for extraction the sinusoidal signal from white noise has been introduced and investigated. The signal has the form of separated sinusoidal series with carrying frequency ω_0. The peculiarities of the scheme are the subharmonic signal $\omega_0/3$ producing which is proportional to the input signal and also the nonlinear signal transformation.

Давидович Михаил Владимирович – родился в феврале 1950 года. Окончил физический факультет Саратовского государственного университета (1972). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико–математических наук по специальности радиофизика (1991). В настоящее время – доцент и заочный докторант Саратовского государственного технического университета. Член IEEE и председатель IEEE MTT/ED/AP/CPMT Saratov–Penza Chapter. Автор более 70 публикаций. Область научных интересов: электродинамика СВЧ и решение краевых задач, электроника, теория цепей СВЧ.