



ДИНАМИКА ЦИФРОВОЙ СИСТЕМЫ ФАЗОВОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ ВТОРОГО ПОРЯДКА С СИНУСОИДАЛЬНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ ДЕТЕКТОРА И ОГРАНИЧИВАЮЩИМ ФИЛЬТРОМ

Д.Э. Палей

Рассмотрены общие свойства цифровых систем фазовой синхронизации второго порядка с синусоидальной характеристикой детектора и ограничивающим фильтром в цепи управления. Изучены основные типы периодических движений. Получены условия существования состояния равновесия и кратных захватов, оценены параметры системы, при которых невозможны предельные циклы второго рода. В пространстве параметров получены области устойчивости в целом.

Введение

Эффективность использования систем фазовой синхронизации (СФС), получивших широкое распространение в различных областях радиотехники, во многом определяется качеством их функционирования в предельных режимах при максимально возможных значениях параметров и частотных расстройках. Поведение системы в этих случаях является сугубо нелинейным. В основе его, как правило, лежат нелинейные свойства не только частотного детектора, но и других элементов. К числу таких звеньев в первую очередь следует отнести фильтр низких частот. Как показывает анализ, учет нелинейных свойств фильтра низких частот в ряде случаев может стать определяющим при оптимизации нелинейных режимов СФС, таких как характер переходных процессов и область устойчивости в целом.

Следует сказать, что цифровые СФС с двумя нелинейностями на сегодняшний день практически не изучены. Существует достаточно большое число работ, посвященных исследованию систем с синусоидальной характеристикой детектора. Однако в большинстве из этих работ рассматриваются модели различных порядков с линейным фильтром в цепи управления. Для примера можно назвать работы [1,2], где исследованы динамические характеристики дискретных СФС первого и второго порядков для случая нулевых начальных расстройок. В работе [3] полоса захвата дискретной СФС второго порядка исследуется при помощи частотных методов. В работах [4,5] аналитически изучены простейшие движения, для определения полосы захвата предложена методика, основанная на применении квазигармонического метода.

Системам с нелинейным фильтром посвящено ограниченное число работ. К их числу можно отнести работы автора [6,7], в которых предложены методики и алгоритмы, основанные на качественно-численном подходе, позволяющие

получить достаточно полные сведения о поведении дискретных СФС второго порядка с различными типами характеристик детектора и нелинейного фильтра.

Целью предлагаемой работы является изучение нелинейной динамики цифровой СФС второго порядка с синусоидальной характеристикой фазового детектора и нелинейным фильтром в цепи управления, характеристика которого представляет собой линейную с ограничением функцию. Подобный вид характеристики является типичным для фильтров на основе интеграторов в импульсных системах синхронизации или накапливающих сумматоров с насыщением в цифровых СФС [2,6]. Будем называть фильтр с нелинейностью этого типа ограничивающим.

В задачу исследования входит анализ общих свойств системы, типов возможных периодических движений. Конечным результатом является получение областей устойчивости в целом.

Объектом исследования выступает отображение второго порядка вида

$$\begin{cases} \varphi_{n+1} = \varphi_n - \alpha \sin \varphi_n + x_n, \\ x_{n+1} = g - \Phi(d(g - x_n) + \beta \sin \varphi_n), \end{cases} \quad (1)$$

где φ_n – разность фаз входного и выходного сигнала на входе фазового детектора в момент времени n ; x_n – нормированная мгновенная частота перестраиваемого генератора; α, β, d – параметры системы; g – нормированная частотная расстройка; $\Phi(y)$ – функция, описывающая нелинейные свойства фильтра и имеющая вид

$$\Phi(y) = \begin{cases} M, & y > M, \\ y, & |y| < M, \\ -M, & y < -M, \end{cases}$$

где M – максимальное значение $\Phi(y)$.

Фильтр состоит из параллельно соединенных нелинейного интегрирующего канала (дискретный коэффициент передачи его линейного аналога равен $W(z)=1/(z-d)$) и линейного пропорционального канала. Соответственно при $d < 1$ отображение (1) описывает цифровую СФС с нелинейным пропорциональным интегрирующим фильтром, при $d=1$ – с нелинейным интегратором [7].

1. Основные свойства системы

Из-за ограниченности функции $\Phi(y)$ фазовым пространством системы будет ограниченный по координате x цилиндр. Максимальное и минимальное значения координаты x соответственно равны $g \pm M$. Развертка фазового цилиндра показана на рис. 1. Выделим в фазовом пространстве следующие кривые: $L_{\varphi, m}$ – линии отображения с сохранением значения координаты φ по модулю 2π ; L_x – линию отображения с сохранением значения координаты x .

$$L_{\varphi, m}: x = \alpha \sin \varphi \pm 2\pi m; \quad m = 0 \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (2)$$

$$L_x: x = (-\beta \sin \varphi + g(1-d))/(1-d).$$

Соответственно отображения из состояния, находящегося в фазовом пространстве выше (ниже) кривой $L_{\varphi, m}$, происходят с увеличением (уменьшением) координаты φ , причем абсолютное ее приращение больше $2\pi m$. Отображения из состояния, находящегося выше (ниже) кривой L_x , происходят с увеличением (уменьшением) координаты x . Точки O_j пересечения кривых $L_{\varphi, 0}$ и L_x являются

равновесными состояниями системы. На пересечении кривой L_x и кривых $L_{\varphi, m}$ ($m=\pm 1, \pm 2, \dots$) возникают движения, которые в радиотехнике принято называть кратными захватами. В этих режимах отношение частот сигналов на входах фазового детектора равно целому числу. При этом значение наблюдаемой разности фаз $\varphi_n \bmod 2\pi$ остается неизменным с течением времени.

Циклом структуры (u/k) будем называть периодическое движение периода k , при котором абсолютное приращение координаты φ за период равно $2\pi u$. Согласно этому состояние синхронизма – цикл структуры $(0/1)$, а кратные захваты – это циклы структуры $(u/1)$ ($u=\pm 1, \pm 2, \dots$).

Из (1), (2) следует, что цикл структуры $(u/1)$ существует при выполнении условий

$$\begin{cases} |(g - 2\pi u)(1 - d)/[(1 - d)\alpha + \beta]| < 1, \\ M + g > \alpha(g - 2\pi u)(1 - d)/[(1 - d)\alpha + \beta], \\ -M + g < \alpha(g - 2\pi u)(1 - d)/[(1 - d)\alpha + \beta]. \end{cases} \quad (3)$$

При выполнении первого неравенства существует пересечение кривых $L_{\varphi, m}$ и L_x . При выполнении второго и третьего условий координата x точки этого пересечения находится в области фазового пространства, ограниченной $\Phi(y)$. При $u=0$ система (3) определяет условия существования состояния синхронизма.

Отображение (1) инвариантно относительно преобразования $g \rightarrow g + 2\pi m$ (где $m=\pm 1, \pm 2, \dots$). При этом все движения в системе переходят в подобные им движения, но при каждой итерации координата φ получает дополнительное приращение $2\pi m$, а координаты x всех точек изменяются на $2\pi m$, то есть циклы (u/k) переходят в циклы $(u+km)/k$. В силу этого без нарушения общности можно рассматривать g в пределах

$$0 < g < 2\pi.$$

Отображение (1) также инвариантно относительно преобразования

$$(\varphi, \alpha, \beta) \rightarrow (\varphi + \pi, -\alpha, -\beta). \quad (4)$$

При этом преобразовании все движения в системе переходят в подобные им движения. Координата x остается неизменной, а координата φ переходит в координату $\varphi + \pi$, то есть происходит поворот фазового цилиндра на π . Данное утверждение легко проверить непосредственной подстановкой в (1). Рассмотрим плоскость параметров (α, β) . Из (4) следует, что области существования всех движений располагаются симметрично относительно начала координат. Области локальной устойчивости состояний равновесия O_1, O_2 в пространстве параметров (α, β) не пересекаются и также симметричны относительно нуля.

Известно, что при $d < 1$ для произвольных параметров в фазовом пространстве существует притягивающий слой по координате x [2]. Для данной системы он определяется следующим образом:

$$g - |\beta|/(1-d) < x < g + |\beta|/(1-d).$$

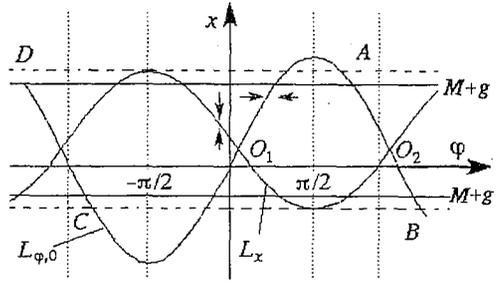


Рис. 1. Развертка фазового пространства системы фазовой синхронизации с синусоидальной характеристикой фазового детектора и ограничивающим фильтром

В силу этого, при анализе установившихся движений в фазовом пространстве можно ограничиться областью внутри притягивающего слоя. На рис. 1 притягивающий слой системы обозначен горизонтальным пунктиром. При выполнении условия

$$M > |\beta|(1-d) \quad (5)$$

притягивающий слой лежит внутри области фазового пространства, ограниченной $\Phi(y)$. Таким образом, при выполнении (5) нелинейность фильтра не влияет на поведение СФС в установившемся режиме.

Для практики особенно интересен случай, когда в системе невозможны движения с постоянным возрастанием или убыванием фазы. Оценим параметры системы, при которых это выполняется. Покажем, что вектор состояния системы не покидает ограниченной области фазового пространства при произвольных начальных условиях и выполнении неравенства

$$\alpha > M + g \quad \text{для } \alpha < 1 \quad (6)$$

и

$$\alpha > M + g, \quad -\arccos(1/\alpha) + (\alpha^2 - 1)^{1/2} + M + g < \pi/2 \quad \text{для } \alpha > 1.$$

Не теряя общности, будем рассматривать положительные расстройки.

При $\alpha > M + g$ кривая $L_{\varphi,0}$ пересекает обе границы $\Phi(y)$. Рассмотрим область G ($ABCD$) в фазовом пространстве, образованную верхней и нижней границей $\Phi(y)$, а также частями кривой $L_{\varphi,0}$, лежащими между точками A, B и C, D (см рис. 1). Эти точки лежат на пересечении $L_{\varphi,0}$ с границами $\Phi(y)$. Из построения следует, что область G представляет собой модифицированный период фазового тора. Найдем далее условия, при которых G отображается в себя. Для этого достаточно рассмотреть отображение первого порядка

$$\varphi_{n+1} = \varphi_n - \alpha \sin \varphi_n + M + g, \quad \text{где } \varphi_n \in (AD). \quad (7)$$

Если $\varphi_{n+1} < \pi/2$, то отображение происходит всегда внутри области G . Несложно видеть, что это всегда выполняется при $\alpha < 1$. В случае $\alpha > 1$ значение φ_{n+1} достигает максимума при $\varphi_n = -\arccos(1/\alpha)$. Таким образом, при выполнении (6) вектор состояния системы не покидает с течением времени область G и, следовательно, движения с постоянным возрастанием или убыванием фазы невозможны.

2. Анализ периодических движений для случая нулевых расстроек

Рассмотрим основные типы периодических движений, возникающих в данной системе. Проанализируем, какие из них и каким образом ограничивают область устойчивости в целом или область глобальной устойчивости (ОГУ) системы. Анализ начнем со случая нулевых начальных расстроек ($g=0$).

При малых значениях M в системе наблюдаются два основных типа движений.

Первый тип движений – цикл периода $k=2$ структуры $(0/2)_H$. Его точки лежат на границах нелинейности $\Phi(y)$ (подстрочным индексом H будем обозначать циклы, хотя бы одна точка которых лежит на границе $\Phi(y)$). Структура фазового пространства, при которой могут существовать циклы данного типа, показана на рис. 2. Для существования этого движения необходимо, чтобы отображение из каждой его точки происходило на границу $\Phi(y)$. Это эквивалентно выполнению условий

$$\begin{cases} \beta \sin \varphi_1 > g(1-d) + (1+d)M, \\ \beta \sin \varphi_2 < g(1-d) - (1+d)M, \end{cases} \quad (8)$$

где φ_1, φ_2 – координаты φ точек цикла на верхней и нижней границе $\Phi(y)$, соответственно. Так как итерации происходят с границ $\Phi(y)$, устойчивость данного движения определяется коэффициентами при координате φ в первом уравнении системы (1), линеаризованными в окрестности точек цикла. Они имеют следующий вид:

$$\rho_1 = 1 - \alpha \cos \varphi_1, \quad \rho_2 = 1 - \alpha \cos \varphi_2.$$

Движение будет устойчиво, когда выполняется условие

$$\rho_1 \rho_2 < 1 \quad \text{или} \quad (1 - \alpha \cos \varphi_1)(1 - \alpha \cos \varphi_2) < 1. \quad (9)$$

Таким образом, β определяет в пространстве параметров область существования цикла, а параметр α определяет область устойчивости.

Второй тип движений – циклы первого рода периода $k=1$ структуры $(0/1)_H$, возникающие на пересечении границ $\Phi(y)$ с кривой $L_{\varphi,0}$. Соответствующая структура фазового пространства показана на рис. 3. Для существования этих циклов необходимо, чтобы точки пересечения $L_{\varphi,0}$ и границ $\Phi(y)$ были притягивающими по координате x . Для движений на верхней границе это выполняется, когда кривая $L_{\varphi,0}$ пересекает $\Phi(y)$ под кривой L_x или, как это следует из (2), выполняются следующие условия:

$$\begin{cases} -\alpha > M + g, \\ -\beta/\alpha > M(1-d)/(M+g). \end{cases} \quad (10)$$

Аналогичное условие можно получить и для циклов на нижней границе $\Phi(y)$. В этом случае необходимо, чтобы кривая $L_{\varphi,0}$ пересекала ее над кривой L_x .

Аналогично циклу $(0/2)_H$, устойчивость определяется коэффициентами при координате φ в первом уравнении системы (1), линеаризованными в окрестности точек цикла, и задается неравенствами

$$\begin{aligned} 1 \pm \alpha[1 - [(M+g)/\alpha]^2]^{1/2} < 1, \\ 1 \pm \alpha[1 - [(-M+g)/\alpha]^2]^{1/2} < 1 \end{aligned} \quad (11)$$

для циклов на верхней и нижней границе, соответственно. На каждой границе $\Phi(y)$ существует по две точки этих циклов. Одна из них устойчива, другая – неустойчива.

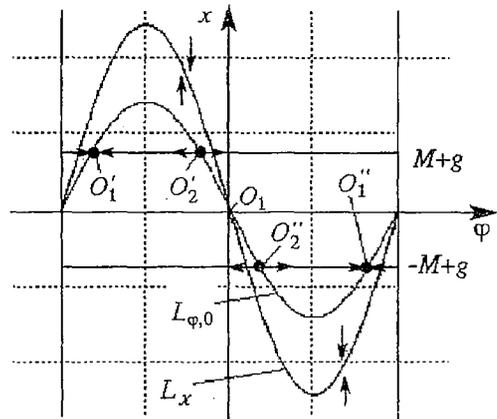
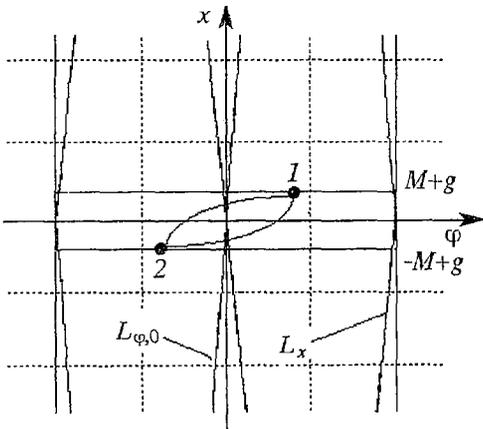


Рис. 2. Фазовый портрет цикла структуры $(0/2)_H$ Рис. 3. Фазовый портрет циклов структуры $(0/1)_H$

Отличительной особенностью рассмотренных циклов является то, что когда система находится в одном из них, разность фаз φ с течением времени остается постоянной. Отсюда следует вывод, что данные движения следует рассматривать как равновесные состояния, возникающие в системе при выполнении условий (10), (11). Обозначим эти состояния как O_1' , O_1'' . В отличие от состояния равновесия O_1 в O_1' , O_1'' поведение системы определяется только первым уравнением (1), где координата x равна $M+g$ для O_1' и $-M+g$ для O_1''

$$\varphi_{n+1} = \varphi_n - \alpha \sin \varphi_n + M + g. \quad (12)$$

Таким образом, в точках O_1' , O_1'' , система ведет себя как СФС первого порядка с ненулевой начальной расстройкой. На практике это означает, что нелинейный фильтр все время находится в насыщении и фактически вносит постоянное смещение по частоте. Рассмотрим поведение системы в окрестности этих точек. Сделаем это на примере O_1' . Отрезок на верхней границе $\Phi(y)$ между точками O_2' и точкой пересечения L_x с границей $\Phi(y)$ является притягивающим по координате x . Поэтому при выборе начальных условий на этом отрезке дальнейшее движение вектора состояния будет определяться уравнением (12) и происходить вдоль верхней границы $\Phi(y)$. При выборе начальных условий из области, прилегающей к верхней границе $\Phi(y)$, и выполнении условия

$$d(g-x_0) + \beta \sin \varphi_0 < M$$

за одну итерацию вектор состояния попадает на границу нелинейности фильтра и далее движение происходит опять вдоль границы $\Phi(y)$. Таким образом, и в окрестности состояний O_1' , O_1'' поведение системы практически полностью совпадает с поведением дискретного СФС первого порядка.

На рис. 4 в пространстве параметров (α, β) показаны границы существования вышеперечисленных циклов. Состояния O_1' , O_1'' существуют в области отрицательных α и определяют левую границу ОГУ. С увеличением M , согласно (10), (11), их правая граница сдвигается в сторону меньших α . Аналогичный

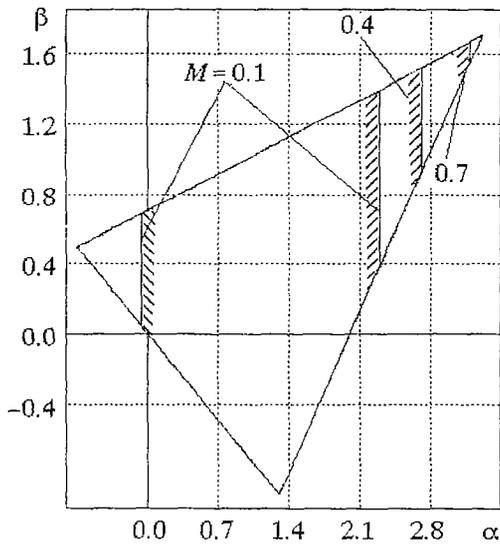


Рис. 4. Границы области глобальной устойчивости системы с ограничивающим пропорциональным интегрирующим фильтром для $g=0$, $d=0.3$

процесс происходит при увеличении d . В дискретных СФС с нелинейным интегратором ($d=1$) состояние синхронизма локально устойчиво только при положительных α и, следовательно, циклы данного типа не влияют на область устойчивости в целом.

Цикл $(0/2)_H$ существует в области больших α , β и определяет правую границу области устойчивости в целом. С увеличением d его граница сдвигается в сторону меньших α , а с увеличением M — в сторону больших α . В остальной области параметров, где выполняются условия локальной устойчивости состояния синхронизма, система глобально устойчива. Из приведенных графиков видно, что в пределах области локальной устойчивости граница возникновения данных циклов не зависит от β . Границы области устойчивости в

целом для данной системы при малых значениях M могут быть получены аналитически из выражений (8) – (11).

При увеличении M области существования рассмотренных циклов выходят за пределы области локальной устойчивости. Для значений M порядка единицы ОГУ системы практически совпадает с областью ее локальной устойчивости. С дальнейшим ростом M в области больших α, β возникает цикл первого рода структуры $(0/4)_H$. Область его существования показана на рис. 5, штриховкой отмечена область устойчивости в целом. Этот цикл является аналогом цикла $(0/4)$, существующего в системе с линейным фильтром. Вдоль своей верхней границы он теряет устойчивость с удвоением периода. Далее, с увеличением α, β происходит серия бифуркаций удвоения периода, сопровождающихся рождением соответствующих циклов. С увеличением периода циклов область их существования значительно уменьшается и в области больших α, β система опять становится глобально устойчива. При дальнейшем увеличении M начинает выполняться условие (5) и поведение системы совпадает с поведением СФС, имеющей линейный фильтр.

Для значений d , близких и равных единице, с увеличением M до значений, сравнимых с π , наряду с циклом $(0/4)$ возникают движения второго рода. Это прежде всего циклы $(1/2)_H, (1/3)_H$. Вначале их точки лежат на границе $\Phi(y)$, а с увеличением M отрываются от нее и переходят в соответствующие движения, характерные для системы с линейным фильтром [2,7].

3. Анализ периодических движений для случая отличных от нуля расстройк

Рассмотрим свойства системы при отличных от нуля расстройках ($g \neq 0$).

Для $d < 1$ при малых значениях M определяющими для ОГУ системы становятся условия существования состояния синхронизма (3). На рис. 6 представлено последовательное изменение области устойчивости в целом системы с ростом начальной расстройки для $M=0.4$ и $d=0.5$. При малых g в области больших α, β существует цикл $(0/2)_H$, характерный для случая нулевых расстройк. В области отрицательных α и малых β ОГУ системы ограничивается условиями существования состояния синхронизма (граница (R)). При увеличении g происходит дальнейшее ограничение ОГУ за счет уменьшения области параметров существования состояния синхронизма.

При достаточно больших расстройках возникает цикл второго рода структуры $(1/2)$ (рис. 6, б). Этот цикл характерен для систем с линейным фильтром [2]. В данном случае в области существования состояния равновесия точки этого цикла находятся внутри области $[M+g, -M+g]$ по координате x . При увеличении или уменьшении β точки этого цикла начинают ограничиваться $\Phi(y)$. После ограничения устойчивость цикла практически полностью определяется первым уравнением (1). Вследствие этого при ограничении область его существования зависит только от α . Этим явлением вызваны резкие перегибы области существования данного цикла на рис. 6, б.

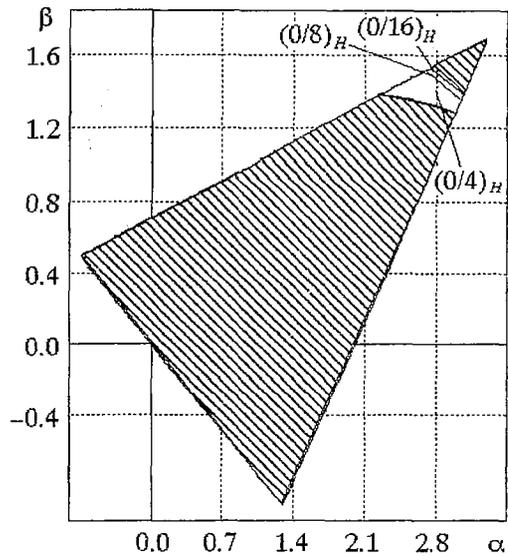


Рис. 5. Области существования различных периодических движений в системе с ограничивающим пропорциональным интегрирующим фильтром для $d=0.3, M=1.5, g=0$

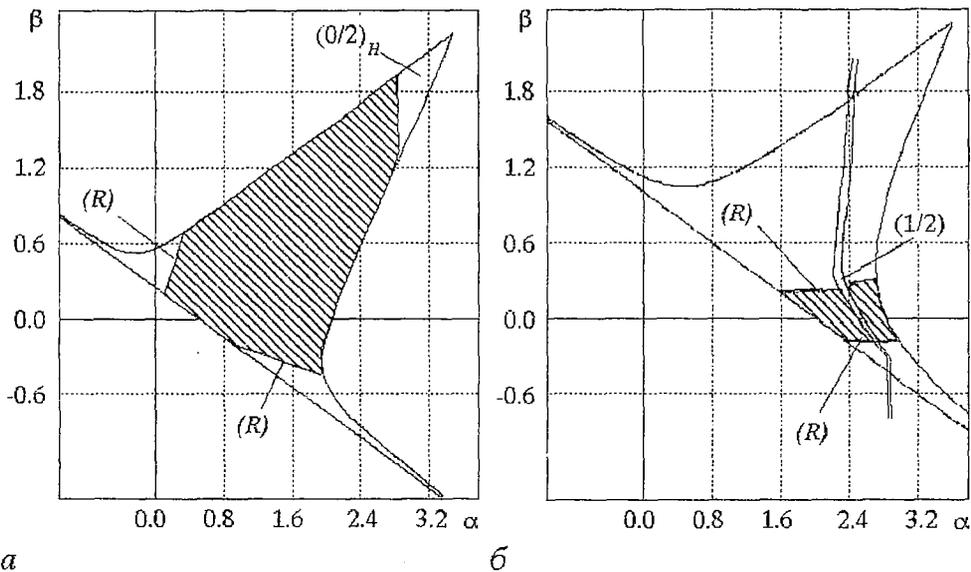


Рис. 6. Области существования различных периодических движений в системе с ограничивающим пропорциональным интегрирующим фильтром для $d=0.5$, $M=0.4$: а - $g=0.5$; б - $g=2.0$

При больших M уже незначительная расстройка приводит к исчезновению цикла $(0/4)$ в области больших α , β . Это, в свою очередь, приводит к тому, что ОГУ практически полностью совпадает с областью локальной устойчивости системы. Далее ОГУ, как это было и для малых M , с ростом g ограничивается условиями (3). Но, в отличие от предыдущего случая, при больших расстройках в области существования состояния равновесия возникает большое количество движений первого и второго рода (рис. 7). Это прежде всего циклы второго рода $(1/2)$, циклы первого рода $(0/3)$ и движения, возникающие при потере ими устойчивости с удвоением периода - циклы $(2/4) \dots (n/2^n)$, возникающие из $(1/2)$, и циклы $(0/6) \dots (0/3 \cdot 2^n)$, возникающие из $(0/3)$. Перечисленные движения характерны для системы с линейным фильтром. В данном случае из-за значительной величины M они не ограничиваются $\Phi(y)$. Отличительной особенностью СФС с нелинейным фильтром является ограничение области существования кратных захватов.

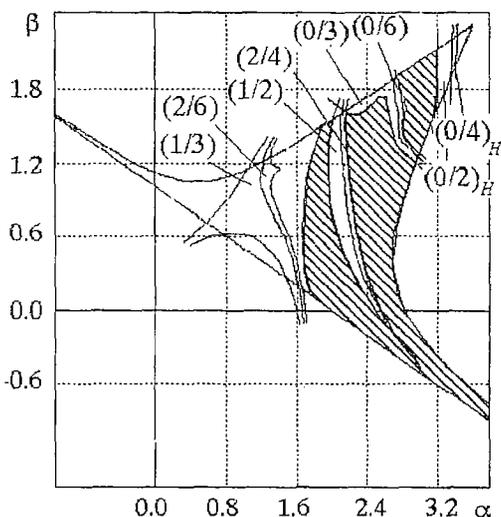


Рис. 7. Области существования различных периодических движений в системе с ограничивающим пропорциональным интегрирующим фильтром для $d=0.5$, $M=1.3$, $g=2.0$

Вследствие этого с увеличением расстройки наблюдается расширение ОГУ в сторону больших α , β . Правая граница ОГУ определяется в этом случае циклами структуры $(0/2)_n$. В отличие от подобных циклов, существующих в системе при малых M , только одна точка этого цикла лежит на границе $\Phi(y)$.

При дальнейшем увеличении g области существования вышеописанных движений смещаются в сторону меньших α . Вместе с тем происходит дальнейшее ограничение ОГУ условиями существования состояния синхронизма.

Для $d=1$ при выполнении условий

$$\begin{cases} M + g > 0, \\ -M + g < 0 \end{cases}$$

состояние синхронизма существует при любых α, β . Анализ показал, что при значениях $M+g < 1 \dots 1.5$ ОГУ практически совпадает с областью локальной устойчивости. При значениях $M+g$, сравнимых со значением π , в системе начнут возникать циклы второго рода, описанные выше для случая нулевых расстроек, которые порождаются соответствующими циклами системы с линейным фильтром.

4. Анализ полосы захвата

Для практического использования важно иметь графики полосы захвата (области устойчивости в целом в пространстве параметров: коэффициент усиления в системе, относительная начальная расстройка). Приведем такие зависимости для цифровой СФС с нелинейным пропорциональным интегрирующим фильтром для различных значений M (рис. 8). Построение выполнено в координатах: β – обобщенный коэффициент усиления (без учета фильтра), γ_3 – полоса захвата. Параметр m – коэффициент усиления линейного пропорционального канала ($\alpha = m\beta$).

Пунктиром отмечена граница существования состояния синхронизма. В результате анализа установлено, что при малых значениях M полоса захвата системы определяется, в основном, условиями существования состояния равновесия (3). С увеличением M при выполнении условий (3) полоса захвата начинает определяться периодическими и квазипериодическими движениями второго рода. При этом координата x большинства точек этих циклов располагается на границах $\Phi(y)$. С дальнейшим ростом M циклы второго рода перемещаются в область фазового пространства, не ограниченную $\Phi(y)$, и полоса захвата перестает зависеть от параметров нелинейности фильтра ($M > 0.9$). В этом случае она определяется движениями, которые характерны для системы с линейным фильтром.

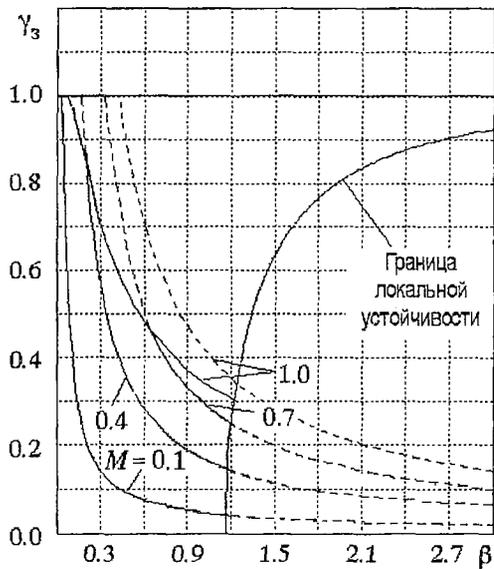


Рис. 8. Полоса захвата цифровой системы фазовой синхронизации с ограничивающим пропорциональным интегрирующим фильтром для $d=0.6, m=1$

Заключение

В статье изучены основные свойства дискретной СФС второго порядка с ограничивающим фильтром. Исследованы основные типы возможных в данной системе периодических и квазипериодических движений, их бифуркации и влияние на область устойчивости в целом. В частности, оценены параметры системы, при которых она глобально устойчива. Проведенный анализ позволил определить границы области глобальной устойчивости в пространстве параметров (α, β) и получить точные графики полосы захвата. Результаты исследований позволяют судить о свойствах и качественном поведении системы в зависимости от ее параметров и, что особенно важно, в зависимости от параметров нелинейного фильтра. Полученные данные могут быть использованы научными работниками и специалистами в области систем синхронизации для исследования и разработки различных типов дискретные СФС, оптимизации режимов их функционирования.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (№ 96-02-17338а).

Библиографический список

1. *Белых В.Н., Лебедева Л.В.* Исследование одного отображения окружности // Прикладная математика и механика. 1982. Т.46, вып.5. С.771.
2. *Лебедева Л.В.* Качественное поведение траекторий и бифуркации дискретных фазовых систем: Дис. ... канд. физ. мат. наук. Н. Новгород, 1993.
3. *Корякин Ю.А., Леонов Г.А.* Определение полосы захвата в системах импульсно-фазовой автоподстройки частоты // Радиотехника. 1977. Т.32, № 6. С. 65.
4. *Шахтарин Б.И.* Квазигармонический метод и его применение к анализу нелинейных фазовых систем. М.: Энергоатомиздат, 1987.
5. *Шахтарин Б.И., Курочка Б.Я.* Исследование динамики дискретной фазовой автоматической системы второго порядка // РЭ. 1984. № 7. С. 1385.
6. *Палей Д.Э., Казаков Л.Н.* Динамика дискретной системы второго порядка с несколькими нелинейностями // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1995. № 3. С.61.
7. *Палей Д.Э.* Нелинейная динамика дискретной системы фазовой синхронизации с двумя нелинейностями // Тез. докл. ЛП Научной сессии, посвященной Дню радио. М., 1997. С.137.

Ярославский государственный
университет

Поступила в редакцию
после переработки

16.09.98
13.11.98

DYNAMICS OF SECOND ORDER DIGITAL PLL WITH DETECTOR SINE-FORM CHARACTERISTIC AND LIMITED FILTER

Paley D.E.

Common properties of second order digital PLL with detector sine-form characteristic and limited filter in control circuit are considered. Periodical movements main types are studied. Stability states and multiple frequencies synchronization existing conditions are got. Estimation of system parameters when second type cycles doesn't exist are found. Global stability area was got in parameters space.



Палей Дмитрий Эзрович – родился в 1967 году в Калининграде. В 1991 году окончил физический факультет Ярославского государственного университета. После окончания ЯрГУ – научный сотрудник кафедры радиофизики, с 1997 года – кафедры динамики электронных систем. Область научных интересов: сложная динамика нелинейных отображений, дискретные системы фазовой синхронизации.