Изв.вузов «ПНД», т.5, № 4, 1997 УДК 53:372.8; 519.711.3

О КУРСЕ «МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ И ТЕХНИКИ»

Ю.И. Неймарк

Статья посвящена новому созданному и читаемому автором курсу «Математические модели естествознания и техники»; истории возникновения и становления, его содержанию и программе. Излагаются профессиональная целевая направленность курса как одного из неотъемлемых образования прикладного математика и отчасти – специалистов других естественных и научно-прикладных направлений, опирающихся на математику; общенаучная и мировоззренческая роль курса; взаимоотношения с гуманитарным образованием и перспективы.

Этот курс, как и многое в нашей жизни, возник случайно, но на подготовленной почве понимания несоответствия господствующей концепции подготовки специалистов по прикладной математике современному этапу науки и техники и требованиям развития общества.

Университетская система подготовки специалистов исходит из примата фундаментального математического образования, что при всех его положительных качествах формирует определенную отчужденность выпускников от важнейших этапов и сторон решения прикладных задач, таких, как осмысление и глубокое проникновение в существо конкретной задачи, в ее постановку, ее идеализацию и последующую корректировку математической модели, ориентируя их только на этап математического исследования точно поставленной задачи. Это приводит к тому, что математик не играет в обществе соответствующей ему роли. Его неполноценно подменяют в этой работе специалисты конкретных областей, недостаточно хорошо владеющие математикой. Необходима коррекция образования прикладного математика, целью которой, помимо сказанного, было бы еще воспитание способности к дальнейшему самообучению с ориентацией не только на чисто математические внутренние вопросы [1], но и на широкое восприятие математики как языка точного естествознания и техники, как основного средства познания природы, техники и социального мира [2].

Одно время и, возможно, сейчас этой или близкой цели предполагалось достичь путем расширения лабораторных работ. Это, безусловно, способствует лучшему усвоению теоретических знаний и приобретению полезных навыков, но едва ли приведет к более широкому пониманию математики и своего предназначения в ней, без чего выполнение лабораторных работ может стать, как и наблюдается, «обязаловкой». Сами по себе, в лучшем случае, лабораторные работы будут восприниматься как более или менее интересные иллюстрации основных положений изучаемых теоретических дисциплин. Изменению ценностей ориентации подготавливаемых специалистов может способствовать введение нового курса, содержащего выходящие за рамки примеров разнообразные реализации классической схемы изучения объектов, систем, ситуаций. Необходимо, чтобы такой курс читался до того, как под влиянием канонизированных математических дисциплин сформируется алгоритмическое или, того хуже, схоластическое мышление.

1. История возникновения курса и его использование сегодня

Как уже говорилось, необходимость более естественно-научного обучения математике на факультете ВМК ННГУ мною достаточно ясно ощущалась, но все же необходима была особая случайная ситуация для того, чтобы она приобрела осязаемые конкретные формы. В 1986 году в связи с уходом из жизни профессора-лингвиста Б.Н. Головина группа математиков-лингвистов или, скорее, лингвистов-математиков, осталась без своего инициатора, организатора и руководителя. Нужен был новый план и постановка новых учебных курсов. Деканом факультета ВМК тогда был Р.Г. Стронгин, и он предложил мне читать новый курс по математическим моделям естествознания вместо обычного курса дифференциальных уравнений, этим группам, специализирующимся теперь по научно-технической информации на кафедре ИАНИ Д.И. Батищева. Мне импонировал такой курс, и я согласился. Тем более, что ранее я разработал и читал курс по математическим моделям теории управления [3] и еще раньше курс «Математические методы теории колебаний», где главенствует идеология общности явлений различной природы, проявляющаяся в одинаковости и универсальности их математических моделей [4–6].

Математическое моделирование в существующей сравнительно скромной литературе в основном трактовалось как новая технология приближенного решения трудных задач, возникающих в приложениях математики. При такой трактовке основное внимание уделялось методам вычислений и приближенных решений, сеточным методам, методам галеркинского типа, конечного элемента, асимптотическим методам, методам оптимизации, методам решения некорректных задач и вопросам преодоления возникающих при этом трудностей и использованию вычислительных машин.

Мне же казалось, что математическое моделирование – это прежде всего теория и искусство изучения реальных объектов и явлений. Что великими образцами математического моделирования являются астрономия, механика, электродинамика, молекулярная теория, вся физика, химия, молекулярная биология и генетика, теория машин и приборов – все научное естествознание и техника.

Начиная с февраля 1987 года я стал читать двухгодичный курс лекций на втором и третьем курсах в объеме 140 часов, сопровождаемый практикой в объеме 70 часов, которые вели В.П. Савельев, А.И. Нестеренко и З.Г. Павлюченок. С 1993 года этот курс в измененном виде начал читаться мною на основном потоке прикладной математики ВМК в объеме 104 часов лекций и 36 часов практики в течение года на втором и третьем курсах, а затем – и для новой специальности «Информационные системы», где лекции читал В.П. Савельев.

2. Содержание курса

К 1994 году содержание курса настолько сложилось, что в 1994 и 1996 годах были изданы два выпуска лекций [7], третий должен выйти в 1997 году. При написании использовались магнитофонные записи лекций, сделанные зав. лабораторией ТУиДМ В.Ш. Берманом и перепечатанные Л.Л. Крыловой, что позволило сохранить лекционный стиль изложения.

Лекции содержат 34 темы: *вводные* – о математике, математических моделях и главной модели естествознания – динамической системе и ее фазовом портрете, и тематические, рассказывающие о тех или иных конкретных моделях. В основе всего курса лежит великая общая, абстрактная, всеобъемлющая математическая модель – динамическая система. Всюду, где это возможно, выясняется фазовый портрет, его возможные виды и качественные изменения – бифуркации и критические значения. Все рассматриваемые объекты и явления и их математические модели разбиваются на несколько циклов.

В *первый тематический цикл* входят балансные модели. Здесь на конкретных системах студенты знакомятся с переходными процессами, равновесными режимами, автоколебаниями, критическими значениями и бифуркациями. Знакомство со стохастическими движениями происходит значительно позднее в лекции о «часах наоборот» – стохастическом динамическом генераторе. В этом же цикле рассказывается о моделях, объясняющих загадочно малую соленость Каспийского моря, и энергетическая модель сердца, обнаруживающая различные типы его кризисных состояний и различие возможных путей выхода из них, причины и характер сужения жизненных возможностей сердца. Эти модели служат примерами, когда очень сложные объекты и сложные и непонятные явления находят простое описание и объяснение. Приводятся и примеры обратного, когда простота обманчива.

Во *втором цикле* лекций рассказывается о разнообразных экспоненциальных и экологических моделях сосуществования видов, где объясняются явления внезапного кризиса и исключительности, и о биологическом реакторе. Завершается этот цикл лекций глобальной агрегированной моделью сообщества «производитель–продукт–управленцы» – моделью, имеющей прямое отношение к нашей многовековой истории.

Третий цикл – о вездесущей модели осциллятора, линейного и нелинейного. Он охватывает 12 тем, большинство из них традиционны для теории колебаний: свободные, вынужденные и параметрические колебания, возбуждение автоколебаний (мягкое и жесткое), перекачка энергии и биения в двух связанных осцилляторах и другое. Но есть и не вполне традиционные темы: точность хода часов, стохастические колебания «часов наоборот», жонглирование одной и двумя палочками, стоящими друг на друге, двуногая ходьба.

Четвертый цикл об автоматных моделях целесообразного поведения и обучения. *Пятый* – о проблеме двух тел и некоторых примыкающих к ней вопросах. *Шестой* – о распределенных динамических моделях и явлениях диффузии и волн. *Седьмой* – о микромире и микрочастице, и *восьмой* – о пространстве и времени и разгоне релятивистской частицы в циклотроне.

Более полно содержание курса отражено в приводимой ниже его программе. Помимо описанных лекций для младших курсов, читались лекции по математическому моделированию для старших и одно время – для аспирантов университета первого года. Вначале это было 20 лекций, которые читали В.П. Савельев и я, а затем – 16 для магистров (5 курс), из которых 8 читаю я. В этих 8 лекциях рассказывается о математике как операционной системе и моделях [2]. Об изоморфизме операционных систем [8] и моделей. О великом изоморфизме объектов природы и техники и их математическом описании моделями. О физическом, аналоговом и математическом (включая имитационное моделирование Монте–Карло) моделированиях. Об общей схеме математического моделирования, иллюстрируемой примерами.

3. Программа курса

Вводные темы. Математика как язык. Математическое моделирование как универсальный метод изучения окружающего мира. Детерминизм Лапласа и динамическая система – как основная математическая модель научного естествознания. Фазовое пространство и оператор. Фазовый портрет. Описание и состояние, примеры. Игра «жизнь», маятник на вращающемся основании. Фазовый портрет как геометризованное описание динамики системы и наших знаний о ней и как средство изучения и постижения динамики.

Цикл 1. Закон Торичелли и простейшая модель вытекания жидкости. Водяные часы и форма сосуда, обеспечивающая равномерную шкалу времени. Недостаточность простой модели. Уточнение модели, учитывающее разгон жидкости и сжатие струи. Фазовый портрет и отображение на нем быстрой фазы разгона и медленного вытекания.

Равновесие и автоколебания при одновременном притоке и оттоке через отверстие и сифон. Типы эволюционных процессов: переходный процесс, равновесие и автоколебания.

Динамика уровня зеркала водохранилища с гидростанцией. Критические значения. Бифуркационная диаграмма.

Энергетическая модель сердца. Виды кризисных состояний. Жизненные возможности и их сужение.

Засоление водоема с заливом. Загадка Каспийского моря.

Цикл 2. Экспоненциальные процессы. Математическая модель. Периоды полураспада и удвоения. Примеры экспоненциальных процессов: размножение и гибель, радиоактивность, цепные реакции, разряд конденсатора, торможение, поглощение излучения, разгон ракеты, охлаждение, распространение эпидемии и слухов, рост населения, производства, знаний, приближение и удаление от равновесия. Явления внезапного кризиса и «схлопывания».

Математические модели сосуществования видов: «хищник–жертва», конкуренция, симбиоз. Их фазовые и бифуркационные портреты.

Протонный биологический реактор. Эффективность и оптимальный режим.

Математическая модель сообщества «производители–продукт–управленцы». Фазовые портреты и их обсуждение.

Цикл 3. Математическая модель линейного осциллятора. Простейшие примеры. Возможные типы движений и фазовые и бифуркационный портреты. Что описывает линейный осциллятор: равновесия, гармонические, затухающие и нарастающие колебания, устойчивые и неустойчивые равновесия.

Механический и электрический осциллятор. Электромеханические аналогии. Уравнения Лагранжа – Максвелла и принцип наименьшего действия. Примеры.

Как и почему появились часы Галилея – Гюйгенса, что в них принципиально нового, что определяет точность часов. Простейшая динамическая модель. Отображение Пуанкаре и диаграмма Кенигса – Ламерея. Часы как автоколебательная система.

Генератор электрических колебаний – электрический аналог часов Галилея – Гюйгенса. Уравнение Ван–дер–Поля как первая простейшая аналитическая модель автоколебаний. Фазовые бифуркационные портреты.

Осциллятор с непредсказуемым поведением – «часы наоборот». Непредсказуемость и случайность. Два основных качественно различных типа поведения динамических систем: устойчивость и неустойчивость.

Неустойчивость и автоколебания, вызванные трением.

Вынужденные колебания линейного осциллятора. Амплитудно–фазовая частотная характеристика. Явления резонанса и фазового сдвига. Примеры: килевая качка, динамический демпфер.

Параметрическое возбуждение и стабилизация. Особенности параметрического резонанса, отличающие его от обычного.

Нормальные колебания и биения.

Управление как могучее средство изменения свойств и поведения динамических объектов. Жонглирование одной и стоящими друг на друге палочками. Управление курсом судна. Роль запаздывания в обратной связи.

Перевернутый управляемый маятник как математическая модель двуногой ходьбы.

Цикл 4. Динамические автоматные модели игр, обучения и целесообразного поведения. Противостояние и партнерство в играх многих лиц.

Персептрон Розенблата как динамическая система. Модели образа, распознавания и обучение распознаванию. Теорема о конечности числа ошибок. Персептрон и метод стохастической аппроксимации.

Цикл 5. Законы Кеплера и проблема двух тел, решенная Ньютоном.

Цикл 6. Распределенные модели механики и физики.

Фундаментальное решение и диффузионные явления. Прогрев полупространства.

Бегущие волны и дисперсионное уравнение.

Суточные и годовые изменения температуры поверхности земли. Намерзание льда на поверхности воды.

Теория электромагнитных явлений Фарадея – Максвелла и электромагнитные волны Максвелла – Герца.

Отражение и преломление волн.

Стоячие волны и колебания ограниченной струны, в частности, при сосредоточенном ударе по ней.

Цикл 7. Особенности микромира. Формализм квантовой механики. Квантовое состояние и его связь с измеряемыми физическими величинами. Свободная квантовая частица, в потенциальной яме, в поле ядра атома.

Цикл 8. Преобразования Галилея и Лоренца. Инвариантность уравнений Ньютона и Максвелла. Сокращение расстояний и замедление часов, сложение скоростей.

Разгон релятивистской частицы в циклотроне.

Эта программа предполагает знание основных сведений из курсов математического анализа, дифференциальных уравнений и теории вероятностей. Знание теории линейных операторов желательно, но не обязательно, как не обязательно и знание уравнений в частных производных. Изложение полностью всей программы требует примерно 120 часов лекций. Читался он в объемах 140 часов и 104, причем во втором случае последние три раздела, требующие примерно 16 часов лекций, не излагались.

4. Целевая профессиональная направленность курса

Традиционно в России сложилось абстрактное и строго математическое образование. В приложениях математики считалось, что в постановке и решении задачи должна быть такая же строгость, как в теоретических исследованиях. Особенно жестко эта точка зрения проводилась московской математической школой. Её яркий представитель – всемирно известный математик А.Н.Колмогоров – хотел внедрить эту традицию даже в школьное образование. Вместе с тем, период в науке, когда непривычность математических объектов и понятий можно было постигнуть и изучать только путем формализации и уточнения как самих понятий, так и рассуждений и доказательств, прошел, они уже не вызывают ни удивления, ни неприятия, и поэтому для своего освоения не требуют прежних громадных затрат интеллектуальной энергии и времени. Эти затраты уже не требуются в такой мере даже для ведения научных исследований. Это с одной стороны. А с другой – центр тяжести математической профессии переместился с преподавания в математическое моделирование, методы вычислений, оптимизацию, использование ЭВМ, разнообразные применения математики в механики, физике, химии, биологии, технике, планировании, экономике, экологии, финансах и многом другом, где содержательное понимание задачи и интуиция в сочетании с достаточной обширностью и активностью математических знаний играют решающую роль.

Конкретно дефект подготовки прикладного математика появился в отрыве от современного понимания, зачем она – математика – нужна, в сочетании с недостаточностью умений ею пользоваться для решения возникающих разнообразных вопросов в различных науках и практических приложениях. В какой–то мере этот пробел – разрыв между теоретическими знаниями и их использованием – помогает устранить обсуждаемый курс. Он же способствует расширению кругозора студентов, которые знакомятся с разнообразными конкретными моделями, способами их построения и исследования и наблюдают в них неожиданные явления. В конечном счете, он призван сделать понятным окружающий мир, помогает понять простые механизмы и пружины, управляющие его поведением. и то, как это описывается на математическом языке и изучается и постигается математическими средствами, помогает стать хозяином своих математических знаний.

5. Общенаучная и мировоззренческая роль курса

Обсуждаемый курс не только дает возможность студентам сформировать свое отношение к читаемым общим фундаментальным и специальным курсам и выбранной специальности, но и, в какой–то мере, формирует их естественно–научное мировоззрение. В этих своих функциях он целесообразен на младших курсах, как только студенты ознакомятся с основами математического анализа, дифференциальных уравнений и теории вероятностей (к концу курса). В этой второй части желателен рассказ о том, что же такое математика, в чем состоит и на чем основан метод математического познания, какова общая схема математического моделирования и какими соображениями стоит руководствоваться при ее реализациях. Наконец, в этой заключительной части желателен конкретный рассказ об эффективном моделировании достаточно сложных, загадочных, интересных и важных объектов и явлений. В какой–то мере этой цели сейчас служит небольшое число лекций, читаемых на 5 курсе ВМК для магистров несколькими преподавателями.

6. Взаимоотношение с гуманитарным образованием

Я уже высказывался за единство естественно–научного и гуманитарного образований [9], единство не в том смысле, что их следует объединить, а в том, что и у гуманитариев и у естественников необходимо формировать естественно–научное мировоззрение и понимание естественных и гуманитарных наук как дополняющих друг друга подходов к познанию мира и формированию желаемой нами окружающей среды, материальной и духовной.

Математика и даже физика в своих традиционных видах неприемлемы для людей, склонных к гуманитарному мышлению. Понимание математики как особого языка науки, открывающего новые возможности общения с природой, как иностранные языки – с другими культурами, может открыть перед гуманитарием новое видение мира, его единства, устройства и красоты. А это понимание сделает возможным проникновение математического языка в гуманитарные науки как чего–то полезного, а не чуждого и враждебного: расхожая точка зрения сегодня – математика сушит и убивает вдохновенный полет гуманитарной мысли. Ее возможно преодолеть только через знакомство с математикой как новым необычным языком, на котором можно читать увлекательные рассказы, повести и романы об окружающем мире, после чего он станет богаче, интересней и красочней.

Естественник также заинтересован в гуманитарном подходе, ибо красота и гармония – залог истинности теорий и рассуждений. Пониманию и чувству красоты надо учиться у гуманитарных наук. Недаром Платон, неизвестный автор средних веков и Галилей сказали: «Красота – сияние истины», «Система мира построена по законам гармонии, красоты и симметрии», «Истина и красота – одно и то же, как одно и то же – ложное и безобразное».

В свое время я установил теорему, которая в вольной трактовке звучит примерно так: теория, объясняющая все известные факты, тем справедливей, чем на меньшем числе этих фактов (постулатов) она построена [10]. Я думаю, что Вы согласитесь с тем, что такая теория и самая красивая. Я думаю, что Вы согласны и с Платоном, и Галилеем, и средневековыми воззрениями. Ведь соображения симметрии – нить Ариадны в теории элементарных частиц, общих законах химии и физики, как красота – в построении математических теорий и новой квантовой физики.

7. Перспективы

Научная и новая технологическая революции неизбежно приведут к изменению концепций естественного и гуманитарного образований, к их сближению и взаимопроникновению. Будет углубляться и расширяться проникновение математических методов в планирование, экономику, социологию, лингвистику, психологию, политологию, философию, медицину, и это проникновение призваны осуществлять в первую очередь университеты. Рождение нового обсуждаемого курса можно рассматривать как один из первых шагов в этом направлении. Этот шаг не единственный, я думаю, что нечто подобное происходит и в других университетах. Во всяком случае, это имеет место и в Саратовском университете [11, 12].

Литература

1. *Колмогоров А.Н.* Математика // БСЭ. 2–ое изд. М., 1954. Т. 26; Математическая энциклопедия. М., 1982. Т. 3. С. 560–564.
2. *Неймарк Ю.И.* Математика как операционная система и модели // Соросовский образовательный журнал. 1996. № 1. С. 82.
3. *Неймарк Ю.И., Коган Н.Я., Савельев В.П.* Динамические модели теории управления. М.:Наука, 1985.
4. *Мандельштам Л.И.* Лекции по теории колебаний / Под ред. М.А. Леонтовича // Мандельштам Л.И. Полн. собр. соч. М.:Изд. АН СССР, 1955. Т.IY.
5. *Горелик С.Г.* Колебания и волны. М.–Л.: Гос. изд–во научно–технической литературы, 1950.
6. *Неймарк Ю.И.* Теория колебаний вчера и сегодня // Динамика систем: Межвуз. сб. Горький: Изд–во Горьковского ун–та, 1988. С.34–53.
7. *Неймарк Ю.И.* Математические модели естествознания и техники: цикл лекций. Вып. 1 и 2. Н. Новгород: Изд–во ННГУ, 1994. С. 83; 1996. С. 154.
8. *Неймарк Ю.И.* Операционные системы исчисления и линейные динамические системы: Учебное пособие. Н. Новгород: Изд–во ННГУ, 1991.
9. *Неймарк Ю.И.* О единстве гуманитарного и естественно–научного образований: Тез. докл. научно–методич. семинара по проблемам общего естественно–научного образования. Н. Новгород: Изд–во ННГУ, 1995. С. 5–6.
10. *Неймарк Ю.И.* Динамические системы и управляемые процессы. М.:Наука, 1978. С. 311–314.
11. *Трубецков Д.И.* Колебания, волны, электроны. Саратов: Изд–во ГосУНЦ «Колледж», 1993. С. 226.
12. *Короновский А.А., Трубецков Д.И.* Нелинейная динамика в действии. Саратов: Изд–во ГосУНЦ «Колледж», 1995. С. 129.

Нижегородский государственный университет

Поступила в редакцию 29.05.97

Неймарк Юрий Исаакович – доктор технических наук, профессор ННГУ, академик РАЕН, Соросовский профессор, член национального комитета по теоретической и прикладной механике, лауреат премий А.А. Андронова и Н. Винера. Автор 8 монографий и более 400 работ по теории колебаний, теоретической механике, теории управления и др.