Изв.вузов «ПНД», т.4, № 3, 1996 УДК 519.7

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МОДИФИЦИРОВАННЫХ УРАВНЕНИЙ ВАЙДЛИХА ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ СОЦИАЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ

А.А. Короновский, Д.И. Трубецков

В работе приведены результаты исследования системы модифицированных уравнений Вайдлиха, с помощью которой возможно качественное описание широкого круга процессов, происходящих в человеческом обществе. Приведено несколько примеров, показывающих применение данной системы уравнений для моделирования конкретных социальных явлений. Показана возможность рождения хаотических колебаний в системе через каскад бифуркаций удвоения периода.

1. Основные уравнения и их качественное исследование

Математическое моделирование процессов, происходящих в человеческом обществе, весьма проблематично из-за исключительной сложности изучаемого объекта. Тем не менее, к настоящему времени известно большое число математических моделей, описывающих самые различные социальные ситуации. На наш взгляд, все эти модели можно условно разделить на две группы:

1) Количественные математические модели. К ним могут быть отнесены модели, в основе которых лежит аппарат теории вероятностей (см., например, [1,2]), а также количественные модели, опирающиеся на соотношения, полученные из каких-либо соображений, иногда весьма общих и неконкретных (см., например, [3]).

2) Простые качественные модели, не претендующие на глобальность, а отражающие лишь основные, наиболее важные и характерные обстоятельства исследуемых социальных процессов. К этой группе моделей может быть отнесена, например, красивая и достаточно простая модель «производитель - продукт - управленцы», предложенная Ю.И. Неймарком [4].

Математические модели первой группы, как правило, сложны и громоздки, их построение требует больших материальных и трудовых затрат. Кроме того, для получения хорошего количественного соответствия построенной модели реальным процессам приходится опираться на анализ статистических данных, что с неизбежностью ведет к существенному ограничению применимости этих моделей как временными, так и географическими рамками. Математические модели второй группы лишены этих недостатков и, несмотря на кажущуюся простоту, имеют большое познавательное значение. Понятно, что при использовании этих моделей уже приходится говорить не о количественном соответствии результатов реально протекающим процессам, а лишь о качественном анализе ситуации. Однако при этом возможно детальное понимание поведения модели, а следовательно, в определенной степени и качественное понимание динамики реальных процессов, что подчас не менее важно, чем получение частных количественных данных.

Ко второй группе относятся, в частности, математические модели Вайдлиха, при создании которых использовался макроскопический подход, основанный на «полуколичественных рассуждениях» [5]. К числу несомненных достоинств данной группы моделей следует отнести их наглядность, «прозрачность» для понимания, а также тот факт, что они могут быть применены для качественного описания весьма широкого круга социальных процессов. Тем не менее, совершенно очевидно, что предложенные модели сильно идеализированы: при описании явлений, происходящих в обществе, учитываются лишь два наиболее существенных, по мнению авторов, фактора, и в ряде случаев этого оказывается недостаточно. В настоящей работе предложенные математические модели будут видоизменены и расширены, будет рассмотрена их динамика и приведены несколько конкретных примеров применения системы модифицированных уравнений Вайдлиха для качественного описания социальных процессов.

Введем, вслед за Вайдлихом, макропеременные, которые будут характеризовать состояние некоторой социальной системы. Для начала будем рассматривать эти макропеременные абстрактно, полностью пренебрегая их конкретным содержанием. На данном этапе для нас важно лишь то, что этим переменным может быть приписано некое реальное смысловое содержание, что они могут быть определены количественно любым способом и принимают непрерывные положительные значения. Предположим также, что эти макропеременные могут взаимодействовать друг с другом, а так как они «оторваны от реальной жизни», то и их взаимодействие может быть описано численно, без выяснения и учета механизмов взаимовлияния.

Вполне естественно предположить, что макропеременные могут влиять друг на друга по-разному: к примеру, переменная x может как увеличивать значение переменной y, так и наоборот, уменьшать его. Разумеется, степень влияния переменной x на переменную y будет зависеть от численных значений этих переменных. Более того, сам характер воздействия переменной x на переменную y (поддержание или подавление) может изменяться и зависеть от величины x. Макропеременная x может - в зависимости от собственной амплитуды - переключаться с подавления переменной y на поддержание, и наоборот.

Вслед за Вайдлихом будем называть переменную x кооперативной по отношению к переменной y, если x стремится увеличить значение y при больших собственных значениях и уменьшить при малых. Иными словами, кооперативная переменная стремится сравнять значение другой переменной, на которую она действует, со своим собственным значением. Но возможен и другой вариант: переменная x будет подавлять переменную y в том случае, если значение x велико, и усиливать, если x имеет малую величину. Следовательно, переменная x стремится противопоставить величину переменной y своей собственной величине. В этом случае будем называть переменную x антагонистической по отношению к y.

Подобный характер взаимодействия - кооперативный или антагонистический - довольно часто встречается в социальных системах и, следовательно, данный подход (конечно, памятуя о том, что он существенно идеализирован) можно применять для описания весьма широкого круга явлений.

Будем рассматривать три переменные x, y и z, которые оказывают друг на друга кооперативное или антагонистическое воздействие. Причем вполне естественно, что переменная x может, к примеру, оказывать кооперативное воздействие на переменную y и в то же время антагонистическое - на z. Система эволюционных уравнений, рассматриваемых ниже, имеет вид

$$
\begin{aligned}
dx/d\tau &= x[a(y,z)s - x],\\
dy/d\tau &= y[b(x,z)s - y], \qquad (1)\\
dz/d\tau &= z[c(x,y)s - z],
\end{aligned}
$$

где τ - безразмерное время; s - регулируемый параметр, характеризующий степень влияния макропеременных друг на друга; $a(y,z)$, $b(x,z)$, $c(x,y)$ - функции влияния, обусловливающие кооперативный или антагонистический характер взаимодействия макропеременных. Эти функции выбраны в виде

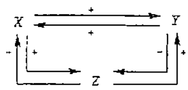
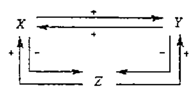
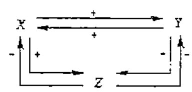
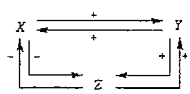
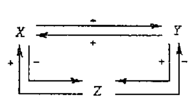
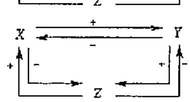
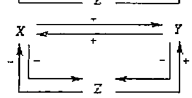
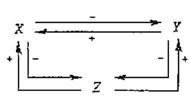
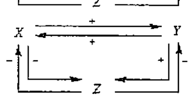
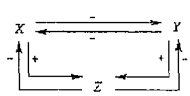
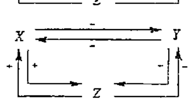
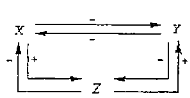
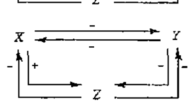
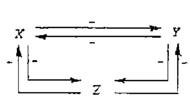
$$\begin{aligned} a(y,z) &= \pm A_{yx}\, \mathrm{th}[k(y - y_{sx})] \pm A_{zx}\mathrm{th}[k(z - z_{sx})]\,, \\ b(x,z) &= \pm A_{xy}\, \mathrm{th}[k(x - x_{sy})] \pm A_{zy}\, \mathrm{th}[k(z - z_{sy})], \\ c(x,y) &= \pm A_{xz}\, \mathrm{th}[\mathrm{k}(x - x_{sz})] \pm A_{yz}\, \mathrm{th}[\mathrm{k}(y - y_{sz})], \end{aligned} \qquad (2)$$

где x_{sy}, x_{sz}, y_{sx}, y_{sz}, z_{sx}, z_{sy} - точки переключения функций влияния, при пересечении которых происходит изменение характера взаимодействия макропеременных (с подавления на усиление или наоборот). Знак «+» перед соответствующей константой, характеризующей интенсивность воздействия данной переменной на другую (A_{yx}, к примеру, характеризует интенсивность воздействия макропеременной y на переменную x), выбирается в том случае, если эта переменная оказывает кооперативное воздействие, и «-» - если антагонистическое. Нетрудно видеть, что даже при $x_{sy}=x_{sz}=x_s$, $y_{sx}=y_{sz}=y_s$, $z_{sx}=z_{sy}=z_s$ (а именно этот случай для простоты мы будем рассматривать в дальнейшем) существует 2^6 различных вариантов взаимодействия между тремя макропеременными. Исследование всех возможных ситуаций - занятие весьма трудоемкое и ненужное. Можно существенно упростить задачу, предположив, что все макропеременные имеют одинаковую «интенсивность воздействия», то есть положив все константы A_{ij} $(i,j=x,y,z)$ в функциях влияния равными друг другу. В этом случае необходимо исследовать всего лишь 16 различных вариантов, которые приведены в таблице. Символ «+» в записи «$X \underset{-}{\overset{+}{\rightleftarrows}} Y$» говорит о том, что x является кооперативной переменной по отношению к y, в то время как «-» свидетельствует об антагонистическом воздействии y на x. Исследование проводилось при помощи численного моделирования методом Рунге - Кутта четвертого порядка с шагом интегрирования h=0.005 при следующих выбранных параметрах: s=5, k=1, x_s=4.5, y_s=4.25, z_s=4.1, $A_{xy}=A_{xz}=A_{yx}=A_{yz}=A_{zx}=A_{zy}=1$. Устойчивые точки определяются из решений соответствующих трансцендентных уравнений $x[a(y,z)s- x] = 0$, $y[b(x,z)s- y]=0$, $z[c(x,y)s- z]=0$, но как показывают результаты численного моделирования, получающиеся значения x^*, y^*, z^* не сильно отличаются от $2s$ и x_s, y_s, z_s, соответственно, а при выборе больших k (точнее, при $k \to +\infty$) или в случае кусочно-разрывных функций, предложенных Вайдлихом [5], совпадают с ними. Поскольку эти небольшие отличия не играют роли в понимании динамики системы и не существенны для анализа социальных процессов, так как речь идет, опять-таки, прежде всего о качественном соответствии, в дальнейшем не будем акцентировать внимание на этих отличиях, хотя помнить о них и иметь их в виду все-таки стоит. Именно для этих целей мы ставим в таблице над соответствующими значениями символ «*».

Устойчивые состояния равновесия разделены сепаратрисными поверхностями, и в зависимости от того, в бассейне притяжения какого аттрактора лежит изображающая точка, соответствующая начальным условиям, система с течением времени приходит к тому или иному устойчивому состоянию равновесия.

Теперь можно приписать макропеременным некоторое конкретное содержание: выделив три основные величины, наиболее полно характеризующие состояние социальной системы (мы ведем речь о моделировании социальных процессов, но, разумеется, можно применять подобный подход и к качественному описанию других процессов, например, биологических), и, установив характер взаимовлияния между этими величинами (то есть установив, какими являются взаимосвязи - кооперативными или антагонистическими), используя данные таблицы, можно попытаться качественно описать динамику системы, объяснить на

Таблица

	Характер взаимовлияния	Вид функций влияния	Поведение системы	Примечания
1		$a(y,z) = +\operatorname{th}(y-y_s) + \operatorname{th}(z-z_s)$ $b(x,z) = +\operatorname{th}(x-x_s) + \operatorname{th}(z-z_s)$ $c(x,y) = +\operatorname{th}(x-x_s) + \operatorname{th}(y-y_s)$	(0,0,0), $(2s^*, 2s^*, 2s^*)$ устойчивые узлы	
2		$a(y,z) = +\operatorname{th}(y-y_s) + \operatorname{th}(z-z_s)$ $b(x,z) = +\operatorname{th}(x-x_s) + \operatorname{th}(z-z_s)$ $c(x,y) = +\operatorname{th}(x-x_s) - \operatorname{th}(y-y_s)$	(0,0,0) - устойчивый узел	
3		$a(y,z) = +\operatorname{th}(y-y_s) + \operatorname{th}(z-z_s)$ $b(x,z) = +\operatorname{th}(x-x_s) + \operatorname{th}(z-z_s)$ $c(x,y) = -\operatorname{th}(x-x_s) - \operatorname{th}(y-y_s)$	(0,0,0) - устойчивый узел	
4		$a(y,z) = +\operatorname{th}(y-y_s) - \operatorname{th}(z-z_s)$ $b(x,z) = +\operatorname{th}(x-x_s) - \operatorname{th}(z-z_s)$ $c(x,y) = +\operatorname{th}(x-x_s) + \operatorname{th}(y-y_s)$	(0,0,0) - устойчивый узел	
5		$a(y,z) = +\operatorname{th}(y-y_s) - \operatorname{th}(z-z_s)$ $b(x,z) = +\operatorname{th}(x-x_s) + \operatorname{th}(z-z_s)$ $c(x,y) = -\operatorname{th}(x-x_s) + \operatorname{th}(y-y_s)$	(0,0,0) - устойчивый узел	
6		$a(y,z) = +\operatorname{th}(y-y_s) + \operatorname{th}(z-z_s)$ $b(x,z) = +\operatorname{th}(x-x_s) - \operatorname{th}(z-z_s)$ $c(x,y) = -\operatorname{th}(x-x_s) + \operatorname{th}(y-y_s)$	(0,0,0) - устойчивый узел	
7		$a(y,z) = -\operatorname{th}(y-y_s) + \operatorname{th}(z-z_s)$ $b(x,z) = +\operatorname{th}(x-x_s) - \operatorname{th}(z-z_s)$ $c(x,y) = -\operatorname{th}(x-x_s) + \operatorname{th}(y-y_s)$	(0,0,0) - устойчивый узел	
8		$a(y,z) = +\operatorname{th}(y-y_s) - \operatorname{th}(z-z_s)$ $b(x,z) = +\operatorname{th}(x-x_s) + \operatorname{th}(z-z_s)$ $c(x,y) = -\operatorname{th}(x-x_s) - \operatorname{th}(y-y_s)$	$(0,0,2s^*)$ - устойчивый узел	
9		$a(y,z) = +\operatorname{th}(y-y_s) + \operatorname{th}(z-z_s)$ $b(x,z) = -\operatorname{th}(x-x_s) + \operatorname{th}(z-z_s)$ $c(x,y) = -\operatorname{th}(x-x_s) - \operatorname{th}(y-y_s)$	$(0,y_s^*,z_s^*)$ - устойчивый фокус	
10		$a(y,z) = +\operatorname{th}(y-y_s) - \operatorname{th}(z-z_s)$ $b(x,z) = +\operatorname{th}(x-x_s) - \operatorname{th}(z-z_s)$ $c(x,y) = -\operatorname{th}(x-x_s) + \operatorname{th}(y-y_s)$	(0,0,0), $(2s^*,2s^*,0)$ - устойчивые узлы	
11		$a(y,z) = -\operatorname{th}(y-y_s) - \operatorname{th}(z-z_s)$ $b(x,z) = -\operatorname{th}(x-x_s) - \operatorname{th}(z-z_s)$ $c(x,y) = +\operatorname{th}(x-x_s) + \operatorname{th}(y-y_s)$	$(0,2s^*,0)$, $(2s^*,0,0)$ - устойчивые узлы	
12		$a(y,z) = -\operatorname{th}(y-y_s) + \operatorname{th}(z-z_s)$ $b(x,z) = -\operatorname{th}(x-x_s) + \operatorname{th}(z-z_s)$ $c(x,y) = -\operatorname{th}(x-x_s) - \operatorname{th}(y-y_s)$	$(0,y_s^*,z_s^*)$, $(x_s^*,0,z_s^*)$ - устойчивые фокусы	рис.1,2
13		$a(y,z) = -\operatorname{th}(y-y_s) + \operatorname{th}(z-z_s)$ $b(x,z) = -\operatorname{th}(x-x_s) - \operatorname{th}(z-z_s)$ $c(x,y) = +\operatorname{th}(x-x_s) - \operatorname{th}(y-y_s)$	$(0,2s^*,0)$ $(2s^*,0,2s^*)$ устойчивые узлы	рис.4
14		$a(y,z) = -\operatorname{th}(y-y_s) - \operatorname{th}(z-z_s)$ $b(x,z) = -\operatorname{th}(x-x_s) + \operatorname{th}(z-z_s)$ $c(x,y) = +\operatorname{th}(x-x_s) - \operatorname{th}(y-y_s)$	$(x_s^*,\bar{y},z_s^*)$ - устойчивый фокус $(s<6)$; $s>6$ - предельный цикл	рис.5,6
15		$a(y,z) = -\operatorname{th}(y-y_s) - \operatorname{th}(z-z_s)$ $b(x,z) = -\operatorname{th}(x-x_s) - \operatorname{th}(z-z_s)$ $c(x,y) = +\operatorname{th}(x-x_s) - \operatorname{th}(y-y_s)$	$(0,2s^*,0)$ - устойчивый узел $(x_s,0,z_s)$ - устойчивый фокус	рис.3
16		$a(y,z) = -\operatorname{th}(y-y_s) - \operatorname{th}(z-z_s)$ $b(x,z) = -\operatorname{th}(x-x_s) - \operatorname{th}(z-z_s)$ $c(x,y) = -\operatorname{th}(x-x_s) - \operatorname{th}(y-y_s)$	$(2s^*,0,0)$, $(0,2s^*,0)$, $(0,0,2s^*)$ - устойчивые узлы	

основании этого процессы, протекающие в реальной социальной системе, и с большей или меньшей степенью точности спрогнозировать дальнейшее развитие ситуации, а также указать возможности воздействия на происходящие события.

Не будем подробно рассматривать все возможные случаи, а ограничимся рассмотрением лишь тех, которые представляются, на наш взгляд, наиболее интересными. Отметим, что каждый пункт таблицы может соответствовать нескольким различным социальным явлениям и процессам.

Кроме того, еще раз дополнительно подчеркнем, что речь идет только о качественном, «получисленном» анализе, и нет претензий на какие-либо глобальные обобщения.

2. Интерпретация моделей

2.1. ***Развитие системы образования в условиях конкуренции.*** Рассмотрим случай 12 таблицы (рис. 1) и применим его к конкретной ситуации. Пусть в некоторой области существуют два учебных заведения одинакового профиля и уровня подготовки. Число лиц, обучающихся в каждом из этих учебных заведений (число студентов) мы будем характеризовать переменными x и y,соответственно, а число лиц, желающих поступить в одно из этих учебных заведений (число абитуриентов) - макропеременной z. Установим характер взаимодействия между введенными макропеременными. Естественно предположить, что z (число абитуриентов) оказывает кооперативное воздействие на макропеременные x и y (то есть, на число студентов соответствующих учебных заведений): чем больше число абитуриентов, тем, в конечном счете, больше студентов в учебных заведениях, и, наоборот, отсутствие абитуриентов неизбежно ведет к уменьшению числа студентов в учебных заведениях. В свою очередь, макропеременные x и y являются антагонистическими по отношению к z: чем больше студентов в учебных заведениях, тем в большей степени удовлетворена потребность абитуриентов в получении образования, тем большее число лиц перешло из лагеря абитуриентов в лагерь студентов, что, естественно, приводит к уменьшению числа абитуриентов. С другой стороны, в случае малого числа студентов (малые x и y), потребность в получении образования у населения остается неудовлетворенной, что приводит к росту числа абитуриентов (к увеличению макропеременной z).

С учетом конкуренции, естественно предположить взаимоантагонистический характер взаимодействия между переменными x и y: действительно, чем большее число студентов обучается в одном из учебных заведений (скажем, x - велико), чем лучше идут дела у этого учебного заведения, тем большей популярностью оно пользуется, тем большее число абитуриентов желает учиться именно в этом учебном заведении, что не может не привести к оттоку абитуриентов из конкурирующего учебного заведения и, как следствие, к уменьшению в нем числа студентов. И наоборот, чем меньше студентов в учебном заведении, тем меньше престижность этого учебного заведения, что приводит к увеличению числа абитуриентов, желающих поступить в другое учебное заведение.

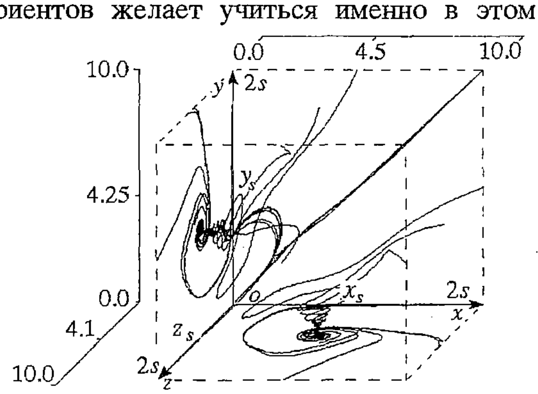


Рис. 1. Конкуренция двух учебных заведений. x, y - численность студентов в учебных заведениях, z - численность абитуриентов. Показана динамика системы в зависимости от начальных условий: s=5, x_s=4.5, y_s=4.25, z_s=4.1

Как же развиваются события? Из таблицы видно, что в зависимости от начальных условий, система после переходного процесса приходит к одному из двух устойчивых состояний равновесия $(x_s^*,0,z_s^*)$ или $(0,y_s^*,z_s^*)$. Во время переходного процесса (который в

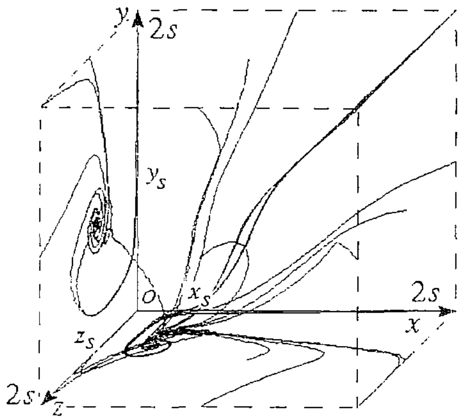


Рис. 2. Конкуренция двух учебных заведений. В отличие от рис. 1, уменьшено значение точки переключения x_s (x_s=1.25): большинство фазовых траекторий стягивается к устойчивому фокусу (x_s^*,0,z_s^*)

реальном времени может быть весьма длительным и занимать, скажем, десятилетия) учебное заведение, дела в котором изначально обстояли хуже (иными словами, изображающая точка в начальный момент времени лежала в бассейне притяжения аттрактора, соответствующего другому учебному заведению), постоянно теряет студентов; отчасти из-за того, что студенты переходят в другое, более престижное заведение, отчасти из-за нежелания абитуриентов поступать в учебное заведение, имеющее плохую репутацию. Из года в год число студентов, обучающихся в этом учебном заведении, уменьшается, само учебное заведение «хиреет» и в конце концов в этом учебном заведении остается лишь небольшое число студентов, которые не обладают достаточными знаниями и уверенностью в своих силах, и которые выбрали данное учебное заведение только лишь потому, что в него легче поступить из-за отсутствия конкуренции. В другом учебном заведении дела идут лучше, оно пользуется популярностью, почти весь поток абитуриентов желает учиться именно в этом учебном заведении, и число студентов этого учебного заведения колеблется, в зависимости от числа абитуриентов, около некоего среднего значения, определяемого точкой переключения.

Подведем некоторые итоги: в условиях конкуренции из двух учебных заведений «выживает» то, которое первоначально имело лучшую репутацию. Более того, попытка открыть в области, где уже есть учебное заведение, новое учебное заведение подобного же профиля и качества образования, заранее обречена на неудачу. Но как же быть руководству того учебного заведения, которому уготована печальная участь быть закрытым? Ответ можно дать, исходя из анализа построенной модели: поверхность, разделяющая бассейны притяжения аттракторов, проходит через точку переключения (x_s,y_s,z_s). Необходимо расширить границы бассейна притяжения аттрактора, соответствующего Вашему учебному заведению (рис. 2). Для этого необходимо уменьшить значение той координаты точки переключения, которая «отвечает» за Ваше учебное заведение (на рисунке это x_s). Уменьшая значение x_s, Вы существенно расширяете бассейн притяжения устойчивого фокуса (x_s^*,0,z_s^*). В этом случае, если изображающая точка в начальный момент времени оказывается теперь в бассейне притяжения устойчивого фокуса, соответствующего Вашему учебному заведению, то Вам удастся в конечном итоге «перетянуть» студентов и абитуриентов в свое учебное заведение. Иными словами, старайтесь всячески уменьшить количество студентов в Вашем учебном заведении до такого значения, при достижении которого функция влияния начинает оказывать подавляющее воздействие на Вашего конкурента. Не гонитесь за количеством студентов, а обращайте повышенное внимание на качество обучения, на репутацию Вашего учебного заведения и вполне возможно, что изменив параметры системы, Вы сумеете переломить ход событий, изменив ситуацию в свою пользу.

2.2. Формирование общественного мнения. Как видим, полученные результаты в достаточной степени правдоподобны и, по крайней мере, не противоречат здравому смыслу. Попробуем теперь применить этот же подход к анализу другой социальной ситуации и попытаемся смоделировать процесс формирования общественного мнения.

Пусть существуют две партии, имеющие различные позиции (а может быть, и прямо противоположные) по какому-либо животрепещущему вопросу. Заметим, однако, что не стоит ограничивать себя пониманием слова «партия» как жесткой общественно-политической структуры со строгим членством, уставом, внутренней иерархией, программными документами и т.д. В данном случае, вполне возможно (и, может быть, даже необходимо) понимать слово «партия» как позицию, как мнение, точку зрения части населения по тому или иному вопросу. Однако в дальнейшем для краткости мы будем употреблять все-таки слово «партия». Пусть, далее, x и z - влиятельность или «вес» каждой партии (или опять-таки, «вес» части населения, поддерживающей ту или иную позицию), а y - «вес» группы людей, не поддерживающих ни то, ни другое направление. Под словом «вес» можно понимать, прежде всего, численность партии, хотя это и не совсем верно, ибо влиятельность партии (группы людей) зависит не только от ее численности, но и от активности ее членов; поэтому под словом «вес» правильнее будет понимать совокупность всех этих факторов. Представляется вполне очевидным, что отношения между партиями и политически пассивной частью населения взаимоантагонистические: чем больше людей поддерживают ту или иную позицию, тем меньше оказывается численность (и, следовательно, «вес») «болота», не имеющего определенного мнения, и наоборот. Партии же могут оказывать друг на друга как кооперативное, так и антагонистическое влияние. Так, если в партии, описываемой переменной x, число членов растет по мере того, как члены другой партии разочаровываются в своих взглядах и переходят на сторону противника, и, наоборот, уменьшается по мере роста влияния и популярности партии, характеризуемой переменной z, то ясно, что z является антагонистической переменной по отношению к x. Но вполне возможна и иная ситуация: руководство партии, которой соответствует переменная z, «благодушествует» и не предпринимает никаких активных действий, пока партия противников имеет малый «вес» и не пользуется популярностью, но развивает бурную политическую деятельность, как только у противников дела идут на лад и число членов их партии увеличивается. В этом случае x является кооперативной переменной по отношению к z. Представляется весьма вероятным, что именно второй тип взаимодействия характерен для России, где традиционными являются действия по принципу «пока гром не грянет...».

Рассмотрим вышеописанную ситуацию, которой, как нетрудно видеть, соответствует случай 15 таблицы (рис. 3). Как видим, возможны два варианта развития событий в зависимости от начальных условий. Если изначально большая часть населения пассивна, то обе партии теряют своих и без того немногочисленных сторонников, и система очень быстро приходит в состояние равновесия (устойчивый узел $(0,2s^*,0)$), что соответствует случаю, когда почти все население проявляет полное безразличие к политике и не поддерживает ни ту, ни другую партию. Но если вес политически активной части населения велик, ситуация развивается по другому сценарию. В течение переходного процесса (который, опять-таки, может быть весьма продолжительным) все большее и большее число людей втягивается в политическую деятельность. В системе происходят квазициклические колебания, число сторонников и «вес» обеих партий постоянно изменяются (часть населения не имеет четко определенной позиции и, «шарахаясь» из стороны в сторону, поддерживает то одну, то другую партию) и в конечном итоге все население оказывается вовлеченным в политическую деятельность (в той или иной степени, разумеется) и отдает свои симпатии какой-либо из партий. В фазовом пространстве это соответствует устойчивому фокусу $(x_s^*,0,z_s^*)$.

Но возможно и иное развитие ситуации, если обе партии «российского» типа, то есть характер взаимодействия между ними взаимокооперативный (п. 13 табл., рис. 4). Если большинство населения не проявляет политической активности, то ситуация развивается в точности так же, как и в предыдущем случае ($(0,2s^*,0)$ - устойчивый узел). Хуже, если общество политизировано, население взбудоражено: в этом случае обе партии начинают активно вербовать сторонников, и система очень быстро приходит в состояние максимальной поляризованности: все общество оказывается «расколотым» на две части, причем вес обеих партий

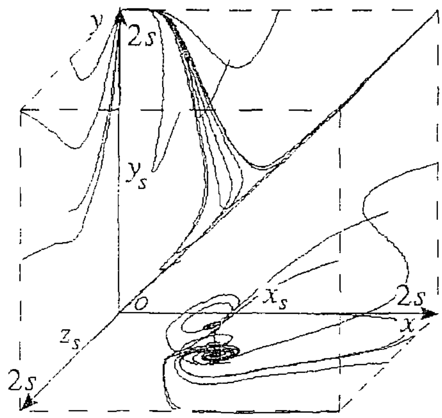


Рис. 3. Взаимодействие двух партий, одна из которых оказывает кооперативное влияние на другую партию, а другая - антагонистическое. Показано поведение системы в зависимости от начальных условий

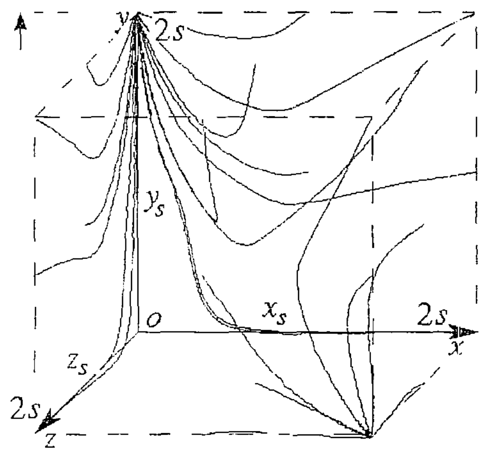


Рис 4. Взаимодействие двух партий, оказывающих друг на друга кооперативное влияние: x и z - влиятельность партий, y - «вес» пассивной части населения

оказывается гораздо выше, чем в предыдущем случае. Более того, в этом случае в системе отсутствуют какие бы то ни было колебательные движения. Все это говорит о серьезности намерений сторон: каждый индивидуум твердо уверен в собственной правоте и не меняет своей позиции, готов до конца поддерживать интересы своей партии. Политизированность общества оказывается теперь гораздо выше, чем в предыдущем (п. 15 табл., рис. 3) случае. Излишне говорить, что подобное положение вещей чревато весьма серьезными и печальными последствиями.

2.3. ***Эволюционирующий рынок.*** В заключение рассмотрим ситуацию, которая представляется наиболее интересной как с точки зрения описания социальных явлений, так и богатства наблюдаемых режимов. Речь идет о случае, соответствующем пункту 14 таблицы. Рассмотрим динамику системы более подробно: при малых значениях параметра s (при указанных выбранных значениях остальных параметров это соответствует $s<6$) в фазовом пространстве существует устойчивый фокус $(x_s^*, \bar{y}, z_s^*)$, где $\bar{y}=y(s)$ (рис. 5). С увеличением параметра s значение $\bar{y}$ также увеличивается и при s=6.2, как свидетельствуют результаты численного моделирования, неподвижная точка теряет устойчивость, происходит бифуркация Андронова - Хопфа, сопровождающаяся рождением предельного цикла (рис. 6, *а*). Дальнейшее увеличение параметра s приводит к увеличению амплитуды периодических колебаний. При достаточно больших фиксированных значениях параметра s (s=25) увеличение параметра z_s приводит к переходу от периодических колебаний к хаотическим по сценарию Фейгенбаума через каскад бифуркаций периода (рис. 6,7).

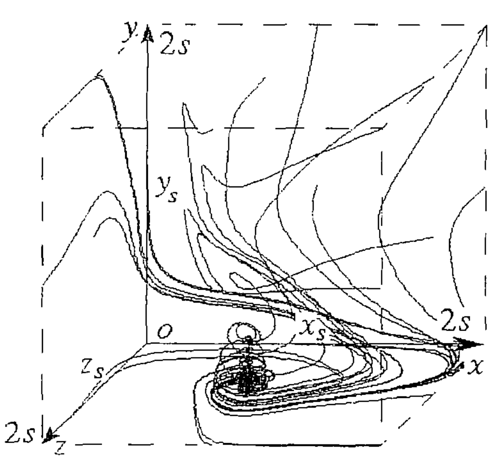


Рис 5. Эволюционирующий рынок: x характеризует спрос, y - предложение, z - цену на акции в данный момент времени. Независимо от начальных условий, в системе устанавливается равновесие между спросом, предложением и ценой (s=5, x_s=4.5, y_s=4.25, z_s=4.1)

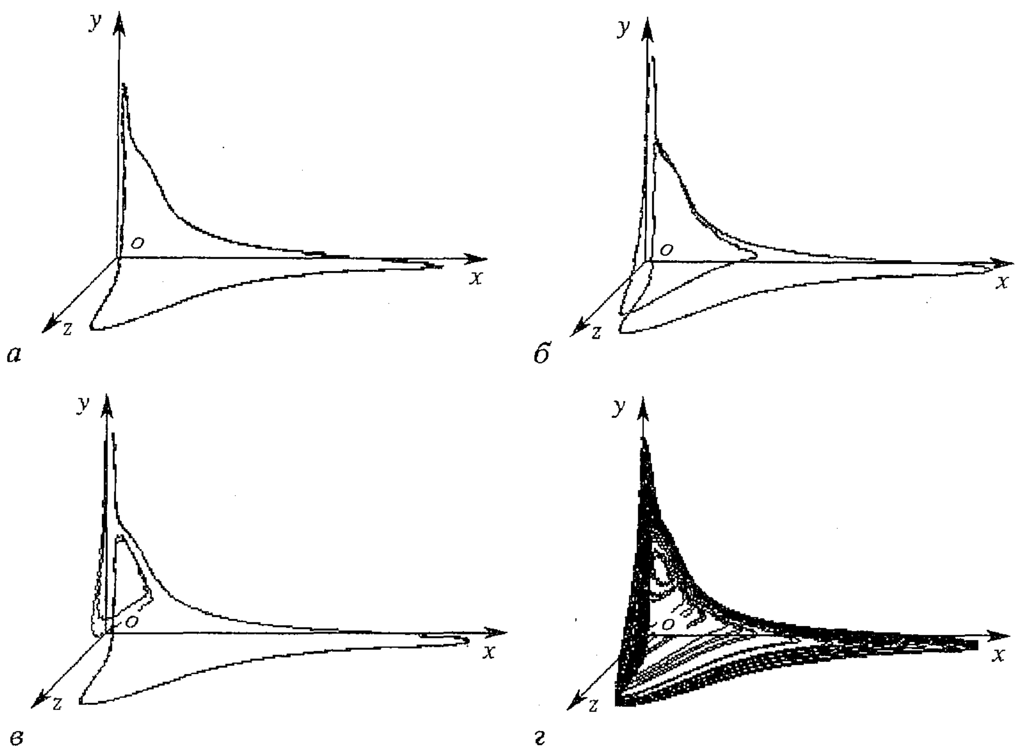


Рис. 6. Эволюционирующий рынок: *а* - (s=25, x_s=4.5, y_s=4.25, z_s=5.5). В системе существуют периодические колебания периода T; *б* - (s=25, x_s=4.5, y_s=4.25, z_s=6.2). Первое удвоение периода. Цикл периода T теряет устойчивость, на его базе рождается цикл периода T^2; *в* - (s=25, x_s=4.5, y_s=4.25, z_s=7.4). В фазовом пространстве поведению системы соответствует цикл периода T^4; *г* - (s=25, x_s=4.5, y_s=4.25, z_s=8.8). Хаотическая динамика. В фазовом пространстве существует странный аттрактор

Рассмотрим ситуацию, к которой может быть применена данная модель, а именно, процессы, происходящие на рынке ценных бумаг. Пусть стоимость некоторого вида ценных бумаг (скажем, неких акций) характеризуется переменной z; спрос на акции (количество акций, которое желает приобрести население в данный момент времени) - переменной x, а предложение акций - переменной y. Установим характер взаимосвязей между макропеременными. Естественно предположить, что с увеличением цены акций спрос на них уменьшается, а предложение, наоборот, увеличивается, что свидетельствует об антагонистическом воздействии переменной z на переменную x и кооперативном воздействии z на y. В то же время, при большом спросе на акции (x велико) цена на них растет, а при большом предложении (y велико) - падает, то есть x кооперативно действует на переменную z, тогда как y является антагонистической переменной по отношению к z. Разумно считать, что взаимодействие переменных x и y носит взаимоантагонистический характер, что обуславливается, прежде всего, психологическими причинами: действительно, кто же решится продать свои акции, если их очень охотно раскупают? С другой стороны, зачем покупать акции, если от них активно избавляются акционеры?

Как видим, вышеописанная ситуация вполне соответствует пункту

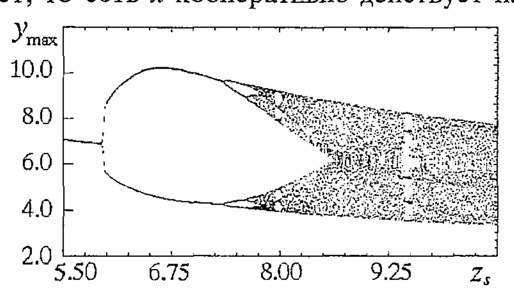


Рис. 7. Бифуркационная диаграмма, иллюстрирующая переход к хаосу через каскад бифуркаций удвоения периода при адиабатически медленном изменении бифуркационного параметра z_s

14 таблицы (см. рис. 5). В данной интерпретации параметр s можно рассматривать как меру активности населения на рынке ценных бумаг: малые значения s соответствуют «нормальной жизни» фондового рынка, когда ситуация находится в руках профессионалов; средние значения s ($s \sim 10$) - повышенной активности; большие - ажиотажу, когда только уж совсем ленивый не втянут в процесс купли -продажи акций. Безусловно, параметр s является частично и мерой «экономической грамотности» и информированности населения.

При малых s в системе происходят затухающие колебания и по завершении переходного процесса устанавливается некоторое соотношение между спросом, предложением и ценой (см. рис. 5). При увеличении значения параметра s в системе возникают периодические колебания (см. рис. 6, *а*), амплитуда которых зависит от величины s и которые соответствуют следующим процессам: пусть в некоторый момент времени x велико, а y и z малы, то есть существует большой спрос на акции, цена и предложение которых на рынке невелики. Так как спрос велик, а предложение мало, то цена на акции начинает расти (z увеличивается), что приводит к уменьшению спроса. При достижении некоторой максимальной цены спрос падает почти до нуля, а предложение возрастает, что не может не привести к уменьшению цены на акции. При максимальном предложении и малом спросе цена акции оказывается малой, что ведет к уменьшению предложения и стимулирует увеличение спроса, после чего все повторяется сначала. Заметим, что ситуация в зависимости от параметров может повторяться не буквально, а лишь в общих чертах (в случае хаотической динамики (рис. 6, *г*)), что не только не противоречит здравому смыслу, но и кажется вполне соответствующим действительности.

На этом завершим рассмотрение социальных процессов, хотя, конечно же, возможности интерпретации модифицированных уравнений Вайдлиха далеко не ограничиваются приведенными примерами. Разумеется, систему уравнений можно еще более усложнить: увеличить число переменных, «развязать» параметры (то есть, положить $x_{sz} \neq x_{sy}$, $A_{xy} \neq A_{xz}$, и так далее). Конечно система станет более сложной, но зато потеряет свою наглядность и исследовать ее будет гораздо сложнее. Представляется, что приведенная система уравнений - разумный компромисс между требованиями адекватности и наглядности, предъявляемыми к модели.

В заключение выражаем признательность Кипчатову А.А. за ряд ценных критических замечаний, а также Красичкову Л.В. за помощь и поддержку.

Библиографический список

1. *Бартоломью Д.* Стохастические модели социальных процессов. М.: Финансы и статистика. 1985.

2. Опыт моделирования социальных процессов (вопросы методологии и методики построения моделей). Киев: Наукова думка, 1983.

3. *Форрестер Д.* Мировая динамика. М.: Наука, 1978.

4. *Неймарк Ю.И.* Математическая модель производители - продукт - управленцы// Динамика систем. Динамика, стохастичность, бифуркации. Межвузовский сборник научных трудов. Горький, 1990. С.84.

5. *Weidlich W.* Stability and cyclicity in social systems // Behavioral Science, V. 33, P. 241, 1988.

Саратовский государственный университет

Поступила в редакцию 21.02.95
после переработки 11.05.95

THE APPLICATION OF MODIFYED WEIDLICH EQUATIONS TO THE SIMULATION OF SOCIAL PROCESSES

A.A. Koronovskiy, D.I. Trubetskov

The paper presents the results of analysis of the modifyed Weidlich equations, make it possible to describe qualitatively different processes, taking place in human society. It is illustrated with several examples, showing the application of this set of equations to the simulation of particular social phenomena. The possibility of appearance of chaotic oscillations in the system via cascade bifurcations of period doubling is demonstrated.

Короновский Алексей Александрович - родился в 1972 году в Саратове. Окончил физический факультет Саратовского государственного университета (1995). Аспирант кафедры электроники и волновых процессов СГУ. Область научных интересов - нелинейная динамика и её проявления в различных сферах человеческой жизнедеятельности, в том числе нелинейная динамика социально-экономических процессов. В Издательстве ГосУНЦ «Колледж» вышла монография в соавторстве с профессором Д.И. Трубецковым «Нелинейная динамика в действии» (1996). Автор 2 статей в центральной печати.

Трубецков Дмитрий Иванович родился в Саратове в июне 1938 года. Окончил физический факультет Саратовского государственного университета (1960). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук в СГУ (1965) и доктора физико-математических наук в СГУ (1978) в области радиофизики. Заведующий кафедрой электроники и волновых процессов СГУ, профессор, член-корреспондент Российской Академии наук. Область научных интересов - радиофизика в той ее части, которая связана с взаимодействием свободных электронов с электромагнитными полями и с теорией сверхвысокочастотных электронных приборов; теория колебаний и волн; применение методов нелинейной динамики в различных областях науки; история науки.

Автор и соавтор одиннадцати монографий и учебных пособий по сверхвысокочастотной электронике, теории колебаний и волн и истории электронных ламп сверхвысоких частот, в том числе монографии «Аналитические методы расчета в электронике СВЧ» (М.: Сов. радио, 1970; совместно с В.Н. Шевчиком), коллективной монографии «Электроника ламп с обратной волной» (Изд. Сарат. ун-та, 1975), учебного пособия «Введение в теорию колебаний и волн» (первое издание, М.: Наука, 1984; второе - М.: Наука, 1992; совместно с М.И. Рабиновичем), книги «Формирование радиоэлектроники» (М.: Наука, 1988, раздел «История электронных ламп сверхвысоких частот»). В 1989 году книга «Введение в теорию колебаний и волн» в Нидерландах переведена на английский язык и вышла под названием «Oscillations and waves in linear and nonlinear systems»(The Netherland: Kluver Academic Publishers, 1989). Опубликовал четыре книги лекций по электронике СВЧ и истории электронных ламп и много научных статей по указанным выше направлениям. Зам. главного редактора журнала «Прикладная нелинейная динамика». Член редколлегии журнала «Известия вузов. Радиофизика».