

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДИКИ АДАПТИВНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПЕРИОДА КОЛЕБАНИЙ ПОТОКОВЫХ СИСТЕМ

А.А. Кипчатов, С.В. Подин

В работе описан алгоритм идентификации периодических и сложных периодических колебаний, порождаемых потоковыми системами. Для определения периода установившихся колебаний используется процедура цифровой фильтрации сигнала в сочетании с подстройкой шага интегрирования. Данная методика может быть использована при построении двухпараметрических бифуркационных диаграмм потоковых систем.

Потоковые динамические системы, или системы обыкновенных дифференциальных уравнений, часто выступают в роли математических моделей каких-либо реальных процессов или являются самостоятельными модельными системами, демонстрирующими те или иные сценарии усложнения и хаотизации колебаний. В том и в другом случае потоковые системы служат объектом исследования, базирующегося на применении методов численного интегрирования. Система может иметь один, два или более параметров, изменение которых приводит к качественному изменению характера движения системы, сопряженного с перестройкой структуры ее фазового пространства.

Для качественного и количественного описания характера движения системы при фиксированных значениях параметров могут быть использованы различные характеристики, или меры сложности движения, такие как: вид аттрактора, спектральная плотность сигнала, автокорреляционная функция, показатели Ляпунова, фрактальная размерность и т. д. При исследовании поведения системы в пространстве параметров могут быть использованы также более простые характеристики, содержащие, тем не менее, достаточно много информации о свойствах системы для того, чтобы служить диагностическим критерием выявления свойств системы. Такой простой мерой может быть, например, период колебаний.

Общим свойством динамических систем является увеличение периода колебаний по мере их усложнения при приближении к хаосу. Увеличение периода колебаний сопряжено с рождением субгармоник в спектре колебаний. Основной частотой колебаний в системе остается та, которая имеет максимальную спектральную плотность. В фазовом пространстве таким колебаниям соответствует аттрактор в виде многооборотного предельного цикла: время возвращения траектории в исходную точку определяется частотой самой низкочастотной субгармоники; основной частоте соответствует один оборот траектории вокруг условного центра аттрактора. Наиболее яркой иллюстрацией

этого явления служит сценарий удвоения периода, при котором после каждой бифуркации рождаются новые субгармоники. При этом наименьшая частота в спектре определяется как $f_{\min} = f_0/2^n$, где f_0 – основная частота системы, n – порядковый номер бифуркации. По мере приближения к хаосу период системы стремится к бесконечности $f_{\min}^{-1} \rightarrow \infty$.

Таким образом, методика, позволяющая надежно и без значительных дополнительных затрат машинного времени определять период реализующихся в потоковой системе периодических (включая сложные периодические) колебаний, может быть полезной при исследовании закономерностей поведения системы в пространстве управляющих параметров.

Период колебаний последовательности с произвольным шагом

Пусть задана система обыкновенных дифференциальных уравнений вида

$$\dot{x} = f(x, p_1, p_2, \dots, p_k) \quad (1)$$

с некоторыми начальными условиями. Здесь x – вектор состояния системы, $\{p_i\}$ – набор параметров системы. В результате численного интегрирования, например, методом Рунге – Кутты 4 порядка может быть получена временная реализация какой-либо переменной состояния в некоторой точке пространства параметров $\{x_i\} = x(t_0 + ih)$, $i = 1, 2, \dots, N$, где h – шаг интегрирования, N – длина последовательности. Для простоты будем рассматривать только одну из переменных состояния, хотя приведенные далее рассуждения допускают обобщение и на случай, когда рассматривается последовательность векторов.

Любая временная реализация, полученная из экспериментальных данных или численного моделирования, представляет собой числовой ряд конечной длины с каким-то временем дискретизации (шагом интегрирования).

Предположим, что сигнал имеет некоторый период повторения T такой, что $x(t) = x(t+T)$ или более строго

$$\forall \varepsilon > 0 \exists T \forall t > 0 |x(t+T) - x(t)| < \varepsilon. \quad (2)$$

Но в общем случае период сигнала T не кратен шагу интегрирования h и, в силу дискретности полученной временной реализации, если не делать дополнительных предположений о значениях переменной состояния на промежутках между точками дискретизации, точность определения периода оказывается ограниченной, так как единицей измерения времени в этой ситуации является шаг интегрирования.

Кроме того, величина ε в условии (2) не может быть задана меньше некоторого критического значения, зависящего от величины шага интегрирования, так как в противном случае период сигнала может быть не найден, то есть не гарантируется обнаружение имеющегося периода колебаний. Это приводит к возникновению принципиальных трудностей при анализе сложных периодических сигналов, спектр которых содержит субгармоники малой амплитуды. Такая ситуация возникает, в частности, при исследовании систем, демонстрирующих переход к хаосу через последовательность бифуркаций удвоения периода. Учитывая известные соотношения для амплитуд субгармоник в критических точках [1], для уверенного обнаружения точки бифуркации третьего удвоения периода и, соответственно, режима с периодом 8 (то есть возникновения восьмитактного предельного цикла) точность применяемого метода должна обеспечивать регистрацию появления в спектре сигнала субгармоники, амплитуда которой отличается от амплитуды гармоники основной частоты на 40 дБ и более. Такая точность требует многократного уменьшения шага интегрирования, что приводит к неоправданному увеличению времени счета.

Содержание методики

Возможны, по-видимому, различные способы преодоления этих трудностей. В настоящей работе показано, что существенного повышения точности идентификации колебательных режимов можно достичь путем применения постоянной (в каждой точке пространства параметров) подстройки шага интегрирования таким образом, чтобы он был кратен периоду сигнала. При фиксированных значениях параметров системы прежде всего с некоторым начальным шагом интегрирования без какой-либо обработки рассчитывается последовательность заданной длины для устранения влияния переходных процессов. После этого с тем же шагом интегрирования рассчитывается промежуточная последовательность точек, в результате обработки которой уточняется шаг интегрирования так, чтобы частота дискретизации была кратна основной частоте сигнала. Далее с уточненным шагом интегрирования рассчитывается контрольная временная реализация, обработка которой позволяет с высокой точностью найти период повторения сигнала.

Фильтрация сигнала

Для того, чтобы сформулировать условия, позволяющие определить период колебаний на дискретной временной реализации, учитывая соотношения (2), введем преобразование последовательности $\{x_i\}$, являющейся решением системы (1), в последовательность $\{z_i^k\}$, задаваемое формулой

$$z_i^k = x_i - x_{i-k}. \quad (3)$$

Это преобразование является нерекursивным цифровым фильтром [2], $\{x_i\}$ и $\{z_i^k\}$ – входной и выходной сигналы фильтра, соответственно, kh – задержка фильтра. Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) фильтра приведена на рис.1. Особенностью АЧХ такого фильтра является наличие эквидистантно расположенных нулевых точек, соответствующих частотам $1/kh, 2/kh, 3/kh, \dots$. Отсюда следует важное свойство фильтра: сигнал на выходе равен нулю при ненулевом входном сигнале, если задержка фильтра равна периоду сигнала или больше в целое число раз, так как все спектральные линии такого сигнала приходятся на нулевые точки АЧХ.

Определим меру величины сигнала на выходе фильтра (функцию отклика фильтра) следующим образом:

$$A_k = 1/2(\max_i\{z_i^k\} - \min_i\{z_i^k\}).$$

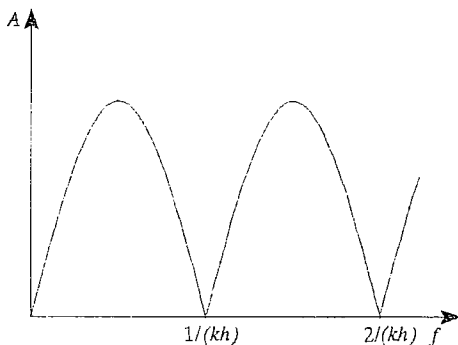


Рис. 1. Амплитудно-частотная характеристика фильтра (3)

Величина отклика фильтра всегда неотрицательна и обращается в нуль (при ненулевом сигнале на входе фильтра) лишь в тех случаях, когда задержка фильтра точно равна (или кратна) периоду колебаний. Таким образом, отклик фильтра (3) может быть использован для нахождения периода колебаний.

В общем случае, как было отмечено ранее, период сигнала и шаг интегрирования не связаны какими-либо рациональными соотношениями. Построим зависимость величины сигнала на выходе фильтра A_k от задержки фильтра kh (рис. 2, а), которая также является периодической функцией с

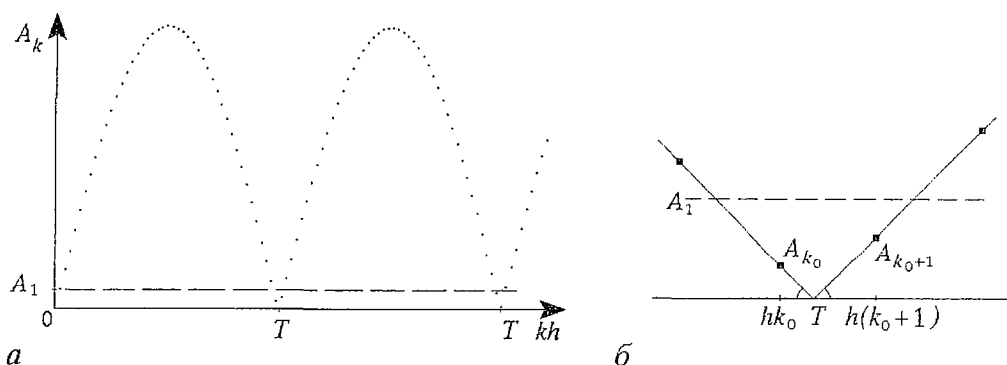


Рис. 2. Зависимость величины сигнала на выходе фильтра от задержки фильтра (а), поведение функции в окрестности точки, соответствующей периоду сигнала, (б)

периодом T . Величина отклика будет принимать не нулевое, но минимальное значение при задержке k_0h , близкой (в пределах h -окрестности) к периоду колебаний. При этом для двух соседних точек зависимости $A_k(kh)$ таких, что $k_0h \leq T < (k_0+1)h$ (рис. 2,б), будут выполняться следующие условия:

$$A_{k_0} < A_1, \quad A_{k_0+1} \leq A_1, \quad (4)$$

где A_1 – величина отклика фильтра при единичной задержке – может служить универсальным пороговым значением при анализе отклика фильтра с произвольной задержкой.

Данные условия являются необходимыми условиями существования периода колебаний. Для повышения точности определения периода требуется либо уменьшение шага h , либо подстройка шага таким образом, чтобы точка k_0h попала в минимум функции величины отклика.

Подстройка шага интегрирования

Из анализа функции отклика фильтра, рассчитанной по временной реализации с произвольным шагом h , в соответствии с условиями (4) определяем предполагаемый период колебаний T . Рис. 2,б, на котором изображен фрагмент зависимости A_k от задержки фильтра, иллюстрирует возможность увеличения точности нахождения предполагаемого периода при использовании двух соседних точек зависимости $A_k(kh)$ и некоторых простых предположений о поведении зависимости в промежутках между ними, выражаемых следующей формулой:

$$(T - hk_0)/A_{k_0} = [h(k_0+1) - T]/A_{k_0+1}.$$

Данные предположения основаны на линейной интерполяции значений исходной временной реализации $\{x_i\}$ на промежутках между точками дискретизации. Далее находится новое, уточненное значение шага интегрирования h' из условия $k_0h' = T$. В силу того, что новое значение шага интегрирования отличается от старого незначительно, переходных процессов, связанных с изменением шага, не наблюдается. После пересчета шага период колебаний равен (с небольшой погрешностью) целому числу шагов интегрирования, и появляется возможность выяснить, совпадает ли предполагаемый период с истинным. Если это так, то $A_{k_0} \ll A_1$. Если же сигнал является сложным периодическим сигналом и его истинный период $T' = qT$ (где q – целое), то отклик фильтра при задержке, соответствующей полному периоду колебаний, будет близок к нулю: $A_{qk_0} \ll A_1$, $A_{qk_0} \ll A_{k_0}$.

Таким образом, сконструирован алгоритм определения периода колебаний на базе цифровой фильтрации с адаптивной подстройкой параметров метода численного интегрирования, обеспечивающий точную настройку фильтра по периоду реализующихся в системе колебаний. Этот алгоритм позволяет эффективно использовать процедуру фильтрации для идентификации периодических колебательных режимов, повысить чувствительность метода анализа сложных периодических колебаний при сокращении затрат времени.

Результаты

Описанная процедура определения периода колебаний с помощью адаптивной фильтрации сигнала может быть использована, например, для построения двухпараметрических бифуркационных диаграмм потоковых систем. Несмотря на то, что знание только периода сигнала не всегда позволяет однозначно идентифицировать колебательный режим, период претерпевает характерные изменения при переходе к хаосу через цепочку бифуркаций удвоения периода, при возникновении предельного цикла из хаотического или квазипериодического аттрактора, при других бифуркациях, влекущих изменение периода колебаний.

Возможность выявления в пространстве управляющих параметров границ режимов колебаний с различной структурой спектра субгармоник позволяет однозначно прогнозировать близлежащие непериодические режимы – квазипериоду или хаос, зная закономерности универсальных сценариев хаотизации. В результате может быть восстановлена почти полная карта бифуркационных значений в пространстве управляющих параметров исследуемой системы по анализу только лишь ее временных реализаций.

Построение карты динамических режимов сводится к построчному сканированию плоскости управляющих параметров с заданным разрешением и определению периода установившихся колебаний в каждой точке, то есть при фиксированных значениях параметров. Идентифицируются точки бифуркаций, в которых происходит возникновение, исчезновение или скачкообразное изменение периода. При переходе к новым значениям параметров начальными условиями служат конечные значения соответствующих переменных состояния в предыдущей точке плоскости параметров («наследование» начальных условий). Такая методика сканирования плоскости параметров, принятая при исследовании отображений, хотя и не позволяет удовлетворительно исследовать области мультистабильности, тем не менее обеспечивает автоматизированное построение карты динамических режимов.

Для оценки работоспособности методики адаптивной фильтрации с ее помощью было изучено поведение генератора с инерционной нелинейностью в пространстве управляющих параметров. Данная система достаточно хорошо изучена [3], имеются двухпараметрические бифуркационные диаграммы, построенные по результатам радиофизического и численного эксперимента. На рис. 3 представлены результаты автоматического сканирования плоскости управляющих параметров с использованием методики адаптивной фильтрации. Сравнение карт динамических режимов, построенных ранее, и представленных в настоящей работе, свидетельствует о высокой эффективности методики адаптивной фильтрации, обеспечивающей автоматизированное построение карты режимов потоковой системы при минимальных избыточных затратах времени.

Другой системой, на которой была протестирована методика, является система Ресслера [4] – классическая, хорошо изученная потоковая система третьего порядка с тремя бифуркационными параметрами

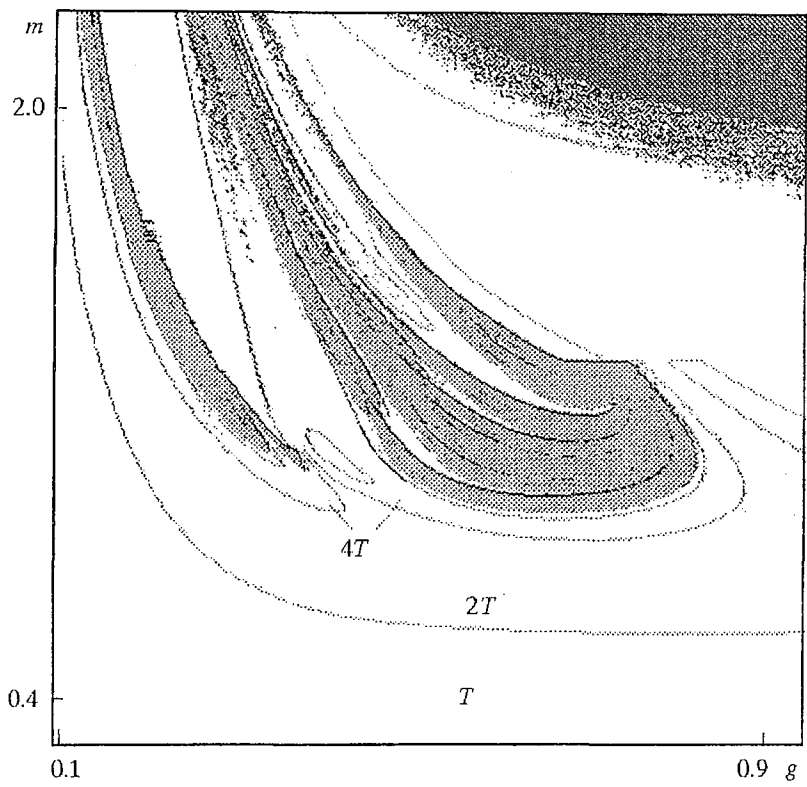


Рис. 3. Карта режимов генератора с инерционной нелинейностью

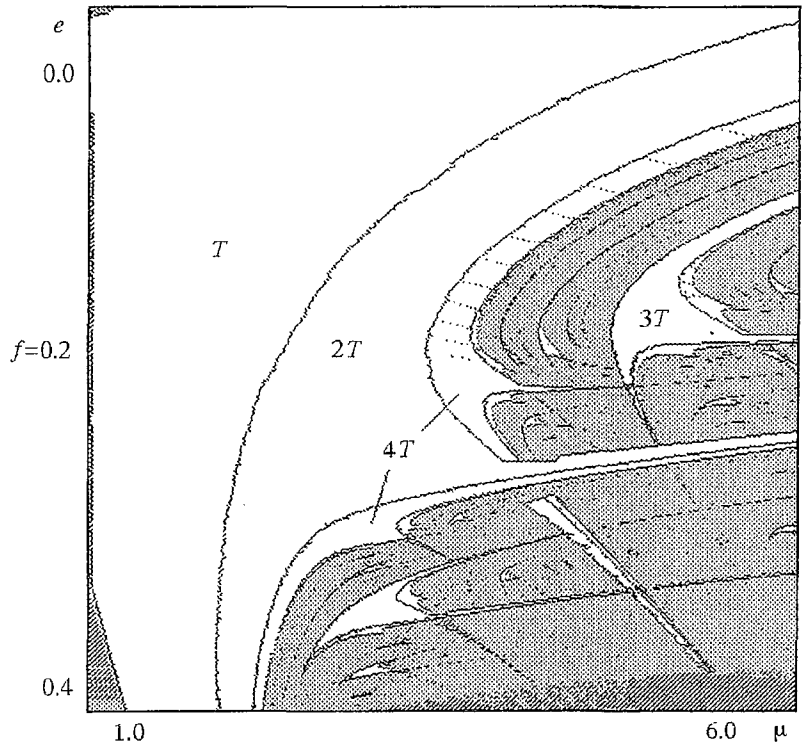


Рис. 4. Карта режимов системы Ресслера при $f = 0.2$

$$\begin{cases} \dot{x} = -(y + z), \\ \dot{y} = -(x + ey), \\ \dot{z} = f - \mu z + xz. \end{cases}$$

Прямого радиофизического аналога данная система не имеет, отсутствует и адекватная модель в виде отображения. Поэтому поведение системы в пространстве управляющих параметров остается не изученным в достаточной мере. Система демонстрирует хаотическое поведение при определенных сочетаниях значений параметров и переход к хаосу через последовательность бифуркаций удвоения периода. С помощью процедуры адаптивной фильтрации была построена карта её режимов (рис. 4), являющаяся сечением трехмерного пространства параметров. Можно отметить, что области синхронизации, на базе которых развиваются каскады удвоений периода, имеют форму «crossroad area» [5,6], характерную для двухпараметрической динамики некоторых отображений. При построении карт режимов в других сечениях пространства параметров принципиальных изменений в структуре карты не наблюдалось.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант РФФИ–96–02–16753 Р).

Библиографический список

1. *Nauenberg M., Rudnik J.* Universality and the power spectrum at the onset of chaos // *Phys. Rev.* 1981. Vol.B24. P.493.
2. *Отнес Р., Эноксон Л.* Прикладной анализ временных рядов. М.: Мир, 1982.
3. *Anishchenko V.S.* Dynamical Chaos – Models and Experiments. World Scientific, 1995.
4. *Rossler O.E.* An equation for continuous chaos // *Phys.Lett.A.* 1976. Vol.57. P.397.
5. *Carcasses J.P., Mira C., Bosch M., Simo C., Tatjer J.C.* «Crossroad area – spring area» transition: (1) parameter plane representation // *Int. J. Bifurcation and Chaos.* 1991. Vol.1, № 1. P.183.
6. *Кузнецов А.П., Кузнецов С.П.* Критическая динамика двумерных отображений. Часть 2: Двухпараметрический переход к хаосу // *Изв. вузов. ПНД.* 1993. Т.1, № 3–4. С.17.

*Саратовский государственный
университет*

Поступила в редакцию 13.05.97

APPLICATION OF THE ADAPTIVE FILTERING METHOD TO EVALUATION OF THE OSCILLATION PERIOD OF THE FLOW SYSTEMS

A.A. Kipchatov, S.V. Podin

A method of the flow system's oscillation regime determination is developed in this work. To find oscillation period a digital filtering procedure is used in combination with integration step tuning. This method can be used for construction of the flow systems two-parameter bifurcation diagram.



Подин Станислав Васильевич – родился в 1972 году, окончил Саратовский государственный университет (1994). Ассистент кафедры электроники и волновых процессов, преподаватель информатики на первой ступени Колледжа прикладных наук. Научные интересы – численное моделирование нелинейных систем, анализ многопараметрической динамики систем. Автор нескольких публикаций.



Международная межвузовская конференция

Современные проблемы электроники и радиофизики СВЧ
Саратов, Россия, сентябрь 1997

Организаторы и спонсоры

Министерство общего и профессионального образования РФ
Саратовский государственный университет им. Н.Г.Чернышевского
Государственный учебно-научный центр «Колледж»
Российский фонд фундаментальных исследований

Программа конференции

Цель конференции – представить и обсудить современные экспериментальные и теоретические результаты в следующих областях:

- Взаимодействие свободных носителей заряда с электромагнитными полями.
- Вакуумная электроника СВЧ.
- Вакуумная микроэлектроника.
- Твердотельная электроника СВЧ

Будут заслушаны обзорные лекции по указанным вопросам и оригинальные доклады. Предполагается выделение времени и для стендовых докладов. Тезисы докладов будут опубликованы. Отдельные доклады, отобранные Оргкомитетом, войдут в содержание журнала «Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика».

Оргкомитет

Председатель – Трубецков Д.И., чл.-корр.РАН, ректор СГУ; Алгазинов Э.К., д.ф.-м.н., ВГУ; Девятков Н.Д., академик РАН; Гапонов-Грехов А.В., академик РАН; Григорьев А.Д., д.ф.-м.н., СПбЭТУ; Гуляев Ю.В., академик РАН; Любченко В.Е., д.ф.-м.н. ИРЭ РАН; Победоносцев А.С., д.т.н., «Исток», Фрязино; Тупикин В.Д., к.ф.-м.н., ЦНИИИА; Садалов А.Н., д.ф.-м.н., МГУ; Синецын Н.И., д.ф.-м.н. СФ ИРЭ РАН; Солнцев В.А., д.ф.-м.н., МИЭМ; Соминский Г.Г., д.ф.-м.н., СПбГТУ; Сухоруков А.П., д.ф.-м.н., МГУ; Усанов Д.А., д.ф.-м.н., СГУ; Файнберг Я.Б., академик АН Украины

Секретарь – Анфиногентов В.Г., к.ф.-м.н., СГУ

410026, Саратов, Астраханская, 83, СГУ
Тел. 8(845-2)514298, факс. 8(845-2)514298
E-mail: conf97@cas.ssu.runnet.ru

