Изв.вузов «ПНД», т.5, № 4, 1997 УДК 001:519.711.3

МОДЕЛЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ И ЭВОЛЮЦИИ ДВУХ НАУЧНЫХ НАПРАВЛЕНИЙ

В.В. Качак, Е.С. Мчедлова

На основе математической модели, представленной системой двух нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка, сделана попытка качественного описания эволюции двух взаимодействующих научных направлений. Рассмотрены результаты как негативного, так и положительного двунаправленного влияния одного направления на изменение показателей другого. При исследовании учитывался характер изменения во времени отдельно взятого направления (развивающееся, деградирующее), а также анализировалась зависимость динамики системы от возможных начальных состояний.

Введение

Не вызывает сомнения тот факт, что идеи и методы нелинейной динамики в последние годы все активнее проникают в разные области науки, в том числе гуманитарные [1]. Тем более интересна попытка применить упомянутые идеи в науковедении, другими словами, изучить развитие науки ее же методами. Большой вклад в идеологию построения моделей взаимодействий в науке был сделан Г.Иваницким [2], представлениями которого мы отчасти воспользуемся.

Для того, чтобы охарактеризовать развитие той или иной области знания, в науковедении, как правило, используются три основных показателя: число публикаций, количество научных сотрудников и число эффективных связей между учеными в различных областях науки. Объединяя эти характеристики в одну, введем обобщенные макропеременные x и y, описывающие состояние научной деятельности в областях X и Y, соответственно. Будем моделировать динамику взаимодействующих научных направлений X и Y следующей системой обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x} = c_1xy - c_2x, \\ \dot{y} = c_3xy - c_4y, \end{cases} \qquad (1)$$

где x и y – соответствующие макропеременные, коэффициенты c_2 и c_4 определяют характер развития направлений X и Y, а c_1 и c_3 задают тип воздействия направления Y на X и X на Y.

В разных случаях коэффициенты c_i могут различаться как величиной, так и знаком, но только смена знака влечет за собой качественные изменения динамики системы (1). Поэтому зафиксируем абсолютные величины c_i одинаковыми и равными единице (i=1,...,4). Тем самым мы несколько упростили задачу, полагая взаимное влияние научных направлений одинаковым по абсолютной величине, а характер развития самих направлений – идентичным в случае одинаковых знаков c_2 и c_4, и прямо противоположным в случае, когда знаки коэффициентов различны. Данное упрощение сделано чтобы выделить основные качественно непохожие типы эволюции системы. Изменение же абсолютных величин коэффициентов для каждого отдельного типа приведет лишь к количественным изменениям решения системы (1).

Определим возможные варианты знаков коэффициентов c_i. Нетрудно видеть, что положительные знаки c_2 и c_4 соответствуют экспоненциально затухающему, а отрицательные – экспоненциально возрастающему решению уравнений (1) при c_1=c_3=0. Положительные знаки c_1 и c_3 означают, что научные направления оказывают друг на друга позитивное воздействие или находятся в состоянии сотрудничества. Если $c_1<0$ и $c_3<0$, характер взаимодействия полагается отрицательным, направления конкурирующие. Возможен тип взаимодействия, когда одно научное направление подавляет другое, которое, в свою очередь, способствует развитию первого. В этом случае коэффициенты c_1, c_3 имеют разные знаки.

Нас будут интересовать следующие случаи:

I – оба направления развивающиеся, X отрицательно влияет на Y, Y положительно влияет на X ($c_1=1$, $c_2=c_3=c_4=-1$);

II – развивающиеся направления X и Y конкурируют, взаимное влияние отрицательно ($c_1=c_2=c_3=c_4=-1$);

III – оба направления «затухающие», взаимное влияние положительно ($c_1=c_2=c_3=c_4=1$);

IV – направления противоположных типов с положительной обратной связью ($c_1=c_2=c_3=1$, $c_4=-1$);

V – «затухающее» направление X отрицательно воздействует на Y, развивающееся позитивно и положительно влияющее на X ($c_1=c_2=1$, $c_3=c_4=-1$).

Обратим внимание на интерпретацию понятия «начальные условия» в контексте рассматриваемой проблемы. Действительно, что можно понимать под x_0, y_0, если переменные x и y обобщенно определяют состояния научной деятельности? По всей видимости величины x_0, y_0 должны определять состояния научной деятельности соответствующих областей или направлений в начальный момент взаимодействия. Полагая, что данные состояния в большой степени определяется разного рода вложениями в ту или иную область науки, под начальными условиями будем понимать суммарные затраты средств и умственных ресурсов, составляющие основу некоторого научного направления в момент начала взаимодействия с другим.

1. Общий случай. Исследование структуры фазового пространства

Найдем особые точки x^*, y^* системы (1)

$$\begin{cases} c_1xy - c_2x = 0, \\ c_3xy - c_4y = 0, \end{cases}$$

откуда

$$x_1^* = y_1^* = 0 \quad \text{и} \quad x_2^* = c_4/c_3, \quad y_2^* = c_2/c_1. \tag{2}$$

Для исследования типов состояний равновесия выведем характеристическое уравнение системы (1) в общем виде (см., например, [3]). Для этого обозначим

$$\begin{cases} \dot{x} = c_1xy - c_2x = P(x,y), \\ \dot{y} = c_3xy - c_4y = Q(x,y), \end{cases}$$

и запишем определитель

$$\Delta(x^*,y^*) = \begin{vmatrix} P'_x(x^*,y^*) & P'_y(x^*,y^*) \\ Q'_x(x^*,y^*) & Q'_y(x^*,y^*) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} c_1y^*-c_2 & c_1x^* \\ c_3y^* & c_3x^*-c_4 \end{vmatrix},$$

$$\Delta(x^*,y^*) = c_2c_4 - c_2c_3x^* - c_1c_4y^*,$$

а также

$$\sigma = P'_x(x^*,y^*) + Q'_y(x^*,y^*) = c_3x^* + c_1y^* - c_2 - c_4.$$

Тогда характеристическое уравнение

$$\lambda^2 - \sigma\lambda + \Delta = 0$$

примет вид

$$\lambda^2 - (c_3x^* + c_1y^* - c_2 - c_4)\lambda + c_2c_4 - c_2c_3x^* - c_1c_4y^* = 0. \qquad (3)$$

Используя выражения (2) и характеристическое уравнение (3), исследуем особые точки системы (1) для случая II. Особые точки системы (1): $x_1^*=y_1^*=0$, $x_2^*=y_2^*=1$. Уравнение (3) примет вид:

$$\lambda^2 - (2 - x^* - y^*)\lambda + (1 - x^* - y^*) = 0.$$

Если $x_1^*=y_1^*=1$, то $\lambda^2-1=0$, $\lambda_1=1$, $\lambda_2=-1$. Так как корни характеристического уравнения действительны и разных знаков, состояние равновесия (x_1^*,y_1^*) является особой точкой типа «седло». Для $x_1^*=y_1^*=0$ имеем $\lambda^2-2\lambda+1=0$ и $\lambda_3=+1$, что соответствует неустойчивому узлу.

Структура фазового пространства для рассмотренного случая изображена на рис.1 на плоскости переменных (x,y) в виде поля направлений.

Поскольку $\Delta(x^*,y^*)\neq 0$ при любых $c_2\neq c_4\neq 0$, то все состояния равновесия системы (1) – простые. Поэтому аналогичным способом, используя (2) и (3), можно получить качественную структуру фазового пространства в любом интересующем нас случае.

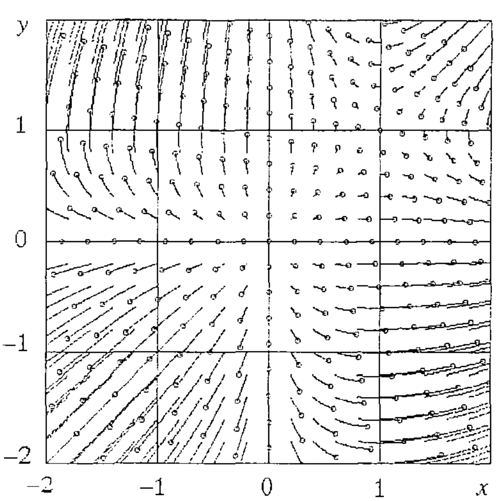

Рис. 1. Структура фазового пространства системы (1) для случая II, построенная в виде поля направлений

Выведем соотношение, определяющее множество фазовых траекторий уравнений (1) в общем виде. Для этого запишем систему (1) следующим образом:

$$dx/dy = (c_1xy - c_2x)/(c_3xy - c_4y). \qquad (4)$$

Разделяя переменные, проинтегрируем уравнение (4)

$$\int (c_3 - c_4/x)dx = \int (c_1 - c_2/y)dy,$$

$$c_3x - c_4\ln x = c_1y - c_2\ln y + C',$$

где C' – постоянная интегрирования. К полученному соотношению применим операцию потенцирования

$$e^{c_3x}e^{-c_4\ln x} = Ce^{c_1y}e^{-c_2\ln y}.$$

В результате имеем

$$e^{c_3x}x^{-c_4} = Ce^{c_1y}y^{-c_2}. \qquad (5)$$

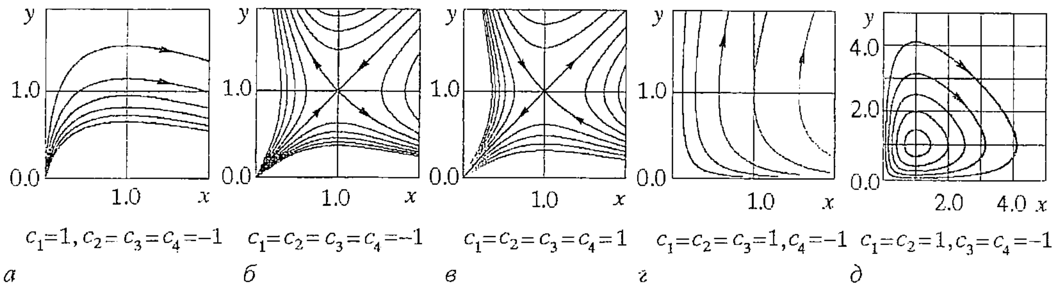

Рис. 2. Фазовые портреты системы (1) для случаев: *а* – I; *б* – II; *в* – III; *г* – IV; *д* – V

Выражение (5) описывает множество траекторий на фазовой плоскости системы (1) неявным образом. Записав выражение (5) для перечисленных выше вариантов, получим:

I	$xe^{-x} = Cye^{y}$,
II	$xe^{-x} = Cye^{-y}$,
III	$x^{-1}e^{x} = Cy^{-1}e^{y}$,
IV	$xe^{x} = Cy^{-1}e^{y}$,
V	$xe^{-x} = Cy^{-1}e^{y}$,

и решив полученные уравнения численно, можно получить фазовые портреты системы (1), представленные на рис.2.

Следует отметить, что в силу своей идеализации модель способна качественно описать только *начальный* этап взаимодействия двух направлений без учета каких либо сторонних воздействий. Это не означает, что стационарное или бесконечно возрастающее решение имеет реальный аналог. Вряд ли найдется модель, способная описать поведение столь сложных систем на больших интервалах времени. Поэтому с точки зрения сопоставления с практическими ситуациями на данную модель следует ориентироваться в пределах временных масштабов, на которых прослеживаются особенности *взаимодействия* двух направлений, а всякое бесконечное решение не рассматривать, как лишенное смысла [1, с.123].

2. Модель двух развивающихся научных направлений с разными типами взаимодействий

Рассмотрим случай I, когда эволюция каждого направления в отдельности носит позитивный характер, направление Y оказывает положительное влияние на X, а X отрицательно воздействует на Y.

Здесь и далее система (1) решалась численно, методом Рунге – Кутты четвертого порядка с шагом интегрирования, равным 0.025. На рис. 3 представлены решения $x(t)$ и $y(t)$ уравнений (1) для двух значений начальных условий: x_0=0.1, y_0=0.2 и x_0=0.1, y_0=1.0. Исследования показали, что направление X развивается (неограниченный рост переменной x) при любых отличных от нуля начальных

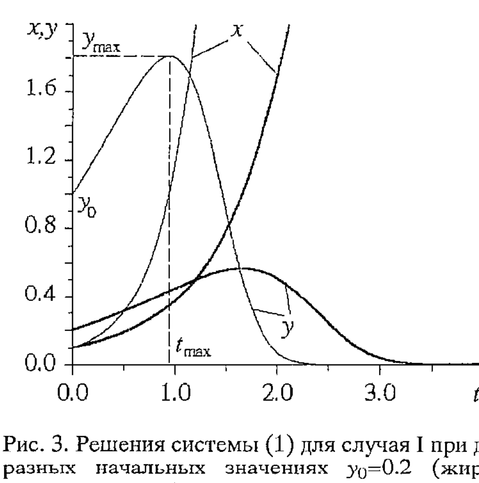

Рис. 3. Решения системы (1) для случая I при двух разных начальных значениях y_0=0.2 (жирная линия) и y_0=1.0 (тонкая линия)

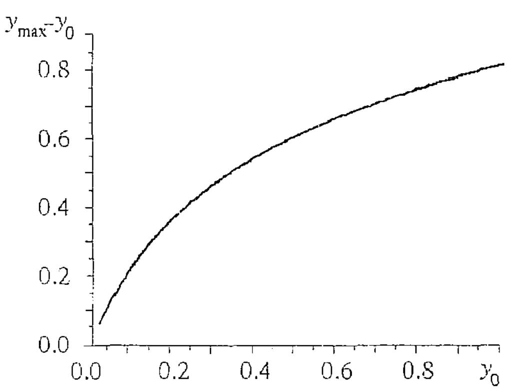

Рис. 4

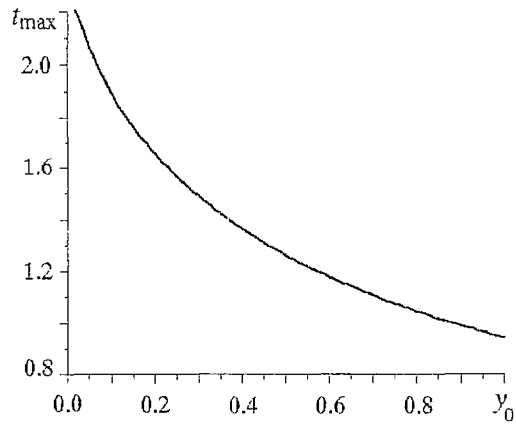

Рис. 5

условиях. Под начальными условиями будем понимать состояние научных показателей на некоторый момент времени, начиная с которого X и Y полагаются взаимодействующими.

Динамика развития направления Y зависит от соотношения начальных состояний x_0 и y_0. В случае, когда y_0 существенно превышает x_0, решение $y(t)$ имеет ярко выраженный максимум (см. рис. 3). Это означает, что в начальный интервал времени мы наблюдаем стремительный рост научных показателей направления Y, полностью соответствующий развивающемуся характеру направления. В некоторый момент времени t_{max} величина научных показателей достигает максимума, после чего стремится к нулю, что обуславливается отрицательным влиянием направления X.

С уменьшением y_0 величина y_{max} уменьшается, а время t_{max} увеличивается (рис. 4, 5). Это вполне соответствует действительности: чем лучше «стартовые условия» для научного направления в условиях конкуренции, тем больше «относительное приращение» $y_{max}-y_0$ научных показателей, и тем за меньшее время достигается значимый результат. В подтверждение сказанному на рис.6 представлена зависимость $y_{max}(t_{max})$.

Означает ли это, что общий объем результатов, полученных в области Y за время ее развития, неуклонно возрастает с улучшением начальных условий? Чтобы ответить на этот вопрос введем величину S, определяющую общее количество научных достижений в области Y за время t_{max}, как произведение $S=(y_{max}-y_0)t_{max}$ (см. заштрихованные области на рис. 7). Оказалось, что при

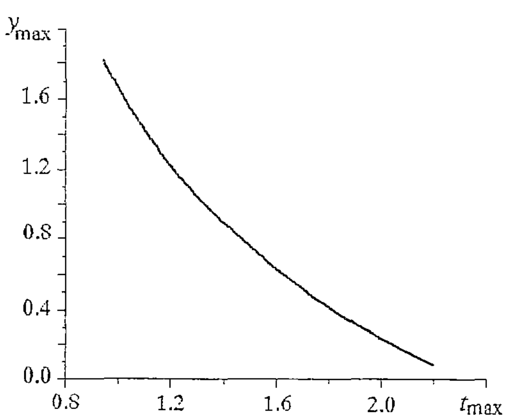

Рис. 6

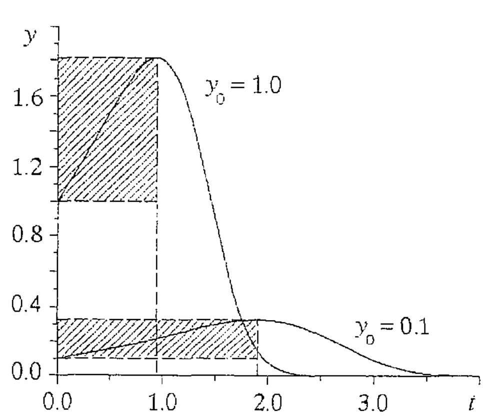

Рис. 7

увеличении начального условия y_0 от 0.0 до 3.0, величина S не остается постоянной, либо монотонно возрастающей на данном интервале значений y_0, а испытывает насыщение при y_0=0.68 (рис. 8). В данном конкретном случае это означает, что результативность направления Y будет оптимальной, когда его начальные условия почти семикратно превышают начальные условия конкурирующего направления X (x_0=0.1).

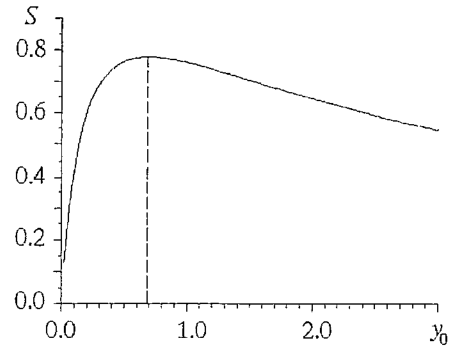

Рис. 8

3. Конкуренция двух развивающихся направлений

Рассмотрим перспективные научные направления X и Y в условиях взаимной конкуренции (случай II). Для модели это означает, что X и Y отрицательно влияют друг на друга, то есть $c_1=c_3=-1$. Значения коэффициентов $c_2=c_4=-1$ определяют развивающийся характер направлений. Фазовый портрет такой системы содержит неустойчивую седловую особую точку и изображен на рис.2,*б*.

Если начальные состояния обоих направлений одинаковы ($x_0=y_0$), решения $x(t)$ и $y(t)$ с течением времени становятся стационарными ($x(t)=y(t)=1$); в данном контексте это означает, что обобщенные характеристики научной деятельности в среднем остаются постоянными во времени. Однако, на практике обычно реализуются случаи, когда начальные состояния направлений различны. Согласно модели, в этом случае рост научных показателей в конечном счете происходит в области, изначально имевшей преимущества (рис. 9, *а*, *б*). Если значения начальных условий выбрать близкими, макропеременные x и y некоторое время будут сохраняться постоянными, но процесс взаимодействия неизбежно завершится подавлением направления с «худшим» начальным состоянием (рис. 9, *в*).

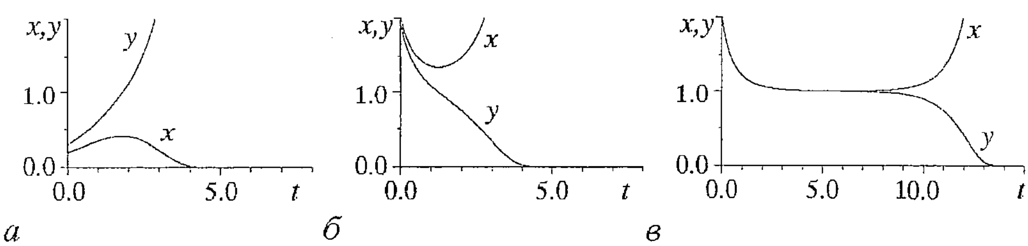

Рис. 9. Решения системы (1) для случая II: *а* – x_0=0.2, y_0=0.3; *б* – x_0=2, y_0=1.9; *в* – x_0=2, y_0=1.99999

4. Модель эволюции двух «затухающих» научных направлений с положительной обратной связью

Рассмотрим возможные типы решений системы (1), когда сами по себе направления X и Y имеют отрицательную динамику, но поддерживают друг друга в результате взаимодействия (случай III). Если не принимать во внимание стационарное решение, являющееся сильной идеализацией с практической точки зрения, возможно два варианта результата взаимодействия: либо развитие обоих направлений, либо спад научной активности до полной деградации каждого из них (рис.10). Идентичные тенденции в эволюции направлений независимо от их начальных состояний (совместный рост или совместная деградация) объясняются кооперативным характером взаимодействия. Тип эволюции полностью

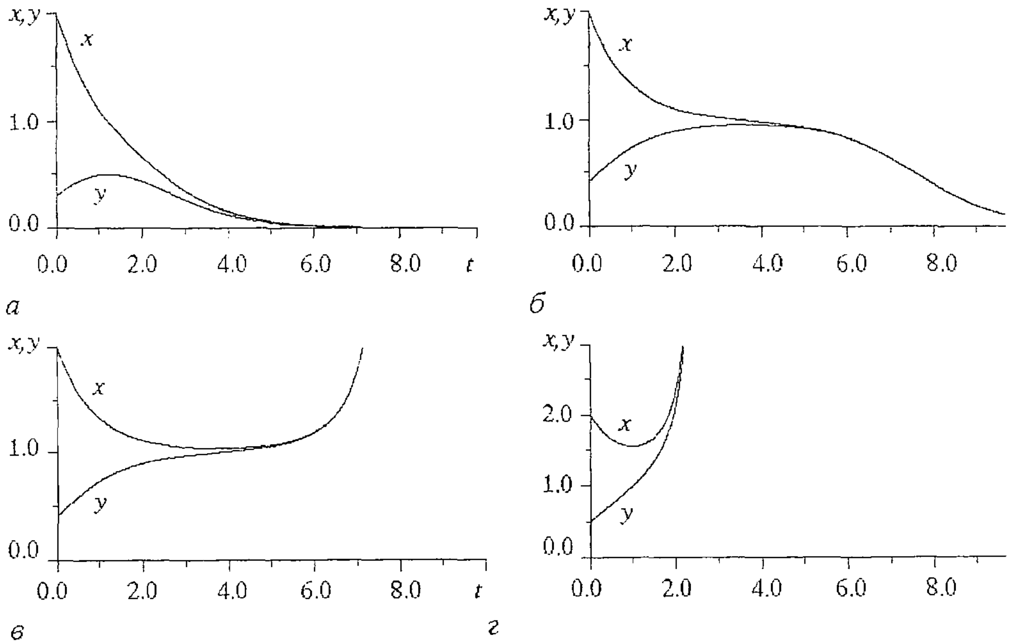

Рис. 10. Решения системы (1) для случая III при x_0=2; затухающие: *а* – y_0=0.3, *б* – y_0=0.406; возрастающие : *в* – y_0=0.407, *г* – y_0=0.5

определяется начальным состоянием, и малое изменение начальных условий является в данном случае критичным. Это хорошо заметно из сравнения рис. *б* и *в* и полностью соответствует структуре разбиения фазового пространства (см. рис.2,*в*). Отметим также, что чем ближе начальные условия к границе, разделяющей на фазовой плоскости качественно разные типы решений, тем медленнее процесс эволюции системы (ср., например, рис. *а* и *б* или рис. *в* и *г*).

5. Модель взаимодействия деградирующего и развивающегося направлений при наличии положительного взаимного воздействия

Будем полагать научное направление *X* «затухающим», а *Y* – развивающимся (случай IV), при этом c_1=c_2=c_3=1, c_4=–1. Структура фазового пространства изображена на рис. 2, *г*. Анализируя фазовые траектории системы нетрудно видеть, что все решения – возрастающие. Интенсивность развития процессов определяется соотношением начальных условий. Для случая, когда начальные условия равны x_0=y_0, или x_0<y_0, решения представлены на рис.11, *а*, *в*. Следует отметить, что зависимость $x(t)$ условно можно рассматривать как состоящую из

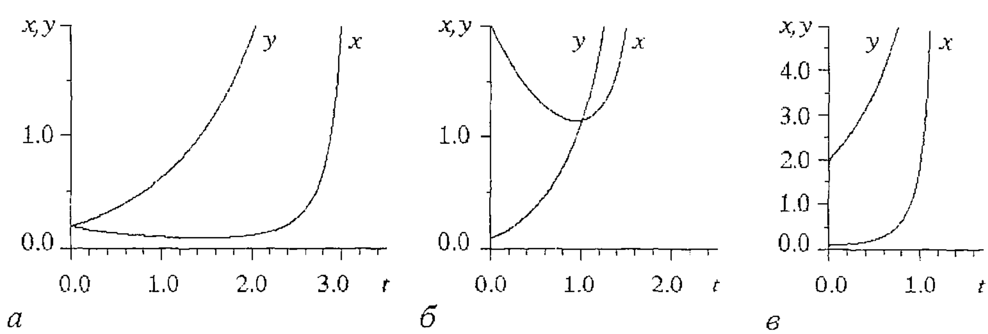

Рис. 11. Решения системы (1) для случая IV: *а* – x_0=0.2, y_0=0.2; *б* – x_0=2, y_0=0.1; *в* – x_0=0.1, y_0=2

двух стадий, соответствующих двум интервалам времени: медленного и быстрого возрастания, причем, чем ближе начальные состояния направлений, тем больший временной интервал занимает стадия медленного развития направления X (рис. 11, *а*, *в*).

Ситуация, когда начальное состояние научного направления X существенно лучше начального состояния Y, соответствует рис. 11, *б*. Здесь имеет место локальный минимум решения $x(t)$, что свидетельствует о временном ухудшении научных показателей направления X, что вполне соответствует его первоначальному статусу. Затем начинает проявляться позитивное влияние развивающегося направления Y и макропеременная x начинает монотонно возрастать.

6. Модель взаимодействия двух научных направлений противоположного характера развития с различным типом взаимного влияния

Пусть X – научное направление с отрицательной динамикой, оказывает негативное влияние на развивающееся направление Y, которое воздействует на X положительно, то есть $c_1=c_2=1$, $c_3=c_4=-1$ (случай V). Фазовые траектории системы (1) есть множество вложенных замкнутых кривых, а точка с координатами (1;1) – особая точка типа «центр» (см. рис. 2,*д*). Очевидно, решения $x(t)$ и $y(t)$ будут носить колебательный характер.

Изменяя начальные условия, можно получить периодические колебания от квазигармонических до релаксационных (рис.12). Поскольку стационарное решение, соответствующее положению равновесия, на практике не реализуется, начнем рассмотрение с колебаний малой амплитуды около состояния равновесия (см. рис. 12, *а*). Этому варианту можно поставить в соответствие взаимодействие хорошо сформировавшихся научных направлений, основанных на классическом знании и не несущих в себе «революционных» для современной науки идей. По мере удаления начальных условий от тех, что соответствуют колебаниям вблизи положения равновесия, изменения макропеременных становятся более релаксационными, амплитуда и период колебаний увеличиваются (см. рис.12, *б*, *в*). Это может соответствовать тем случаям, когда начальные условия либо слишком велики, либо малы. Действительно, замечательные результаты зачастую получают либо талантливые ученые, работающие за счет собственного энтузиазма в малых группах или индивидуально без каких-либо существенных вложений со стороны (относительно малые начальные условия), либо большие и хорошо финансируемые коллективы, работающие над четко поставленными задачами в рамках некоторого направления (относительно большие начальные условия). И в том, и в другом случаях решение научных проблем скорее всего будет носить импульсный характер, а время между такими импульсами может быть достаточно велико.

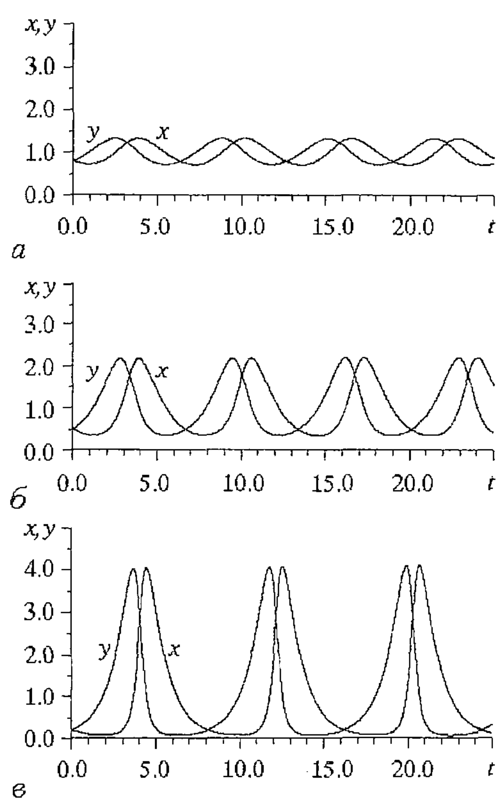

Рис. 12. Зависимости $x(t)$, $y(t)$ для случая V: *а* – $x_0=y_0=0.8$; *б* – $x_0=y_0=0.5$; *в* – $x_0=y_0=0.2$

Заключение

Обратимся к качественной интерпретации полученных результатов.

Ситуация, рассмотренная в разделе 2, типична для случая, когда некоторое научное направление, развиваясь, вынужденно обогащает другое направление с положительной динамикой, тем самым ограничивая свой собственный рост. Это может выразиться в том, что со временем оно либо полностью войдет в состав усиленной им области знания, либо отомрет, как исчерпавшее себя. Если такой результат взаимодействия нежелателен, необходимо внести факторы, изменяющие характер взаимодействия, или сводящие последнее к минимуму.

В условиях конкуренции двух развивающихся направлений результат взаимодействия напрямую зависит от соотношения начальных состояний: только направление с бо́льшим научным потенциалом имеет шанс развиваться в таких условиях. Эволюция другого направления неизбежно примет отрицательный характер. Однако, если начальные условия приблизительно одинаковы, показатели обоих направлений могут оставаться почти равными на протяжении интервала времени, который на практике может быть достаточно велик, чтобы одно из направлений исчерпало себя, либо данное взаимодействие разрушилось.

Кооперативное сосуществование двух направлений с изначально отрицательной динамикой может, как оказалось, приводить к их совместному росту, но это произойдет только в том случае, когда начальные условия превышают критические. В научной практике этому можно сопоставить достижения, происходящие на стыке научных направлений.

Если же кооперативное взаимодействие наблюдается для двух направлений, одно из которых развивается, а другое – деградирует, результат будет положительным при любых начальных условиях. Следует отметить только, что если показатели, характеризующие начальные состояния обоих направлений, малы, то позитивный результат взаимодействия будет наблюдаться не сразу, а через конечный интервал времени, который может оказаться критичным по отношению ко времени существования и взаимодействия направлений. В общем же случае данная модель иллюстрирует преимущества взаимного сотрудничества в науке: даже научное направление с изначально отрицательной динамикой может успешно развиваться на фоне прогрессивного направления.

И, наконец, обратимся к последнему из рассмотренных случаев, когда развивающееся направление поддерживает направление с изначально отрицательной динамикой и отрицательным типом влияния на первое. В результате получаем колебательный характер развития обоих направлений, причем колебания научных показателей сдвинуты по фазе друг относительно друга. Следует ожидать, что вероятность практической реализации рассмотренного результата достаточно велика, так как он отражает суть взаимодействия в самом общем смысле: всегда присутствует периодическое перераспределение научного потенциала между взаимодействующими областями и направлениями, что еще раз подчеркивает универсальность аппарата теории колебаний для описания подобных явлений.

Библиографический список

1. *Короновский А.А., Трубецков Д.И.* Нелинейная динамика в действии. Саратов: Изд–во ГосУНЦ «Колледж», 1995. 130 с.

2. *Иваницкий Г.Р.* На пути второй интеллектуальной революции // Техника кино и телевдения. 1988. № 5. С.33.

3. *Баутин Н.Н., Леонтович Е.А.* Методы и приемы качественного исследования динамических систем на плоскости. М.: Наука, 1990. 488 с.

Министерство общего и профессионального образования РФ

Колледж прикладных наук

Поступила в редакцию 29.09.97

Качак Валерий Владимирович – родился в Лисичанске на Украине (1948). Окончил Московский горный институт (1975). Защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора технических наук (1978). Работал научным сотрудником горного университета. С 1986 года сотрудник систем ВО СССР и РФ, в настоящее время заместитель начальника управления научно–исследовательских работ. Автор более 50 научных и научно–исследовательских статей. Сфера научных интересов: социологические и экологические проблемы развития науки в системе ВО.

Мчедлова Елена Сумбатовна – окончила Саратовский государственный университет (1993). Кандидат физико–математических наук (1996). Работает научным сотрудником ГосУНЦ «Колледж» Саратовского госуниверситета. Область научных интересов – нелинейная динамика распределенных систем, компьютерное моделирование в физике и биологии, методы анализа динамических систем. Автор ряда работ по построению и исследованию моделей структурированных потоков со сверхизлучением, изучению взаимодействий в больших ансамблях связанных автоколебательных систем.