



ДИСКРЕТНЫЕ НЕЛИНЕЙНЫЕ МОДЕЛИ ПЕРИОДИЧЕСКИ ВОЗБУЖДАЕМОЙ RL -ДИОД ЦЕПИ

Б.П. Безручко, А.Ю. Жалнин, М.Д. Прохоров, Е.П. Селезнев

По экспериментально наблюдаемым временным реализациям собственных и вынужденных колебаний построены и исследованы точечные отображения, моделирующие сложную динамику колебательного контура с диодом при периодическом внешнем воздействии. Обсуждается место сконструированных отображений среди прочих математических моделей этой популярной радиофизической системы.

Введение

После сообщения Линсея [1] о хаотизации вынужденных колебаний в цепи из последовательно соединенных катушки индуктивности, резистора и варакторного диода этот радиофизический «маятник» (RL -диод цепь, колебательный контур с диодом, диодный резонатор) занял место в ряду эталонных простых систем со сложной динамикой.* К настоящему времени нелинейные явления, наблюдаемые в контуре при периодическом внешнем воздействии, широко исследованы экспериментально [3–21] и предложен ряд модельных уравнений, описывающих поведение системы [12–21]. Модели в виде дифференциальных уравнений, сконструированные на основе уравнений Кирхгофа или их модификации, отражают различные аппроксимации характеристик диода [12–15]. Дискретные модели представлены одномерными [16–18] и многомерными [15, 18–21] отображениями.

Отмеченные дискретные модели качественно описывают изменение колебательных состояний системы при вариации одного управляющего параметра, обычно это амплитуда внешнего периодического воздействия. Они отражают такие феномены, как удвоения периода и переход к хаосу, кризисы аттракторов и последовательность добавления периода, но не в состоянии представить особенности сложной динамики системы при существенном изменении двух и более управляющих параметров. Целью нашей работы является построение по экспериментальным временным реализациям отображений, моделирующих вынужденную динамику RL -диод цепи в широкой области изменения нескольких управляющих параметров.

* В более ранний, предшествующий работе [1] «дохаотический» период, эта и подобные практически важные системы с диодами всесторонне исследовались как параметрические генераторы, бистабильные и перестраиваемые селективные элементы (см., например, [2]).

Трудности эквивалентного представления диодов в режиме больших амплитуд и широком диапазоне частот до сих пор не позволили сконструировать такую модель на основе традиционного подхода через составление дифференциальных уравнений цепи (на основе уравнений Кирхгофа). Развиваемые в последние годы методы восстановления уравнений по наблюдаемому временному ряду [22–29] направлены, в основном, на построение моделей заданного движения и используют, как правило, громоздкие аппроксимирующие выражения (например, в виде полиномов [26–28] или нейронных сетей [29]), что делает проблематичным экспериментальное определение параметров и описание набора качественно различающихся движений. Вместо универсальных аппроксимирующих рядов в данной работе подбирается достаточно простая функция или алгоритм, качественно отражающие особенности временных реализаций колебаний тока в цепи, а следовательно, и вид симметрии характерных движений для различных типов диодов. При выборе параметров и способа их «включения» в модель используются физические соображения и эксперимент.

Первые два раздела статьи посвящены описанию экспериментальных предпосылок к построению модели, затем конструируются модели двух классов подобных движений и оцениваются их параметры, а в заключение проводится проверка работоспособности полученных уравнений. В качестве критерия адекватности используется способность модели отразить структуру бифуркационных множеств в пространстве параметров реальной системы. В приложения вынесены экспериментальные детали и подробности.

1. Собственные колебания в цепях с диодами

Воздействуем на последовательную RL -диод цепь (рис. 1, *a*) импульсом

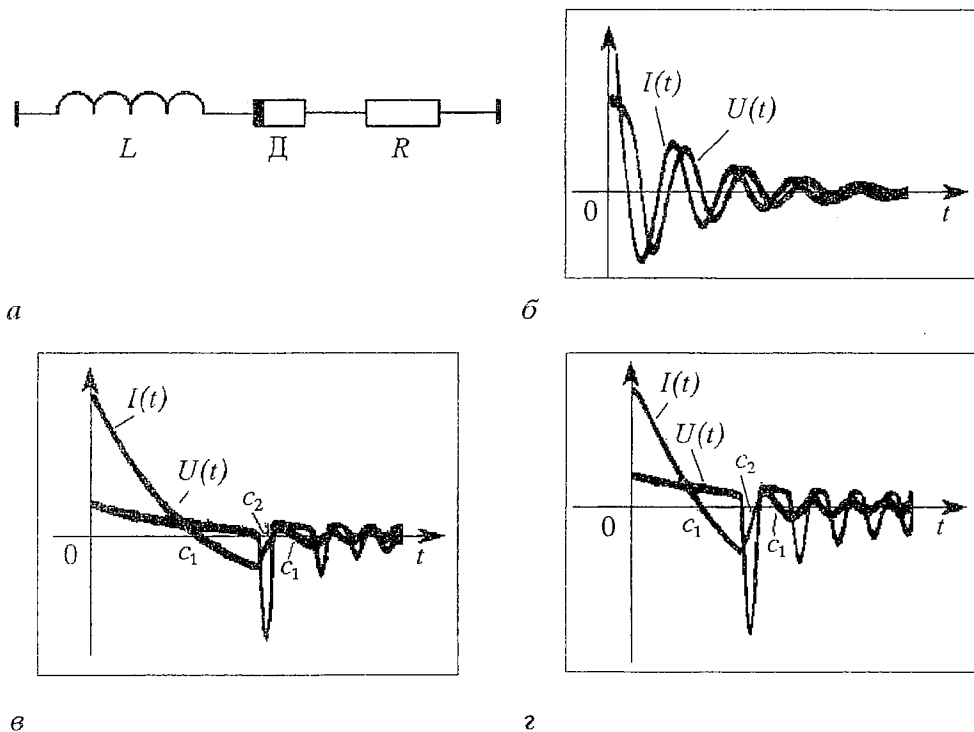


Рис. 1. *a* – электрический маятник, RL -диод цепь; *б-г* – характерные виды собственных колебаний тока I и напряжения U в системе (*a*), выведенной из состояния равновесия импульсом прямого тока: *б* – емкостный тип; *в* – релаксационный тип; *з* – с признаками емкостного и релаксационного типов

прямой для диода полярности от источника с малым внутренним сопротивлением и проанализируем колебательный процесс после окончания импульса. В качестве динамических переменных используем ток цепи I и напряжение на диоде U . Будем повторять воздействие лишь после затухания колебаний в цепи (прихода системы в состояние равновесия), а начальное отклонение от равновесия задавать, регулируя амплитуду импульса воздействия.

В зависимости от свойств конкретного образца диода (см. Приложение 1) можно выделить следующие характерные виды собственных колебаний.

а. «Емкостный» – колебания по форме близки к затухающим гармоническим (рис. 1, б), при этом ток и напряжение сдвинуты по фазе на величину, близкую к $\pi/2$. Скорость затухания колебаний определяется величиной R . Временной интервал между соседними экстремумами зависимостей $U(t)$, $I(t)$ – условный период T_n – увеличивается с ростом L и размаха колебаний.

б. «Релаксационный» – характеризуется пилообразным видом зависимости $I(t)$ с протяженными участками c_1 , имеющими отрицательный наклон ($dI/dt < 0$), и короткими участками c_2 , имеющими большую положительную крутизну (рис. 1, в). Первым участкам соответствует медленное уменьшение положительного напряжения на диоде, а участкам с $dI/dt > 0$ – пики напряжения отрицательной полярности. Амплитуда пиков и расстояние между ними зависят от начального тока и параметров L и R цепи.

в. «Диссипативный» – процессы экспоненциально затухают; на фазовой плоскости (I, U) изображающая точка движется вдоль кривой, соответствующей статической вольт–амперной характеристике диода. С диодами этого типа система не демонстрирует сложных колебаний, поэтому они далее не рассматриваются.

В общем случае, собственные колебания в контурах с диодами, позволяющими наблюдать хаос, имеют признаки «емкостного» и «релаксационного» типов поведения (аб тип). При больших отклонениях от состояния равновесия в сторону положительных токов и напряжений поведение системы ближе к б, а при уменьшении амплитуды колебаний сводится к а типу (рис. 1, г).

Из экспериментальных данных можно сделать вывод, что условный период собственных затухающих колебаний в цепи (длительность участков c_1 на временных реализациях) увеличивается с ростом как прямого тока, так и постоянной времени L/R цепи; наблюдающееся насыщение этих зависимостей, по всей видимости, связано с конечным временем жизни носителей в базе диода.

2. Вынужденные движения в контуре с диодом при периодическом воздействии

Рассмотрим случай, когда возбуждающие импульсы амплитуды V повторяются с частотой f . При $V \ll 1$ (линейный режим) в системе существует единственный вид колебаний с периодом внешнего воздействия (в фазовом пространстве один цикл). При достаточно больших V , если система не успевает прийти в равновесие до прихода следующего импульса, в ней может существовать большое число резонансных циклов и более сложных режимов на их основе, включая хаос (см. Приложение 2). По признаку подобия можно выделить две группы базовых нелинейных циклов. Внутри каждой группы качественно подобны формы временных реализаций, вид аттракторов в фазовом пространстве, а также структуры бифуркационных множеств в пространстве параметров.

Первую группу составляют базовые циклы $\Gamma_{1/N}$, имеющие период, равный периоду внешнего воздействия $T=1/f$, и существующие при $f < f_1$, где f_1 – частота малых собственных колебаний. Такие циклы иногда называют субгармоническими. Так как период воздействия велик по сравнению с временным масштабом собственных движений, временные реализации циклов $\Gamma_{1/N}$ имеют вид последовательности цугов затухающих колебаний. Квазипериод движений в цуге уменьшается с уменьшением амплитуды (рис. 2, а), стремясь к величине $T_0 = 1/f_1$.

Наиболее обширную область пространства параметров воздействия занимает

вторая группа циклов – циклы Γ_N периода NT , где $N=1,2,3, \dots$, и движений на их основе. Характерной для них особенностью является большая проводимость диода основную часть периода цикла. Типичный вид временной реализации $I(t)$ при движении на таком цикле представлен на рис. 2, б. При увеличении амплитуды воздействия происходит смена базовых циклов, приводящая к формированию последовательности добавления периода. Поэтому циклы Γ_N часто называют циклами «добавления периода». Циклы Γ_N в большинстве описанных в литературе экспериментов с RL -диод цепями наблюдаются при $0.6f_1 \div 0.8f_1 < f < 2f_1$ (см. Приложение 2, рис.П.).

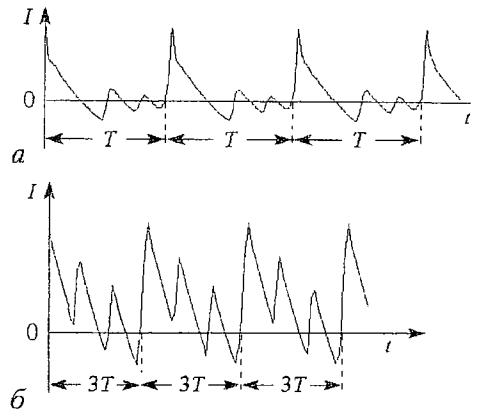


Рис. 2. Временные реализации вынужденных колебаний тока в цепи, полученные с помощью АЦП, для субгармонического режима $\Gamma_{1/3}$ (а) и режима Γ_3 из последовательности добавления периода (б); T – период внешнего воздействия

3. Модели

3.1. Модель субгармонических колебаний. Для субгармонических колебаний при прямой для диода полярности импульсов воздействия фазы начальных колебаний в цугах практически одинаковы. Характер же неизохронности аналогичен наблюдаемому у осцилляторов с нелинейностью типа «мягкая пружина»: условный период колебаний в цуге уменьшается по мере уменьшения амплитуды колебаний.

При построении модели будем для простоты полагать, что период затухающих колебаний в цуге является постоянным ($T_n = \text{const}$). Неизохронность в первом приближении учтем, вводя зависимость этого фиксированного периода от начальной амплитуды колебаний в цуге x_0 . Обозначая через T_0 период собственных колебаний малой амплитуды ($x \rightarrow 0$) и считая, что период колебаний T_n линейно зависит от x_0 , можно записать: $T_n = T_0 + \alpha x_0 = T_0(1 + \beta x_0)$, где $\beta = \alpha/T_0$ – параметр, характеризующий неизохронность. Тогда можно ввести следующее приближение для свободных затухающих колебаний:

$$x(t) = x_0 \exp(-\delta t) \cos(2\pi t / [T_0(1 + \beta x_0)]), \quad (1)$$

где x – амплитуда колебаний, t – текущее время, а постоянная δ характеризует затухание. Поведению типа «мягкая пружина» соответствует $\beta > 0$.

При возбуждении контура импульсами тока прямой для диода полярности амплитуда колебаний тока в цепи увеличивается и по окончании воздействия становится больше на величину A , пропорциональную амплитуде импульса воздействия, а затем движение продолжается по закону (1), но с новым x_0 . Длительность самих импульсов воздействия не принципиальна, но мы для простоты и определенности далее положим импульсы одинаковыми и короткими. В результате сформируются временные реализации в виде последовательности цугов (рис. 3, а).

Для построения модельного отображения последования выделим на временной реализации колебательного процесса точки, разделенные интервалом времени T (произведем стробирование), и установим функциональную связь между последовательными значениями x_n . Вид отображения последования зависит от выбора момента стробирования, который будем характеризовать длительностью временного интервала τ от конца импульса внешнего воздействия. Изменение τ

соответствует замене переменных. Так, в наиболее простом случае, при $\tau \rightarrow 0$, для реализации, изображенной на рис. 3, а, из (1) получается следующее одномерное многопараметрическое отображение:

$$x_{n+1} = x_n \exp(-d/N) \cos(2\pi/[N(1+\beta x_n)]) + A, \quad (2)$$

где A – амплитуда воздействия, $N=T_0/T$ – нормированная частота воздействия, $d=\delta T_0$ – коэффициент линейной диссипации, β – параметр нелинейности. Выражение (2) может быть приведено к трехпараметрическому виду

$$z_{n+1} = A_1 z_n \cos(1/[A_2(1+A_3 z_n)]) + 1, \quad (3)$$

где $z_n = x_n/A$, $A_1 = \exp(-d/N)$, $A_2 = N/2\pi$, $A_3 = \beta A$. В соотношении (3) по сравнению с (2) все параметры и переменная безразмерны, но физический смысл параметров менее осязаем.

Для уточнения модели (2), не учитывающей изменение периода внутри отдельного цуга свободных колебаний, можно ввести процедуру учета

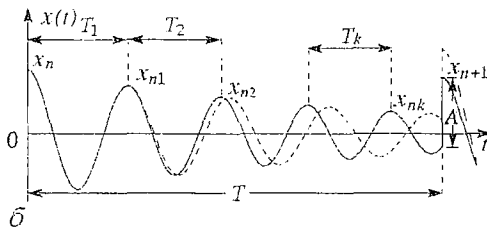
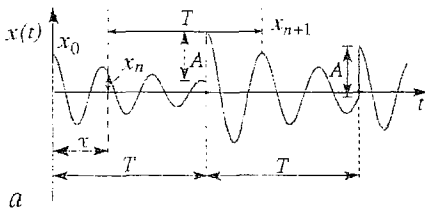


Рис. 3. Временные реализации колебаний в моделях субгармонических режимов. Сплошной линией (б) отмечена реализация в случае учета неизохронности внутри цуга. На интервале времени T_1 она совпадает с реализацией модели (2) – пунктирная линия

неизохронности внутри цугов. Эта процедура предполагает уточнение периода в моменты времени, когда косинус обращается в $+1$, и заключается в следующем: уравнение (1) применяется на более коротких интервалах времени, равных одному условному периоду колебаний (рис. 3, б). Однако, хотя такая модель оказывается более точной в области малых N , как показывают численные исследования, ее отличие от более простой и наглядной модели (2) несущественно.

Уравнения (2) и (3) имеют как регулярные с периодом, кратным T , так и хаотические решения. Причем, при определенных значениях параметров может существовать несколько решений, то есть в системах возможна мультистабильность, когда вид установившегося колебательного состояния определяется начальными условиями.

3.2. Модель для циклов «добавления периода». Сохранив принцип «мягкой пружины» и параметры, присущие модели субгармонических колебаний, построим модель в виде алгоритма (разностной схемы) конструирования последовательности x_n , учитывающего особенности экспериментальной временной реализации колебаний (см. рис. 2, б).

Будем полагать, что условный период затухающих колебаний в цуге определяется величиной локальных максимумов x_i (рис. 4, а); в начале цуга $x_i = x_n$. Вместо приближения (1) для свободных затухающих колебаний внутри всего цуга будем аппроксимировать каждый участок c_1 реализации тока (см. рис. 1, в, з) следующей зависимостью:

$$x(t) = \exp(-\delta t) (x_i - k t). \quad (4)$$

Время t_i появления следующего максимума x_{i+1} связано с амплитудой предыдущего x_i соотношением $t_i = T_0(m + \beta x_i)/2$. Коэффициент m определяется выбором типа диода и параметрами L и R цепи; $k_i = 4x_i/[T_0(m + \beta x_i)]$ – коэффициент, определяемый из условия $x(t_i/2) = 0$.

Длительность во времени участка c_2 реализации достаточно мала, и мы

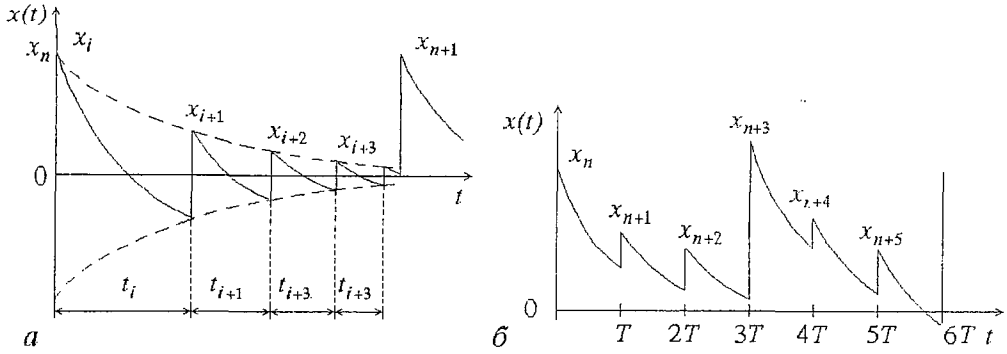


Рис. 4. Временные реализации колебаний в модели для последовательности добавления периода: а – режим $\Gamma_{1/4}$; б – режим Γ_3

полагаем ее в модели равной нулю. Тогда в момент времени t_i имеем резкое увеличение тока до значения $x_{i+1} = -x(t_i) = x_i \exp(-dt_i)$ (см. рис. 4, а). После этого колебания продолжают по закону (4), но с новыми x_i , k_i и т.д.

Рассмотрим теперь, что происходит в момент импульса внешнего воздействия. Анализ экспериментальных реализаций показывает, что импульс воздействия приводит к увеличению тока в цепи на величину, которая зависит от значения тока на момент прихода импульса. В модели это отражено в зависимости величины скачка тока в цепи от знака токовой переменной на момент воздействия $t = nT$, $n = 1, 2, 3, \dots$

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= x(nT) + A \exp[-b^2 x^2(nT)], & \text{если } x(nT) > 0, \\ x_{n+1} &= x(nT) + A, & \text{если } x(nT) \leq 0, \end{aligned}$$

где b – коэффициент, зависящий от свойств конкретного диода.

Если в промежутке между двумя импульсами диод не успевает восстановиться, чему соответствует условие $T < T_0(m + \beta x_n)/2$, то изменение тока на интервале времени $T < t < 2T$ до очередного импульса воздействия будет определяться не только значением x_{n+1} , но и значением x_n (рис. 4, б). Это связано с тем, что концентрация избыточных неосновных носителей в базе диода, определяемая величиной x_n , не успевает существенно уменьшиться за время T и оказывает влияние на величину тока на интервале $(T, 2T)$ [20, 21].

Экспериментальным фактом является то, что для режимов Γ_N коэффициенты наклона участков реализации, близких к линейным, примерно совпадают (см. рис. 2, б). Учтем это в модели, полагая, что коэффициент k определяется максимальным значением тока в цуге на интервале NT , где N – период базового цикла Γ_N : $k = 4y_n/[T_0(m + \beta y_n)]$, y_n – максимальное значение тока в цуге, то есть первое x_n в цуге (см. рис. 4, б). Пересчет k происходит в том случае, если очередное значение x_{n+1} больше x_n , так как это означает начало следующего цуга. Таким образом, можно ввести новую динамическую переменную. Это может быть как k , так и y . Так как в промежутке между импульсами k определяется лишь один раз, становится возможным написание точечного отображения в явном виде

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= \begin{cases} f(x_n, y_n) + A \exp[-b^2 f^2(x_n, y_n)], & \text{если } f(x_n, y_n) > 0, \\ f(x_n, y_n) + A, & \text{если } f(x_n, y_n) \leq 0, \end{cases} \\ y_{n+1} &= \begin{cases} y_n, & \text{если } x_{n+1} \leq x_n, \\ x_{n+1}, & \text{если } x_{n+1} > x_n, \end{cases} \end{aligned} \quad (5)$$

где $f(x_n, y_n) = \exp(-d/N)\{x_n - 4y_n/[N(m + \beta y_n)]\}$.

4. Процедура определения параметров

Для определения параметров моделей (2) и (3) воспользуемся экспериментальной осциллограммой временной реализации тока в цепи. Используя для обозначения тока переменную x , параметры моделей можно оценить с помощью приведенных на рис. 5 обозначений:

$N = T_0/T$, где T_0 – условный период колебаний, когда их амплитуда мала, T – период внешнего воздействия;

d – определяется из экспоненциальной аппроксимации огибающей, выделенной на осциллограмме штрихами;

A – величина скачка тока в цепи во время импульса воздействия;

$\beta = (t_2 - t_1)/(t_1 x_{02} - t_2 x_{01})$, где t_1 и t_2 – моменты времени, соответствующие некоторому фиксированному значению фазы колебаний (например, экстремуму зависимости $x(t)$, как на рис. 5) для различных начальных амплитуд колебаний x_{01} и x_{02} , измеренных в тех же единицах, что и A . Измеренное таким способом значение β для неизохронного маятника зависит от величин $t_{1,2}/T_0$, которые целесообразно выбирать такими, чтобы число осцилляций на интервале $t_{1,2}$ было близко к $1/N$ в моделируемой реальной системе. Более точное соответствие модельной и экспериментальных реализаций можно получить, если вместо β ввести в уравнения (1) и (2) зависимость $\beta(x)$, которую следует предварительно экспериментально получить, вычисляя β при различных отклонениях x_0 от положения равновесия.

Параметр N можно также определить как отношение частоты воздействия к линейной резонансной частоте; параметр d – из известного соотношения декремента затухания и добротности $d = \pi/Q$, измерив добротность Q контура при малой амплитуде воздействия; параметр нелинейности β определяется из соотношения

$$\beta = 1/x_0 \{ 2\pi t_l / [T_0 (\arccos [x_1 \exp(dt_l/T_0)/x_0] + 2\pi l)] - 1 \},$$

где l – целое число осцилляций $x(t)$ за время t_l ($l=4$ для рис. 5).

Дополнительные параметры модели (5) m и b определяются свойствами диода и величинами параметров L, R цепи. Они находятся с помощью аппроксимации экспериментальных зависимостей временных реализаций (см. рис. 2, б) и подгоняются таким образом, чтобы получить качественное соответствие особенностей конфигураций бифуркационных линий в численном и физическом экспериментах.

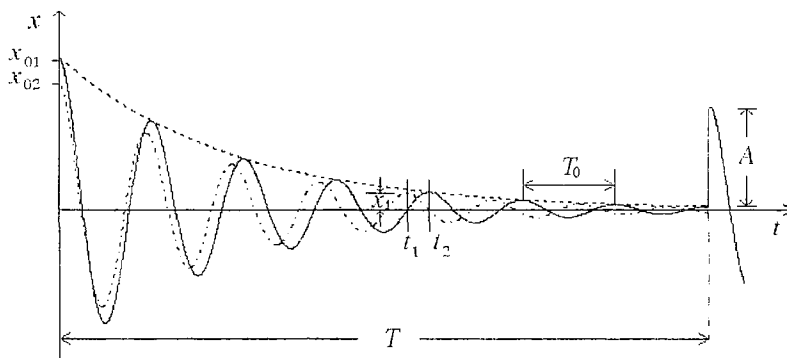


Рис. 5. Временная реализация колебаний, используемая для оценки параметров модели

5. Сравнение результатов моделирования с экспериментом

На рис. 6, *a* приведена структура разбиения пространства параметров

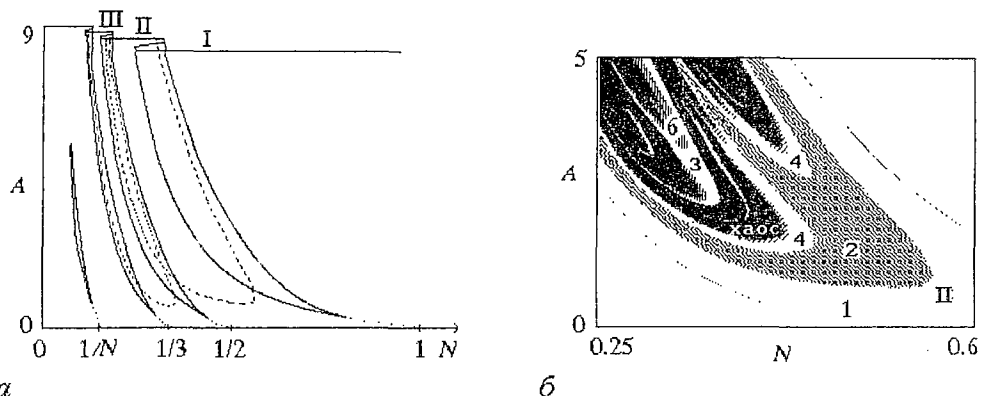


Рис. 6. *a* – Области существования базовых колебательных состояний системы (2) на плоскости параметров воздействия, $d=0.2$, $\beta=0.2$. Штриховые линии – линии бифуркации удвоения периода; *б* – области существования различных колебательных режимов на листе II. Цифрами указан период колебаний, область хаоса изображена черным цветом

системы (2) на области существования различных колебательных состояний. Колебания на основе различных циклов $\Gamma_{1/N}$ изображены лежащими на отдельных листах I, II, Границы соседних листов образуют на плоскости конфигурацию «две складки с одной или двумя точками сборок»; при увеличении диссипации (величины R) площадь, ограниченная этими линиями, сокращается. Внутри области перекрытия листов имеет место бистабильность, когда попадание на тот или иной режим определяется начальными условиями. Структура отдельного листа представлена на рис. 6, *б* и содержит иерархию конфигураций, известных под названием «crossroad area». Они представляют собой окрестность точки сборки, от которой отходит пара линий складок (линий седло–узловой бифуркации), а по берегам складок идут линии удвоения периода.

На рис. 7 для сравнения с результатами моделирования приведены экспериментальные карты режимов RL -диод цепи при ее возбуждении импульсами тока. Как видно из рисунков, наблюдается достаточно хорошее качественное совпадение поведения реальной системы и модели в области частот воздействия ниже линейной резонансной ($N < 1$). Так, близки форма и расположение областей существования циклов одинакового периода, совпадает месторасположение линий жестких переходов и некоторые другие детали.

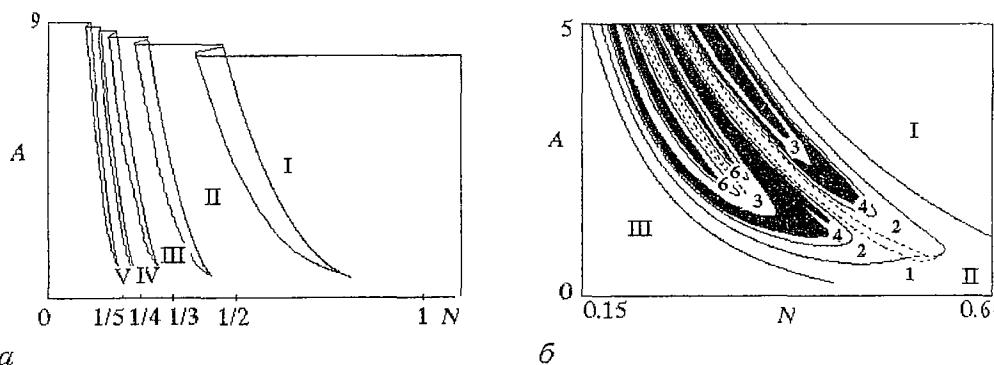


Рис. 7. Экспериментальные плоскости параметров RL -диод цепи в области субгармонических колебаний

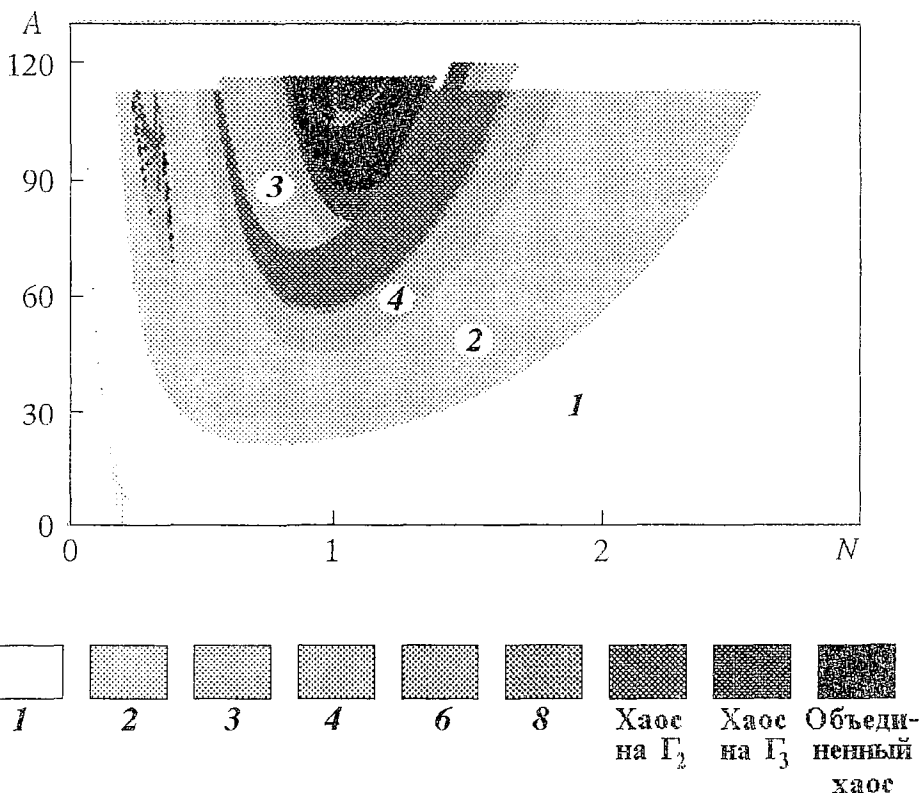


Рис. 8. Устройство плоскости параметров воздействия модели (5), $d=0.4$, $\beta=0.2$, $b=0.15$, $m=10$

Несмотря на свою простоту, предлагаемая модель в области субгармонических колебаний отражает такие свойства контура, как существование нелинейного резонанса, мультистабильность, гистерезис, хаос. Интересно, что в области $N < 1$ модель отражает устройство пространства параметров RL -диод цепи и при гармоническом внешнем воздействии.

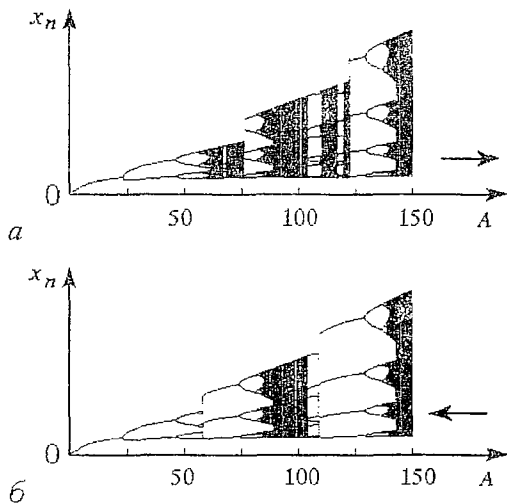


Рис. 9. Бифуркационные диаграммы $x_n=f(A)$, полученные при различных направлениях (указано стрелкой) изменения параметра A ; $N=1$, $d=0.4$, $\beta=0.2$, $b=0.15$, $m=10$

Результаты численного исследования модели «добавления периода» (5) представлены на рис. 8–10. На рис. 8 изображена карта динамических режимов модели. Как видно из графика, модель отражает существование циклов «добавления периода» и явление бистабильности, когда при одних и тех же значениях параметров в зависимости от начальных условий колебания совершаются либо на листе режима Γ_2 , либо на листе Γ_3 . Модель также демонстрирует кризисы хаотических аттракторов и перемежаемость. Сравнение результатов расчетов с экспериментальными данными (см. Приложение 2 и рис. П, в) свидетельствует о качественном совпадении модельной и реальной систем в области колебаний на основе циклов Γ_N . В частности, модель отражает харак-

терную для контуров с диодами типа аб деформацию листов режимов $\Gamma_3, \Gamma_4, \dots$, имеющую место при достаточно малых потерях, обнаруженную и исследованную в работе [8].

Существование в модельной системе (5) последовательности «добавления» периода и связанной с ней бистабильности может быть наглядно продемонстрировано с помощью бифуркационных диаграмм $x_n=f(A)$ (см. рис. 9) и $x_n=f(N)$ (см. рис. 10). Вид этих бифуркационных диаграмм качественно хорошо согласуется с экспериментальными, а наличие бистабильности иллюстрируется сопоставлением диаграмм, полученных при различных направлениях изменения управляющего параметра.

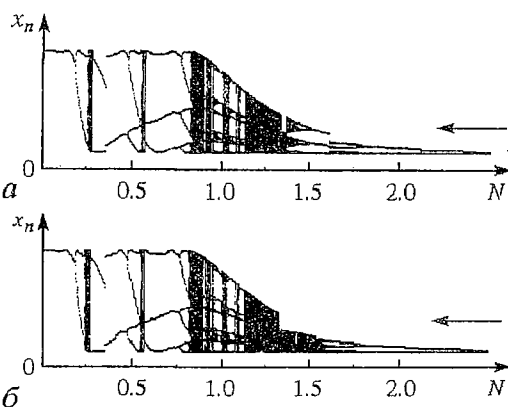


Рис. 10. Бифуркационные диаграммы $x_n=f(N)$, полученные при различных направлениях (указано стрелкой) изменения параметра N ; $A=110, d=0.4, \beta=0.2, b=0.15, m=10$

Заключение

Предложены две модели неавтономной RL -диод цепи, качественно отражающие сложную динамику этой диссипативной осцилляторной системы в широкой области параметров. Первая модель базируется на квазигармоническом характере процессов в резонаторах с диодами, нелинейная емкость которых связана с процессами в барьере, а эквивалентная активная проводимость незначительна. Вторая модель отражает релаксационный характер изменения переменных во времени при наличии инжекции неосновных носителей в базу диода.

Возможно объединение этих моделей, если при малых амплитудах колебаний ввести пороговое значение амплитуды, ниже которого колебания будут происходить по квазигармоническому закону. Однако реально изменение вида временной реализации от «релаксационного» к «квазигармоническому» при уменьшении амплитуды происходит плавно.

Достоинством предложенных моделей является ясный физический смысл входящих в них параметров и наличие процедуры их экспериментального определения. Предложенные модельные отображения расширяют круг моделей рассматриваемой популярной радиофизической системы.

Приложение 1

Связь характерных типов движений в исследуемой системе с процессами в диодах

В данной работе не ставилась цель связать особенности нелинейной динамики исследуемой цепи с полупроводниковой структурой диода и принятыми в технике характеристиками этих элементов. Этот вопрос требует отдельного описания. Отметим лишь, что, во-первых, вследствие большого технологического разброса параметров, эти свойства могут существенно различаться даже для диодов одной промышленной серии, партии выпуска и упаковки; во-вторых, из 40 марок использованных диодов для демонстрации выделенных «чистых» типов собственной динамики контура можно предложить в качестве эталонных: кремниевый диод КД213А – тип а, германиевый фотодиод ФД-7Г – тип б. К типу а можно отнести также, например, элементы КТ908Б, ФД-24К, КТ818БМ; к типу б – КД105, Д210. Примерами полупроводниковых элементов исключенного нами

из рассмотрения диссипативного типа являются диоды КД503, ГД402, Д9. Примерами диодов класса **аб** являются также Д215А, Д242, КД202К, КД206В.

Экспериментальные исследования дают основания считать, что тип **а** собственной динамики определяется емкостными свойствами $p-n$ перехода. В цепи с поведением типа **б** участки медленного движения связаны с существованием в базе диода инжектированного заряда неосновных носителей, а участки быстрого движения – с возбужденным эдс самоиндукции в катушке контура в момент резкого восстановления диода. Этот тип поведения контура с диодом может быть истолкован как ударное возбуждение колебаний скачком тока восстановления и переход цепи в аperiodическое состояние до следующего скачка.

Для получения дополнительной информации на этот счет, а также в связи с длительной дискуссией по поводу механизмов в нелинейном элементе, ответственных за стохастизацию колебаний [3–5,16,20], рассмотрим нелинейные колебания в RL -диод цепи, предприняв меры против инжекции неосновных носителей. Для этого или обеспечим на диоде отрицательное напряжение смещения, стараясь, чтобы в процессе колебаний напряжение на нем не имело положительных значений, или используем в качестве нелинейного элемента цепи два диода, включенных навстречу друг другу. Результаты данных экспериментов сводятся к следующему:

- в системе с одним диодом при наличии отрицательного напряжения смещения и гармонического внешнего воздействия удастся обеспечить возбуждение сложных колебаний, включая хаотические, на базе циклов $\Gamma_{1/N}$ и Γ_1 , даже если напряжение на диоде всегда имеет обратную полярность;

- при встречном включении диодов сложная динамика системы имеет место лишь при импульсном периодическом воздействии и только на базе циклов вида $\Gamma_{1/N}$. Симметрия системы в этом случае накладывает свою специфику и удвоению периода колебаний предшествует бифуркация потери симметрии исходного цикла. Структура разбиения пространства параметров воздействия на области сложных колебаний имеет конфигурацию, характерную для циклов вида $\Gamma_{1/N}$.

Данные результаты позволяют выделить решающую роль явления инжекции и конечного времени существования неосновных носителей для возбуждения только циклов последовательности добавления периода (Γ_N при $N > 2$), существующих в исследуемой системе при частотах воздействия, близких или больших линейной резонансной частоты контура. Это позволяет говорить об излишней категоричности выводов, сделанных в работе [20], о том, что явление стохастизации колебаний определяется инжекцией носителей.

Приложение 2

Структура бифуркационных множеств в пространстве параметров возбуждения и диссипации контура с диодом

На рис. П представлен качественный вид типичной структуры разбиения пространства параметров периодически возбуждаемой RL -диод цепи на области существования и эволюции различных колебательных состояний. В качестве параметров используются амплитуда V и частота f периодического воздействия, а также величина сопротивления резистора R , определяющая линейную диссипацию. Частота воздействия нормирована на частоту линейного (малосигнального $V \ll 1$) резонанса f_1 . При этом используются следующие обозначения: сплошными линиями отмечены линии безгистерезисных (мягких) бифуркационных переходов, пунктирными – линии жестких переходов, заштрихованы области хаоса, а цифры указывают период колебаний в единицах периода воздействия.

Сечения пространства параметров (см. рис. П, *а*) плоскостями $R = \text{const}$ и $f = \text{const}$ представлены на рис. П, *б*, *в*. При движении вдоль линии *А* (см. рис. П, *е*) смена базовых циклов представляет последовательность добавления периода ($\Gamma_1 \rightarrow \Gamma_2 \rightarrow \Gamma_3 \rightarrow \dots$).

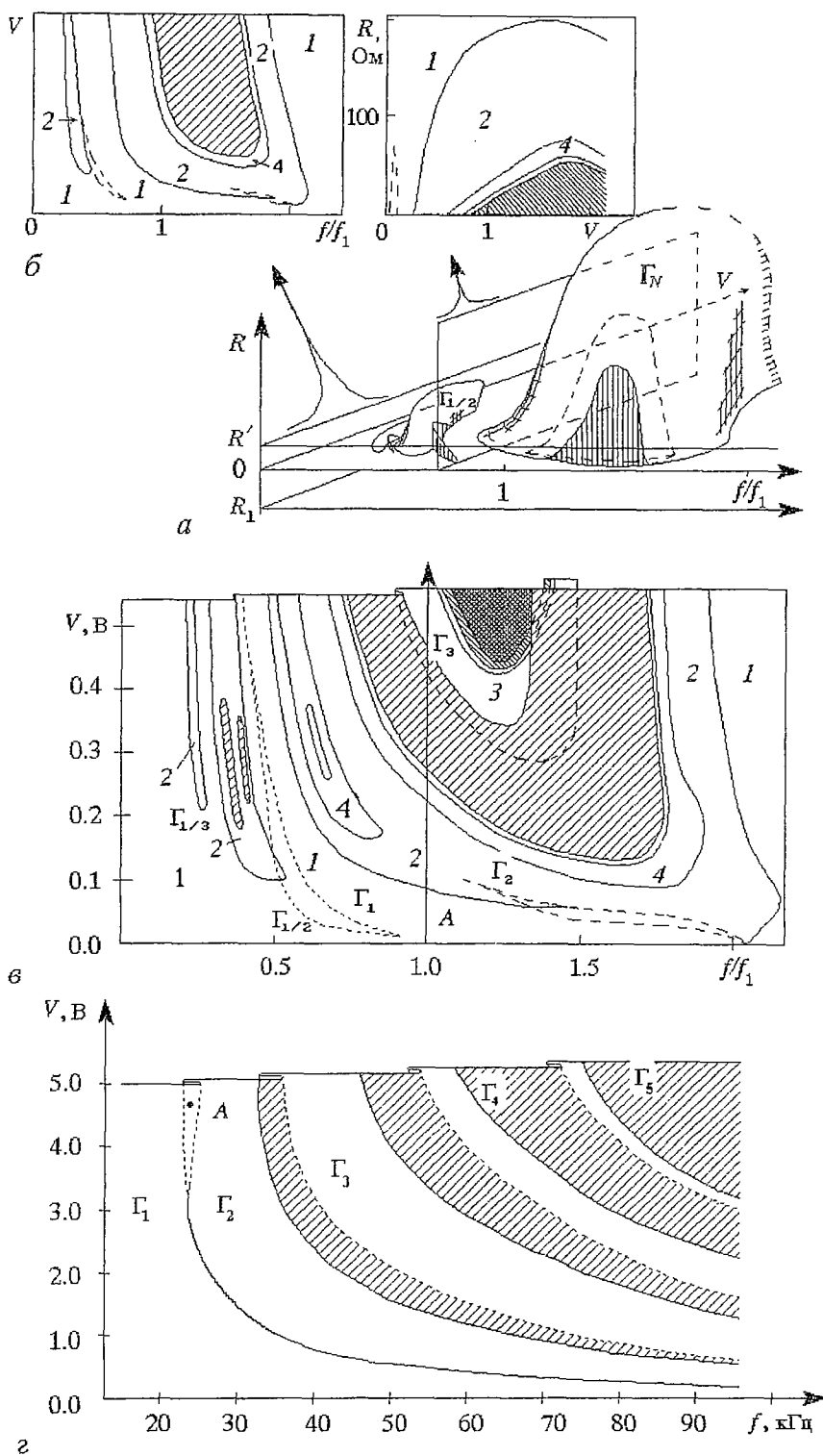


Рис. 11. *a*–*б* – качественный вид структуры разбиения пространства параметров контура с диодом типа *аб* на области существования различных состояний; *з* – структура плоскости параметров V – f контура с диодом типа *б* (фотодиодом ФД–7Г при $U_{CM}=0$ и отсутствии постоянной подсветки)

Динамика системы упрощается с ростом линейных потерь, причем циклы $\Gamma_{1/N}$ более критичны к диссипации (с уменьшением $1/N$ максимальные значения R , при которых еще возможно удвоение периода цикла, уменьшаются).

При движении в пространстве трех параметров циклы могут переходить один в другой мягко. Области их существования в этом случае можно разделить лишь условно, взяв в качестве пограничных точек значения параметров, соответствующих максимальному размаху вынужденных движений (резонансу). При жестком переходе имеет место гистерезис. Границами областей существования различных циклов на плоскости параметров в последнем случае являются линии складок, а резонансная кривая имеет классический для нелинейного резонанса вид.

Нелинейные свойства диодов следующим образом отражаются на характерном виде областей существования различных колебаний:

1) для диодов групп **a** и **аб** при $(f/f_1) < 1$ существуют режимы, развивающиеся на базе циклов $\Gamma_{1/N}$, которые занимают левую нижнюю часть плоскости параметров воздействия. В более высокочастотной части плоскости параметров воздействия, где эволюционируют циклы последовательности «добавления периода» Γ_N , бифуркационная структура (см. рис. П, в) аналогична впервые описанной в [8]. Можно предположить, что в общем случае в литературе описаны эксперименты с диодами именно этой группы;

2) для диодов группы **б** сложные колебания развиваются лишь на базе циклов Γ_N , как при импульсном, так и при синусоидальном воздействии. При этом структура разбиения плоскости параметров воздействия (V, f) имеет вид, представленный на рис. П, г (для диода ФД-7Г). Характерной особенностью представленной картины является горизонтальность (независимость от частоты) нижних границ листов, на которых эволюционируют режимы на базе конкретного Γ_N при достаточно больших частотах воздействия. При этом левые границы листов близки к гиперболам $V \approx \text{const}(1/f) = \text{const} \cdot T$. При движении из точки А (см. рис. П, г), где имеет место цикл Γ_2 , в сторону больших f цикл претерпевает бифуркации удвоения периода, а при критических значениях параметров переходит к хаосу с типичными для фейгенбаумовских систем перестройками в закритической области. Закритические значения параметров на рисунке заштрихованы, бифуркационные линии на листах не указаны. При дальнейшем движении по плоскости параметров происходит перескок с одного листа на другой — от хаоса на базе Γ_2 к циклу Γ_3 , который с ростом f повторит сценарий эволюции предшественника, и т.д. Зоны бистабильности в областях перекрытия листов бывают очень узкими. В линейных режимах добротность контура с диодами этого типа столь низка, что в эксперименте даже не удается уверенно выделить резонансную частоту.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант N 96-02-16755, а также при поддержке INTAS, грант 93-2492-ext, в рамках программы Международного центра фундаментальной физики в Москве.

Библиографический список

1. Linsay P.S. Period doubling and chaotic behavior in a driven anharmonic oscillator // Phys. Rev. Lett. 1981. Vol.47, № 19. P. 1349.
2. Каплан А.Е., Кравцов Ю.А., Рылов В.А. Параметрические генераторы и делители частоты // М.: Сов.радио, 1966.
3. Testa J., Perez J., Jeffries C. Evidence for universal behavior of a driven nonlinear oscillator // Phys. Rev. Lett. 1982. Vol.48, № 11. P. 714.
4. Hunt E.R. Comment on driven nonlinear oscillator // Phys. Rev. Lett. 1982. Vol.49, № 14. P. 1054.
5. Testa J., Perez J., Jeffries C. Testa, Perez and Jeffries respond // Phys. Rev. Lett. 1982. Vol.49, № 14. P. 1055.

6. *Jeffries C., Perez J.* Observation of a Pomeau–Manneville intermittent route to chaos in a nonlinear oscillator // *Phys. Rev. A.* 1982. Vol.26, № 4. P. 2117.
7. *Безручко Б.П., Кузнецов С.П., Селезнев Е.П., Яворская Е.Е.* Переход к хаосу в нелинейном осцилляторе при импульсном периодическом воздействии // *Лекции по электронике СВЧ и радиофизике.* Саратов. 1984. Кн.2. С. 36.
8. *Купчатов А.А.* Особенности сложной динамики неавтономного нелинейного контура // *Изв. вузов. Радиофизика.* 1990. Т.33, № 2. С. 182.
9. *Baxter J.H., Vocko M.F., Douglass D.H.* Behavior of a nonlinear resonator driven at subharmonic frequencies // *Phys. Rev. A.* 1990. Vol.41, № 2. P. 619.
10. *Balberg I., Arbell H.* Temperature as a bifurcation parameter in nonlinear electronic circuits // *Phys. Rev. E.* 1994. Vol. 49, № 1. P. 110.
11. *Linsay P.S.* Nonlinear dynamics in driven and autonomous electronic circuits // *Nonlinear Dynamics in Circuits / Eds. T. Carroll and L. Pecora.* World Scientific. 1995. P. 4.
12. *Bronson S.D., Dewey D., Linsay P.S.* Self-replicating attractor of a driven semiconductor oscillator // *Phys. Rev. A.* 1983. Vol.28. P.1201.
13. *Klinker T., Meyer–Ilse W., Lauterborn W.* Period doubling and chaotic behavior in a driven Toda oscillator // *Phys. Lett. A.* 1984. Vol.101, № 8. P. 371.
14. *Астахов В.В., Безручко Б.П., Селезнев Е.П.* Исследование динамики нелинейного колебательного контура при гармоническом воздействии // *Радиотехника и электроника.* 1987. Т.32, № 12. С. 2558.
15. *Buskirk R., Jeffries C.* Observation of chaotic dynamics of coupled nonlinear oscillators // *Phys. Rev. A.* 1985. Vol.31, № 5. P. 3332.
16. *Rollins R.W., Hunt E.R.* Exactly solvable model of a physical system exhibiting universal chaotic behavior // *Phys. Rev. Lett.* 1982. Vol.49, № 18. P. 1295.
17. *Perez J.* Mechanism for global features of chaos in a driven nonlinear oscillator // *Phys. Rev. A.* 1985. Vol.32, № 4. P. 2513.
18. *Yoon T.H., Song J.W., Shin S.Y., Ra J.W.* One-dimensional map and its modification for periodic–chaotic sequence in a driven nonlinear oscillator // *Phys. Rev. A.* 1984. Vol.30, № 6. P. 3347.
19. *Matsumoto T., Chua L.O., Tanaka S.* Simplest chaotic nonautonomous circuit // *Phys. Rev. A.* 1984. Vol.30. P. 1155.
20. *Hunt E.R., Rollins R.W.* Exactly solvable model of a physical system exhibiting multi-dimensional chaotic behavior // *Phys. Rev. A.* 1984. Vol.29, № 2. P. 1000.
21. *Su Z., Rollins R.W., Hunt E.R.* Simulation and characterization of strange attractors in driven diode resonator systems // *Phys. Rev. A.* 1989. Vol.40, № 5. P. 2698.
22. *Farmer J.D., Sidorowich J.* Predicting chaotic time series // *Phys. Rev. Lett.* 1987. Vol.59, № 8. P. 845.
23. *Casdagli M.* Nonlinear prediction of chaotic time series // *Physica D.* 1989. Vol.35. P. 335.
24. *Breeden J.L., Hubler A.* Reconstructing equations of motion from experimental data with unobserved variables // *Phys. Rev. A.* 1990. Vol.42, № 10. P. 5817.
25. *Грибков Д.А., Грибкова В.В., Кравицов Ю.А., Кузнецов Ю.И., Ржанов А.Г.* Восстановление структуры динамической системы по временным рядам // *Радиотехника и электроника.* 1994. Т.39, В.2. С. 269.
26. *Abarbanel H.D.I., Brown R., Kudtke J.B.* Prediction in chaotic nonlinear systems: methods for time series with broadband Fourier spectra // *Phys. Rev. A.* 1990. Vol.41, № 4. P. 1782.
27. *Brown R., Rulkov N.F., Tracy E.R.* Modeling and synchronizing chaotic systems from time-series data // *Phys. Rev. E.* 1994. Vol.49, № 5. P. 3784.
28. *Янсон Н.Б., Анищенко В.С.* Моделирование динамических систем по экспериментальным данным // *Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика.* 1995. Т.3, № 3. С. 112.
29. *Gencay R., Dechert W.D.* An algorithm for the n Lyapunov exponents of an n -dimensional unknown dynamical system // *Physica D.* 1992. Vol.59. P. 142.

Саратовский государственный
университет

Поступила в редакцию 5.03.97
после переработки 22.04.97

LARGE DISCRETE NONLINEAR MODELS OF PERIODICALLY DRIVEN RL -DIODE CIRCUIT

B.P. Bezruchko, A.U. Zhalnin, M.D. Prokhorov, Ye.P. Seleznev

By experimental observables of natural and driven oscillations the point maps modeling complicated dynamics of periodically driven diode resonator are constructed and investigated. The place of the proposed maps among other mathematical models of this popular radiophysical system is discussed.



Безручко Борис Петрович – родился в 1946 году, окончил физический факультет Саратовского госуниверситета (1969). Профессор кафедры электроники и волновых процессов СГУ; ведущий научный сотрудник (по совместительству) Саратовского филиала института радиотехники и электроники РАН; доктор физико-математических наук. Область научных интересов – экспериментальное исследование нелинейных явлений в радиофизических и электронных системах, математическое моделирование по экспериментальной наблюдаемой. Имеет около 100 публикаций в отечественных и зарубежных изданиях.



Жалнин Алексей Юрьевич – родился в Балашове (1977). Студент второго курса Колледжа прикладных наук. Область научных интересов – нелинейная динамика, численное моделирование сложных систем.



Прохоров Михаил Дмитриевич – родился в Саратове (1968). Окончил физический факультет Саратовского государственного университета (1992). Работает младшим научным сотрудником в Саратовском филиале института радиотехники и электроники РАН. Область научных интересов – экспериментальное исследование нелинейных явлений в радиофизических системах и их математическое моделирование. Имеет 20 публикаций в отечественных и зарубежных изданиях.



Селезнев Евгений Петрович – родился в Саратове (1960). Окончил физический факультет Саратовского государственного университета (1982). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (1990). Старший научный сотрудник Саратовского филиала института радиотехники и электроники РАН. Автор и соавтор 40 научных работ. Область научных интересов – экспериментальное исследование нелинейных явлений в радиофизических системах.