



ОДНОМЕРНЫЙ КЛЕТОЧНЫЙ АВТОМАТ, ПОДДЕРЖИВАЮЩИЙ ДВИЖУЩИЕСЯ СТРУКТУРЫ С ШИРОКИМ НАБОРОМ СКОРОСТЕЙ

А.Н. Смоляков

Получено правило одномерного клеточного автомата, которое поддерживает строго периодические движущиеся структуры. Эти структуры имеют широкий набор дискретных скоростей, изменяют скорость при взаимодействии с неподвижными образованиями и при взаимодействии друг с другом (при столкновениях). При изменении параметров, входящих в правило, были обнаружены несколько типов движущихся и неподвижных периодических структур.

Клеточные автоматы способны проявлять очень сложное поведение. Это свойство позволяет назвать их искусственными, синтетическими мирами [1]. Представляется возможным предпринять попытку сконструировать информационную систему на основе клеточных автоматов, которая обладала бы феноменологическими свойствами реального мира. Можно сделать так, чтобы система содержала величину, меняющуюся в значительных пределах и соотношенную с каждой точкой пространства (аналог потенциала поля), и обладала бы способностью образовывать локализованные движущиеся структуры (аналог элементарных частиц).

Существуют правила клеточных автоматов, поддерживающие движущиеся структуры. Классическим примером является конфигурация, называемая глайдером, появляющаяся в клеточном автомате LIFE Д. Конвея. Однако глайдеры движутся с единственной скоростью $V=1/4$. Однокоординатный клеточный автомат, использующий правило SCARVES [1], способен образовывать конфигурации, движущиеся с различными скоростями (рис. 1). Но «частицы», поддерживаемые правилом SCARVES, трудно интерпретировать как один и тот же объект, плавно меняющий свою скорость.

Основной целью данной работы является разработка правила клеточного автомата, обладающего следующими свойствами.

- Правило должно поддерживать стабильные конфигурации, способные двигаться с широким набором скоростей. Большое количество скоростей

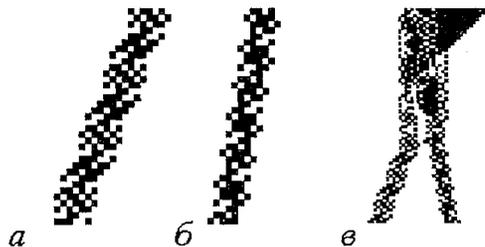


Рис. 1. Структуры, поддерживаемые правилом SCARVES и движущиеся с различной скоростью: а - $4/10$; б - $2/11$; в - пример столкновения структур

должно стать аналогом непрерывных скоростей реальных частиц, аналогом инерциального движения. Необходимо, чтобы конфигурации, движущиеся с различными скоростями, можно было рассматривать как одну частицу, изменившую свою скорость.

- Движущиеся структуры должны иметь возможность изменять свое состояние движения, то есть ускоряться или тормозиться. Это должно происходить при взаимодействии конфигураций друг с другом или с полем.

- Желательно, чтобы движущиеся структуры могли образовывать связанные состояния, что является условием для появления иерархических уровней структур.

Построение правила

В традиционной, непрерывной физике достойным кандидатом на роль движущихся структур являются солитоны и солитоноподобные объекты. Они обладают следующими характерными чертами:

- это объекты, сочетающие в себе свойства волны и частицы;
- информация о скорости солитона содержится в нем самом – зависимость скорости от амплитуды для солитона Кортевега – де Вриза (КдВ);
- солитоны взаимодействуют друг с другом; одноименные – отталкиваются, разноименные – притягиваются (солитоны Френкеля – Конторовой);
- солитоны могут возникать при достаточном возмущении несолитонных колебаний и исчезать, превращаясь в несолитонные колебания;
- неподвижные неоднородности могут изменять состояние движения солитонов (ускорять или замедлять), то есть играть роль потенциального поля;
- солитоны могут образовывать связанные состояния.

Подобные свойства могут быть приняты за образец при конструировании клеточно–автоматных систем, поддерживающих движущиеся структуры.

Основой описания солитонов являются соответствующие дифференциальные уравнения. Можно попытаться, опираясь на дифференциальное уравнение, сконструировать правило клеточного автомата путем замены уравнения разностной схемой. Известно, что та или иная разностная схема привносит в процесс дополнительные, именно ей присущие свойства. Особенности разностной схемы проявляются наиболее сильно в области размеров, близких к шагу дискретизации. Традиционно стараются уменьшить влияние разностной замены на результат. В данной работе предпринята попытка использовать характерные черты разностной схемы для получения требуемого эффекта. При этом все особенности вычислительного процесса (вплоть до порядка выполнения действий) становятся составляющими частями правила.

Попытаемся сконструировать правило, являющееся аналогом дифференциального уравнения КдВ

$$\partial f / \partial t = (s/C_0) f \partial f / \partial x + \beta \partial^3 f / \partial x^3,$$

где первое слагаемое в правой части определяет нелинейность, а второе – дисперсию.

Широко известно явление возникновения дисперсии в кристаллах или цепочке связанных маятников при наличии колебаний с длиной волны, соизмеримой с шагом периодической структуры (решетки). Можно ожидать, что в клеточном автомате колебательные процессы с длиной волны, сравнимой с размером клетки, будут обладать дисперсией, то есть правило может не содержать члена, аналогичного d^3f/dx^3 , но должно обеспечить взаимовлияние соседей друг на друга. Оставшуюся часть уравнения КдВ заменим разностными соотношениями: производную по времени df/dt заменим на $f_{x,t+1} - f_{x,t}$; для симметричного взаимодействия соседей вместо производной по координате df/dx используем симметричную разностную замену $(f_{x+1,t} - f_{x-1,t})/2$; двойку в знаменателе перенесем в

общий постоянный коэффициент. Он должен быть меньше единицы, поэтому представим его в виде $1/k$ (целочисленное деление; если k – степень двойки, то это сдвиг двоичного числа). Окончательно правило запишется в виде

$$f_{x,t+1} = f_{x,t} + f_{x,t}(f_{x+1,t} - f_{x-1,t})/k.$$

Используемые величины f , x , t и k – целочисленные (типа «целое»), то есть в данном клеточном автомате число состояний клетки f равно 65536. Для удобства назовем это правило правилом QUIVER.

Выберем начальные условия. Величине f присвоим какое-либо постоянное значение для всех x . Если сравнивать с уравнением КдВ, то эта постоянная величина будет являться аналогом глубины. Обозначим эту величину через f_0 и будем, по аналогии, называть ее глубиной. Возмущение $f_{\text{воз}}$ будем задавать в виде импульса в одной точке.

Выберем конкретные значения $k=1024$ (степень двойки), $f_0=32$ и $f_{\text{воз}}=68$. Проведенное моделирование показало, что данное правило и описанные начальные условия могут образовывать движущуюся с определенной скоростью строго периодическую структуру (рис. 2). Прямым измерением определим ее скорость $V=1/T=1/32$ (T – период). Данную конфигурацию можно записать в числовом виде: ...30, 30, 57, 65, 33, 32, 32... . Назовем выявленную структуру «дискретным солитоном», хотя вряд ли такое название можно назвать строгим.

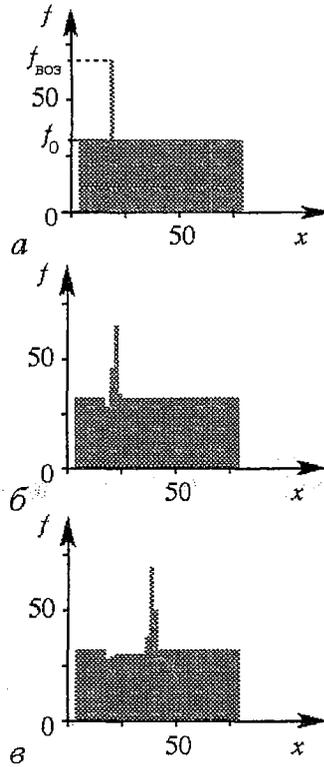


Рис. 2. Зарождение движущейся структуры по правилу QUIVER: а – начальное возмущение, $t_0=0$; б – неустановившийся режим, $t_1 > t_2$; в – установившийся периодический режим, $t_2 > t_1$

Экспериментальное исследование выявленных структур

Один из самых интересных вопросов – могут ли дискретные солитоны двигаться с различными скоростями и от чего зависит скорость?

По аналогии с солитонами КдВ будем изменять амплитуду возмущения. В данном эксперименте используем следующие условия: $f_0=50$, возмущение в одной точке, $k=2000$ (и далее везде, где не оговорено). В результате на глубине $f_0=50$ было выявлено 10 дискретных, монотонно увеличивающихся скоростей от $1/40$ до $1/15$ (некоторые из них приведены на рис. 3, а–з). Разные конфигурации, движущиеся с одной скоростью, не учитывались. Возможно, были выявлены не все скорости. При незначительных, порядка 10 единиц, изменениях возмущения получаются одинаковые солитоны. При дальнейшем увеличении амплитуды солитон переходит на другой точный период. При этом период уменьшается, скорость соответственно увеличивается. Глубина после прохождения солитона меньше, чем начальная, причем, чем больше скорость, тем больше ступенька. Последний устойчивый солитон изображен на рис. 3, д. При дальнейшем увеличении возмущения наступает момент, когда солитон становится неустойчивым, амплитуда возрастает, а строгий период не наблюдается (рис. 3, е). Дальнейшее развитие неустойчивого солитона приводит к неупорядоченным колебаниям.

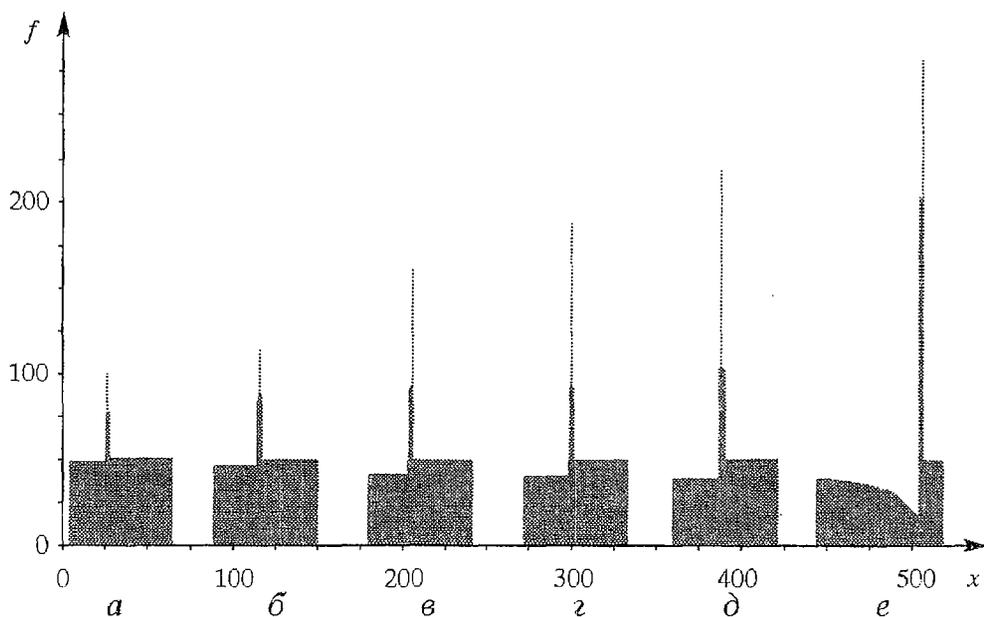


Рис. 3. Движение солитонов с различными скоростями: *a* – начальное возмущение $f_{\text{воз}}=90$, $T=40$, $V=1/40$, числовой вид – ...48, 48, 77, 99, 60, 50, 50...; *б* – начальное возмущение $f_{\text{воз}}=165$, $T=27$, $V=1/27$, числовой вид – ...46, 46, 77, 114, 72, 50, 50...; *в* – начальное возмущение $f_{\text{воз}}=230$, период по координате $L=2$, $T=37$, $V=2/37$, числовой вид – ...42, 42, 85, 161, 93, 50, 50...; *г* – начальное возмущение $f_{\text{воз}}=260$, $L=3$, $T=49$, $V=3/49$, числовой вид – ...41, 41, 92, 186, 102, 52, 50, 50...; *д* – начальное возмущение $f_{\text{воз}}=295$, $T=15$, $V=1/15$, числовой вид – ...39, 39, 41, 208, 105, 52, 50, 50...

При увеличении параметра k количество выявленных скоростей увеличилось (использовались различные возмущения, которые приводили к появлению солитонов). Так, при $k=4096$ и $f_0=64$ было обнаружено не менее 18 скоростей, при $k=8192$ и $f_0=100$ – не менее 24 скоростей. Это позволяет предположить, что все более плотным рядом скоростей можно аппроксимировать непрерывное движение.

Если в небольших пределах одновременно изменять форму и величину возмущения, то наглядно проявляется устойчивость солитона. Так, из разных

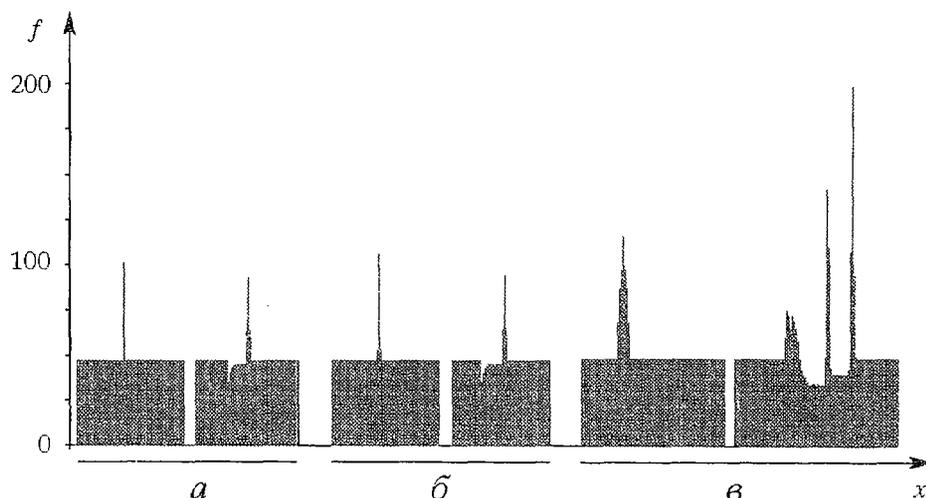


Рис. 4. Появление одинаковых солитонов из разных возмущений (*a, б*); появление двух солитонов из одного более сильного возмущения (*в*). Возмущения: *a* – ...50, 106, 50...; *б* – ...50, 55, 110, 55, 50...; *в* – ...50, 50, 70, 90, 100, 120, 100, 90, 70, 50, 50...

Глубина f_0	Возмущение $f_{\text{воз}}$	Конфигурация	Период T
7	307	...6,6,20,302,11,7...	43
9	259	...8,8,36,240,11,9...	45
11	211	...10,35,199,13,11...	50
14	174	...13,50,164,16,14...	48
19	129	...18,34,127,22,19...	66
24	114	...23,42,109,26,24...	63
32	95	...31,58,99,36,32...	63
42	90	...39,61,97,56,42...	48
54	108	...49,85,95,57,54...	38
71	111	...64,67,98,105,76,71...	29
92	122	...83,103,121,110,92...	22
120	142	см. рис.5.	—

возмущений возникает один и тот же солитон (рис. 4, а, б). Если возмущение достаточно велико, появляются два солитона (рис. 4, в).

Интересно проследить зависимость скорости от изменения глубины. Для большей определенности на каждой глубине будем задавать минимальное возмущение, необходимое для появления солитона. Минимально необходимое возмущение определяется по формуле $f_{\text{воз}}=k/f_0+f_0$. При изменении глубины наблюдаются и другие устойчивые структуры. При малой глубине возникают неподвижные циклы различных периодов T (в терминологии точечных отображений T -кратный устойчивый цикл). Причем характерно, что один и тот же цикл может получиться от разных возмущений: при $f_0=5$, $f_{\text{воз}}=425$ и $f_{\text{воз}}=485$ появляется один и тот же цикл периода 2, числовой вид в момент времени $t \dots 5, 4, 310, 114, 5\dots$, в момент времени $t+1 \dots 5, 4, 325, 99, 5\dots$. Наблюдался цикл с периодом $T=60$ при следующих условиях: $f_0=2$, $f_{\text{воз}}=1102$, числовой вид — $\dots 2, 1, 1029, 41, 2\dots$. Движущиеся солитоны появились, начиная с глубины $f_0=7$. Данные о скорости ($V=1/T$) солитонов на разной глубине приведены в таблице.

Как видно из таблицы, при увеличении глубины скорость сначала уменьшалась, затем стала возрастать. Начиная с глубины 120, от единичного возмущения появляется целая область, заполненная структурами, которая расширяется в обе стороны (рис. 5).

Дискретные солитоны проявляют и другие свойства, присущие настоящим солитонам. Так, дискретные солитоны изменяют свою скорость при взаимодействии с неподвижными возмущениями в виде ступеньки. Можно

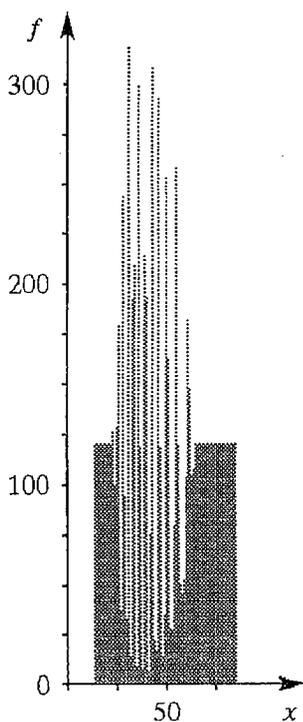


Рис. 5. Расширяющаяся область, заполненная структурами

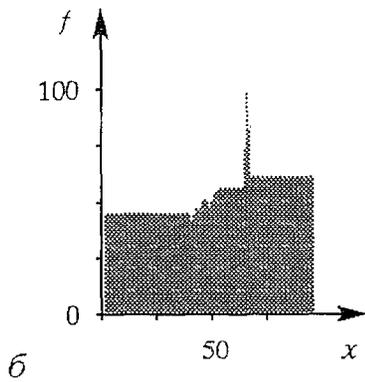
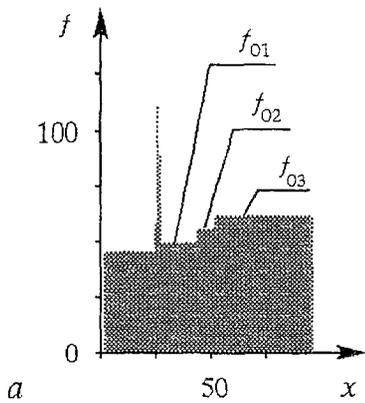


Рис. 6. Взаимодействие солитона с неподвижным возмущением (ступеньки вверх). Возмущения в виде ступенек: $f_{01}=50$; $f_{02}=56$; $f_{03}=62$; а – конфигурация до ступенек – ...46, 46, 77, 114, 72, 50, ..., скорость – $1/27$; б – конфигурация после ступенек – ...57, 57, 74, 103, 82, 62, ..., скорость – $1/33$

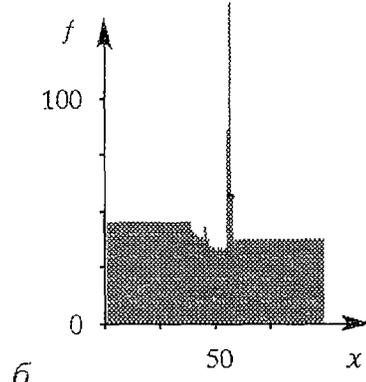
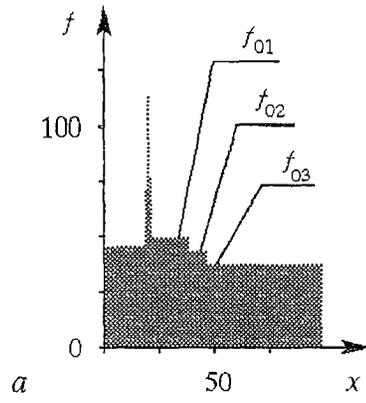


Рис. 7. Взаимодействие солитона с неподвижным возмущением (ступеньки вниз). Возмущения в виде ступенек: $f_{01}=50$; $f_{02}=44$; $f_{03}=38$; а – конфигурация до ступенек – ...46, 46, 77, 114, 72, 50, ..., скорость – $1/27$; б – конфигурация после ступенек – ...34, 33, 34, 87, 144, 58, 38, ..., скорость – $3/72=1/24$

привести примеры торможения солитона на последовательности ступенек вверх (рис. 6) и ускорения на последовательности ступенек вниз (рис. 7). Возникает аналогия с преодолением потенциального барьера: торможение при восхождении на барьер и ускорение при скатывании с него. При больших значениях параметра k можно поставить эксперимент по плавному, «квазинепрерывному» разгону или торможению солитонов.

Можно произвести эксперимент по столкновению двух солитонов (рис. 8). После столкновения скорости солитонов изменяются. При наблюдении столкновения в режиме анимации хорошо видно, что дискретные солитоны взаимодействуют не сливаясь, с характерным сдвигом по координате, свойственным частицам. Это дополняет аналогию с настоящими солитонами. К сожалению, солитоны по правилу QUIVER движутся только в одну сторону и, следовательно, невозможны встречные столкновения. Однонаправленное движение объясняется тем, что правило использует первую производную по координате, что приводит к появлению у приращения величины f разных знаков на правом и левом склонах солитона. Если изменить правило, поставив минус перед производной по координате, то солитоны изменят направление движения.

Правило клеточного автомата можно рассматривать как сложное, многомерное (по числу точек x) точечное отображение с дискретными состояниями f . Однако, если выбрать фиксированную точку x и проследить изменения $f_{x,t}$ при прохождении через эту точку солитона, то можно найти функцию $f_{t+1}=\varphi(f_t)$, построив по значениям $f_{x,t}$ диаграмму Ламерея. Эта диаграмма

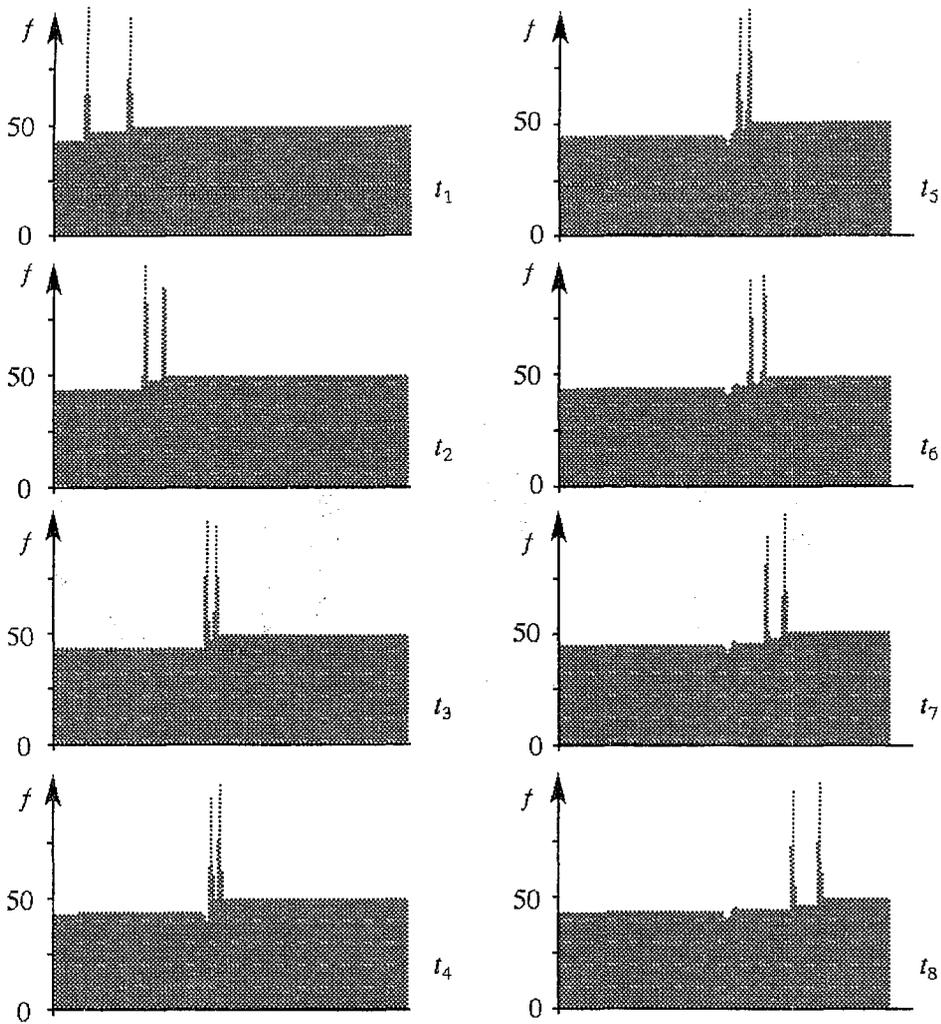


Рис. 8. Столкновение двух солитонов; $t_1 < t_2 < t_3 < t_4 < t_5 < t_6 < t_7 < t_8$

не дает исчерпывающего описания системы, но наглядно представляет процесс прохождения солитона через точку с фиксированной координатой (рис. 9). На основании диаграммы можно сделать вывод, что неподвижные точки *A* и *B* одновременно являются устойчивыми и неустойчивыми в зависимости от состояния соседей. Для более полного анализа необходима многомерная диаграмма, отражающая состояние системы в целом.

При наблюдении действия правила QUIVER на разных глубинах были выявлены и другие не менее интересные движущиеся стабильные структуры. При определенных начальных условиях можно повстречать движущуюся «ступеньку» (рис. 10, *a*). Если продифференцировать эту «сту-

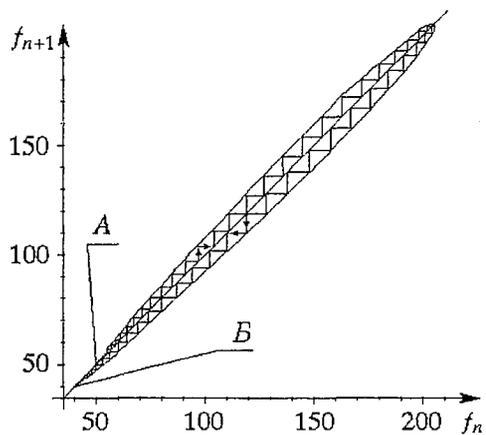


Рис. 9. Диаграмма Ламера для фиксированной точки при прохождении через нее солитона. Начальные условия для солитона: $f_0=50$; $f_{\text{воз}}=290$

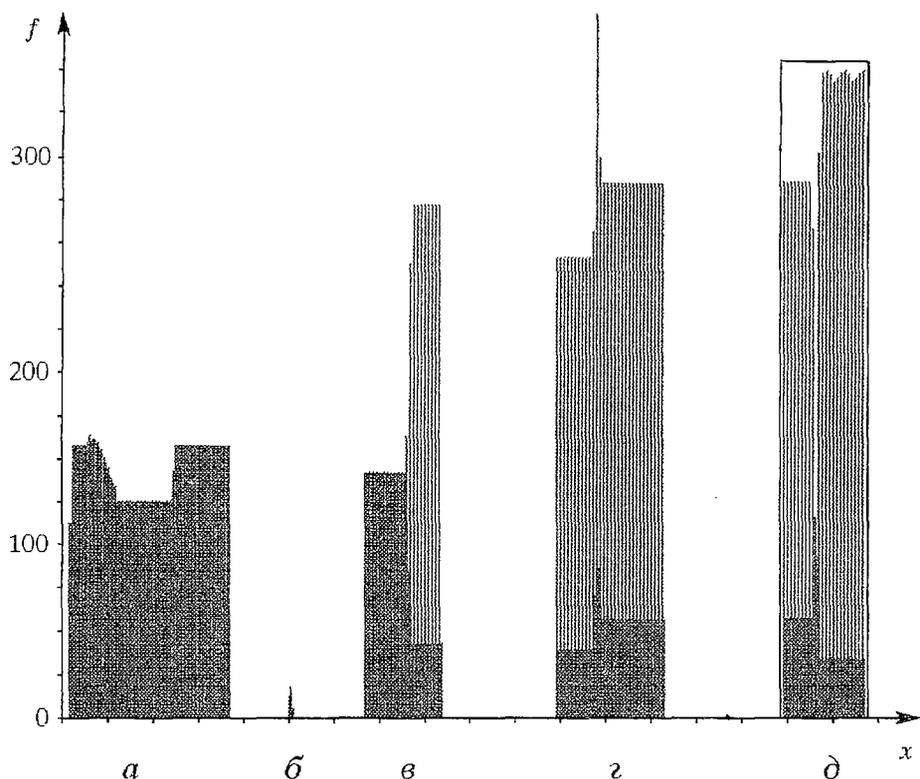


Рис. 10. Движущиеся стабильные структуры, поддерживаемые правилом QUIVER; *a* – «ступенька», *б* – дифференциальный вид «ступеньки», *в* – «частокол» (движется влево), *г* – связанная пара солитонов, *д* – пара солитон–антисолитон (движутся влево)

пеньку» (разностное дифференцирование $f_{x+1,t} - f_{x,t}$), то получится конфигурация, похожая на солитон (рис. 10, б). Еще есть структуры, движущиеся справа налево и представляющие собой фронт между равномерной глубиной и стабильным периодическим «частоколом» (рис. 10, в). Кроме того, оказалось, что «частокол» является замечательным фоном для развития на нем других структур. Так, на рис. 10, г приведена связанная пара солитонов, движущаяся вправо по подложке типа «частокол». Каждый солитон движется по своей четной или нечетной подрешетке. Так и напрашивается аналогия с фермионами: не более двух частиц в одном месте. И, наконец, связанная пара солитон – антисолитон, движущаяся влево (рис. 10, д). Фрагмент взят в рамку для того, чтобы было легче увидеть черный солитон и белый антисолитон на сером фоне. Обращает на себя внимание довольно большая длина волны ($L=10$). Эти структуры, конечно, достойны более подробного рассмотрения.

Заключение

Таким образом, построенное в данной работе правило QUIVER поддерживает достаточно широкий набор структур. Выявленные в работе конфигурации обладают возможностью:

- двигаться с большим количеством дискретных скоростей (см. рис. 3);
- изменять свое состояние движения, то есть ускоряться и тормозиться (см. рис. 6, 7);
- взаимодействовать друг с другом с изменением скоростей (см. рис. 8).

Структуры, движущиеся с различными скоростями, качественно не отличаются друг от друга и могут быть интерпретированы как один и тот же объект, изменивший свою скорость. Большое количество дискретных скоростей

позволяет рассматривать движение как «квазинепрерывное». Все это приводит к сложному и разнообразному поведению.

О возможных направлениях дальнейшей работы можно сказать следующее. Хотелось бы получить правило, обладающее свойствами правила QUIVER и при этом симметричное относительно смены направления. Оно должно быть правилом второго порядка (как правило SCARVES). Это позволило бы получить систему типа «одномерный газ». Для получения двух- и трехмерного газа необходимо правило, приводящее к появлению структур, симметричных относительно поворотов. Этого свойства не может быть в масштабах, сравнимых с шагом решетки. Но для достаточно крупномасштабных образований это свойство может наблюдаться, и чем больше структура, тем более точно. Вопрос о симметрии относительно поворотов близко связан с вопросом о появлении квадратичной метрики, да и вообще иррациональных чисел (истинных иррациональных чисел, как и других видов бесконечности в клеточном автомате быть не может). Интересные результаты можно получить, исследуя определение относительной скорости двух движущихся в абсолютной системе клеточного автомата структур при помощи третьего тела (тел). Есть проблема определения координаты частицы. Если за координату частицы принять максимальный пик дискретного солитона, то в силу неравномерного движения на длине волны (а это мы наблюдали на рис. 10,д) можно говорить о периодической плотности вероятности.

Создание и изучение искусственных миров, несомненно, приведет к более полному и глубокому пониманию мира реального. Осознание этого все чаще можно встретить в физической литературе [2, 3].

Библиографический список

1. Тоффоли Т., Марголюс Н. Машины клеточных автоматов. М.: Мир, 1991.
2. Беркович С.Я. Клеточные автоматы как модель реальности: поиски новых представлений физических и информационных процессов. М.: Издательство Московского университета, 1993.
3. Хармут Х. Применение методов теории информации в физике. М.: Мир, 1989.

ЗАО «Прецизионное оборудование»,
Саратов

Поступила в редакцию 17.02.99
после доработки 29.06.99

UNIVARIATE CELLULAR AUTOMATA SUPPORTED MOVING STRUCTURES WITH BROAD KIT OF VELOCITIES

A.N. Smolyakov

The univariate cellular automata rule, which supports strictly periodic moving structures, is obtained. These structures have broad kit of discrete velocities. They change velocity at interaction with still formation and at interaction with each other (at collisions). When changing the parameters, falling into the rule several types moving and still periodic structures were discovered.



Смоляков Александр Николаевич – родился в 1961 году в Саратове. Окончил Саратовский политехнический институт (1983). В настоящее время работает в ЗАО «Прецизионное оборудование» в должности ведущего инженера.