



ДИНАМИЧЕСКИЕ РЕЖИМЫ И БИФУРКАЦИИ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ДВУХ СИСТЕМ СИНХРОНИЗАЦИИ ЧЕРЕЗ ВЗАИМНЫЕ ПЕРЕКРЕСТНЫЕ СВЯЗИ

В.П. Пономаренко, В.В. Матросов

Проведено исследование динамических состояний и бифуркационных переходов в модели двух перекрестно связанных автогенераторных систем с автоподстройкой частоты и задержки во времени. Рассмотрен случай, когда обе взаимодействующие системы индивидуально демонстрируют только регулярные режимы поведения. Обнаружено, что в зависимости от начальных рассогласований частот и задержек, степени связи через управляющие сигналы и от параметра инерционности возможно возбуждение разнообразных регулярных и хаотических режимов. Установлено расположение областей генерации различных режимов, исследованы сценарии преобразования асинхронных режимов при изменении параметров.

1. Исследованию коллективного поведения взаимосвязанных активных элементов в настоящее время уделяется большое внимание, что во многом связано с перспективностью таких систем в современных электронных и информационных технологиях. Привлекательным свойством связанных систем является их возможность демонстрировать богатую картину разнообразных динамических состояний и бифуркационных переходов при простой индивидуальной динамике парциальных элементов. Важное значение в классе связанных автоколебательных систем имеют системы взаимодействующих автогенераторов, управляемых по фазе, частоте или задержке во времени генерируемых колебаний с использованием принципа фазовой автоподстройки [1,2]. На базе систем с фазовой автоподстройкой проводится решение задач синхронизации сигналов и слежения за их изменяющимися параметрами. Кроме этого, в таких системах благодаря петлям автоподстройки и связям между парциальными системами создаются условия для возбуждения сложных колебаний, проявления эффектов динамического хаоса и управления свойствами и областями существования формируемых колебаний. В результате реализации этих условий появляются возможности для расширения функциональных возможностей систем.

В данной работе изучаются динамические режимы и бифуркации в модели двухкольцевой системы синхронизации (ДСС), объединяющей подсистемы фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) и автоподстройки задержки (АПЗ), которые взаимодействуют через взаимные перекрестные обратные связи. Системы с такой структурой представляют собой схемные реализации оптимальных алгоритмов следящей оценки фазового угла $\theta(t)$ и задержки $T(t)$ псевдослучайных фазоманипулированных сигналов при когерентной обработке [3–5].

Процесс слежения выполняется путем измерения рассогласования фаз и задержек входного и опорного (формируемого управляемыми генераторами подсистем) сигналов и коррекции фазы $\theta^*(t)$ и задержки $T^*(t)$ опорного сигнала в сторону уменьшения выявленных рассогласований. Исследуемая в работе модель описывает одну из базовых структур ДСС, в которой применены статическое управление задержкой [6] и однонаправленная связь по цепям управления, через которую сигнал о фазовом рассогласовании, образующийся в петле ФАПЧ, передается в цепь автоподстройки задержки [3,7].

Уравнения динамики рассматриваемой ДСС, записанные в операторной форме ($p=d/dt$) для рассогласований $\varphi=\theta(t)-\theta^*(t)$ и $\eta=T(t)-T^*(t)$, имеют вид [3,4,7]

$$\varphi = \theta - (k_1/p)F_1(p)R(\eta)\sin\varphi, \tag{1}$$

$$\eta = T - T_0 - k_2F_2(p)[D(\eta)\cos\varphi + k_3R(\eta)\sin\varphi],$$

где k_1 и k_2 – коэффициенты усиления; k_3 – степень связи через управляющие сигналы; T_0 – начальное значение параметра T ; $F_1(p)$ и $F_2(p)$ – коэффициенты передачи фильтров низких частот в цепях управления подсистем ФАПЧ и АПЗ; $R(\eta)$ и $D(\eta)$ – нелинейности, определяемые зависимостями

$$R(\eta) = \begin{cases} 1+\eta/\Delta, & -\Delta \leq \eta \leq 0 \\ 1-\eta/\Delta, & 0 \leq \eta \leq \Delta \\ 0, & |\eta| \geq \Delta, \end{cases} \quad D(\eta) = \begin{cases} -2-\eta/\Delta, & -2\Delta \leq \eta \leq -\Delta \\ \eta/\Delta, & -\Delta \leq \eta \leq \Delta \\ 2-\eta/\Delta, & \Delta \leq \eta \leq 2\Delta \\ 0, & |\eta| \geq 2\Delta, \end{cases}$$

Δ – длительность одного элемента манипулирующего сигнала. Уравнениям (1) соответствует эквивалентная структурная схема, приведенная на рис. 1. В этой схеме и в уравнениях (1) функции $\sin\varphi$ и $D(\eta)=R(\eta-\Delta)-R(\eta+\Delta)$ представляют нелинейные характеристики дискриминаторов рассогласований фаз и задержек, а функции $\cos\varphi$ и $R(\eta)$ отражают взаимодействие подсистем ФАПЧ и АПЗ через взаимные перекрестные связи: функцию $\cos\varphi$ можно интерпретировать как нелинейность, вносимую подсистемой ФАПЧ в подсистему АПЗ, а функцию $R(\eta)$ – как нелинейность, вносимую подсистемой АПЗ в подсистему ФАПЧ. Конкретный вид уравнений (1) определяется коэффициентами передачи $F_1(p)$ и $F_2(p)$.

Для случая фильтров низких частот первого порядка, которым соответствуют получаемые из (1) динамические модели с одной и полутора степенями свободы, в рассматриваемой ДСС установлены следующие стационарные режимы [7–9]: синхронный режим, который характеризуется минимальным отклонением параметров θ^* и T^* от параметров θ и T , соответственно (такому режиму в фазовом пространстве отвечает устойчивое состояние равновесия моделей); асинхронные режимы с вращением фазы и периодическими колебаниями рассогласования x и разности частот $d\varphi/dt$ относительно некоторых средних значений (таким режимам системы в фазовом пространстве моделей соответствуют устойчивые предельные циклы вращательного типа – φ -циклы). Кроме перечисленных режимов, в модели ДСС с полутора степенями свободы обнаружены явления сложной динамики [9]: петля сепаратрисы седло-фокуса с положительной седловой величиной, бифуркации удвоения периода и седло-узловых φ -циклов. В работе [10] исследованы

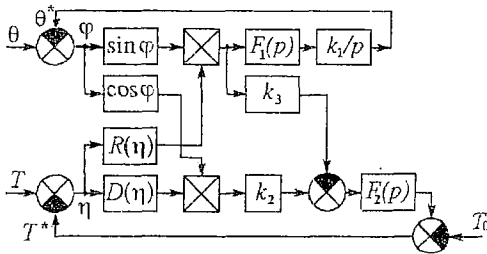


Рис. 1. Эквивалентная структурная схема ДСС

асинхронные режимы в динамической модели с двумя степенями свободы, описывающей поведение ДСС с фильтром первого порядка в петле ФАПЧ и фильтром второго порядка в петле АПЗ. Установлено, что коллективное поведение взаимосвязанных систем ФАПЧ и АПЗ в этом случае характеризуется сложными периодическими и хаотическими асинхронными режимами, невозможными в одиночных системах. Целью данной работы, продолжающей исследования [10], является более подробное изучение механизмов возбуждения и процессов развития сложных колебательных движений, свойственных модели ДСС в случае подсистем ФАПЧ и АПЗ с одной степенью свободы, которые индивидуально демонстрируют только регулярные режимы поведения.

2. В соответствии со сделанными предположениями о свойствах поведения автономных систем ФАПЧ и АПЗ рассмотрим коэффициенты передачи $F_1(p) = (1 + mT_1p)/(1 + T_1p)$ и $F_2(p) = 1/[1 + (T_2 + T_3)p + T_2T_3p^2]$, где $T_{1,2,3}$ – постоянные времени, $0 \leq m < 1$. При рассматриваемых ФНЧ для автономной системы ФАПЧ характерны синхронный и периодический асинхронный режим, а в автономной системе АПЗ существует только синхронный режим. Уравнения динамики исследуемой ДСС, получаемые из уравнений (1), записываются в следующем виде [10]:

$$\begin{aligned} d\varphi/d\tau &= u - mR(x)\sin\varphi, \quad \varepsilon_1 du/d\tau = \gamma - u - (1 - m)R(x)\sin\varphi, \\ dx/d\tau &= y, \quad \varepsilon_2 \varepsilon_3 dy/d\tau = \sigma - x - bD(x)\cos\varphi - \alpha R(x)\sin\varphi - (\varepsilon_2 + \varepsilon_3)y, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\tau = k_1 t$; $x = \eta/\Delta$; u – вспомогательная переменная; $\gamma = p\theta/k_1$ и $\sigma = (T - T_0)/\Delta$ – начальные расстройки частот и задержек; $\varepsilon_1 = k_1 T_1$, $\varepsilon_2 = k_1 T_2$ и $\varepsilon_3 = k_1 T_3$ – безразмерные постоянные времени; $b = k_2/\Delta$; $\alpha = k_3 b$. Модель (2) в силу периодичности правых частей по φ с периодом 2π является динамической системой с цилиндрическим фазовым пространством $U = (\varphi \pmod{2\pi}, u, x, y)$.

Движения, развивающиеся в фазовом пространстве U , зависят от восьми параметров. В данной работе основное внимание мы уделим исследованию динамических режимов, возникающих при изменении начальных расстроек γ и σ , параметра связи α и параметра инерционности ε_3 . Исследование проведено с помощью качественно-численных методов и компьютерного моделирования с использованием комплекса программ, предназначенного для исследования процессов нелинейной динамики в системах с частотным и фазовым управлением [11].

Состояния равновесия модели (2) определяются следующими соотношениями:

$$\gamma - \Phi_1(\varphi, x) = 0, \quad \sigma - \alpha\gamma - x - b\Phi_2(\varphi, x) = 0, \quad u = m\gamma, \quad y = 0,$$

где $\Phi_1(\varphi, x) = R(x)\sin\varphi$, $\Phi_2(\varphi, x) = D(x)\cos\varphi$. Когда значения параметров $\sigma, \gamma, b, \alpha$ удовлетворяют неравенствам $\sigma_1(\gamma, b, \alpha) < \sigma < \sigma_2(\gamma, b, \alpha)$, $0 \leq \gamma < 1$, где

$$\sigma_{1,2}(\gamma, b, \alpha) = \alpha\gamma \mp [1 + b\cos\varphi_0(\gamma, b)] [\sin\varphi_0(\gamma, b) - \gamma] / \sin\varphi_0(\gamma, b), \quad (3)$$

а $\varphi_0(\gamma, b)$ – минимальный корень уравнения

$$b(\gamma - \sin^3\varphi) + \gamma\cos\varphi = 0 \quad (0 < \varphi_0 < \pi/2),$$

система (2) имеет два или четыре состояния равновесия [7], из которых устойчивым может быть только состояние равновесия $A_1(\varphi_1, m\gamma, x, 0)$ с координатами φ_1 и x_1 , определяемыми из уравнений

$$\sigma - \alpha\gamma - (1 + b\cos\varphi_1)x_1 = 0, \quad \gamma - [1 - x_1 \operatorname{sign}(\sigma - \alpha\gamma)] \sin\varphi_1 = 0.$$

Устойчивость состояния равновесия A_1 определяется корнями характеристического уравнения

$$\lambda^4 + c_1\lambda^3 + c_2\lambda^2 + c_3\lambda + c_4 = 0,$$

где

$$c_1 = 1/\varepsilon_1 + m\Phi'_{1\varphi}(\varphi_1, x_1) + (\varepsilon_2 + \varepsilon_3)/(\varepsilon_2\varepsilon_3),$$

$$c_2 = (\varepsilon_2 + \varepsilon_3)/(\varepsilon_1\varepsilon_2\varepsilon_3) + [1/\varepsilon_1 + m(\varepsilon_2 + \varepsilon_3)/(\varepsilon_2\varepsilon_3)]\Phi'_{1\varphi}(\varphi_1, x_1) + c_0,$$

$$c_3 = (\varepsilon_2 + \varepsilon_3)\Phi'_{1\varphi}(\varphi_1, x_1)/(\varepsilon_1\varepsilon_2\varepsilon_3) + c_0/\varepsilon_1 + mc_4/\varepsilon_1,$$

$$c_4 = \{\Phi'_{1\varphi}(\varphi_1, x_1) + b[\Phi'_{1\varphi}(\varphi_1, x_1)\Phi'_{2r}(\varphi_1, x_1) - \Phi'_{1r}(\varphi_1, x_1)\Phi'_{2\varphi}(\varphi_1, x_1)]\}/(\varepsilon_2\varepsilon_3),$$

$$c_0 = [1 + b\Phi'_{2r}(\varphi_1, x_1) + \alpha\Phi'_{1r}(\varphi_1, x_1)]/(\varepsilon_2\varepsilon_3).$$

Условия устойчивости записываются в виде

$$c_1, c_2, c_3, c_4 > 0, \quad c_3(c_1c_2 - c_3) - c_4c_1^2 > 0.$$

При выполнении этих условий в ДСС существует синхронный режим, в котором точность оценки фазы и задержки входного сигнала определяется величинами φ_1 и x_1 .

3. Обсудим свойства модели (2), наблюдаемые при изменении параметров γ и σ . На рис. 2 представлено расположение областей реализации различных динамических режимов системы на плоскости (σ, γ) , установленное в результате численного исследования модели (2) при значениях параметров $b=10$, $\alpha=3$, $\varepsilon_1=10$, $m=0.1$, $\varepsilon_2=2$, $\varepsilon_3=3$. В областях D_5, D_1, \dots, D_8 модель (2) демонстрирует регулярную динамику. В области D_5 аттрактором модели (2) в фазовом пространстве U служит состояние равновесия A_1 , следовательно, для значений $(\sigma, \gamma) \in D_5$ в ДСС реализуется синхронный режим независимо от начального состояния системы. Для параметров из областей D_1 и D_2 в системе одновременно существуют синхронный и асинхронный режимы. В областях D_3, \dots, D_8 наблюдаются только асинхронные режимы.

Асинхронным режимам ДСС в областях D_1, \dots, D_8 соответствуют устойчивые φ -циклы модели (2). В областях D_5, \dots, D_8 , в части $\sigma > -2$ области D_3 и в части $\sigma < 2$

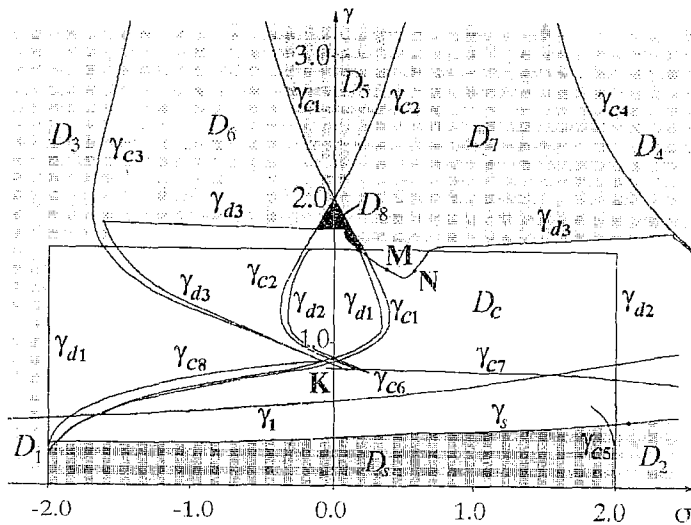


Рис. 2. Параметрический портрет (σ, γ) модели (2)

области D_4 такие циклы локализованы в фазовом пространстве в области $|x| < 2$. Режимы этих циклов характеризуются периодическими колебаниями разности частот $d\phi/dt$, разности задержек x и dx/dt относительно некоторых средних значений. В областях D_1, D_2 , в части $\sigma < -2$ области D_3 и в части $\sigma > 2$ области D_4 устойчивые ϕ -циклы расположены в областях $x < -2$ и $x > 2$ фазового пространства. В режимах таких циклов величины $d\phi/dt$ и x остаются неизменными, равными соответственно γ и σ .

В области D_c , заключенной между областями D_s, D_1 и областями D_3, D_6, D_7, D_8 , наряду с регулярными движениями реализуются хаотические асинхронные режимы ДСС. Границы областей, выделенных на рис. 2, соответствуют следующим бифуркациям модели (2): линия γ_s – петля сепаратрисы седла (или седло-фокуса); кривые γ_{ci} ($i=1,9$) – седло-узловым бифуркациям ϕ -циклов; линии γ_{dj} ($j=1,3$) – потере устойчивости ϕ -циклов в результате бифуркации удвоения периода. Линия γ_1 , определяемая (3), ограничивает область существования состояний равновесия. На рис. 3 дан в увеличенном виде фрагмент $\{\sigma, \gamma\}$ -диаграммы, соответствующий значениям $-0.1 < \sigma < 0.1, 0.81 < \gamma < 0.89$, который показывает взаимное расположение бифуркационных кривых γ_{c6}, γ_{c7} и γ_{d3} ; $\gamma_{c1}, \gamma_{c3}, \gamma_{c8}, \gamma_{c9}, \gamma_{d1}$ и γ_{d3} .

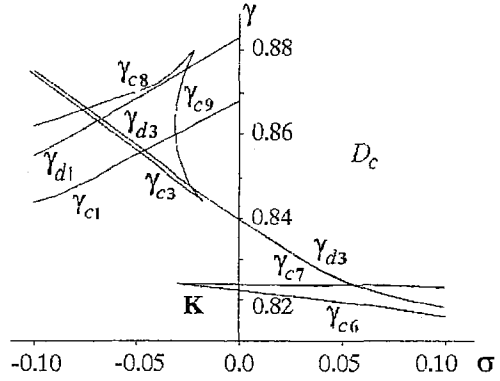


Рис. 3. Фрагмент параметрического портрета (σ, γ)

При переходе из области D_s в область $D_{c0} = \{\max(\gamma_{c1}, \gamma_s, \gamma_{c5}) < \gamma < \gamma_1\}$ ($D_{c0} \subset D_c$) с изменением σ и γ в фазовом пространстве появляются устойчивые ϕ -циклы: однооборотные (2π -периодические по ϕ) L_1 и S_1 при пересечении кривых γ_{c1} и γ_s ; двухоборотный (4π -периодический по ϕ) S_2 при пересечении линии γ_{c2} . На рис. 4, а–в приведены (ϕ, x) -проекции фазовых портретов циклов L_1, S_1, S_2 . В области D_{c0} , как и в областях D_1 и D_2 , наблюдается одновременное существование синхронного и асинхронных режимов. Реализация синхронного режима для значений σ и γ из этих областей возможна при условии, что начальное состояние системы попадает в область притяжения состояния равновесия A_1 в фазовом пространстве U . Предельный цикл S_1 исчезает с увеличением γ при пересечении на $\{\sigma, \gamma\}$ -диаграмме бифуркационных кривых γ_{c7} и γ_{c8} . При этом для значений $-2.0 < \sigma < -1.2$ и $0.1 < \sigma < 1.0$ прекращение режима цикла S_1 сопровождается жестким переходом к режиму хаотических колебаний. Предельный цикл L_1 при увеличении γ претерпевает бифуркации удвоения периода, завершающиеся переходом к хаотическим колебаниям. Режим предельного цикла S_2 с увеличением γ жестко сменяется асинхронным режимом на двухоборотном предельном цикле L_2^2 , который затем мягко преобразуется в режим предельного цикла L_2 через бифуркацию, обратную бифуркации удвоения.

Асинхронные режимы в областях D_3, D_4 и D_5 определяются устойчивыми ϕ -циклами L_1, L_2 и L_3 (рис. 4, з–е). Отметим, что предельный цикл L_1 существует в области значений σ и γ , ограниченной кривыми γ_{c1} и γ_{d1} ; область существования цикла L_2 заключена между кривыми γ_{c2} и γ_{d2} ; предельный цикл L_3 существует при

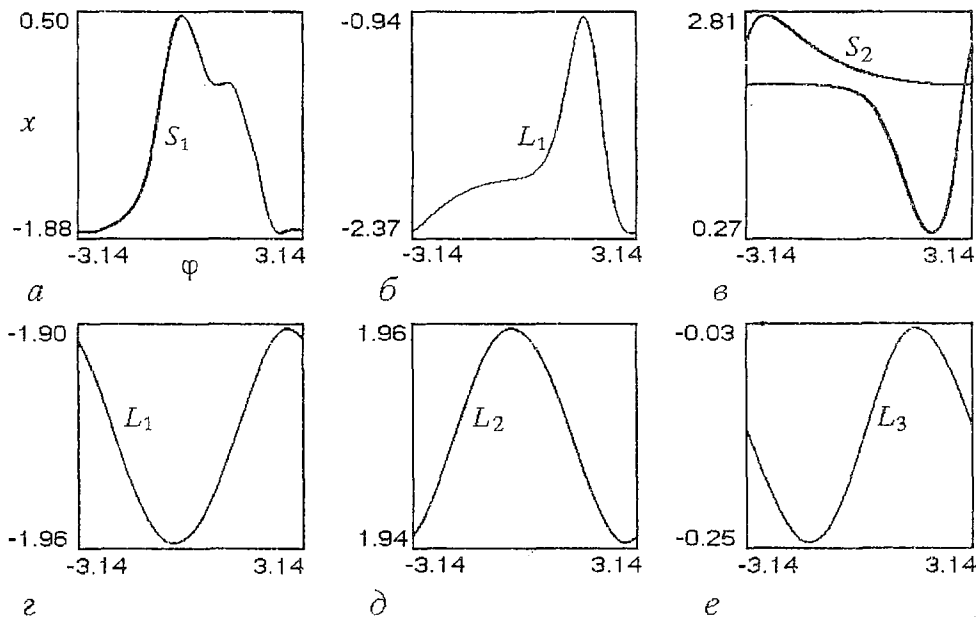


Рис. 4. Фазовые портреты периодических асинхронных режимов при $\sigma=0.1, \gamma=0.35$ (а); $\sigma=-1.9755, \gamma=0.26$ (б); $\sigma=1.958, \gamma=0.44$ (в); $\sigma=-1.8, \gamma=1.9$ (г); $\sigma=1.9, \gamma=2.6$ (д); $\sigma=0.02, \gamma=2.2$ (е)

значениях σ и γ из области между кривыми γ_{c3}, γ_{c4} и γ_{d3} . Из рис. 2 видно, что области существования циклов L_1, L_2, L_3 пересекаются. По этой причине в областях D_6 и D_7 наблюдается одновременно по два (L_1 и L_3 в D_6, L_2 и L_3 в D_7), а в области D_8 – три (L_1, L_2 и L_3) предельных цикла. При переходе на плоскости (σ, γ) с изменением σ и γ из областей D_3, D_6, D_7 и D_8 в область D_c реализуются бифуркации удвоения периода циклов L_1, L_2 и L_3 на линиях γ_{d1}, γ_{d2} и γ_{d3} . При рассматриваемых значениях параметров модели (2) бифуркации удвоения циклов L_1 и L_2 являются суперкритическими, а бифуркация удвоения цикла L_3 является суперкритической на частях кривой γ_{d3} слева от точки М и справа от точки N и субкритической на части MN кривой γ_{d3} . В области D_c система демонстрирует сложное динамическое поведение, для которого характерны разнообразные сложнопериодические асинхронные режимы, соответствующие многооборотным ϕ -циклам модели (2), и хаотические движения.

4. Рассмотрим некоторые характерные сценарии преобразования режимов поведения системы при изменении параметра γ . Для этого обратимся к бифуркационным диаграммам $\{\gamma, x\}$ точечного отображения, порождаемого траекториями системы (2) на секущей плоскости $\phi = \text{const}$. При построении таких диаграмм изучалась эволюция режимов предельных циклов S_1 и L_1 при увеличении параметра γ . Анализ диаграмм $\{\gamma, x\}$, построенных для серии значений параметра σ , позволил выделить следующие интервалы значений σ с качественно различными характерами преобразования динамических режимов при изменении γ .

$-2 < \sigma < -1.2$. Для этих значений σ в значительно большей области значений γ реализуется асинхронный режим системы на двухоборотном предельном цикле L_1 ; хаотические колебания, возникающие жестко после разрушения режима предельного цикла S_1 , наблюдаются в узком интервале значений γ в окрестности бифуркационной кривой γ_{c8} (см. рис. 2).

$-1.2 < \sigma < 0$. Особенность $\{\gamma, x\}$ -диаграмм в этом интервале значений σ состоит в том, что, во-первых, разрушение режима цикла S_1 теперь не сопровождается переходом к хаотическому режиму, а во-вторых, появляется и растет с увеличением σ область хаотических колебаний, которые формируются на базе предельного цикла L_1 через бифуркации удвоения периода. Увеличение σ приводит к появлению внутри области хаоса интервалов значений γ , соответствующих режимам на многооборотных предельных циклах. Обнаруженные закономерности развития динамических режимов в системе иллюстрирует диаграмма $\{\gamma, x\}$, приведенная на рис. 5; она соответствует $\sigma = -0.5$, параметр γ изменяется от 0.7 до 1.7. Видно, что для большей части интервала изменения γ реализуются асинхронные режимы. При этом для значений $0.98 < \gamma < 1.53$ такие режимы примечательны видом соответствующих им реализаций $x(\tau)$, качественно подобных реализациям колебаний на трехспиральных хаотических аттракторах, свойственных многоустойчивым динамическим системам (например, генераторам с петлей частотной автоподстройки [12,13], системам автофазирования [14], генераторам Чуа [15,16]). На рис. 6, а показаны (ϕ, x) -проекция и реализация $x(\tau)$, соответствующие хаотическому аттрактору модели (2) при $\gamma = 1.4$; видно, что для этого режима характерны нерегулярные перебросы между тремя различными колебательными состояниями.

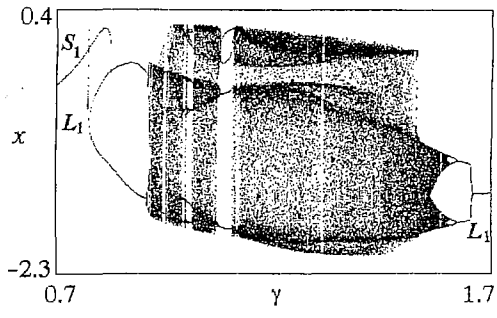


Рис. 5. Эволюция предельных циклов S_1 и L_1 при увеличении расстройки γ ; $\sigma = -0.5$

$0 < \sigma < 1$. Диаграммы $\{\gamma, x\}$, соответствующие этим значениям σ , обнаруживают возобновление перехода к хаотическому асинхронному режиму после жесткого прекращения колебаний на предельном цикл S_1 . Для значений $0 < \sigma < 0.5$ хаотические колебания при увеличении γ жестко сменяются режимом предельного цикла L_1 или режимом предельного цикла L_1^2 . При этом, если $\sigma < 0.35$, то при дальнейшем увеличении γ на базе цикла L_1 в системе вновь формируются хаотические колебания, которые затем преобразуются в колебания на цикле L_1 путем бифуркаций, обратных бифуркациям удвоения. В том случае, когда $0.35 < \sigma < 0.5$, хаотические колебания на базе цикла L_1 не возникают, на $\{\gamma, x\}$ -диаграммах наблюдается уменьшение и исчезновение с ростом σ интервала значений γ , соответствующих асинхронному режиму цикла L_1 .

Установленные особенности поведения системы в интервале значений $0 < \sigma < 0.35$ иллюстрируются $\{\gamma, x\}$ -диаграммами, приведенными на рис. 7. Для процессов преобразования режимов, отображаемых этими диаграммами, характерны переходы через перемежаемость: от хаотических колебаний на аттракторе P_1 к хаотическим колебаниям на аттракторе P_2 , от колебаний на трехоборотном предельном цикле S_3 к хаотическим колебаниям на аттракторе P_3 , от хаотических колебаний на аттракторе P_3 к хаотическим колебаниям на аттракторе P_1 (рис. 7, а), от режима предельного цикла L_1 к режиму хаотического аттрактора P_4 (рис. 7, б). На рис. 6, б, в приведены зависимости $x(\tau)$, соответствующие перемежаемости «хаос-хаос» (б) при $\sigma = 0.1$, $\gamma = 0.966$ и перемежаемости «цикл-хаос» (в) при $\sigma = 0.3$, $\gamma = 1.4935$. В случае $\sigma = 0.3$ хаотические колебания на аттракторе P_4 преобразуются при увеличении γ в колебания на предельном цикле L_3 (см. рис. 7, б).

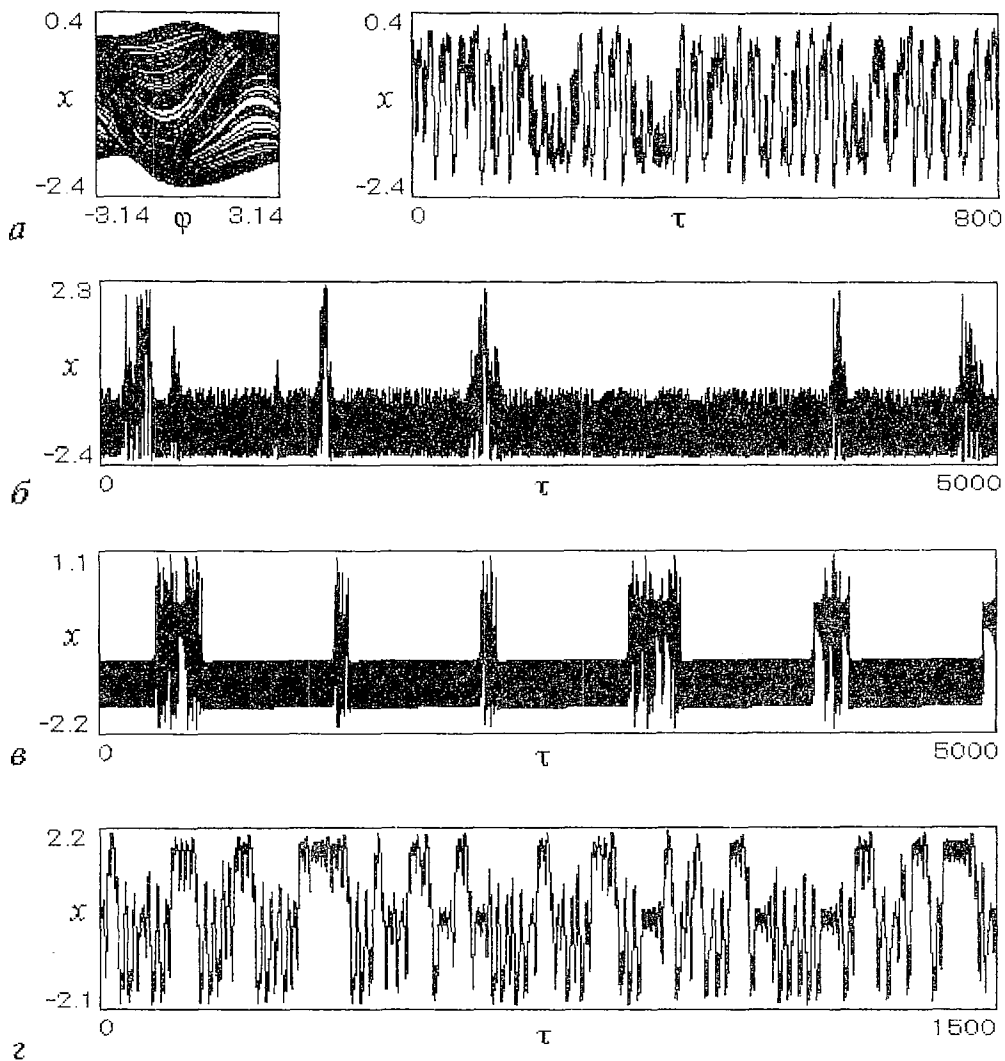


Рис. 6. Фазовый портрет и временные реализации $x(\tau)$, соответствующие аттракторам модели (2), при $\sigma=-0.5, \gamma=1.4$ (а); $\sigma=0.1, \gamma=0.966$ (б); $\sigma=0.3, \gamma=1.4935$ (в); $\sigma=0.7, \gamma=1.4$ (г)

Процессы преобразования режимов системы с увеличением γ , наблюдаемые при значениях $0.5 < \gamma < 1.0$, характеризует диаграмма $\{\gamma, x\}$, приведенная на рис. 8, а; она соответствует $\sigma=0.7$, параметр γ изменяется от 0.7 до 1.7. Видно, что для большей части интервала значений γ система демонстрирует хаотическое поведение. Как и в случае, когда $\sigma=-0.5$, здесь при значениях $1.05 < \gamma < 1.15$ и $1.226 < \gamma < 1.53$ вид реализации $x(\tau)$ хаотических колебаний качественно похож на реализации колебаний на трехспиральных хаотических аттракторах. В качестве примера на рис. 6, г дана зависимость $x(\tau)$, соответствующая $\gamma=1.4$. Примечательно, что переходы от режима трехоборотного предельного цикла S_3 к режиму хаотического аттрактора P_4 при $\gamma > 1.224$ и аттрактора P_4 к двухоборотному предельному циклу L_3^2 при $\gamma > 1.586$ реализуются через перемежаемость.

$1 < \sigma < 2$. На диаграммах $\{\gamma, x\}$ наблюдается уменьшение интервала значений γ , соответствующих хаотическим движениям системы. Кроме этого, начиная с $\sigma=0.8$, процесс преобразования динамических режимов завершается переходом к

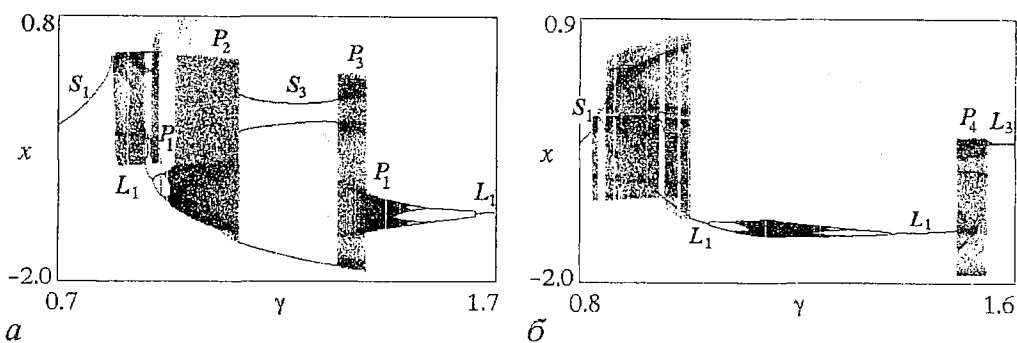


Рис. 7. Диаграммы развития режимов колебаний, соответствующие $\sigma=0.1$ (а) и $\sigma=0.3$ (б), при изменении γ

режиму предельного цикла L_2 через бифуркации, обратные бифуркациям удвоения периода. При этом с увеличением σ увеличивается интервал значений γ , при которых в системе реализуется асинхронный режим на двухоборотном предельном цикле L_2^2 .

Полученные результаты дают основание сделать заключение о сложной слоистой структуре области D_c , содержащей чередующиеся области периодических и хаотических асинхронных режимов ДСС.

5. Рассмотрим качественные изменения в процессах преобразования динамических режимов, происходящие при изменении параметра связи α . Обратимся к бифуркационным диаграммам $\{\gamma, x\}$, построенным для ряда значений α при фиксированном значении расстройки $\sigma=0.1$. На рис. 8,б приведена $\{\gamma, x\}$ -диаграмма, соответствующая $\alpha=1$. Она характеризует эволюцию режима колебаний на предельном цикле S_1 при изменении расстройки γ от 0.7 до 1.85. В соответствии с этой диаграммой общая картина динамики модели (2) при возрастании γ сводится к следующему. Вначале происходит жесткий переход от режима цикла S_1 к хаотическим колебаниям на аттракторе P_0 , далее наблюдается чередование хаотических и регулярных колебаний на пяти-, шести- и двухоборотном предельных циклах, затем хаотические колебания жестко сменяются регулярными колебаниями на двухоборотном предельном цикле L_1^2 . Цикл L_1^2 образуется в результате бифуркации удвоения периода предельного цикла L_1 , который рождается при переходе через значение $\gamma=0.912$.

При дальнейшем увеличении γ наблюдаются следующие события:

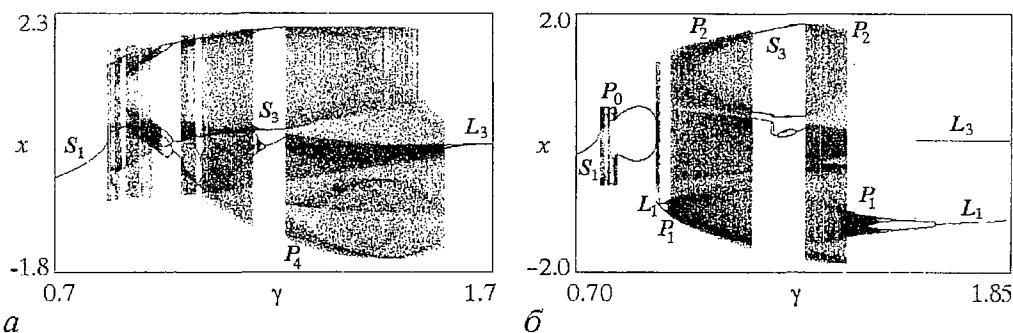


Рис. 8. Бифуркационные диаграммы, характеризующие эволюцию предельного цикла S_1 при $\alpha=3$, $\sigma=0.7$ (а); $\alpha=1$, $\sigma=0.1$ (б)

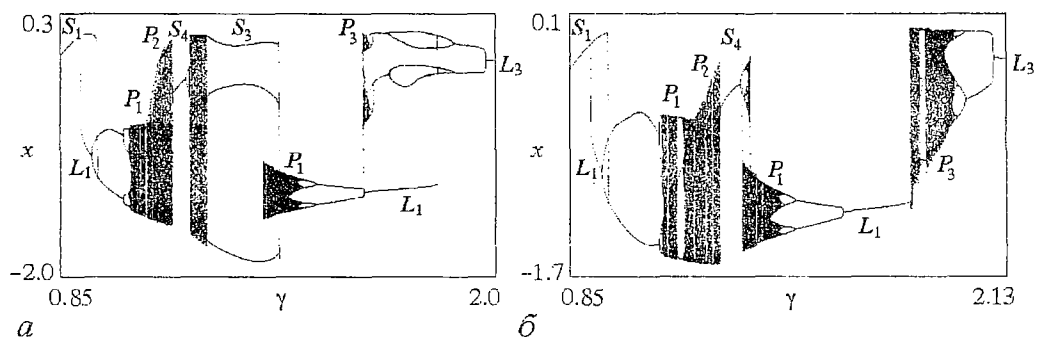


Рис. 9. Эволюция предельных циклов S_1 и L_1 при $\sigma=0.1$, $\alpha=6$ (а) и $\alpha=8$ (б)

формируется хаотический аттрактор P_1 в результате бифуркаций удвоения периода цикла L_1 ; возникает перемежаемость типа «хаос–хаос», через которую система переходит к режиму хаотического аттрактора P_2 с большим размахом колебаний, которые по виду зависимости $x(\tau)$ похожи на колебания, характерные для трехспирального хаотического аттрактора; хаотические колебания, соответствующие аттрактору P_2 , прерываются регулярными колебаниями на трех-, шести- и двенадцатиоборотном предельном циклах; происходит жесткий переход от режима трехоборотного цикла к хаотическому режиму аттрактора P_2 ; вновь возникает перемежаемость «хаос–хаос», через которую система возвращается к колебаниям на аттракторе P_1 ; происходит дехаотизация колебаний через бифуркации, обратные бифуркациям удвоения периода, с установлением режима предельного цикла L_1 ; исчезновение цикла L_1 в результате седло–узловой бифуркации и жесткий переход системы к режиму предельного цикла L_3 .

На рис. 7, а, 9 и 10 бифуркационные диаграммы $\{\gamma, x\}$ приведены соответственно для значений $\alpha=3, 6, 8, 10$ и 15. Анализ $\{\gamma, x\}$ -диаграмм, построенных в зависимости от α , обнаруживает следующие явления, наблюдаемые при возрастании степени связи через управляющие сигналы ДСС. Во-первых, на диаграммах $\{\gamma, x\}$ исчезают области хаотических колебаний, соответствующих аттракторам P_0 , P_1 и P_2 , и область регулярных колебаний на трехоборотном предельном цикле S_3 (см. рис. 10, б). Во-вторых, появляется и затем исчезает область колебаний на однооборотном предельном цикле S_4 (см. рис. 9 и 10, а). В третьих, реализуются бифуркации удвоения периода цикла L_3 , а затем переход к режиму хаотического аттрактора P_3 (см. рис. 9 и 10). При продолжении увеличения параметра α происходит уменьшение и исчезновение на $\{\gamma, x\}$ -диаграммах области колебаний на аттракторе P_3 , в результате модель (2) при изменении γ демонстрирует только регулярные колебательные режимы.

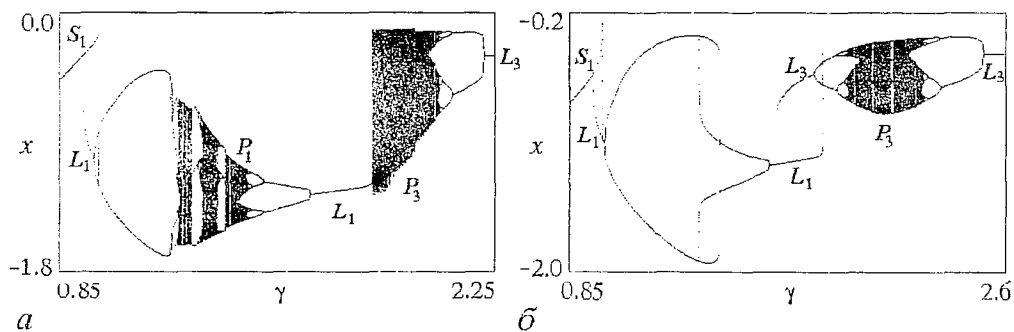


Рис. 10. Диаграммы $\{\gamma, x\}$, соответствующие $\sigma=0.1$, $\alpha=10$ (а) и $\alpha=15$ (б)

Представленные результаты дают наглядное представление о взаимноиндуцированных динамических состояниях, через которые система взаимодействующих ФАПЧ и АПЗ переходит после нарушения синхронного режима при увеличении начальной расстройки γ , а также о влиянии рассогласования σ и параметра связи α на режимы поведения, демонстрируемые системой при изменении γ .

6. Рассмотрим некоторые особенности системы (2) при изменении параметра инерционности ε_3 , характеризующего степень влияния фильтра второго порядка в цепи управления подсистемы АПЗ на режимы поведения ДСС. Влияние параметра ε_3 мы изучали, анализируя перестройки бифуркационных диаграмм $\{\gamma, x\}$ при изменении ε_3 и при фиксированных значениях остальных параметров. Обсудим результаты, полученные при значениях $\alpha=3$, $\sigma=0.1$, $b=10$, $\varepsilon_1=10$, $m=0.1$, $\varepsilon_2=2$. Пока $0 < \varepsilon_3 < 0.31$, в системе наблюдаются только регулярные асинхронные режимы. Хаотические асинхронные режимы возникают при $\varepsilon_3 > 0.31$, при этом, пока $\varepsilon_3 < 0.6$, они развиваются на базе предельного цикла S_1 , а при $\varepsilon_3 > 0.6$ – как на базе предельного цикла S_1 , так и на базе цикла L_1 .

На рис. 11, а приведена диаграмма $\{\gamma, x\}$, соответствующая $\varepsilon_3=0.8$, которая отражает эволюцию режимов циклов S_1 и L_1 при изменении расстройки γ от 1.35 до 3.1. В интервале значений $1.35 < \gamma < 1.773$ динамика системы характеризуется переходом от режима цикла S_1 к режиму цикла L_1 . При этом вначале колебания на цикле S_1 жестко сменяются колебаниями на цикле S_0 , затем режим цикла S_0 через хаотический режим на аттракторе P_0 преобразуется в режим колебаний на двухоборотном предельном цикле Q_1 . Далее в узком интервале значений γ развиваются следующие события: жесткий переход к режиму другого двухоборотного цикла Q_2 , а от него к режиму квазипериодических колебаний на двумерном двухоборотном торе; разрушение квазипериодического режима и переход к хаотическим колебаниям на аттракторе P^* , которые жестко преобразуются в колебания на предельном цикле L_1 . В интервале $1.773 < \gamma < 3.1$ происходит хаотизация этих колебаний путем бифуркаций удвоения периода, затем наблюдается переход хаотических колебаний в регулярные через бифуркации, обратные удвоениям, и возвращение к режиму предельного цикла L_1 . В области хаоса переходы между колебаниями на аттракторах P_1 и P_2 осуществляются через перемежаемость «хаос–хаос».

При значениях $0.8 < \varepsilon_3 < 35$ основные качественные изменения в структуре $\{\gamma, x\}$ -диаграмм связаны с исчезновением области хаотического аттрактора P_0 , с появлением внутри области значений γ , соответствующих хаотическому аттрактору P_2 , интервала, отвечающего трехоборотному предельному циклу S_3 , и с

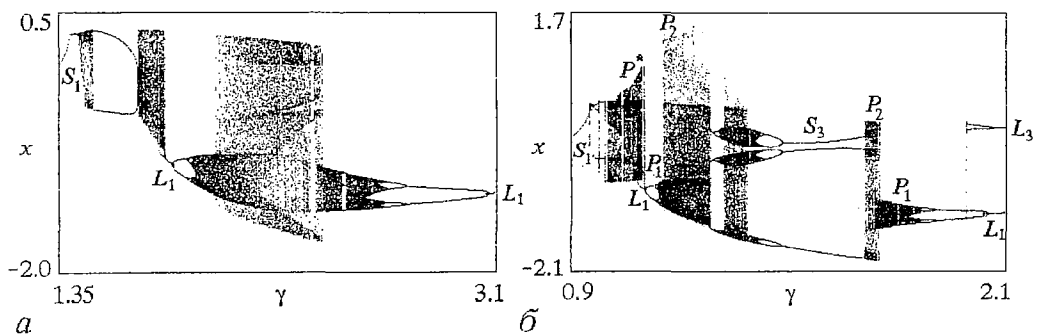


Рис. 11. Эволюция режима предельного цикла S_1 с увеличением γ при $\alpha=3$, $\sigma=0.1$, $\varepsilon_3=0.8$ (а) и $\varepsilon_3=2$ (б)

последующей хаотизацией колебаний на цикле S_3 . Эти изменения иллюстрирует рис. 11, б, на котором представлена $\{\gamma, x\}$ -диаграмма, построенная при $\epsilon_3=2$. Далее в интервале $3.5 < \epsilon_3 < 6$ с увеличением ϵ_3 на диаграммах $\{\gamma, x\}$ происходят: уменьшение и исчезновение областей, соответствующих циклу S_3 и хаотическому аттрактору P_2 ; появление однооборотного предельного цикла S_4 и хаотизация колебаний на цикле S_4 . На рис. 12, а приведена $\{\gamma, x\}$ -диаграмма, построенная при $\epsilon_3=6$, отражающая произошедшие изменения в сценарии преобразования динамических режимов.

Дальнейшее увеличение параметра ϵ_3 приводит к исчезновению на диаграммах $\{\gamma, x\}$ интервалов значений γ , соответствующих хаотическим аттракторам P_0 и P_1 , и к увеличению области хаотического аттрактора P_4 , который формируется на базе предельного цикла S_4 . На рис. 12, б дана диаграмма $\{\gamma, x\}$, построенная при $\epsilon_3=11$. Видно, что после перехода от режима цикла S_1 к режиму цикла S_4 происходит хаотизация колебаний и устанавливается режим хаотического аттрактора P_4 ; по мере увеличения γ хаотические колебания жестко преобразуются в колебания на предельном цикле L_1 , которые при дальнейшем увеличении γ жестко сменяются хаотическими колебаниями; затем происходит дехаотизация колебаний через обратные бифуркации удвоения периода и устанавливается режим предельного цикла L_3 .

Продолжение увеличения параметра ϵ_3 приводит к следующим перестройкам диаграмм $\{\gamma, x\}$. Во-первых, при $\epsilon_3 > 11$ исчезает область колебаний на предельном цикле L_1 , в интервале $11 < \epsilon_3 < 28$ динамика системы при увеличении γ представляется в виде цепочки переходов: режим цикла $S_1 \rightarrow$ режим цикла $S_4 \rightarrow$ хаотический режим \rightarrow режим цикла L_3 . Во-вторых, при $\epsilon_3 > 28$ исчезают хаотические режимы и переход от режима цикла S_1 к режиму цикла L_3 происходит через регулярные асинхронные режимы. Сопоставляя $\{\gamma, x\}$ -диаграммы, построенные при различных значениях параметра ϵ_3 , устанавливаем эффект уменьшения интервала значений расстройки γ , в котором система демонстрирует сложную динамику, и его смещения в область меньших значений γ .

Анализ бифуркационных диаграмм $\{\gamma, x\}$, $\{\epsilon_3, x\}$ и $\{\alpha, x\}$, построенных для серии значений параметров $\epsilon_3, \alpha, \gamma$ и σ , показывает, что увеличение параметров ϵ_3 и α в итоге способствует процессу дехаотизации, приводя к прекращению хаотического характера асинхронных режимов.

7. Проведенное в данной работе исследование динамической модели с двумя степенями свободы и цилиндрическим фазовым пространством обнаружило нетривиальную роль начальных рассогласований, параметров связи и

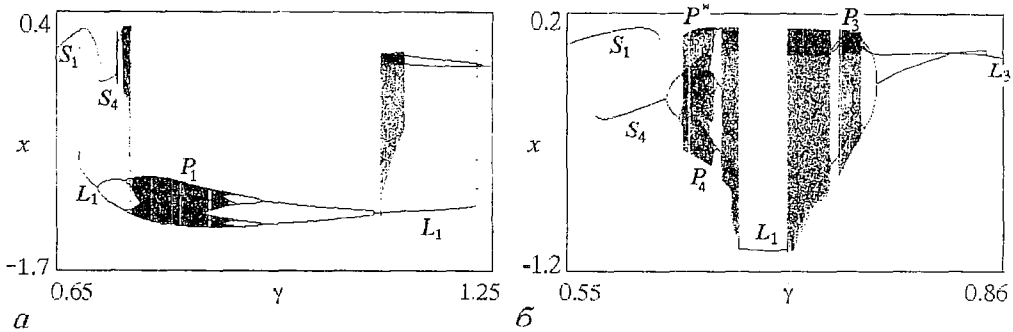


Рис. 12. Бифуркационные диаграммы, характеризующие эволюцию режимов предельных циклов S_1, S_4 и L_1 при $\alpha=3, \sigma=0.1, \epsilon_3=6$ (а) и $\epsilon_3=11$ (б)

инерционности при формировании режимов коллективного поведения совокупности двух автогенераторных систем с автоподстройкой частоты и задержки, взаимодействующих через перекрестные связи. Установлено, что в такой системе наряду с динамическими режимами, характерными для автономных подсистем, реализуются новые асинхронные режимы и их бифуркации, не свойственные одиночным подсистемам. Выяснено, что благодаря связям в системе могут взаимоиндуцироваться хаотические колебательные режимы при регулярных режимах поведения автономных подсистем. Примечательно, что хаотические колебания могут иметь характер, типичный для колебаний на многоспиральных хаотических аттракторах в многоустойчивых динамических системах. Обнаружена весьма сложная структура параметрического портрета на плоскости начальных рассогласований (σ, γ) , определяющая разнообразные переходы между регулярными и хаотическими асинхронными режимами по различным сценариям. Выполненное исследование сценариев преобразования колебательных движений при изменении параметров модели (2) показывает возможность синтеза аттракторов, соответствующих периодическим и хаотическим асинхронным режимам ДСС, и управления свойствами и областями существования режимов за счет изменения начальных расстроек частот и задержек, степени связи через управляющие сигналы и инерционности петли автоподстройки задержки.

Установленные эффекты и явления нелинейной динамики модели (2) имеют принципиальное значение для понимания и объяснения поведения систем синхронизации, взаимодействующих через перекрестные связи, в процессе ввода в синхронный режим и при нарушении синхронизации в результате возмущения фазовых переменных и параметров систем. Полученные результаты исследования свойств поведения ДСС вне области синхронизации дают основания рассматривать связанные системы автоподстройки с перекрестными связями как устройства для формирования широкополосных хаотических сигналов [17] со спектрами различной сложности.

Работа выполнена при поддержке ФЦП «Интеграция» (проект К0392) и РФФИ (проект 99-02-17742).

Библиографический список

1. Шахгильдян В.В., Ляховкин А.А. Системы фазовой автоподстройки частоты. М.: Связь, 1972.
2. Линдсей В. Системы синхронизации в связи и управлении / Пер. с англ. под ред. Ю.Н. Бакаева, М.В. Капранова. М.: Сов.радио, 1978.
3. Тузов Г.И. Статистическая теория приема сложных сигналов. М.: Сов.радио, 1977.
4. Детинов А.Н. Оптимальный прием фазоманипулированных сигналов // Радиотехника и электроника. 1968. Т. 13, № 3. С. 455.
5. Бабич О.А. Обработка информации в радионавигационных комплексах. М.: Машиностроение, 1991.
6. Пономаренко В.П. Анализ устойчивости систем синхронизации сложных сигналов // Системы фазовой синхронизации / Под ред. В.В. Шахгильдяна, Л.Н. Белюстиной. М.: Радио и связь, 1982. Гл. 8. С. 117.
7. Пономаренко В.П. Динамические свойства системы синхронизации сложного сигнала с дополнительной связью по целям управления // Радиотехника и электроника. 1985. Т. 30, № 3. С. 534.
8. Белюстина Л.Н., Пономаренко В.П. Исследование инерционной системы синхронизации псевдослучайного сигнала // Фазовая синхронизация / Под ред. В.В. Шахгильдяна, Л.Н. Белюстиной М.: Связь, 1975. Гл. 12. С. 159.
9. Матросов В.В., Пономаренко В.П. Исследование режимов динамического поведения двухпетлевой системы синхронизации сложного сигнала // Радиотехника и электроника. 1989. Т. 34, № 9. С. 1886.

10. Пономаренко В.П. Автоколебания во взаимодействующих двухкольцевых системах синхронизации // Радиотехника и электроника. 1998. Т. 43, № 11. С. 1343.
11. Пономаренко В.П., Матросов В.В. Автоматизация исследований нелинейной динамики систем синхронизации // Вестник Верхне-Волжского отделения АТН РФ. Высокие технологии в радиоэлектронике. Н.Новгород. 1997. Вып. 2 (4). С. 15.
12. Пономаренко В.П., Матросов В.В. Сложная динамика автогенератора, управляемого петлей частотной автоподстройки с комбинированным дискриминатором // Радиотехника и электроника. 1997. Т. 42, № 9. С. 1125.
13. Пономаренко В.П., Матросов В.В. Самоорганизация временных структур в мультиравновесной автогенераторной системе с частотным управлением // ЖТФ. 1997. Т. 67, № 3. С. 1.
14. Заулин И.А., Пономаренко В.П. Динамические режимы и бифуркационные явления в нелинейных статических системах синхронизации // Радиотехника и электроника. 1993. Т. 38, № 5. С. 889.
15. Suykens J.A.K., Vanderwalle J. Generation of n -double scrolls ($n=1,2,3,4,\dots$) // IEEE Trans. Circuits and Syst. I: Fundamental Theory and Applications. 1993. Vol.40, № 11. P. 861.
16. Ponomarenko V.P., Matrosov V.V. Nonlinear dynamics of multistable Chua's circuits // Int.J. Bifurcation and Chaos. 1996. Vol. 6, № 11. P. 2087.
17. Кислов В.Я., Кислов В.В. Новый класс сигналов для передачи информации. Широкополосные хаотические сигналы // Радиотехника и электроника. 1997. Т. 42, № 8. С. 962.

Нижегородский государственный
университет

Поступила в редакцию 17.09.99

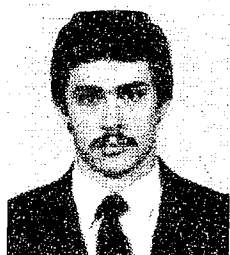
DYNAMICAL REGIMES AND BIFURCATIONS OF TWO INTERACTING SYNCHRONIZING SYSTEMS

V.P. Ponomarenko, V.V. Matrosov

Dynamical states and bifurcation transitions are studied for the model of two coupled phase-locked and delay-locked systems. Both of the interacting systems exhibit only regular regimes of behavior. Numerical simulation of the equations which describe the dynamics of the system reveals various periodic and chaotic oscillatory regimes. The bifurcation diagram is determined, the regions with the state of phase synchronization, periodic and chaotic nonsynchronous regimes are found. Scenarios of development of nonsynchronous regimes are established under variation of the system parameters.



Пономаренко Валерий Павлович родился в 1941 году в Мурманске, окончил Горьковский государственный университет (1963). С 1968 года работает в Научно-исследовательском институте прикладной математики и кибернетики при Нижегородском университете (НИИ ПМК при ННГУ). Защитил диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук (1972) и доктора физико-математических наук (1993) в области теории синхронизации, теории колебаний и динамики систем. С 1991 года – заместитель директора НИИ ПМК при ННГУ. Область научных интересов – теория колебаний и волн, применение нелинейной динамики в радиоавтоматике, синхронизация автоколебательных систем, математическое моделирование. Соавтор коллективных монографий «Фазовая синхронизация» и «Системы фазовой синхронизации». Опубликовал много научных статей по направлениям, указанным выше. E-mail: pmk@unn.ac.ru



Матросов Валерий Владимирович – родился в 1961 году. Окончил факультет прикладной математики и кибернетики Горьковского государственного университета им. Н.И. Лобачевского (1982), к.ф.-м.н., старший научный сотрудник НИИ прикладной математики и кибернетики при ННГУ. Область научных интересов – теория синхронизации, математическое моделирование нелинейных систем, автоматизация научных исследований. Имеет более 30 публикаций в отечественных и иностранных журналах.

ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ РУКОПИСЕЙ

1. Рукописи **объемом не более 16 стр. и 8 рис.** принимаются в редакцию в 2 вариантах: бумажном и электронном.

Бумажный вариант должен быть напечатан на белой бумаге через два интервала и представлен в 2 экз. Рисунки выполняются на отдельных страницах в 2 экз. Под рисунком (или на оборотной стороне листа) указывается его номер, фамилии авторов, название статьи. Подрисуночные подписи печатаются на отдельном листе и не должны дублировать внутритекстовое описание рисунка.

Электронный вариант статьи представляется на 3,5" дискете или присылается по электронной почте (E-mail: and@cas.ssu.runnet.ru) в следующих кодировках: ASC II, Word, Tex, LaTeX. Рисунки в виде **отдельных** файлов в формате PCX, TIFF или GIF.

2. Требования к оформлению текста.

На первой странице перед текстом статьи должны быть напечатаны: индекс УДК, название статьи, инициалы и фамилии авторов, краткая аннотация статьи, составленная по форме удобной для непосредственного включения ее в РЖ «Физика», издаваемый ВИНТИ.

К статье прилагаются в 1 экземпляре:

а) перевод на английский язык: названия статьи, инициалов и фамилий авторов, аннотации;

б) краткие сведения об авторах с фотографиями любого формата.

В библиографическом списке нумерация источников должна соответствовать очередности ссылок на них в тексте. В списке указываются:

а) для книг – фамилия автора, инициалы, название книги, город, издательство, год издания, том;

б) для журнальных статей – фамилия автора, инициалы, название статьи, название журнала, серия, год, том, номер, выпуск, первая страница статьи;

в) для депонированных статей – название статьи, инициалы, фамилия автора, название организации, в которой выполнена работа, город, год, объем статьи, название депонирующей организации, дата депонирования, регистрационный номер;

г) для препринта – фамилия автора, инициалы, название издания, полное название издающей организации, год, количество страниц;

д) для материалов конференций, школ, семинаров – фамилия автора, инициалы, название статьи, название издания, время и место проведения конференции, город, издательство, год, первая страница статьи.

В конце статьи авторы должны указать наименование программы, в рамках которой выполнена работа, или наименование фонда поддержки.

Краткие сведения об авторах составляются по следующей форме:

Сидоров Петр Иванович – родился в 1938 году в Москве, окончил Московский физико-технический институт в 1961 году. После окончания МФТИ работает в ФИАН. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук в МГУ (1964) и доктора физико-математических наук (1977) в области теории колебаний и волн, радиофизика и электроника, применение нелинейной динамики в различных областях науки. Автор монографии «Детерминированный хаос и экономика» и соавтор учебника «Волны в экологии». Опубликовал 120 научных статей по направлениям, указанным выше. Лауреат Государственной премии СССР. Редактор журнала International Journal of Chaos Theory и член редакционной коллегии журнала «Физика и жизнь».

Адрес редакции указан на последней странице журнала